

통계적 파괴 확률에 의한 Sin/Hip 질화규소의 신뢰도 분석

유영혁* · 이준근 · 이재석**

한국과학기술원 내화재료연구실

*쌍용중앙연구소 정밀요업연구실

**한국과학기술원 시스템공학센터

(1988년 10월 26일 접수)

Reliability Analysis of Statistical Failure Probability in Sin/Hip Si_3N_4

Young-Hyuk You*, Junn-Gunn Lee and Jae-Seok Lee**

Dep. of Refr. Mat. Lab., KAIST

*Dep. of Fine Cera. Lab., SSang-Yong Res. Center

**Systems Engineering Research Inst., KAIST

(Received October 26, 1988)

요 약

Sin/hip 질화규소의 일축과 이축 파괴강도에 대한 파괴확률을 구하기 위하여 4점 적임강도 실험과 concentric ring 실험을 실시하였다.

또한, 이들 시편의 파괴확률은 와이불 PIA 모델, Batdorf 모델을 전산화시킨 신뢰도 프로그램인 KARA(Kaist Reliability Analysis)에 의해서 예측되었다. 이때 원판의 응력은 UAI/NASTRAN 프로그램에 의해 유한 요소법으로 해석되었다. 신뢰도 프로그램에 의해 예측된 파괴확률과 실제 실험결과에서 얻어진 파괴확률을 비교한 결과 $P_f \geq 0.3$ 인 고파괴강도 영역에서는 와이불 PIA 모델이 동이축 응력장내에 있는 원판의 파괴를 가장 적절히 예측하였다. 그러나 $P_f \leq 0.3$ 인 저파괴강도 영역에서는 신뢰도 프로그램에 포함된 6개의 모델중 어느 것도 실험결과를 적절히 예측하지 못했다.

ABSTRACT

MOR test and concentric ring test were performed to evaluate the failure probability of sin/hip Si_3N_4 under uniaxial and biaxial stress state, respectively.

Their failure probabilities were analyzed with KARA program based on Weibull PIA model and Batdorf model with 5 criteria, and they were compared with experiments. PIA model is in best accordance with experiments in higher fracture strength regions, especially for $P_f \geq 0.3$. But in lower fracture strength region, none of the models predicts the failure probabilities appropriately.

1. 서 론

일반적으로 세라믹 소재는 취성파괴특성을 가지고 있어서 파괴강도값의 산포가 매우 크기때문에 통계적 방법을 이용하여 이를 처리한다. 와이불(Weibull)¹⁾은 처음으로 "Weakest link theory"를 도입하여 일축응력장내에 있는 취성재료의 파괴확률을 예측하였다.

$$P_f = 1 - \exp \left[- \int_V \left[\frac{\sigma_f - \sigma_u}{\sigma_0} \right]^m dV \right] \dots\dots\dots (1)$$

σ_f = 파괴확률, σ_f = 파괴강도, V = 시편체적
 σ_u, σ_0, m : 재료상수

여기서 와이불 계수, m 은 시편속에 있는 결함들의 균질성정도를 나타내며 재료의 파괴강도에 대한 신뢰성의 크고 작음등을 나타낸다.

Freudenthal²⁾은 다축응력장에는 취성재료의 파괴는 주응력 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 에 의해 각각 독립적으로 유도된다고 가정하여 PIA 모델(Principle Independent Action)을 제안하였다.

$$P_f = 1 - \exp \left[- \int_V \left[\left[\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right]^m + \left[\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right]^m + \left[\frac{\sigma_3}{\sigma_0} \right]^m \right] dV \right] \dots\dots\dots (2)$$

그러나 PIA 모델은 파괴를 유도하는 또 다른 요소인 압축응력, 전단응력, 주응력간의 결합으로 나타날 수 있는 극부응력의 영향을 전혀 고려하지 않았다. 그후 세라믹 소재의 통계적 파괴현상을 파괴역학을 이용하여 설명하려는 많은 시도가 이루어졌다.

Batdorf and Crose³⁾는 재료내에 있는 파괴결함의 정도와 방향성을 고려하여 다축응력장내에 있는 재료의 파괴강도를 예측하였다.

$$P_f = 1 - \exp \left[- \int_V dV \int_0^{\frac{\Omega}{4\pi}} \frac{dN(\sigma_{cr})}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right] \dots\dots\dots (3)$$

Ω = solid angle of crack
 σ_{cr} = 크랙의 파괴임계응력
 $N(\sigma_{cr})$ = 크랙 밀도함수

이때 재료의 파괴가 전단응력에 무관하게 크랙의 수직응력에 의해서만 유도된다면(Normal Stress Criterion) 파괴조건은 다음과 같다.

$$\sigma_e = \sigma_{cr} = \sigma_n(\text{NSC}) \dots\dots\dots (4)$$

σ_e = effective stress, σ_n = 크랙의 수직응력

Batdorf and Heimisch⁴⁾는 전단응력을 고려하여 Griffith Crack(GC)과 penny shape crack(PSC)에 대한 파괴조건으로 maximum tensile stress criterion(MTSC)과 critical coplanar strain energy release rate criterion(SERRC)을 각각 사용하여 통계적 파괴이론을 확장했다.

다음은 전단응력에 민감한 순서대로 파괴조건을 나열한 것이다.

$$\sigma_e = 0.5 \{ \sigma_n + (\sigma_n^2 + \tau^2)^{1/2} \} \text{ (MTSC, GC)} \dots\dots (5)$$

$$\sigma_e = 0.5 \{ \sigma_n + (\sigma_n^2 + \tau^2 / (1 - 0.5 \nu)^2)^{1/2} \} \text{ (MTSC, PSC)} \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_e = \{ \sigma_n^2 + \tau^2 \}^{1/2} \text{ (SERRC, GC)} \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma_e = \{ \sigma_n^2 + \tau^2 / (1 - 0.5 \nu)^2 \}^{1/2} \text{ (SERRC, PSC)} \dots\dots\dots (8)$$

τ = 전단응력, ν = 포아송 비

Gyekenyesi⁵⁾등은 위의 조건을 응용하여 세라믹 소재의 신뢰도 프로그램인 SCARE 프로그램을 개발하였다. 그러나 현재까지 위의 이론을 뒷받침해주는 충분한 실험적 Data가 발표되지 않았다. 특히 현재 기계구조 재료로 크게 각광을 받고 있는 질화규소등에 대한 신뢰도 평가 실험은 몇가지 보고를^{6,7)} 제외하곤 거의 없는 실정이다.

본 연구에서는 sin/hip 질화규소를 사용하여 Batdorf의 5가지 파괴조건과 PIA 모델을 따르는 통계적 파괴이론의 타당성을 검토하였다. 이때 4점 꺾임강도 실험은 재료의 존 상수인 m, σ_0 을 구하기 위해 실시되었고 concentric ring 실험은 위의 모델을 따라 예측된 파괴확률과 비교하기 위해 실시되었다.

2. 실험

2. 1 시편준비

본 연구에서는 6w/o Y_2O_3 와 2w/o Al_2O_3 을 소결조제로 사용한 sin/hip 질화규소를 시편소재로 사용하였다. 이 질화규소의 특성과 미세구조는 Table 1, Fig.1에 각각 나타내었다.

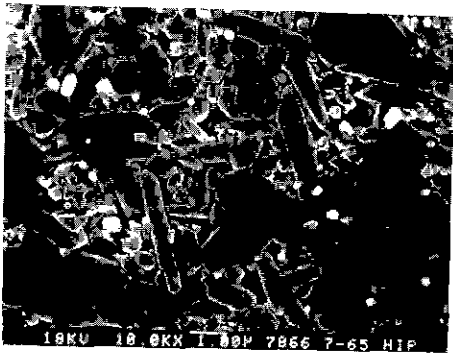


Fig.1. SEM of etched surface(×10,000).

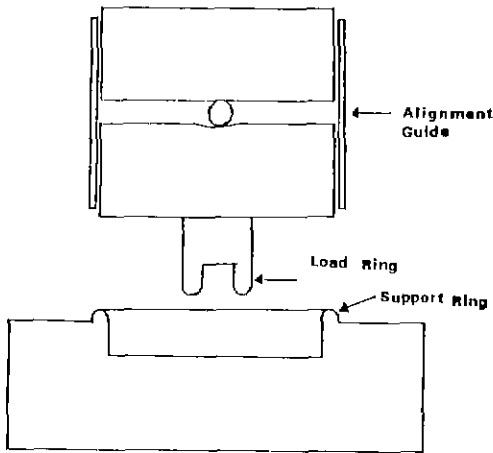


Fig.2. Schematic diagram of concentric ring test set up.

2. 2 시편제조 및 실험방법

격임강도 실험과 concentric ring 실험에는 50×4×3 mm의 막대형 시편과 ϕ 46.8×2 mm의 원판시편을 각각 사용하였다. 시편의 표면은 400, 800, 1200 grit 다이아몬드 휠을 사용하여 표면 거칠기(R_{max})가 0.5~0.6 μm이 되도록 하였다. 막대형시편의 모서리는 다이아몬드 분말을 이용하여 부드럽게 연마하였으며 원판 시편의 경우는 연마하지 않았다. 마지막으로 기계연마시 생기는 잔류응력을 제거하기 위해 1200°C, N₂분위기에서 30분간 열처리하였다.

4점 적임강도 실험과 concentric ring 실험에서 시편상하의 하중점간의 거리는 각각 20×40 mm 및 ϕ 20×ϕ 40 mm였다. Concentric ring 실험시 원판 중심부위에 발달하는

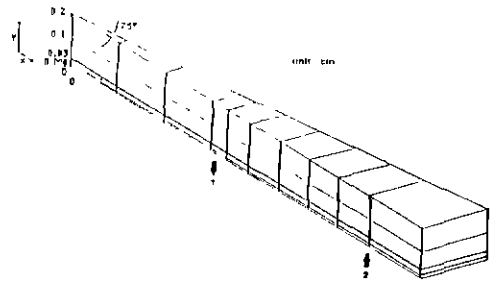


Fig.3. Element mesh of a part of the disk specimen (7.5°sector). (↑, ↓ indicate the loading and supporting positions)

동이축 최대인장응력은 다음과 같다.⁹⁾

$$\sigma_{max} = \frac{3P}{2\pi h^2} \left[(1-\nu) \frac{a^2-r^2}{2b^2} + (1+\nu) \ln \frac{a}{r} \right] \dots\dots\dots (9)$$

P=외부하중, h=시편두께, b=시편직경, a=지지환직경, r=하중환직경

각 파괴강도 실험은 인스트론 UTM(Model 1127)을 사용하여 cross head speed가 0.5 mm/min인 조건에서 4점 적임강도 실험은 35회 이축응력파괴 실험은 33회 실시하였다.

이때 실험적으로 얻어지는 시편의 파괴확률은 다음과 같다.¹⁰⁾

$$P_f = \frac{n}{N+1} \dots\dots\dots (10)$$

여기서 n은 시편강도를 작은 것부터 크기순으로 나열했을 때 시편의 나열번호이며 N은 실험한 시편의 총 수이다.

Table 1. Sin/Hip Si₃N₄의 특성*

Property	Value
Density	3.25 g/cm ³ (~99%TD)
Young's modulus	3.11×10 ⁶ Kg/cm ²
Poisson's ratio	0.28
MOR (4-P)	5960 Kgf/cm ²
K _{IC} (Vicker's ind.)	5 MN/m ^{3/2}
Crystal Phase	β-Si ₃ N ₄

*쌍용중앙연구소 제작

3. 응력해석

원판의 응력은 UAI/NASTRAN 프로그램을 이용하여 유한요소법(FEM)으로 해석하였다.¹¹⁾ 이때 원판의 대칭성을 이용하여 7.5° 부위만을 응력해석했다. Fig.3은 응력해석에 이용된 원판의 일부를 나타낸 것이다. 위의 방법으로 해석된 응력의 적합성을 확인하기 위해 (9)식에서 계산된 응력과 비교했으며, 이때 0.16% 정도의 근소한 차이만이 있음을 확인했다.

4. 결과 및 고찰

일축과 이축의 파괴강도 실험결과를 Table 2에 나타내었다. 4점 적임강도 시편에서 파괴결함이 내부결함(Volume type flaw)이라면 시편의 파괴확률은 와이블 모델을 따라 다음과 같이 구해진다.¹²⁾

$$P_f = 1 - \exp\left[-\frac{m+2}{4(m+1)^2} \left[\frac{\sigma_f}{\sigma_0}\right]^m V\right] \dots\dots (10)$$

m, σ_0 값은 위 식으로부터 least square method을 이용하여 구했다. (10)식을 따라 예측된 파괴확률과 실험적으로 예측된 파괴확률을 Fig.4에 나타내었다.

Fig.4로부터 일축 적임응력 상태에서는 내부결함을 가정한 와이블 모델이 실험치와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. Fig.5는 concentric ring 실험에서 나타난 파괴원점들의 위치를 나타낸 것이다.

일반적으로 세라믹 소재에서는 일축응력파괴강도와 비교하여 이축응력파괴강도의 강화현상(biaxial strengthening)과 이축응력파괴강도의 약화현상(biaxial weakening)이 동시에 나타낸다고 보고되고 있다. 본 연구에서는 28%정도의 이축응력파괴강도 약화현상이 일어났다. 이와 같은 이축응력파괴강도 약화현상은 위의 통계적 방법으로

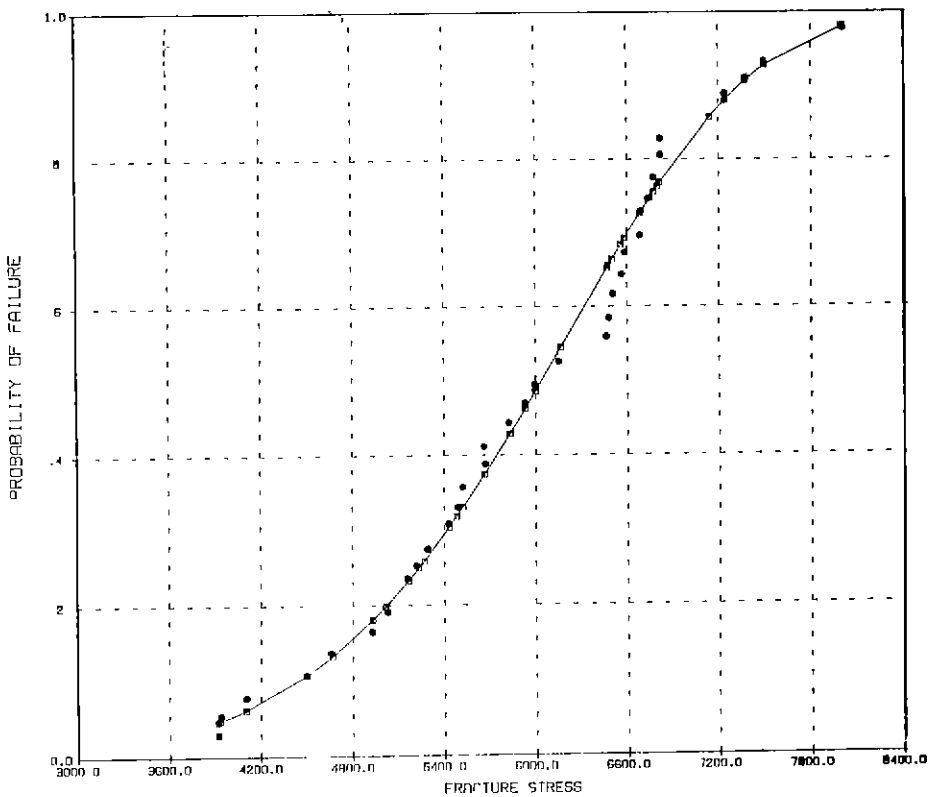


Fig.4. Comparison of the failure probabilities between Weibull model and experiments(●) in uniaxial bending stress.

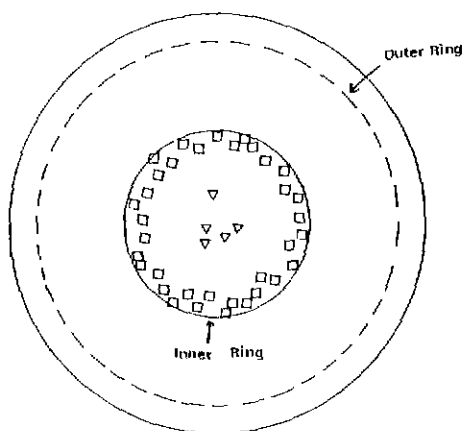


Fig. 5. Fracture origins of disks. (Δ : ISR, □ : NSR)

해석될 수 있다.

즉 이축응력장에서는 일축응력장에서보다 파괴결합이 진행할 수 있는 여건(크랙의 방향성)이 확률적으로 더 많

Table 2. Summary of Test Data

Stress state	Average Strength (Kg/cm ²)	Fracture pieces (EA)*	Fracture origin (EA)*	Fracture path (EA)*
Uniaxial (4-P)	5966 (3917-8000)	2(8) 3(19) >3(8)	Surf. (3) Ns. (20) Int. (2) ? (10)	
Equibiaxial (disk)	4304 (1833-6094)	≤ 10(6) 11-15(27)	ISR(5) NSR(28)	Rad(3) ASRR(30)

Surf. = surface, NS. = near to surface, Int. = internal, ? = undiscernable

ISR = inner of small ring, NSR = near to small ring, Rad = radial

ASRR = according to small ring and radial (EA)* = the number of specimens

이 존재한다. 따라서 일축응력장에서는 파괴를 일으키지 못했던 파괴결합이 이축응력장내에서는 쉽게 파괴를 유도할 수 있다. 원판의 파괴는 Batdorf의 5 가지 조건과 PIA

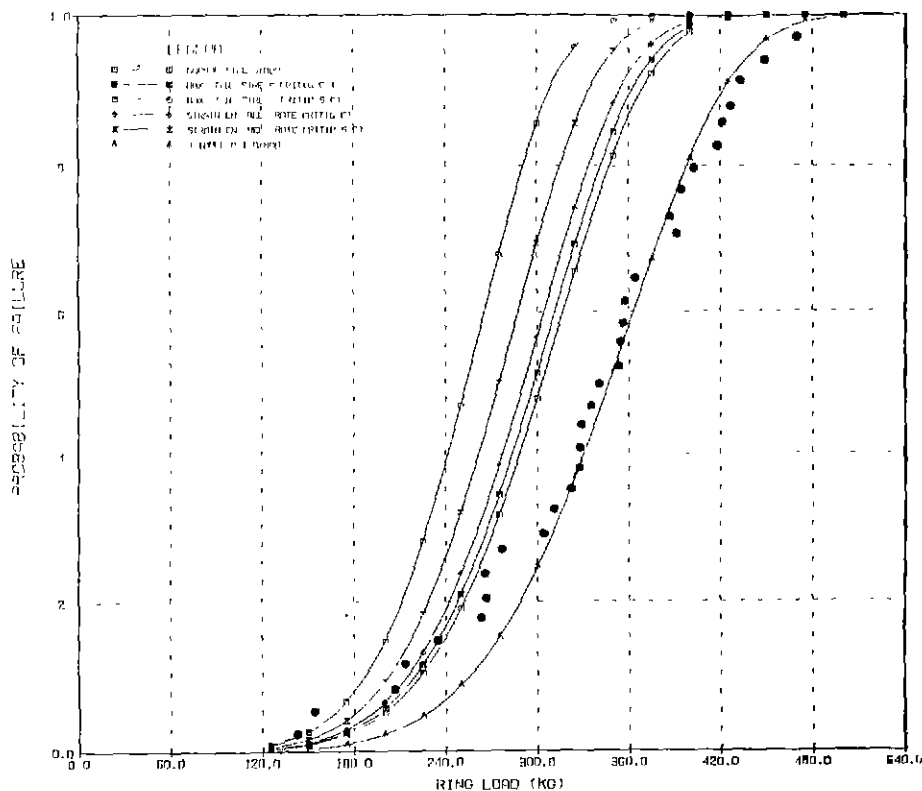


Fig. 6. Comparison of failure probabilities between experiments and theories in equibiaxial stress (● indicates the experiments).

모델을 따라 예측되었고 실제 실험치와 비교하여 Fig.6에 나타내었다. $P_I \geq 0.3$ 인 고파괴강도 영역에서는 PIA 모델이 실험치의 가장 잘 일치하였다. 이는 지금까지 보고된 바와 다른 현상^{6,7)}으로 sin/hip 질화규소의 파괴가 주응력에 각각 독립적으로 의존하고 있음을 나타내주고 있다. 그러나 $P_I \geq 0.3$ 인 저강도 영역에서는 KARA 프로그램에 포함된 어느 모델도 실험치를 적절히 예측하지 못했다. 따라서 높은 신뢰도가 요구되는 부품의 설계에는 위의 PIA 모델을 사용하는 것보다는 오히려 MTSC, PSC 모델을 사용하는 것이 적합하다. 이와같이 저파괴강도 영역에서 나타난 실험치와 예측치간의 불일치는 다음의 몇 가지 요인으로 생각되어질 수 있다.

첫째 일축응력 실험에서 구한 와이블계수 m 값이 다축응력 상태에서도 일축응력 상태와 동일하게 재료의 파괴결합의 균질성 정도를 적절히 나타낼 수 있으나 하는 것이다. 왜냐하면 동일재료를 사용한 일축파괴강도 실험에서 실험방법, 시편현상, 시편크기등에 따라 재료상수 m 값이 다르게 구해짐이 보고되기 때문이다.^{14,15)}

둘째 본 연구에서는 내부결합만을 고려하였지만 실제 재료에는 표면결합, 또는 결합들의 결합등의 여러 종류의 파괴결합이 동시에 존재하기 때문이다. 따라서 앞으로의 연구는 다축응력장내에 있는 재료의 파괴결합을 가장 적절히 나타낼 수 있는 와이블계수 m 값을 구하는 방법과 여러 종류의 결합을 동시에 포함할 수 있는 통계적 모델을 개발하는데 그 초점을 두어야 한다.

5. 결 론

1) Sin/hip 질화규소를 대상으로 한 4-P 석임강도 실험에서 구해진 재료상수 m 과 σ_0 는 각각 6.16과 $3.373 \times 10 \text{ kg}(\text{cm}^3)^{1/m}/\text{cm}^2$ 이었고, 그 파괴양상은 내부결합을 가정한 와이블 모델로 잘 예측될 수 있다.

2) 원판형시편을 이용한 동이축 응력하의 파괴강도는 일축응력하의 막대형시편 파괴강도에 비해 약 28%의 강도약화현상을 보였다. 이 현상은 파괴결합의 통계적 의미로 해석될 수 있다.

3) 동이축 응력장내에 있는 원판의 파괴확률은 Batdorf의 5 가지 파괴조건과 PIA 파괴조건에 따라 이론적으로 예측되었고, 이 예측치는 실제 실험치와 비교분석되었다. 그 결과, PIA 모델이 원판의 파괴양상을 가장 적절히 예

측하였다. 그러나, $P_I \leq 0.3$ 인 저파괴강도 영역에서는 6 가지 모델중 어느 것도 원판의 파괴를 적절히 예측하지 못했다.

REFERENCES

1. W.Weibull, "Statistical Theory of the Strength of Materials", Ingeniörsvetenskapsakad., Handl., No.151, pp.45, (1939).
2. A.M.Freudenthal, "Statistical Approach to Brittle Fracture, Ch.6 of Vol.II, Fracture, edited by H. Liebowitz, Academic Press, (1968).
3. S.B.Batdorf and J.G.Croze, "A Statistical Theory for the Fracture of Brittle Structures Subjected to Nonuniform Polyaxial Stresses", J. App. Mech, TRANS. ASME, 459-464, June, (1974).
4. S.B.Batdorf and H.L.Heinisch, Jr., "Weakest Link Theory Reformulated for Arbitrary Fracture Criterion", J. Am. Cer. Soc., 61(7-8), 355-358, (1978).
5. J.P Gyekenyesi and A J.Wang, "SCARE-A Post Prossor Program to MSC/NASTRAN for the Reliability Analysis of Structural Ceramic Components", NASA Tech. Report.
6. A C.Rufin, D R.Samos and R.J H.Bollard, "Statistical Failure Prediction Models for Brittle Materials", AIAA Jour., 22(1), 135-140, (1984).
7. M.N.Giovan and G.Sines, "Biaxial and Uniaxial Data for Statistical Comparison of A Ceramic's Strength", J. Am. Cer. Soc., 62(9-10), 510-515, (1979).
8. R.Kao, N.Perrone and W.Cappa, "Large Deflection Solution of the Coaxial-Ring-Circular-Glass-Plate Flexure Problem", J. Am. Cer. Soc., 54(11), 567-571, (1971).
9. T.R.Wilshaw, "Measurement of Tensile Strength of Ceramics", J. Am. Cer. Soc., No.2, 111, (1968).
10. E.J.Gumbel, "Statistics of Extremes", Columbia Unibersity Press 4-th Printing, (1967).

11. Universal Analytics, Inc., "UAI/NASTRAN User's Manual Vo. I, II", (1987).
12. N.A.Weil and I.M.Daniel, "Analysis of Fracture Probabilities in Nonuniformly Stressed Brittle Materials", *J. Am. Cer. Soc.*, 47(6), 268-274, (1964).
13. W.H.Duckworth and A.R.Rosenfied, "Effects of Stress State on Ceramic Strength", in *Engergy and Ceramics* edited by P.Vincenziui, Elsevier Amsterdam, (1980).
14. K.Ikeda, H.Igaki and T.Kuroda, "Fracture Strength of Alumina Ceramics Under Uniaxial and Triaxial Stress States", *Am. Cer. Soc. Bull.*, 65(4), 683-688, (1986).
15. H.Kawamoto, T.Shimizu, M.Suzuki and H.Miyazaki, "Strength Analysis of Silicon Nitride Swirl Chamber for High-Power Turbocharged Diesel Engines", in "Ceramic Materials and Components for Engines", edited by W.Bunk and H.Hauaner, 1035-1042, (1986).