

<技術論文>

MRAC 방식에 의한 비모형화 동특성을 갖는 로봇 매니플레이터의 안정한 제어시스템 설계에 관한 연구

한 성 현* · 이 만 형**

(1989년 8월 29일 접수)

A Study on Stable Control System Design of Robotic Manipulator in Presence of Unmodelled Dynamics Using MRAC Method

Sung-Hyun Han and Man-Hyung Lee

Key Words : Modelling Error(모델링 오차), Manipulator(매니플레이터), Hyperstability(초안정), MRA(기준모델 적응제어), Robustness(견실성)

Abstract

Robotic manipulators are extensively used and are normally equipped with relatively simple control systems. Such control systems have proved adequate but with increased demand on manipulator performance there is a need for improved control techniques. This paper deals with a stable controller design of robot manipulator to track a desired trajectory in spite of the presence of unmodelled dynamics in case of nonlinearity and parameter uncertainty. The approach followed in this paper is based on the model reference adaptive control(MRAC) technique and convergence on hyperstability theory but it does away with assumption that process is characterized by a linear model remaining time invariant during adaptation process. A computer simulation has been performed to demonstrate the performance of the designed control system in task coordinates for Stanford manipulator with payload and disturbance.

1. 서 론

산업용 로봇은 1960년대 이후 산업현장에서 인간이 하기 힘든일이나 위험한 일 또는 단순하고 반복적인 일 등에 이용되어 왔으며 1970년대 이후 저렴하고 성능이 매우 우수한 마이크로 프로세서의 대량공급에 힘입어 급속한 발전을 하게 되어 단순 작업에의 인간대체를 초월하여 전 생산공정의 자동화 및 고도의 인간 지능을 갖는 산업용 로봇의 개발이 가능하게 되었다.

그러나 최근의 제어이론은 관련 산업의 발전과 더불어 눈부신 발전을 거듭하여 왔지만, 아직도 실제적인 응용면에 있어서는 많은 문제점들이 대두되고 있는 실정이다. 그 중에서 가장 중요한 것은 복잡한 비선형성의 동특성을 지닌 실제 시스템의 정확한 수학적인 모델링의 어려움이라 할 수 있다.

특히, 산업용 로봇 매니플레이터는 각 관절사이에 코리올리스(Coriolis)력 및 원심력 등의 강한 비선형 연성(nonlinear coupling)으로 인한 정확한 동특성의 모델링이 어려우므로 모델과 제어계에 대한 선형성의 가정 및 프로세스의 진행중 플랜트의 매개변수가 일정하게 유지된다는 것 등의 여러 가정하에서 설계된 제어 알고리즘은 그 수렴 특성을

*정회원, 부산대학교 대학원

**정회원, 부산대학교 공과대학 정밀기계공학과

상실하게 되어 좋은 제어성능을 내지 못하게 된다.

따라서 로봇 매니퓰레이터의 동적 모델링에 있어서 매개변수의 불확실성과 비선형성의 존재하에서도 좋은 제어성능을 가질 수 있고 부하의 변동 및 모델링 오차에도 잘 적용될 수 있는 적응제어 방식에 대하여 많은 연구가 되어 왔다.

적응제어 방식은 플랜트의 동특성에 대한 제한된 정보만을 가지고 예측할 수 있는 불확실성에 대처할 수 있는 진보된 제어방식이라 할 수 있다.

적응 제어기법에는 크게 기준모델 적응제어(model reference adaptive control^(7,8,10)) 방식과 자기동조적응제어(self-tuning adaptive control) 방식의 두가지로 나눌 수 있는데^(6,7,11) 후자의 자기동조적응제어 방식은 대상시스템에 대한 잡음의 영향을 최소로 억제하는 제어방식으로 대상시스템의 특성을 추정하면서 추정된 잡음의 영향을 최소로 억제하는 제어방식으로 대상시스템의 특성을 추정하면서 추정된 매개변수를 바탕으로 적절한 제어를 구성하는 방법으로서, 이는 1970년대 Astrom과 Wittenmark⁽²¹⁾에 의해 제안 되었으며 이미 많은 응용 결과가 보고 되어 왔다.

그리고 기준모델 적응제어 방식은 Whitaker⁽²¹⁾ 등에 의해 MIT rule이 발표된 이래 1960년대 이후부터 본격적인 연구가 시작되었다고 할 수 있는데 이 방식은 원하는 동특성을 갖는 기준 모델을 설정하여 이 기준모델의 출력과 플랜트의 출력이 일치하도록 플랜트의 매개변수를 조정하는 방식인데 그 제어 방식에는 직접 적응제어(direct adaptive control)와 간접 적응제어(indirect adaptive control) 방식으로 구별된다^(7,13,18).

그리고 직접 적응제어방식에서는 플랜트와 제어계를 포함한 전체 제어계의 전달함수가 원하는 기준모델의 전달함수와 일치하도록 하기 위하여 플랜트의 출력과 모델의 출력 사이의 오차를 적응제어칙(adaptive control law)에 사용하는 반면에, 간접 적응제어(indirect adaptive control) 방식⁽¹⁷⁾은 플랜트의 매개변수를 추정하여 제어기의 매개변수를 조정하도록하는 방식이다.

본 연구에서는 기준 모델 적응제어 방식에서 직접 적응제어 방식을 사용하여 부하의 변동 및 외란이 발생할 경우에도 매니퓰레이터의 정확한 궤적의 추종 및 속도의 실시간 제어가 가능한 적응제어시스템을 설계하고자 한다. 제 2절에서는 로봇 매니퓰레이터의 기구학적 이론 및 동적 모델링에 대한

기본이론을 전개하고, 제 3절에서는 제어시스템의 설계를 위한 제어 알고리즘과 초안정(hyperstability)이론을 통한 안정성 해석을 다룬다. 그리고 제 4절에서는 제안된 제어기의 성능 평가를 위해 6관절 로봇인 스탠포드 로봇 매니퓰레이터에 대한 시뮬레이션을 통한 결과를 토오크 계산법(computed torque method)에 의한 결과와 비교 검토함으로써 제안된 제어기의 성능을 예증한다.

2. 운동 방정식

2.1 매니퓰레이터의 운동학

로봇 매니퓰레이터의 운동학은 직교공간에서 로봇 손(end-effector) 위치 및 방향과 관절 공간에서의 변수들 사이의 관계를 다루는 분야로서 직접 운동학(direct kinematics)과 역 운동학(inverse kinematics)이 있다.

매니퓰레이터의 링크 상호관의 관계는 Denavit-Hartenberg 표현 방식에 의한 "A행렬"을 사용하였는데 link parameter에 의한 변환행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$A_n = Rot(z, \theta_n) Trans(0, 0, d_n) Trans(a_n, 0, 0) Rot(x, \alpha_n)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_n & -\sin\theta_n \cos\alpha_n & \sin\theta_n \sin\alpha_n & a_n \cos\theta_n \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n \cos\alpha_n & -\sin\theta_n \sin\alpha_n & a_n \sin\theta_n \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 θ_n 는 z_{n-1} 축을 중심으로 x_{n-1} 축과 x_n 축과의 관절각을 나타내고, d_n 는 z_{n-1} 축을 중심으로 생각할때 $(n-1)$ 번째 좌표계의 원점에서 z_{n-1} 축과 x_n 축의 교점간의 거리이며, a_n 는 z_{n-1} 축과 z_n 축과의 가장 가까운 거리를 나타내고, 또한 α_n 는 x_n 축을 중심으로 했을 경우 u_{n-1} 축에서 z_n 축까지의 움셋 각을 나타내고 있는데 각 링크의 파라미터는 Fig. 1에서 상세하게 나타내고 있다.

그리고 Prismatic Joint의 경우 "A행렬"은 식 (1)에서 a 의 값이 0이 된다.

매니퓰레이터의 직접운동학은 기본좌표계에 대한 손끝(had-effector)의 위치 및 방향을 구하는 것으로서 손끝의 위치 및 방향은 "A행렬"의 곱으로 나타내는데, n 개의 링크를 갖는 매니퓰레이터의 손끝의 위치 및 방향을 구할 수 있는 변환은 다음과 같다.

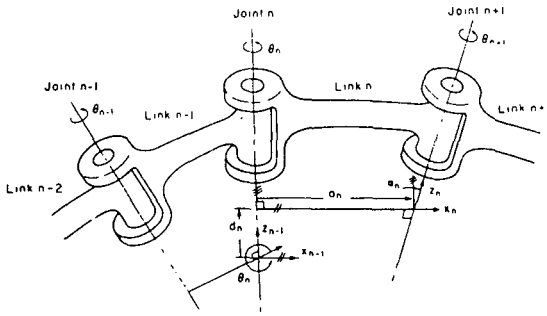


Fig. 1 Manipulator link coordinate system and parameters

$$T_n = A_1 A_2 \cdots A_n$$

$$= \begin{bmatrix} n_x & 0_x & a_x & p_x \\ n_y & 0_y & a_y & p_y \\ n_z & 0_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 동적 모델링

일반적으로 매니플레이터의 링크 n 에 대해 주어진 점 ${}^n r$ 의 위치를 기준좌표계에 표시하면

$$r = T_n {}^n r \quad (3)$$

이 되고, 또한 이것을 미분하여 이점의 속도를 구하면

$$\frac{dr}{dt} = \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial T_n}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) {}^n r \quad (4)$$

이 된다. 여기서 T_n 는 링크 n 의 변환(transform)을 나타내고, q 는 기준좌표계의 좌표를 나타내는 매개변수이다.

그러므로 링크 n 위에 위치한 미소 질량 dm 의 운동 에너지는

$$dK_n = \frac{1}{2} \text{Trace} \left[\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{\partial T_n}{\partial q_j} \times ({}^n r \cdot {}^n r^T dm) \frac{\partial T_n}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_i \right] \quad (5)$$

으로 주어지므로 링크 n 의 전체 운동에너지(K_n)는 다음과 같이 된다.

$$K_n = \frac{1}{2} \text{Trace} \left[\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{\partial T_n}{\partial q_j} \times \left(\int_{linkn} {}^n r {}^n r^T dm \right) \frac{\partial T_n}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_i \right] \quad (6)$$

식 (4)에서 우변의 적분항 $\left(\int_{linkn} {}^n r {}^n r^T dm \right)$ 은 가상 관성행렬을 나타내는 요소로서 다음과 같이 정의되

고 있다.

$$J_n = \int_{linkn} {}^n r {}^n r^T dm$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-I_{nxx} + I_{nyy} + I_{nzz}}{2} & I_{nxy} \\ I_{nxy} & \frac{I_{nxx} + I_{nyy} + I_{nzz}}{2} \\ I_{nxx} & I_{nyz} \\ m_n \bar{x}_n & m_n \bar{y}_n \\ I_{nxx} & m_n \bar{x}_n \\ I_{nyz} & m_n \bar{y}_n \\ \frac{I_{nxx} + I_{nyy} + I_{nzz}}{2} & m_n \bar{z}_n \\ m_n \bar{z}_n & m_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 I 는 관성모멘트를 나타내고 $m_n \bar{x}_n$, $m_n \bar{y}_n$, $m_n \bar{z}_n$ 는 링크 n 의 일차모멘트를 나타내며, 또한 m_n 는 링크 n 의 질량을 나타낸다.

그런데 식 (6)에서 주어진 매니플레이터의 전체 운동에너지는 매니플레이터의 구조에 대한 운동 에너지를 나타내고 있으므로 액츄에이터(actuator)의 운동에너지를 고려한 실질적인 전체 운동에너지는 다음과 같이 주어진다.

$$K_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{l=1}^j \text{Trace} \left(\frac{\partial T_j}{\partial q_l} J_n \frac{\partial T_i}{\partial q_l} \right) \times \dot{q}_j \dot{q}_l + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_{a_i} \dot{q}_i^2 \quad (8)$$

여기서 우변의 두번째 항은 액츄에이터의 운동 에너지이고 I_{a_i} 는 등가질량을 나타낸다. 또한, 링크 n 의 위치 에너지(potential energy)는 다음과 같이 정의 된다.

$$P_n = -m_n g^T T_n {}^n \bar{r}_n \quad (9)$$

여기서 ${}^n \bar{r}_n$ 는 기준 좌표계에서 링크 n 의 무게중심까지의 거리를 나타내고, q_n 는 링크 n 의 위치 에너지, m_n 는 질량을 나타내며, g 는 중력 가속도로서 $g^T = (g_x, g_y, g_z, 0)$ 으로 정의 된다.

그러므로 로봇 매니플레이터의 동적 방정식은 Lagrange-Euler 방정식에 의해 다음과 같이 주어진다⁽²⁰⁾.

$$F_i = \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^j \sum_{m=1}^l \text{Trace} \left[\frac{\partial T_j}{\partial q_l} J_j \frac{\partial T_j}{\partial q_l} \right] \ddot{q}_l + I_{a_i} \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^j \sum_{m=1}^l \text{Trace} \left[\frac{\partial^2 T_j}{\partial q_l \partial q_m} \times J_i \frac{\partial T_j}{\partial q_j} \right] \dot{q}_l \dot{q}_m - \sum_{j=1}^n m_j g^T \frac{\partial T_j}{\partial q_j} {}^j \bar{r}_j \quad (10)$$

3. 제어 알고리즘

로봇 매니플레이터의 관절좌표의 동적 방정식은 직접운동학을 이용하여 작업좌표의 동적 방정식으로 변환할 수 있다. 그러므로 로봇 매니플레이터의 동적 방정식을 비선형 연성(nonlinear coupling) 행렬 방정식으로 나타내면 다음과 같다

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau(t) \quad (11)$$

여기서 q, \dot{q}, \ddot{q} 는 각각 관절각의 위치, 속도 및 가속도를 나타내고, $D(q)$ 는 대칭 정지 관성 행렬($n \times n$)이고, $C(q, \dot{q})$ 는 원심력과 코리올리스력 벡터행렬($n \times 1$), $G(q)$ 은 중력 벡터 행렬($n \times 1$), $\tau(t)$ 은 각 관절에 가해지는 관절 토크이다.

그리고 매니플레이터의 손끝(hand end)의 위치(작업좌표: x, y, z)와 방향(euler-angle: α, β, γ) 벡터(6×1)와 관절각 벡터와의 운동학적 관계는 다음과 같다.

$$X_p = f(q) \quad (12)$$

여기서 X_p 는 매니플레이터의 위치 및 방향을 나타내는 벡터 행렬(6×1)이고, $f(q)$ 는 관절각 벡터 q 에 대한 함수로서 비선형 벡터행렬($n \times 1$)이다.

또한, 식 (12)를 미분하여 매니플레이터의 손끝의 속도를 구하면

$$\dot{X}_p = Z(q) \dot{q}$$

이 되는데 여기서 $Z(q)$ 는 매니플레이터의 관절속도를 팔 끝의 직각 좌표계의 속도로 표현시키는 Jacobian 행렬이다.

그리고 작업좌표에서 매니플레이터를 제어하기 위해 필요한 입력힘벡터를 $U_p(t)$ 를 입력관절토크 $\tau(t)$ 와의 관계식으로 나타내면 다음과 같이 기술된다.

$$\tau(t) = Z^T(q) U_p(t) \quad (14)$$

또한, 매니플레이터의 가속도는 식 (11), (12), (13), (14)로부터

$$\begin{aligned} \ddot{X}_p = & \dot{Z}(q) \dot{q} - Z(q) D^{-1}(q) [G(q) \\ & - C(q, \dot{q}) - Z^T(q) U_p(t)] \end{aligned} \quad (15)$$

으로 주어진다.

그러므로 매니플레이터의 상태변수를 $X_s(t) = [X_p(t)^T, \dot{X}_p(t)^T]^T$, $U_s(t) = U_p(t)$ 으로 정의하고 매니플레이터의 동적방정식을 상태 방정식으로 기술하면 다음과 같이 기술된다.

$$\dot{X}_s(t) = A_s(t) X_s(t) + B_s(t) U_s(t) \quad (16)$$

여기서, $X_s(t)$ 는 상태벡터행렬($n \times n$), $U_s(t)$

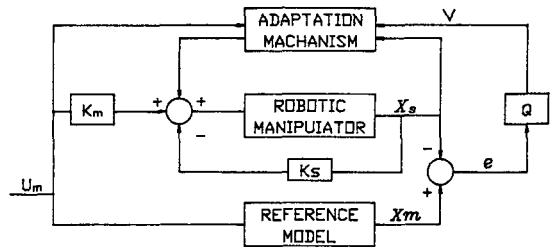


Fig. 2 Block diagram of model reference adaptive control system

는 입력벡터행렬($n \times 1$), $A_s(t)$ 및 $B_s(t)$ 는 매개변수로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_s(t) = & \begin{bmatrix} 0 \\ -Z(X_p) D^{-1}(X_p) G(X_p) \\ I \\ \dot{Z}(X_p) Z^{-1}(X_p) - Z(X_p) D^{-1}(X_p) C(X_p, \dot{X}_p) Z(X_p) \end{bmatrix} \\ B_s(t) = & \begin{bmatrix} 0 \\ Z(X_p) D^{-1}(X_p) Z^T(X_p) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서 0 및 I 는 각각 영벡터 행렬 및 단위 벡터 행렬을 나타낸다.

본 연구에서 제안하고 있는 기준모델 적응제어시스템의 궁극적인 목적은 플랜트와 기준모델의 출력의 오차가 영이 되게 하는 제어이득을 선정하여 플랜트인 로봇 매니플레이터의 동특성이 기준 모델을 추종하도록 하는 것이므로 기준모델의 선정이 매우 중요하다.

그러므로, Fig. 2와 같이 구성되는 기준모델 적응제어(MRAC)시스템 설계 목적은 비선형 상호연성의 특성을 지닌 매니플레이터를 부하(load) 및 외란의 변화에 매우 둔감하고, 각 관절 사이의 자유도가 비연성(decoupling)의 특성을 가지게 하는 제어계를 구현하기 위한 것이라 할 수 있다.

그러므로 매니플레이터의 각 관절에 대한 기준모델을 요구하는 성능특성을 최소의 매개변수를 통하여 얻을 수 있고, 그리고 요구하는 응답을 아날로그 혹은 디지털 컴퓨터로 실시간 처리가 용이한 비연성의 시불변 선형 2차 미분 방정식으로 선정하였다.

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{m_i} + a_i \dot{X}_{m_i} + b_i X_{m_i} = U_{m_i} \\ i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (17)$$

그러므로 식 (17)을 상태공간방정식(state space equation)으로 표기하면 다음 식과 같이 기술되어진다.

$$\dot{X}_m = A_m X_m + B_m U_m \quad (18)$$

여기서,

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & I \\ Q_0 & Q_1 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

이고 $Q_0 = -\text{diag}(a_i)$, $Q_1 = -\text{diag}(b_i)$ 이며, $a_i, b_i > 0$ 이다.

그리고 $X_m \in R^{n \times n}$ 및 $U_m \in R^{n \times 1}$ 는 각각 기준 모델의 출력 및 입력의 상태변수를 나타내고 있다.

또한 기준모델과 플랜트와의 오차 방정식은 다음과 같다.

$$e(t) = X_m(t) - X_s(t) \quad (19)$$

$$V(t) = Q e(t) \quad (20)$$

위의 식 (20)에서 Q 는 선형보상인자(linear compensator)이다.

그리고 본 연구에서 제안된 매니플레이터의 기준 모델 적응 제어시스템(MRAC)의 제어입력은 Fig. 2에서와 같이 적응제어칙(adaptive control law)에 의하여 다음식과 같다.

$$U_s(t) = \Phi_1(V, X_s, t) X_s(t) + \Phi_2(V, U_m, t) U_m(t) - K_s X_s(t) + K_m U_m(t) \quad (21)$$

여기서, K_s 및 K_m 은 각각 피이드백 이득 및 피이드포워드 이득을 나타내고, Φ_1 및 Φ_2 는 단위 벡터 적응 제어칙으로서 다음과 같이 정의 된다.

$$\Phi_1(V, X_s, t) = P_1 V \|V\|^{-1} \text{sgn}(x_s)^T \quad (22)$$

$$\Phi_2(V, U_m, t) = P_2 V \|V\|^{-1} \text{sgn}(U_m)^T$$

여기서, P_1, P_2 는 단위벡터 적응제어칙의 이득이다.

그리고 Fig. 2의 기준모델 적응제어시스템은 식 (16), (18), (19), (21) 으로부터 아래의 식과 같이 상태오차 방정식으로 표기되어진다.

$$\dot{e} = A_m e + [0 : I] W \quad (23)$$

$$V = Q e \quad (24)$$

$$W_1 = -W = [B_s^*]([B_s^*]([A_m] - [A_s]) + K_s - \Phi_1) + [B_s^*]([B_m] - K_m + \Phi_2) U_m \quad (25)$$

4. 안정도 해석

일반적으로 적응제어시스템의 설계시에는 적응신호들을 유계시키기 위하여 적응 루프내의 안정도가 보장되어야 하므로 본 연구에서는 초안정(hyperstability)이론으로서 안정성을 해석한다.

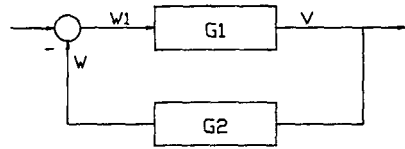


Fig. 3 Equivalent representation of model reference adaptive control system

제안된 적응제어시스템의 안정성 해석을 위하여 식 (21), (24), (25)로부터 Fig. 3과 같이 선형 시불변 피이드포워드(linear time invariant feedforward)블록과 비선형 시변(nonlinear time varying)블록의 피이드 백(feedback)블록으로 구성되어지는 Fig. 2의 제어시스템에 대한 등가표시(equivalent representation)를 구성시킬 수 있다. Fig. 3에서 V 및 W 는 각각 피이드백 블록의 입력 및 출력 벡터이다.

Fig. 3에서 G_1 은 선형 시불변(linear time invariant)블록의 전달함수이고, G_2 는 비선형 시불변(nonlinear time varying)블록의 전달함수를 나타내고 있다.

본 연구에서 제안되고 있는 Fig. 3의 직접 적응 방식에 의한 기준모델 적응 제어시스템이 점근적인 초안정(Asymptotically hyperstability)을 유지하기 위해서는 다음의 조건을 만족해야한다.

조건1: Fig. 3의 선형시 불변 블록의 전달함수 G_1 이 SPR(strictly positive real) 이어야 한다.

조건2: Fig. 3에 피이드백의 비선형시 변 블록은 다음과 같이 정의되는 부등식,

$$\int_0^t V^T W \, \tau \geq -\gamma_0^2, \quad t \geq 0 \quad (26)$$

을 만족하여야 한다. 여기서 γ_0 는 임의의 상수이다.

첫번째의 조건은 앞절에서 언급된 선형보상인자(linear compensator)를 다음과 같이 설정함으로써 G_1 이 SPR하게 된다.

$$Q = [O : I] L \quad (27)$$

여기서 L 은 아래의 Lypunov 방정식,

$$A_m^T L + L A_m = -H \quad (28)$$

의 해(solution)이다. 위 식에서의 H 는 양의 부호인 정치행렬(positive definite symmetric matrix)로서 기준모델이 decoupling 하므로 다음과 같이 대각선 행렬로 구성하였다.

$$H = \begin{bmatrix} \text{diag}(h_i) & 0 \\ 0 & \text{diag}(h_{i+n}) \end{bmatrix},$$

$$h_i, h_{i+n} > 0 \quad (29)$$

$$(i=1, 2 \dots n)$$

그리고, 시스템의 초안정을 위한 두번째 조건인 식 (26)의 만족은 식 (22)과 같이 정의되는 단위벡터 적응제어칙에 의해 달성되어진다. 따라서, 식 (25)을 식 (26)에 대입하면 다음과 같이 기술되다.

$$\int_0^t V^T [B_s \Phi_1 - B_s B_s^+ (A_m - A_s) + B_s K_s] dt$$

$$+ \int_0^t V^T [B_s \Phi_2 - B_s B_s^+ B_m - B_s K_m] dt$$

$$\geq -\gamma_0^2, \quad t \geq 0 \quad (30)$$

그러므로 식 (30)에서 적응칙 Φ_1 및 Φ_2 의 이득 P_1 및 P_2 의 값은 다음의 조건 값으로 정의 되어야 한다.

$$p_1 \geq (\sigma_1)_{max} (\sigma_3)_{min} \quad (31)$$

$$p_2 \geq (\sigma_2)_{max} (\sigma_3)_{min}$$

여기서 $(\sigma_1)_{max}$ 및 $(\sigma_2)_{max}$ 는 각각 $[R \cdot R^T]$ 및 $[S \cdot S^T]$ 행렬에 대한 X_s 의 최대 고유치 (maximum eigenvalue)를 나타내고, $(\sigma_3)_{min}$ 은 $[D^{-1}]$ 에 대한 X_s 의 최소 고유치 (minimum eigenvalue)를 나타낸다.

그리고 $[R]$ 및 $[S]$ 는 다음과 같이 정의 되는 행렬을 나타낸다.

$$[R] = [B_s^{-1}] [B_s^+ (A_m - A_s) + K_s]$$

$$[S] = [B_s^{-1}] [B_s B_m - K_m] \quad (32)$$

여기서, $B_s^+ = (B_s^T B_s)^{-1} B_s^T$ 으로 정의되는 행렬이다.

그러므로 식 (30)의 Φ_1 , Φ_2 의 이득인 p_1, p_2 의 값은 식 (31), (32)으로부터 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$p_1 \geq \|[B_s] [B_s^+ (A_m - A_s) + K_s]\| \cdot \|B_s^{-1}\|$$

$$p_2 \geq \|[B_s] [B_s^+ B_m - K_m]\| \cdot \|B_s\| \quad (33)$$

5. 컴퓨터 시뮬레이션

기준모델 적응제어(MRAC) 방식은 기존의 여러 적응 제어기법중 다변수 입 출력 시스템으로 모델링이 가능하고, 이상적인 응답 특성을 갖는 기준모델의 설정이 가능한 경우에 가장 적당한 제어 기법으로서 미지의 플랜트에 적당한 제어 입력을 가하여 그 응답특성이 기준모델의 응답특성과 일치하게 하는 방식이다.

그러나 플랜트의 모든 상태를 측정하기는 어려우므로 입력과 출력만을 이용하여 문제를 해결하고자 많은 연구가 행하여져 왔다.

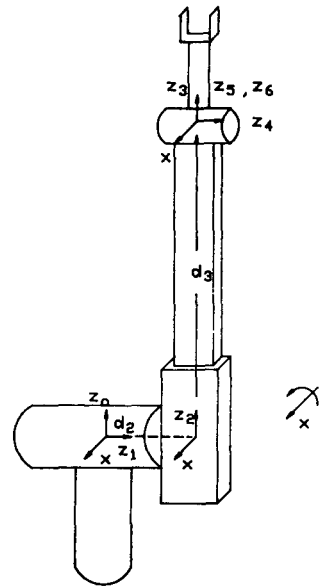


Fig. 4 Coordinate frames for the stanford manipulator

본 연구에서는 설계된 기준모델 적응 제어기 (model reference adaptive controller)의 제어성능 평가를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 수행하였다. 시뮬레이션을 사용된 모델은 Fig. 4와 같이 6개의 관절을 갖는 스탠포드 로봇을 선정하였다.

그리고 사용된 모델에 대한 각 링크의 사양 및 관성 모우먼트는 각각 Table 1과 Table 2 및 Table 3에서 나타내고 있다.

그리고, 기준모델은 각 링크에 대하여 동일한 모델을 사용하였는데, 식 (17)에서의 매개변수 a_i 및 b_i 의 값은 안정한 평형점 (stable equilibrium point) 근처에서 선형화 된 모델의 매개변수의 값과 거의 일치하는 값인 $a_i=2.04$, $b_i=1.6$ 으로 선정하였다.

또한, Lyapunov 방정식인 식 (30)에서의 H 의 값은 모델의 구조를 고려하여 다음과 같이 대각선 행렬로 선정하였다.

$$H = \begin{bmatrix} 35 I & 0 \\ 0 & 10 I \end{bmatrix}$$

여기서 I 은 6×6 의 대각선 단위 행렬을 나타낸다.

그리고, P_1 및 P_2 의 값은 각각 식 (33)의 조건을 만족하는 값으로서 0.4 및 15로 선정하였고, 또한 K_s 및 K_m 의 값은 식 (22)에 의하여 각각 다음과 같이 선정하였다.

Table 1 Link parameters for Stanford manipulator

Link	Variable	θ	a	d	$\cos \theta$	$\sin \theta$
1	0	-90	0	0	0	-1
2	0	90	0	d	0	1
3	0	0	0	d	1	0
4	0	-90	0	0	0	-1
5	0	90	0	0	0	1
6	0	0	0	0	1	0

Table 2 Link mass and first moment for stanford manipulator

Link	Mass (kg)	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)
1	9.29	0	1.75	-11.05
2	5.01	0	-10.54	0
3	4.25	0	0	-64.47
4	1.08	0	0.92	-0.54
5	0.63	0	0	5.66
6	0.51	0	0	15.54

Table 3 Actuator and link inertias for the Stanford manipulator

Link	I_a	$mk_{xx}^2(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$mk_{yy}^2(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$mk_{zz}^2(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
1	$0.953\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.276	0.255	0.071
2	$2.193\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.108	0.018	0.100
3	0.782kg	2.51	2.51	0.006
4	$0.106\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.002	0.001	0.001
5	$0.097\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.003	0.003	0.0004
6	$0.020\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.013	0.013	0.0003

$$K_s = [\text{diag}(50, 360, 100, 150, 100, 60) : \text{diag}(80, 300, 90, 100, 80, 100)]$$

$$K_m = [\text{diag}(30, 100, 25, 40, 50, 60)]$$

또한 시뮬레이션에 사용된 로봇 매니퓰레이터 모델에 대한 자코비안(Jacobian) 행렬은 다음과 같다.

$$Z(q) = [Z1(q), Z2(q), Z3(q), Z(4)q, Z4(q), Z5(q), Z6(q)]$$

여기서,

$$Z1(q) = \frac{\partial T_1}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} -d2(C2(C4C5C6 - S4S6) - S2S5S6) + S2d3(S4C5C6 + C4S6) \\ -d2(-C2(C4C5C6 + S4C6) + S2S5S6) + S2d3(-S4C5S6 + C4C6) \\ -d2(C2C4C5 + S2C5) + S2d3S4S5 \\ -S2(C4C5C6 - S4S6) - C2C6S5 \\ S2(C4C5S6 + S4C6) + C2S5S6 \\ -S2C4S4 + C2C5 \end{bmatrix}$$

$$Z2(q) = \frac{\partial T_2}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} d3(C4C5C6 - S4S6) \\ -d3(C4C5C6 + S4S6) \\ d3C4S5 \\ S4C5C6 + C4S6 \\ -S4C5S6 + C4C6 \\ S4S5 \end{bmatrix}, \quad Z3(q) = \frac{\partial T_3}{\partial \theta_3} = \begin{bmatrix} -S5C6 \\ S5S6 \\ C5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Z4(q) = \frac{\partial T_4}{\partial \theta_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -S5C6 \\ C5S6 \\ C5 \end{bmatrix}, \quad Z5(q) = \frac{\partial T_5}{\partial \theta_5} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S6 \\ C6 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Z6(q) = \frac{\partial T_6}{\partial \theta_6} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서, $S_i = \sin(\theta_i)$, $C_i = \cos(\theta_i)$, $N_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$, $C_{ij} = \cos(\theta_{ij}) = \cos(\theta_i + \theta_j)$ 를 나타낸다.

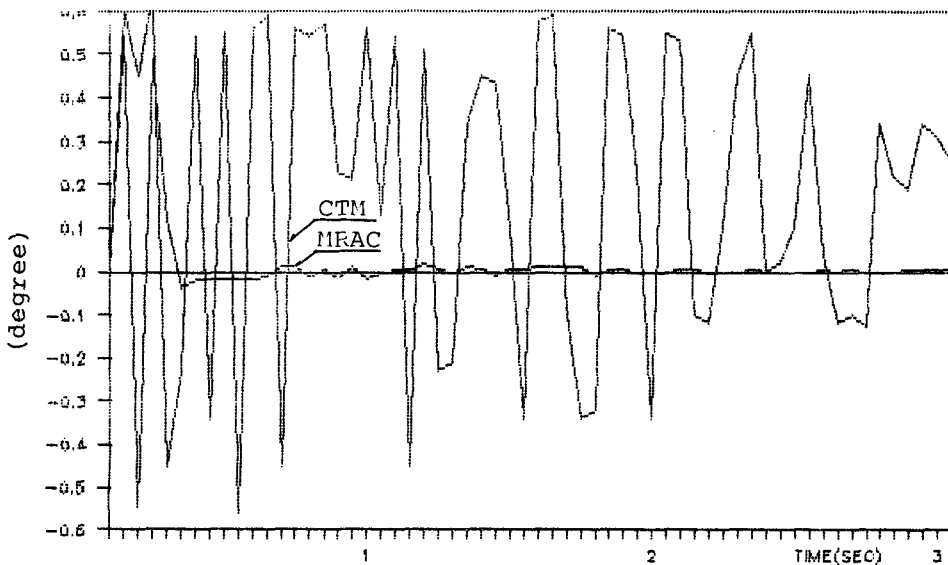
그리고, 제적 계획에서 작업수행은 3초 동안하였고, 초기위치 $(-0.2, 0.5, 0.3)$ rad에서 출발하여, 최종 도달점 $(-0.7, 1.2, -0.3)$ rad 까지 도달하도록 하였다.

샘플링시간은 0.002초로 하였고, 무부하상태와 3.5kg의 부하상태에 대하여 수행하였다. 각 관절의 특성 다항식은 감쇠상수를 0.65~0.85로 하였고,

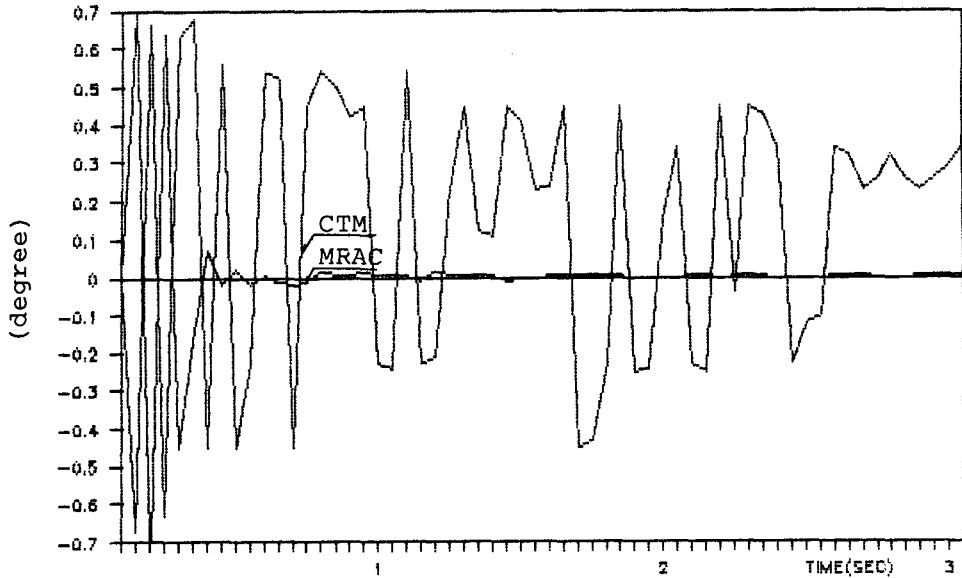
주파수는 12Hz으로 하였다. 그리고 시뮬레이션은 coprocessor 80287을 내장한 16 bit AT(40MB) 컴퓨터에서 수행하였다.

그리고, 제어효과를 평가 하기 위하여 다음 식과 같이 주어지는 상수회환 이득을 갖는 토오르 계산법(computed torque control method)과 비교검토 하였다.

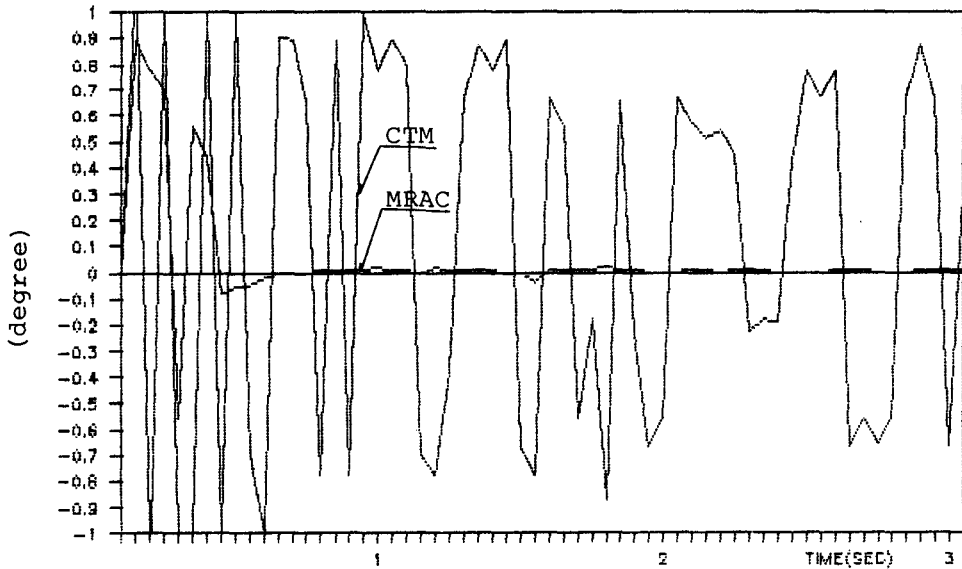
$$U_s(t) = D(q(t))[(\ddot{q}_m(t) + Kv(\dot{q}_m(t)) + Kp(q_m(t)))] + C(q_s(t), \dot{q}_s(t))$$



(a) Tracking error of joint 2 for no load



(b) Tracking error of joint 4 for no load



(c) Tracking error of joint 5 for no load

Fig. 5 Comparison of control performance of MRAC and computed torque control method for no load

$$+G(q_s(t)) \tag{34}$$

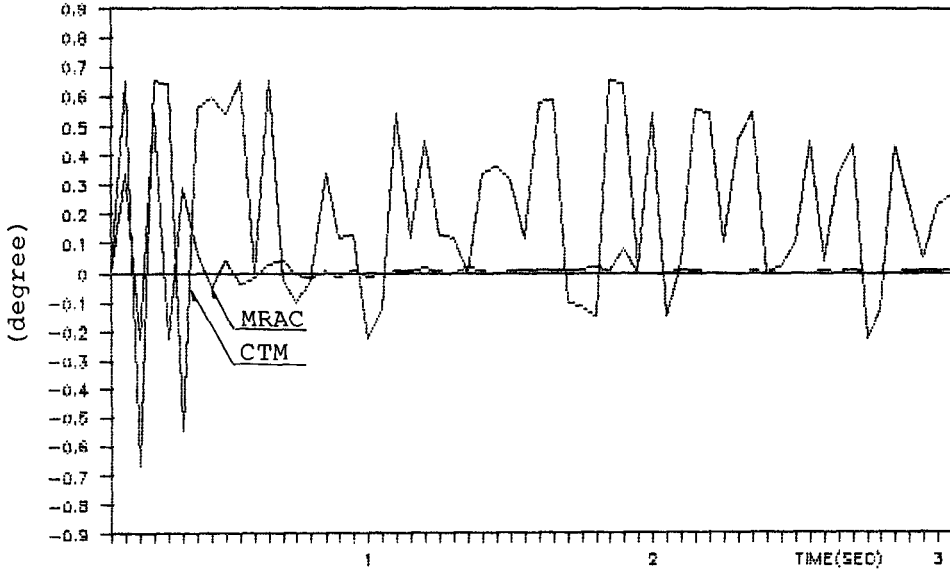
여기서 K_v 와 K_p 는 각각 속도와 위치의 게환 이득 으로서 $K_v = (18, 30, 45, 50, 40, 35)$, $K_p = (100, 200, 350, 250, 400, 300)$ 으로 주었으며, \dot{q}_m , \dot{q}_s 는 각각

기준 모델 및 매니플레이터의 관절 i 의 속도를 나타내고 있다.

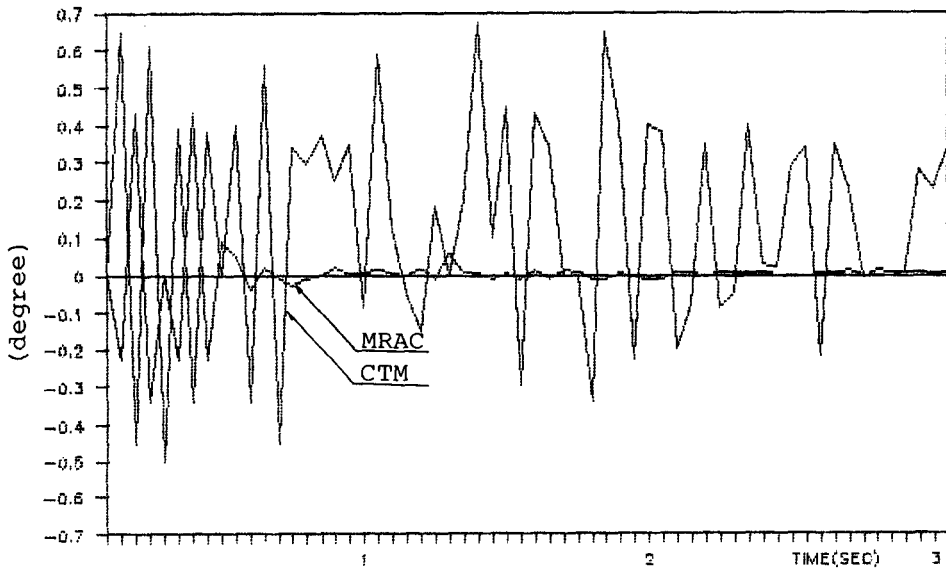
위의 Fig. 5 및 Fig. 6은 무부하 상태 및 부하 상태에 대하여 각 관절의 추종 오차를 본 연구에서

제안한 제어기법과 토크 계산법(computed torque control method)에 의한 결과를 비교하여 나타내고 있다. 시뮬레이션 결과 무부하 상태 및 3.5kg 부하 상태에서도 제안된 방식은 약 0.5초 이내의 매우 빠른 속도로 정상상태로 수렴되고 있

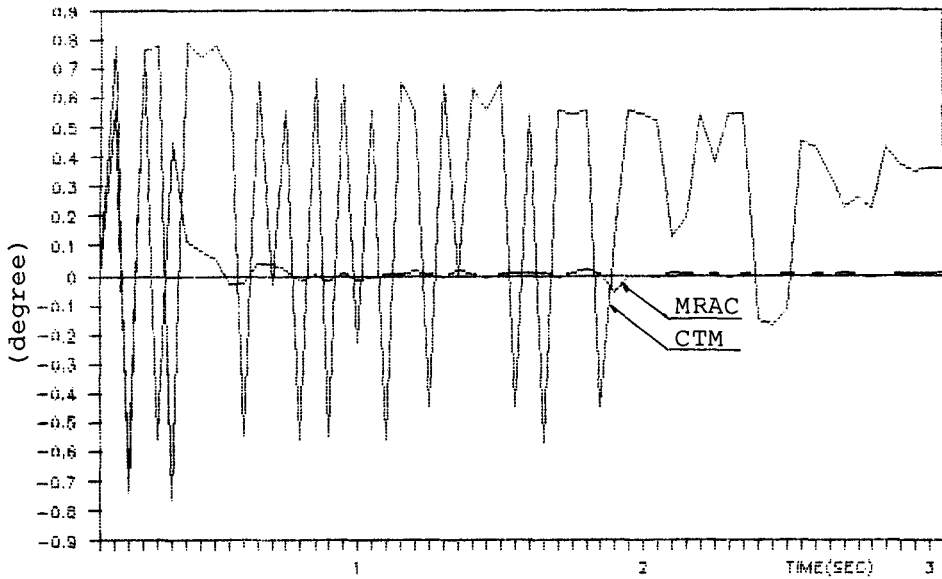
으므로 기존의 토크 계산법에 비하여 훨씬 좋은 추종상태를 보여 주고 있다. 그리고 Fig. 7은 부하를 1kg, 3.5kg, 5kg으로 변동시켰을 경우에 관절의 추종상태를 제안된 방식에 의하여 joint 2와 joint 5에 시험한 결과를 나타내고 있는데 각 관절은 부



(a) Tracking error of joint 1



(b) Tracking error of joint 3

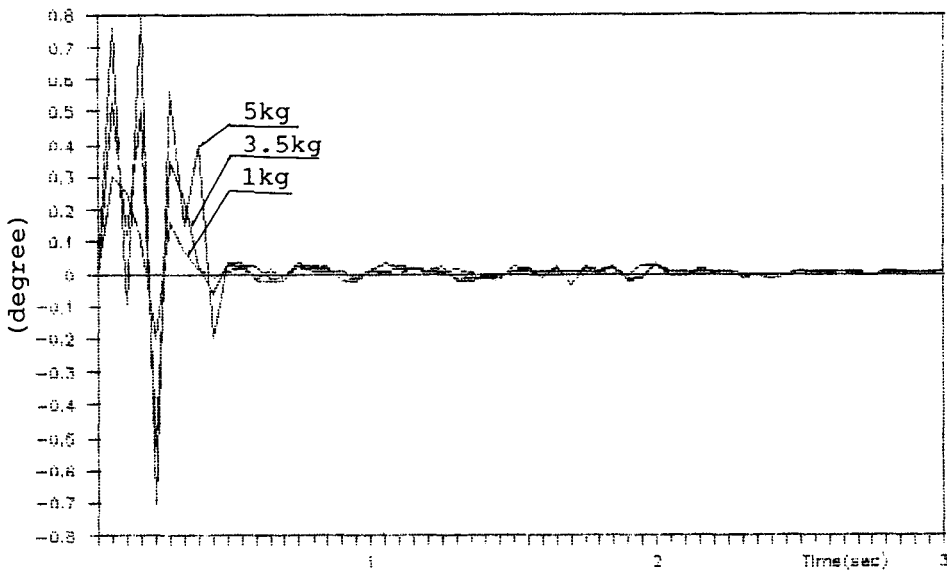


(c) Tracking error of joint 6

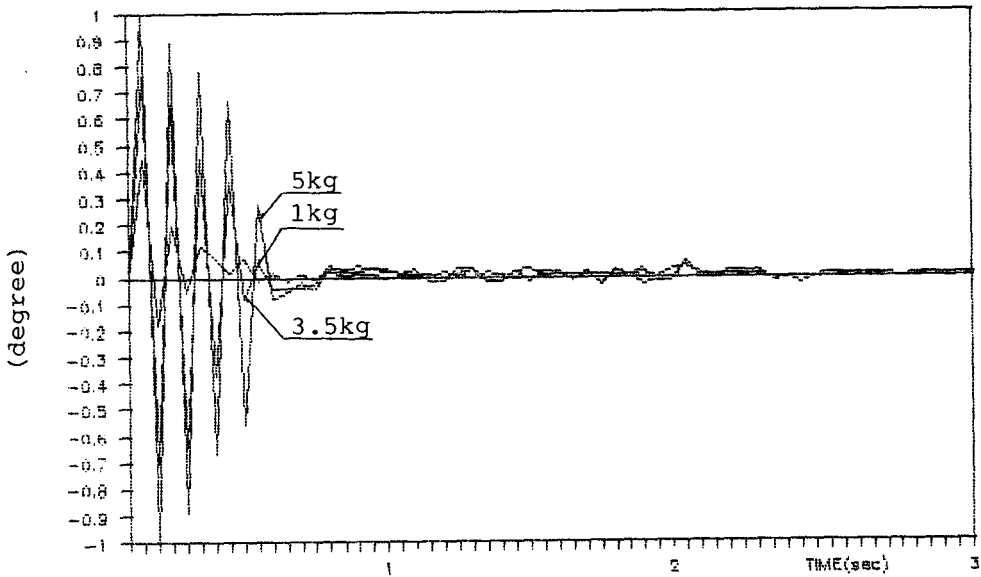
Fig. 6 Comparison of control performance of MRAC and computed torque control method for 3.5kg load

하의 변동에 대하여 둔감한 반응을 보이면서 아주 좋은 추종 상태를 보여주고 있다. 그리고 Fig. 8은 무부하상태의 추종 상태에서 1초후 1kg, 1.8초후에 2.5kg, 그리고 2.5초 후에 다시 1.5kg을 각각 순간적으로 첨가 시켰을 경우의 추종상태를 제안된

방식과 C.T.M의하여 관절 4에 대하여 시험한 결과를 나타내고 있는데, 순간적인 부하의 첨가 즉, 물리적인 외란 발생의 경우에 대하여 제안된 방식은 아주 신속하게 정상상태에 수렴하는 견실성을 보여 주므로서 C.T.M 방식에 비하여 훨씬 좋은 제어효



(a) Tracking error of joint 2



(b) Tracking error of joint 5

Fig. 7 Control performance of MRAC for load variations(1kg, 3.5kg,5kg)

과를 나타내었다.

그리고 속도의 제적은 가속, 등속, 감속으로 연결되는 사다리꼴 형태로 주어지는 기준 모델을 추종하도록 하였다. 임의의 속도에 대한 제어가능성을 확인하기 위하여 부하의 변동 및 외란의 변동에

대한 출력오차의 수렴속도 및 수렴여부를 검토 하였다. Fig. 9는 3.5kg의 부하상태에서의 속도추종 상태를 나타내고 있는데 제안된 방식은 3.5kg 부하상태에서 약 0.45초 이내의 신속한 속도로 수렴하는 안정성을 보여주었다. 그리고 Fig. 10은 무부

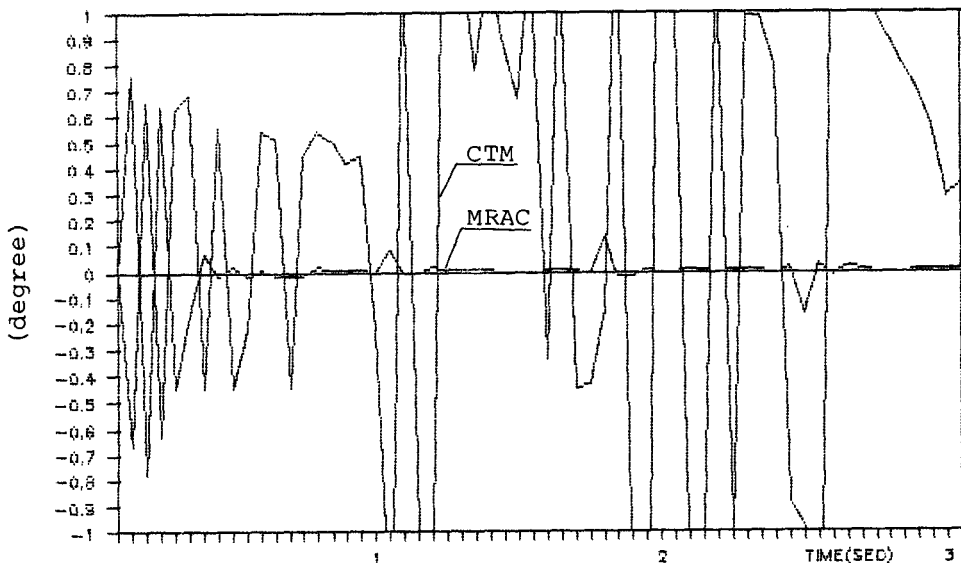


Fig. 8 Comparison of control performance of MRAC and C.T.M when instant load variation.

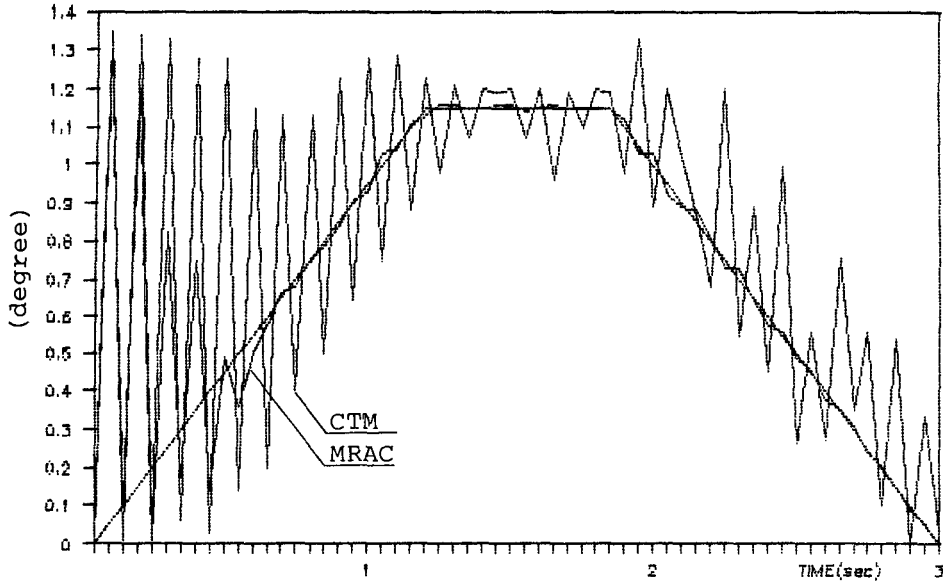


Fig. 9 Velocity tracking of end-effector for 3.5kg'load

하 상태에서 1초, 1.8초, 2.5초 후에 각각 1kg, 2.5kg 및 1.5kg의 부하를 순간적으로 첨가 시켰을 경우의 end-effector의 속도 추종상태를 나타내고 있는데, 제안된 방식은 순간적인 부하변동에 대하여 약 0.5초 이내의 아주 빠른 속도로 정상상태

로 수렴하므로써 부하의 변동이나 외란 발생의 경우에도 매우 둔감하게 반응하는 견실성을 보여 주므로써 기존의 C.T.M 방식에 비하여 훨씬 좋은 제어 성능을 보여 주고 있다. 그리고 Fig. 11은 3.5 kg 상태에서의 end-effector의 위치오차(position

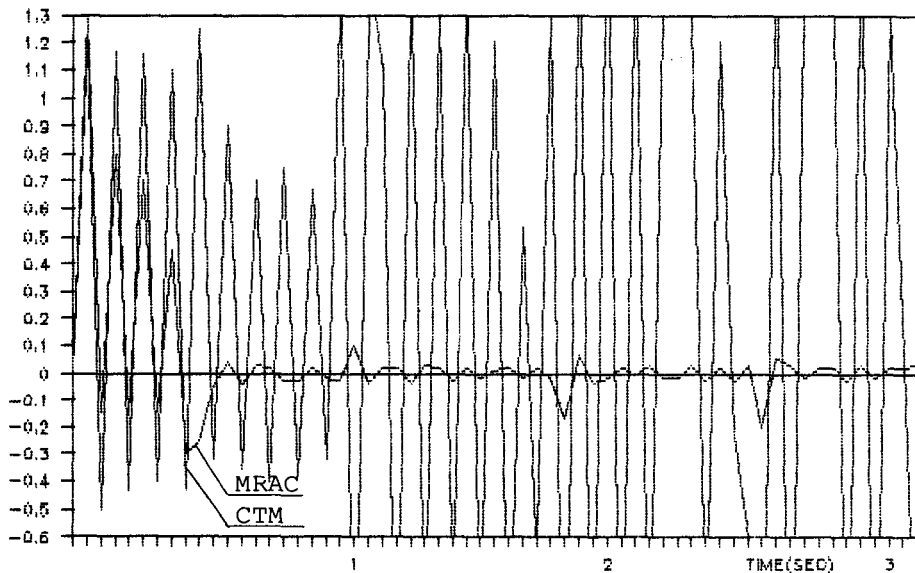


Fig. 10 Speed tracking error of end-effector when instant load variation

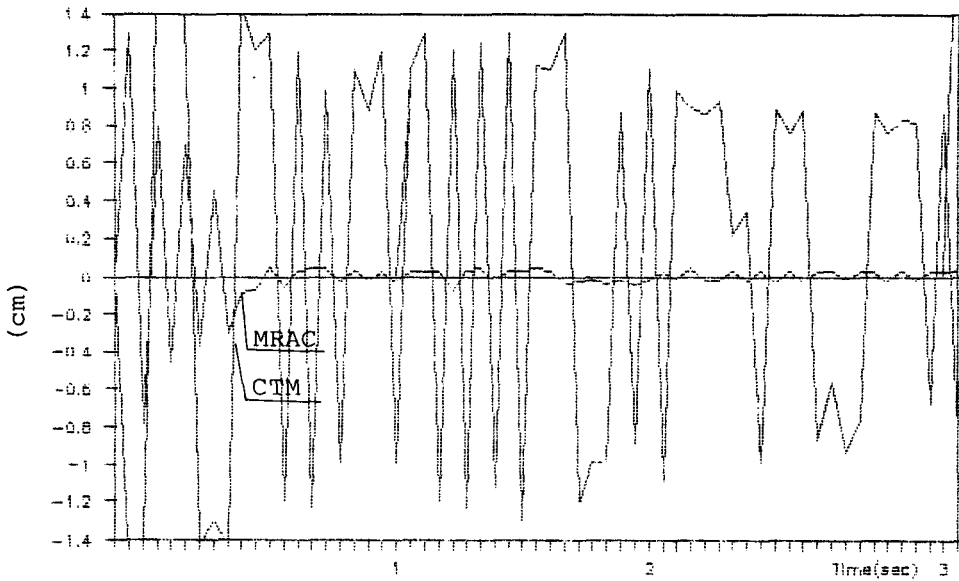


Fig. 11 Comparison of end-effector position error of MRAC and CTM for 3.5kg load

error) 나타내고 있는데 MRAC가 C.T.M에 비하여 훨씬 적은 오차를 나타내고 있다.

6. 결 론

일반적으로 적응제어 시스템의 설계에 있어서 적응제어기 및 기준모델은 실제의 플랜트에 대한 공칭모델(nominal model)을 근거로 설계되어지므로 실제의 플랜트와 공칭모델사이의 모델오차로 인하여, 모델링 되지않는 비모형화 동특성(unmodelled dynamics)이 항상 존재하게되고, 이로인해 제어시스템은 안정성을 상실하게된다.

그러므로 본 연구에서는 비모형화 동특성(unmodelled dynamics)이 존재하는 로봇 매니퓰레이터에 대한 건실한 제어를 위해 직접적응제어 방식에 의한 안정한 기준모델 적응제어 시스템을 구성하였다. 그리고 시스템의 안정성은 초안정(hyperstability)이론으로 해석하였고, 적응제어칙으로는 단위벡터형식의 적응제어칙을 사용하였다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과 본 연구에서 설계된 제어기에 의한 로봇 매니퓰레이터의 각 관절은 부하의 변동 및 예기치않은 순간적인 외란발생에 대하여 안정성을 잃지 않고 매우 좋은 궤적추종 상태를 보여 주었으며, 그리고 end-effector의 속도추종 시험에 있어서도 부하의 변동 및 외란 발생의 경우

에 대하여 수렴특성을 잃지 않고 안정한 궤적추종 상태를 보여 줌으로서 제안된 제어기의 건실성을 확인하였다.

또한 제어시스템의 설계에 있어서 직접 적응제어 방식은 구조적인 특성에 의한 완전모델추종조건이나 명확한 매개변수의 추정이 필요없으므로 플랜트의 매개변수의 추정을 위해 온라인 상태추정자(on-line state estimator)를 구성시켜야 하는 간접 적응제어방식에 비하여 비교적 간편하였다.

그리고 시뮬레이션을 통하여 제안된 제어기의 제어성능을 기존의 토오크계산법(C.T.M)과 비교하였는데 C.T.M에 비하여 훨씬 우수한 제어성능을 보여 주었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 KOSEF 86-0123(86.9~89.8)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Koivo, A.J. and Guo, T.H., 1983, "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators", IEEE Trans., AC-29, pp. 162~171.

- (2) Liu, M.H., Lin, W. and Huang, Y.F., 1986, "Pole Assignment Selftug Control of Robotic Manipulators", 16th ISIR, pp. 298~298.
- (3) Koust, R.L. and Friendlander, B., 1985, "Role Assignment Selftug Control-Conditions for Global Stability", IEEE Trans. on Automat.Contr., Vol. AC-30, pp. 610~623.
- (4) Balestring, A., Maria, G.De and Sciavico, L., 1983 "An Adaptive Modeling Following Control for Robotic Manipulators", Trans. of ASME. J. Dynamic System, Measurement, and Control, Vol. 105, pp. 143~151.
- (5) Iim, Kye-Young 1988, "Model Reference Adaptive Control for Linear System with Improved Convergence Rate-Parameter adaptation Method", Trans.KIEE, Vol. 37, No. 10, pp. 733~739.
- (6) 김성득, 양해원, 1987, "모형화 특성을 갖는 기준 모델적응제어 시스템의 견고성해석" 전기학회논문지, 제 37 권, 제 9 호.
- (7) Landau, Y.D., 1979, "Adaptive Control-the Model Reference Approach, Marcel Dekker, Inc.
- (8) Landau, I.D., 1969, "A Stability Criterion for Model Reference Adaptive Control Systems", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. AC-14, No. 5, pp. 552~555.
- (9) Choi, Y.K., Chung M.J. and Bien. Z., 1986, "An Adaptive Control Scheme for Robot Manipulators", INT. J. Control, Vol. 44, No. 4, pp. 1185~1191.
- (10) Cook, P.A., M.A., Chen., J.Z., 1982, "Robust Properties of Model FERENCE Adaptive Control Systems", IEE Proc. Vol. 129, Pt. D, No. 6.
- (11) 이상효, 양태규, 1988, "적응극점 배치 및 자기동조 제어방법에 의한 로보트 매니플레이터 제어", 전기학회 논문지, 제 37 권, 제 9 호.
- (12) Narendra, K.S. and Kudva, P., 1974, "Stable Adaptive Schemes for System Identification and Control-Part I, "IEEE Trans. on Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-4, pp. 542~551.
- (13) Narendra K.S. and Kudva, P. 1974, "Stable Adaptive Schemes for System Identification and Control-Part II", IEEE Trans. on Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-4, pp. 552~560.
- (14) Chen, B.S. Lin, CM. 1988, "Multipurpose Adaptive Control in Deterministic Multivariable Systems", IEE Proc. Vol. 135, Pt. D, No. 4.
- (15) Rohrs, C., 1982, "Adaptive Control in the Presence of Unmodelled Dynamics", Ph.D Thesis, MIT, LIDS Report TH-1254.
- (16) Dubowsky, S. and Desforges, T., 1979, "The Application of Model Reference Adaptive Control to Robotic Manipulators", Trans. of ASME. J. Dynamic System, Measurement, and Control, Vol. 101, pp. 243~253.
- (17) Narendra, K.S. and Valavani, L.S., 1979, "Direct and Indirect Model Reference Adaptive Control", Automatica, Vol. 15, pp. 653~664.
- (18) Monopoli, R.V., 1974, "Model Reference Adaptive Control with an Augumented Error Signal", IEE Trans. on Automatic Control, Vol. 19, pp. 474~484.
- (19) Narandra, K.S. and Valavani, L., 1978, "Stable Adaptive Controller Design-Direct Control", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-23, pp. 570~583.
- (20) Richard P.Paul, Robot Manipulators : Mathematics, programming, and Control, MIT Press, 1981.
- (21) Astrom, K.J. and Whitaker, B., 1980, "Self-Tuning Controllers Based on Pole-Zero Placement", Proce. IEE. Vol. 127, Pt. D., No. 3, pp. 120~130.