有限要素法과 農工學에의 活用(I)

李 宰 泳
(全北大學校 農科大學 農工學科)

有限要素法(finite element method)은 "컴퓨터가 낳은 위대한 産物" 중의 하나임에 틀림없다. 유한요소법에 의해서 構造力學 流體力學 등을 위시한 많은 분야에서 劃期的인 發展이 이루어졌으며, 이로인해서 우리의 생활이 直接 또는 間接的으로 적지않은 影響을 받고 있다. 컴퓨터 하드웨어나 소프트웨어의 廣告文案中에 흔히 有限要素法을 내세우고, 有限要素法의 實行速度가 슈퍼컴퓨터의 機種을 選定하는 基準으로 利用되는 例를 봐도 이 方法이 얼마나 중요한 位置를 차지하고 있는지 알 있다. 요즈음 尖端技術 또는 high technology라는 말이 즐겨 쓰이고, 많은 學術分野가 스스로 尖端科學技術임을 자처하고 있는데, 有限要素法이야말로 最高度의 컴퓨터 應用技術을 대표하는 尖端技術이다.

農工學은 有限要素法을 多樣한 用途로 活用할 수 있는 分野이다. 그러나 有限要素法이라는 用語가 우리나라의 農工學分野에서 처음으로 紹介된 것이 불과 10여년 밖에 되지 않았으며, 이 方法의 效用性과 必要性은 아직도 잘 認識되어 있지 않고, 특히 그 活用은 극히 微微한 實情이다. 이는 우리 農工學에서 이루어지고 있는 學術的 硏究나 現業의 技術이 새로운 發展의 흐름에 適應하지 못하고 있음을 端的으로 나타내는 것이라고 본다. 農工學의 發展을 위해서는 有限要素法과 같은 새로운 技術을 學術的인 견지에서는 能動的으로 受容하고, 實務的인 次元에서는 활발히 활용할 수 있는 바탕이 마련되어야 할 것이다.

이 講座는 有限要素法의 의미, 理論的인 背景과 有限要素法의 實際的인 活用例 및 이를 위한 소프트웨어들을 소개하고, 이 方法이 農工學에서 차지해야할 位置를 살펴봄으로서 有限要素法을 새로이 認識하는데 도움을 주고자 한다.

1. 有限要素法의 槪要

가. 有限要素法의 意味

수많은 自然現象을 方程式의 形態로 表現할 수 있다. 그러나 大部分의 경우에는 現象이 매우 複雜하여 이를 單純化하거나 또는 理想化하지 않으면 方程式을 풀수가 없다. 現象의 單純化 및 理想化를 最少化할수록 正確한 結果를 얻게 된다. 이러한 最少化는 數値解析的인 方法에 의해서 可能해진다. 數値解析的인 方法이란 方程式을 모두 代數的인 關係式으로 바꾸어서 풀어내는 一連의 方法들을 意味한다. 여기에서 代數的인 關係式의 演算規則은 單純하면서도 尨大한 計算을 필요로 하는데, 이는 컴퓨터에 의하면 쉽게 解決된다. 일반적으로 數値解析的인 方法은 컴퓨터의 利用을 前提로 해야만 實用性이 있다.

有限要素法은 數値解析的인 方法 중에서 가장 高度化된 方法이라고 할 수 있다. 有限要素法을 適用할 수 있는 範圍는 境界値問題의 偏微分 方程式인데, 여기에는 나중에 列擧한 여러가지의 自然現象이 포함된다.

有限要素法의 正義는 "連續體를 有限한 個數의 要素로 분할하여, 要素 個個의 擧動을 有限한 媒介變數에 의해 表現하고, 結合된 要素의

擧動과 連續體 全體의 擧動을 등치시킴으로써 連續體 問題의 近似解를 구하는 方法"이다. 좀 더 쉽게 表現하자면 주어진 領域 全體의 複雜한 擧動을 單純化된 여러개 要素의 擧動으로 대체하여 解析하는 方法이다. 有限要素法에 의해서 구한 解는 近似解이지만, 요소를 세밀하게 分割하면 할수록 誤差가 점차 減少하여, 理論上 要素를 무한히 잘게 분할하면 정확한 값에 收斂하게 된다. 有限要素法에서는 이와 같은 收斂性이 嚴密한 數學的 理論에 根據하여 保障된다.

나. 有限要素法과 有限差分法

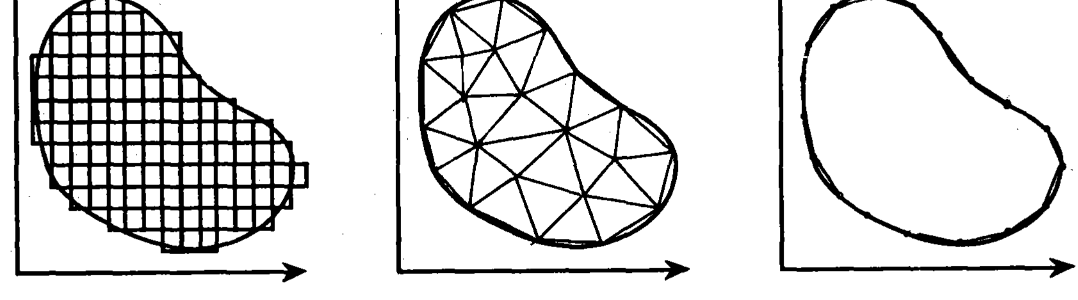
흔히 有限要素法과 有限差分法(finite difference method)을 混同한다. 그러나 이 두 方法은 모두 數値解析的인 方法이며, 名稱이 비슷하다는 점을 除外하고는 아주 相異하다.

有限差分法은 支配方程式에서부터 직접 有限差分式(finite difference equation)을 誘導하는데 반해서 有限要素法은 支配方程式에 對應되는 에너지原理나 變分原理 등을 통해서 方程式을 세운다는 점이 根本的으로 다르다. 그림. 1과 같이 有限差分法은 格子點과 格子點사이의 關係에 바탕을 둔 소위 pointwise approximation에 의한 반면에 有限要素法은 小領域, 즉 요소내의 補間函數로부터 出發하는 piecewise approximation에 의한 方法이다.

有限差分法의 長點은 간편하고 쉽다는 점이다. 프로그래밍을 할 수 있는 사람이라면 누구나 쉽게 구사할 수 있는 방법이다. 그러나 有限差分法에 의하면 普遍性있는 演算規則을 세우는데는 制限이 있다는 것이 致命的인 短點이다. 따라서 특정한 形狀이나 境界條件등을 前提로하여 그때 그때 경우에 따라서 프로그램을 作成하는 것이 一般的이며 有限差分法에 의한 汎用프로그램은 存在하지 않는다. 한편 有限要素法의 公式化(formulation)는 극히 어려운 問題이고, 旣存의 公式化에 依據한 프로그래밍도 또한 高度의 技術을 요한다. 그러나 有限要素法은 有限差分法과 달리 普遍性있는 演算規則에 의한 프로그램밍이 可能하므로, 여러개의 범용 프로그램이 開發되어 普及되고 있다. 이러한 旣存프로그램을 利用한다면, 有限要素法에 대한 基礎知識이 없는 사람이라도 쉽게 이 方法는 活用할 수 있다는 것이 有限要素法의 長點이다. 또한 解析할 수 있는 問題의 範圍도 有限差分法보다 더 넓다.

다. 有限要素法과 境界要素法

境界要素法(boundary integral equation method, boundary element method)은 가장 近年에 開發되어 脚光을 받고 있는 偏微分方程式의 數値解法이다. 境界要素法은 有限要素法과는 달리 解析領域의 境界를 따라서 要素를 分割하고 節點도 境界 위에만 配置한다. 따라서 境界要素法에 의하면 問題의 次元이 줄어드는



(가) 有限次分法　　(나) 有限要素法　　(다) 境界要素法

그림. 1. 偏微分方程式의 數値解析的인 解法.

것이 가장 큰 이점이다. 즉 有限要素法의 境遇에 2次元的으로 解析해야할 問題가 境界要素法으로는 1次元的으로 처리되며 3次元의 問題는 2次元의 問題로 縮小된다. 그러나 境界要素法의 適用範圍는 주로 抛物線 偏微分 方程式(parabolic partial differential equation)으로 制限되어 있다. 또한 境界선상이 아닌 領域 内部의 情報를 얻기 위해서는 別途의 計算이 必要하다는 短點을 지니고 있다. 境界要素法은 問題의 類型에 따라 有限要素法보다 有利하지만, 一般的으로 融通性이 적고, 公式化가 複雜하므로 有限要素法을 代替할 수 있는 方法은 못된다.

라. 有限要素法의 發達

"Finite element method"라는 用語는 1960년 Clough가 그의 論文에서 처음으로 使用하였지만, 有限要素法의 概念을 이미 그 以前부터 發達되어 왔으며, 누가 이 概念은 처음으로 세웠는지는 不分明하다. 또 어느 分野에서 시작되었다고 단정적으로 말하기도 어렵다. 一般的으로 알려진바에 의하면 다른 세 分野, 즉 工學, 數學 및 物理學分野에서 각기 다른 目的을 위해 獨立的으로 有限要素의 概念을 確立하였다고 한다. 工學에서는 構造力學 특히 彈性體의 應力解析을 위해서, 數學에서는 境界値問題의 偏微分方程式의 解析方法으로서 物理學에서는 靜電氣및 磁氣解析, 重力水 흐름등 場의 問題(field problem)를 풀기위한 手段으로서 有限要素法이라는 概念을 利用하기 시작하였다. 各分野에서 目的이 다른 만큼 그 接近方法도 判異하게 달랐다. 構造力學에서는 直觀的으로 構造物의 有限한 部分과 有限要素사이의 實際的인 相似性에 근거한 반면에 수학에서는 變分原理(variational principle)에 根據하여 停留値(stationary value)를 구하는 技法을 利用하였다. 有限要素法이 發達됨에 따라서 이러한 接近方法들이 相互補完되고 또 結合되었으며, 지금은 "數學的으로 表現된 連續體의 문제를 小領域으로 分割하여 解析하는 普遍性있는 方法"으로 體系化되어가고 있다.

構造力學의 側面에서 볼 때 有限要素法의 母體는 行列構造解析法이라고 할 수 있는데, 1920년대초에 骨組形構造物의 平衡方程式을 行列로 세워서 푸는 方法이 考案되었지만 計算상의 어려움으로 인하여 實用化 되지 못하다가 1950년대에 컴퓨터가 登場한 이후로 急速度로 發展하여 오늘날의 行列解法이 이루어졌으며, 다른 한편으로는 이 方法을 플레이트나 쉘과 같은 連續體의 解析의 適用하게된데서 有限要素法이 緣由하게 되었다.

平面變形이나 平面應力과 같은 2次元的인 문제를 有限要素法으로 解析하게된 것은 1956년경이며, 1960년대 초에는 平便한 플레이트를 解析하였고, 3次元的인 構造物을 解析하게 된 것은 1960년대 중반이후이다. 이미 1960년대 초부터 彈塑性解析이 試圖되었으며, 1968년경에는 粘彈性問題가 다루어졌다. 1965년에는 動的解析을 위한 一致質量行列(consistent mass matrix)이 개발되었다.

1963년 Melosh가 變分原理에 의한 有限要素法을 정립함으로써 構造力學이외의 문제에 適用할 수 있도록 一般化 되었으며, 1965년 Zienkiewicz 등은 地下水흐름, 熱傳達등에 適用하였다. 1970년에는 Zienkiewicz 등이 加重殘差法(weighted residual method)을 利用하므로써 有限要素法을 transient field問題에 適用할 수 있도록 發展시켰으며, 1977년에는 이를 磁場의 問題에 適用한 바 있다. 1980년대초에는 이제까지의 確定論的 解析方法에 對應하여 確率의 概念을 導入한 確率有限要素法이 試圖된 바 있으나, 老大한 計算量과 記憶容量등의 難點으로 인하여 實效를 거두지 못하였다. 그러나 最近에 이에 관한 硏究가 supercomputer에 힘을 입어 다시 活潑히 進行되고 있다.

NASTRAN, SAP과 같은 汎用有限要素解析 소프트웨어가 開發되기 始作한 것은 1970년대에 들어와서부터이다. ANSYS, ABAQUS 등의 商業的인 프로그램이 普及된 것은 1970년대 後半이며, 1980년대에 들어와서는 GIFTS, PATRAN 등과 같이 computer graphics를 利用하여 입력데이터를 發生시키는 preprocessing과 解析結果를 分析하는 postprocessing을 위한 소프

트웨어가 本格的으로 開發되기 시작하였다. 最近에는 personal computer용의 프로그램이 開發되어 普及되고 있다.

마. 有限要素法의 學制上 位置

有限要素法은 단순한 method가 아니며, 여러 分野의 知識과 技術이 集約된 종합적인 技術體系이고, 그 自體가 하나의 學問領域을 이루고 있다. 그 領域은 어디에 위치하는가? 一般的인 圖書分類에 따르다면 電算學에 속하거나 또는 가장 가까운 듯하다. 事實上 最近에 開發되는 有限要素解析 소프트웨어는 computer graphics, solid modelling, computer aided design 등 電算學의 몇몇 分野와도 密接한 連關性이 있다. 그러나 電算學에서 有限要素法의 理論이 다루어지는 것은 아니다. 有限要素法의 理論的인 基礎를 이루고 있는 것은 數學이며, 이와 關聯된 內容은 應用數學의 한 課題로서 深度있게 研究되어 왔다. 한편 이 方法을 어디에 適用하느냐에 따라서 그와 관련된 專門知識이 필요하다. 그러므로 有限要素法의 理論的인 研究에 있어서 核心을 이루고 있는 要素의 開發은 해당 專門分野에서 이루어질 수 밖에 없다. 結論的으로 말하면 有限要素法은 여러 學問間에 걸쳐 있어서 汎學問的인 性格이 강하며 어떤特定 學問分野에 소속되었다고 볼 수는 없다는 것이다.

有限要素法의 發達過程을 살펴보면 이 方法을 實際로 많이 活用하는 分野에서 活潑히 研究, 開發해왔음을 알 수 있다. 初期에는 有限要素法이 주로 構造物의 解析에 活用되었으며, 이의 研究 또한 土木工學 또는 構造工學分野에서 主導되었다. 그후 이 方法이 航空機胴體의 構造解析과 空氣力學에 利用됨에 따라서 航空工學分野에서 活潑히 研究되기 始作하였으며 機械工學分野에서도 機械部品의 力學的인 解析, 有體解析, 熱傳達解析 등과 연관해서 많은 研究가 이루어졌다. 最近에는 이 方法이 原子力發展所施設의 設計와 安全診斷에 利用됨에 따라 核工學分野에서까지 다루어지고 있는 主題가 되었다.

바. 有限要素法의 活用分野

現在 有限要素法으로 解決할 수 있는 問題는 크게 構造力學, 流體力學 및 場의 問題 등으로 區分되며 具體的인 活用例를 들면 아래와 같다.

構造力學：應力解析, 構造安定解析, 分裂力學, 構造振動解析
地盤力學：土質力學, 岩析力學 등
流體力學：重力水의 흐름, 不定流解析, 波動解析, 空氣動力學, 浸潤線解析
潤滑問題：流體潤滑, 개스潤滑解析
音 響 學：音波解析
熱 傳 達：熱의 傳導, 輻射및 對流의 解析
擴散問題
水 文 學：流出解析
電氣磁氣學：靜電氣解析, 磁場解析, 電氣傳導解析

위에 列擧한 것은 有限要素法 活用例의 一部分에 不過하다. 이밖의 많은 問題에 이 方法이 適用되고 있고, 또 새로운 問題에 適用할 수 있도록 有限要素法을 開發하려는 努力은 끊임없이 繼續되고 있다. 有限要素法이 많이 活用되는 分野는 土木工學, 機械工學, 航空工學 등이며, 應用數學, 物理學, 電氣工學 등에서도 적지 않게 利用되고 있다. 최근에 와서는 生體力學分野에서 生體의 力學的 擧動解析과 構成關係규명을 위해 有限要素法을 많이 活用하고 있고, 醫療工學分野에서 人體의 擧動解析과 인공심장, 의수, 의족 등의 力學的解析을 위해서 有限要素法을 利用하고 있음은 特記할 만하다.

사. 農工學과 有限要素法

이미 언급했듯이 農工學에서 有限要素法의 活用可能性은 매우 높다. 水利施設物의 構造解析 및 安全診斷, 댐의 安全度分析, 浸潤線 解析, 壓密解析, 地盤補強 解析등에 有限要素法을 適用할 수 있음은 이미 잘 알려진 바와 같다. 지금까지 在來的인 方法에 依存해온 排水閘門의 通水能檢討, 防潮堤의 최종 물막이 유속계산을 有限要素法으로 處理한다면 보다 正確하고 事實的인 結果를 얻을 수 있을 것이다. 流出解析에

有限要素法을 適用한 例는 文獻에서 찾아 볼 수 있는데, 아직 原始的인 段階를 벗어나지 못하고 있으나, 앞으로 이를 改善하여 좀더 세련된 有限要素模型으로 發展시킨다면, 革新的인 流出解析方法으로 정립될 가능성도 있다. 그외에 除鹽分析, 河口 淡水湖의 鹽分移動分析 등도 有限要素法을 利用할 수 있는 좋은 예인데, 이를 위한 有限要素의 開發은 農工學에서 解決해야 할 課題이다. 한편 農産物貯藏 및 加工과 연관해서, 熱傳達, 物質傳達, 개스擴散問題 등은 有限要素法에 의하면 보다 效率的으로 正確하게 解析할 수 있을 것이다. 앞으로 生物工學(biological engineering)과 같이 새로운 分野를 農工學으로 끌어들이고 또 開拓하는데 有限要素法의 活用이 重要한 役割을 하리라고 期待된다.

〈다음호 계속〉