

LQG/LTR 방법을 이용한 터렛 서보시스템
의 강인한 제어기 설계

김 종화*, 허 남수*, 이 만형**

A Design of Robust Controller for the Turret Servo
System Using LQG/LTR Method

Jong Hwa Kim, Nam Soo Hur and Man Hyung Lee

Abstract

In general turret servo system is subject to influences by disturbances and uncertain modeling errors, which result from large dynamic characteristics and high-speed operation.

In this paper the influences of such disturbances and modeling errors are analyzed qualitatively for the linear approximation model of turret servo system, and then LQG/LTR control theory is applied to linear approximation model in order to design a controller which satisfies robustness/stability for the modeling errors. Finally the performance and robustness of designed controller for the given plant are verified through the simulation.

*) 부산대학교 대학원 기계공학과 박사과정
**) 부산대학교 공과대학 정밀기계공학과 교수, 공박

1. 서 론

제어시스템의 설계목적은 실제모델에 대한 공칭 안정도를 보장하고 기준입력에 대한 추종능력과 외란제거 능력을 좋게 하며, 모델오차에 대한 강인한 제어를 설계함으로써 시스템의 성능을 향상시키는 데 있다.

1940-1950년대에는 주파수 설계법을 이용하여 단일 입출력 시스템에 대한 제어시스템의 강인성을 경험적으로 어느정도 고려하였으나, 외란과 모델오차에 대한 영향을 줄일 수 있는 제어적 방법이 연구되지 못하였고 1960-70년대에 접어들어 고전적 최적제어 방법인 LQ, LQG 등을 이용함으로써 다변수 제어시스템의 설계가 가능하게 되었다. 그러나 이러한 방법들은 가격함수에서의 가중치 행렬을 선정하는 구체적 방법을 제시하지 못하였고 최적에 대한 기준이 없어서 시행착오법의 설계가 불가피하였으며, 기준입력에 대한 추종성 및 외란제거 등 시스템 성능에 관한 설계사양을 제어시스템 설계시 직접 고려할 수 없었으며, 선형모델에 대한 공칭 안정도는 보장하였으나 모델오차와 외란을 고려한 강인성에 관한 문제는 전혀 고려하지 않았다. 이러한 문제점들을 보완하기 위한 설계법으로서 확률 최적제어기법이 등장하였으며[1], Safonov[2,3] 등에 의하여 강력한 다변수 제어 설계법이 제기되었다. Rosenbrok의 INA(Inverse Nyquist Array)방법[4], MacFarlane의 CL(Characteristic Loci)방법[5]이 제시되었으나 Doyle에 의해 부적합함이 판명되었고, Doyle과 Stein[6]에 의해 행렬의 특이값이 시스템의 강인한 안정성(Stability Robustness)의 척도로서 사용되기 시작하고부터 다변수 제어시스템의 설계법에 큰 변화가 있었다.

LQG/LTR(Linear Quadratic Gaussian Control With Loop Transfer Recovery)방법[10, 12]은 다변수제어 설계기법이며, 강인성의 척도로서 특이값을 이용하여 LQG 설계법에 의해 설계사양에 맞는 루프형상(Loop Shaping)을 갖도록 하는 것이다.

본 연구에서 동특성이 크고 빠른 속도로 작동함으로써 외란의 영향이 크고, 모델화되지 않은

항들을 많이 내포하고 있는 터렛 서보시스템의 제어를 위하여 LQG/LTR 방법을 적용함으로써 강인한 제어를 설계하고 그 성능을 시뮬레이션을 통하여 검토하고자 한다.

2. 터렛 서보시스템의 모델링과 모델링오차의 영향

DC 서보모터에 의해 구동되는 터렛 서보시스템은 모델화되지 않은 비선형 항을 무시할 경우 그림1과 같이 선형 시스템으로 근사되며, 이때 모델의 각 요소와 특성 및 계수값은 표1과 같다.

여기서 J 와 D 는 기어비를 사용하여 모터와 터렛부하를 동시에 고려한 전체 관성과 점성마찰 계수로서 $J = J_L + J_m/N^2$, $D = D_L + D_m/N^2$ 이다.

그림1.은 LQ, LQG 등의 선형제어 이론을 적용하여 제어를 설계할 경우의 기본 모델로서 사용되어 진다. 그러나 터렛 서보시스템과 같이 동특성이 크고 작동속도가 빠른 시스템은 내포되어 있는 비선형성의 영향을 상대적으로 크게 받게 되고 외란의 영향 또한 심각하다. 그러므로 LQ, LQG 등 선형제어 이론에 대한 공칭 안정도는 보장받을 수 있으나 설계된 제어기로 부터의 정상적인 결과에 대한 신뢰도는 보장받는데 무리가 많다. 따라서 내포되는 비선형 특성을 고려하여 선형 시스템에 대한 비선형 특성의 영향을 분석한 다음 제어를 설계함으로써, 응용을 목표로 한 정량적 분석을 행할 때 모델의 불일치로 인하여 야기되는 문제를 경험적으로나마 막을 수 있고 기대하는 성능과 안정도를 보장받을 수 있는 정성적 결과를 도출할 수 있다고 본다.

터렛 서보시스템의 성능에 영향을 미치는 비선형항은 기어의 백래쉬와 증폭기의 임계현상이며, 모델화되지 않은 불확실성(uncertainty)의 대표적인 것은 출력축쪽의 축강성(shaft stiffness)이 모터에 미치는 영향이며, 외란으로 작용하는 클링마찰의 영향도 무시할 수 없다. 기어의 백래쉬

표 1. 선형 모델 요소의 특성 및 계수값

Table 1. Characteristics and parameter values of linear model elements

요 소	특 성	기 호	단 위	수 치
파 위 증 폭 기	증폭이득	K_1		2300
	입력저항	R_m	ohm	0.8
	입력 인덕턴스 / 저항	T_g	sec	0.0045
모 터	토오크 상수	K_T	Nm/A	0.25
	관 성	J_m	$K_g \text{ m}^2$	0.007
	점성마찰계수	D_m	Nm s/rad	0.003
	emf 상수	K_E	V s/rad	0.3
	전기자인덕턴스	L	Henry	0.0015
	전기자 저항	R_m	ohm	0.2
터 랫 부 하	관 성	J_L	$K_g \text{ m}^2$	5600
	점성마찰계수	D_L	Nm s/rad	400
	기 어 비	N		10
자 이 로	자이로 상수	K_g		10

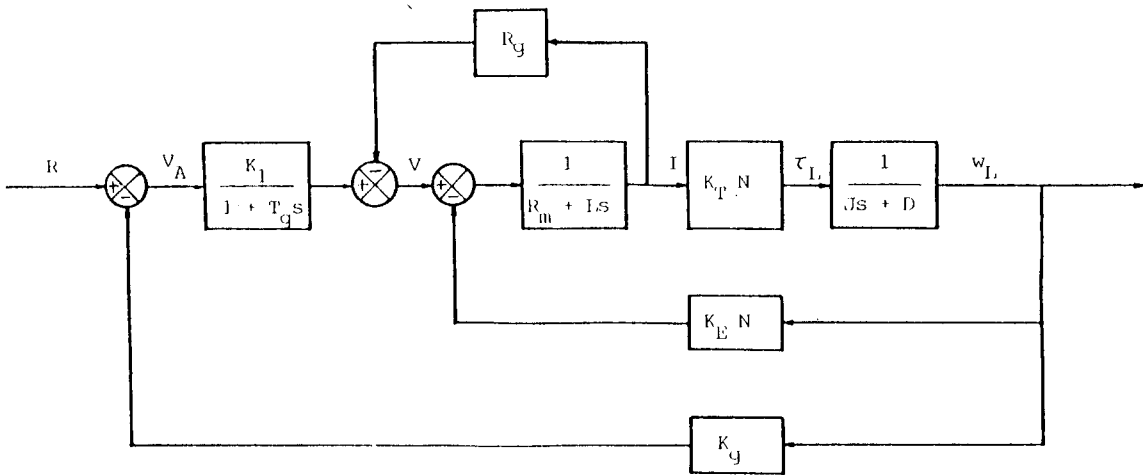


그림 1. 터렛 서보시스템의 선형 모델

Fig.1 Linear model of turret servo system

와 증폭기의 임계현상은 현재 어느 정도 고려가 되고 있지만 축강성과 클롱마찰력이 시스템의 성능에 미치는 영향을 조사해 보기로 한다.

- 1) 축강성 (shaft stiffness)의 영향
그림1의 선형모델에 있어서 모터의 출력방정식은

$$\tau_m = J_m \frac{dw_m}{dt} + D_m w_m \dots\dots\dots (1)$$

여기서 τ_m 은 전개된 모터 토오크, w_m 은 모터 축의 회전각속도이다.

기어가 백래쉬를 받고 있지 않다고 가정할 때, 기어 입력축의 축강성을 고려할 경우 모터의 출

력방정식 (1)은 다음과 같이 수정된다.

$$\tau_m = J_m \frac{dw_m}{dt} + D_m w_m + K_1 \int (w_m - w_1) dt \quad (2)$$

기어박스에 대해서는

$$w_2 = w_1/N, \quad \tau_2 = \tau_1 \cdot N \quad \dots\dots\dots(3)$$

여기서 w_1 = 기어박스 입력축의 회전 각속도,
 w_2 = 기어박스 출력축의 회전 각속도,
 τ_1 = 기어박스 입력축의 축강성에 의한 토크,
 τ_2 = 기어박스 출력축의 축강성에 의한 토크.

K_1 = 기어박스 입력축의 축강성이다. 또한

$$N\tau_1 = N K_1 \int (w_m - w_1) dt = K_2 \int (w_2 - w_L) dt = \tau_2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

이며, K_2 는 기어박스 출력축의 축강성이다. 터렛부하에 대한 방정식은

$$0 = J_L \frac{dw_L}{dt} + D_L w_L + K_2 \int (w_L - w_2) dt \quad (5)$$

이 되며, 축강성을 고려할 경우 터렛부하에 대한 구동 토크는 순간적으로 0이기 때문이다. 실제의 경우 상대적으로 K_1 은 상당히 크고 K_2 는 제한적이다. 따라서 기어박스 입력축의 축강성의 영향은 무시되고 모터는 출력축의 축강성의 영향

을 받게 된다. 그러므로 모터와 터렛부하에 대한 출력 방정식은 식(2), (4), (5)에 의해

$$\tau_m = J_m \frac{dw_m}{dt} + D_m w_m + \frac{K_2}{N} \int (w_2 - w_L) dt \quad (6)$$

$$0 = J_L \frac{dw_L}{dt} + D_L w_L + K_2 \int (w_L - w_2) dt \quad (7)$$

과 같이 수정된다.

그림2는 백래쉬를 받고 있지 않고 기어박스 출력축의 축강성의 영향을 받고 있는 경우 수정된 터렛 서보시스템의 블록선도이다.

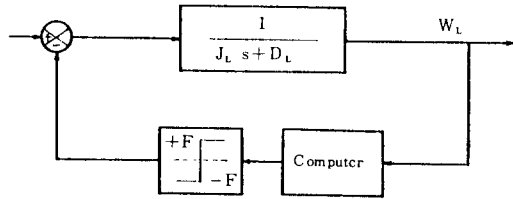


그림 3. 제어기에 포함된 쿨롱마찰력의 모델
 Fig.3 Coulomb friction model included into con-

2) 쿨롱마찰력의 영향

터렛부하에 대한 쿨롱마찰력은 기준입력에 대한 시스템의 추종성능을 저하시킬 뿐만 아니라 정상상태 오차의 직접적인 원인이 된다. 따라서 쿨롱마찰력은 경험을 토대로 하여 터렛부하의 회전속도의 부호를 조사함으로써 일정한 크기의 외

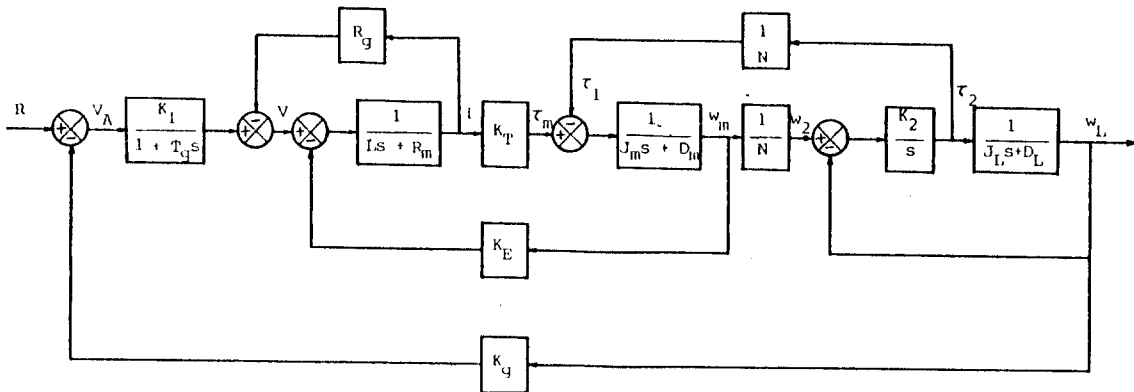


그림 2. 축강성을 고려할 경우 터렛 서보시스템의 블록선도.
 Fig.2 Turret servo system blockdiagram considering shaft stiffness

란으로 제어기내에 모델화시킬 수 있다. 이 때 터렛부하를 구동시킬 입력 토크로부터 쿨롱마찰력에 의한 외란 토크를 뺀으로써 터렛부하의 실제 토크를 계산할 수 있게 된다.

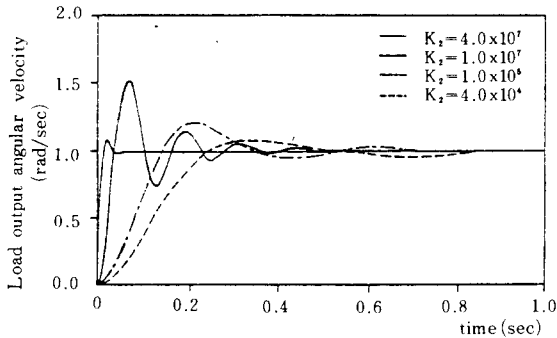


그림 4. 축강성 K_2 에 따른 터렛 서보시스템의 단위 스텝응답

Fig.4 Unit step response of turret servo system according to shaft stiffness

그림4는 그림2의 시스템 모델에 대한 경우 기어박스 출력축의 축강성 K_2 의 크기에 따른 단위 스텝입력에 대한 출력의 시간응답이며, 그림5는 축강성과 쿨롱마찰력을 동시에 고려한 경우 시간 응답곡선을 그림1의 선형근사시스템과 비교한 것이다. 그림에서도 알 수 있는 바와 같이 일반적

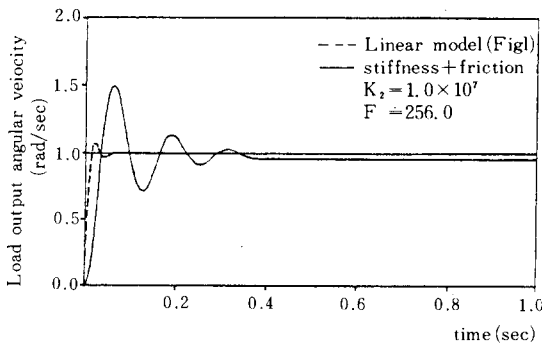


그림 5. 축강성과 쿨롱마찰을 동시에 고려한 경우 단위스텝응답

Fig.5 Unit step response of turret servo system subject to shaft stiffness and coulomb friction

으로 잘 고려되지 않는 축강성과 쿨롱마찰력이 시스템 성능에 미치는 영향이 매우 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 제어기를 설계함에 있어서 모델화 되지 않은 시스템 내의 불확실성과 외란의 영향을 고려하지 않을 경우는 선형제어시스템의 안정도와 시스템 성능에 대한 정성적인 결과는 보장 받을 수 없음을 알 수 있고, 설계사양에 맞는 시스템 성능과 강인한 안정성을 보장받기 위해서는 모델오차와 외란의 영향을 고려해야 함이 필연적임을 알 수 있다.

3. LQG/LTR 제어이론

다음과 같은 피제어 개루프 시스템을 고려한다.
 $x(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ld(t)$, $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$
 $y(t) = Cx(t) + n(t)$, $y(t) \in R^r$ (8)

여기서 $x(t)$ 는 상태벡터, $u(t)$ 는 제어입력벡터, $d(t)$ 는 외란벡터, $y(t)$ 는 출력벡터, $n(t)$ 는 센서 잡음벡터이고 $E[d(t)d^T(t)] = Q = LL^T$,

$$E[n(t)n^T(t)] = \mu I$$

로서 서로 독립인 가우시안 잡음이라고 가정한다.

모델기준보상기를 이용한 제어시스템은 그림6과 같으며, 이 때 시스템의 추적오차 $e(s)$ 는 다음과 같다. -

$$e(s) = r(s) - y(s) = S(s)[r(s) - d(s)] + C(s)n(s) \text{(9)}$$

$T(s) = G(s)K(s)$: 루프전달행렬(loop transfer 나타낼 수 있으며, 공칭안정도 및 강인성에 대한 결과식을 정리하면 [7, 12],

명령입력에 대한 추종성능을 좋게하기 위해서는

$$\sigma[T(j\omega)] \gg 1, \omega \in \Omega_r \text{(10)}$$

이 만족되어야 하고, 여기서 σ 는 최소특이값을 표시하고, Ω_r 은 명령입력이 에너지를 갖는 주파수역이다.

function matrix)

$S(s) = [I + T(s)]^{-1}$: 감도(sensitivity) 전달행렬

$C(s)=[I+T(s)]^{-1}T(s)$: 페루프 전달행렬

제어시스템의 구성목적은 모든 주파수역에서 추적오차 $e(s)$ 가 0이 되도록 명령추종 및 외란제거 성능, 센서잡음에 대한 저감도를 좋게 하여 공칭안정도를 보장하는 것이며, 시스템의 불확실성에 기인하는 모델링 오차에 대한 정성적인 분석을 행하여 강인한 안정도를 유지하도록 제어시스템을 설계하는 것이다.

다변수 시스템의 주파수역 성능은 루프전달행렬 $T(j\omega)$ 의 특이값(singular value)를 이용하여

오차로 고려하고 플랜트의 출력측으로 반영할 경우 이 오차에 대한 시스템의 강인성을 보장받기 위해서는 Lehtomaki의 곱셈형 강인성 테스트(7)에 의해 다음식을 만족해야 한다.

$$\bar{\sigma}[C(j\omega)] < \bar{\sigma}^{-1}[E(j\omega)] \dots\dots\dots(13)$$

여기서 모델링오차 $E(j\omega)$ 는

$$E(j\omega)=[G_A(j\omega)-G(j\omega)]G^{-1}(j\omega) \dots\dots\dots(14)$$

에 의해 계산되며 $G_A(j\omega)$ 는 실제 플랜트의 전달행렬이다.

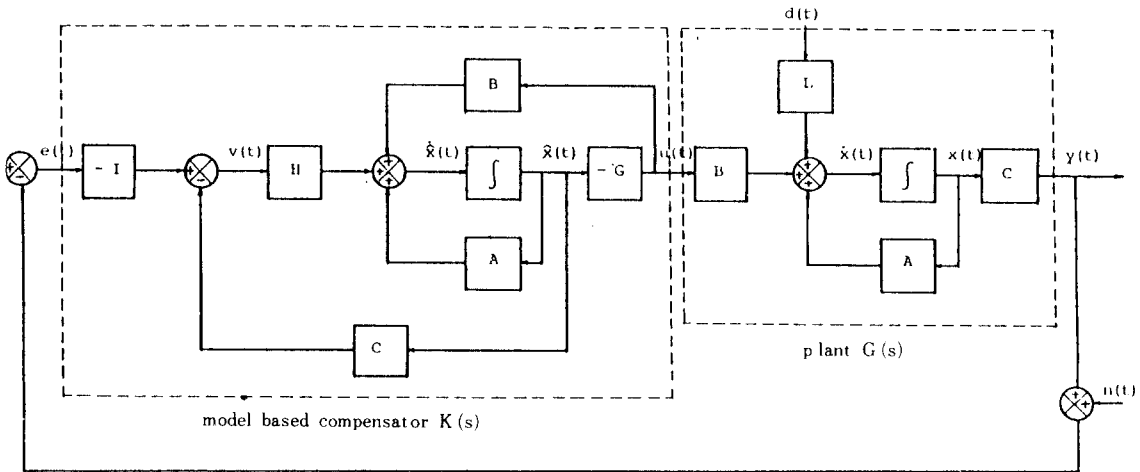


그림 6. 모델기준보상기를 이용한 제어시스템
Fig.6 Control system using model based compensator

외란제거성능을 좋게 하기 위해서는

$$\sigma[T(j\omega)] \gg 1, \omega \in \Omega_a \dots\dots\dots(11)$$

이고 Ω_a 는 외란이 에너지를 갖는 주파수역이다. 센서잡음에 대한 저감도를 좋게 하기 위해서는

$$\bar{\sigma}[T(j\omega)] \ll 1, \omega \in \Omega_n \dots\dots\dots(12)$$

이며 Ω_n 은 센서잡음이 에너지를 갖는 주파수역이다.

그림6의 제어시스템에 대한 공칭안정도와 성능을 보장받기 위해서는 식(10), (11), (12)의 주파수역 조건을 만족시켜야 함을 알 수 있다.

시스템의 불확실성 즉, 모델링 오차를 곱셈형

식(10), (11)과 식(12)는 서로 상반되는 조건이지만 다행히 명령입력과 외란은 일반적으로 저주파수에서 에너지를 갖고 있고 센서잡음은 고주파수에서 에너지를 갖고 있다. 또한 모델링 오차는 고주파수에서 영향을 크게 미친다.

따라서 시스템 성능 및 강인성에 대한 제어시스템의 일반적인 설계사양은 특이값 Bode선도에서 그림7과 같은 루프형상(loop shape)을 가지고 있다.

LQG/LTR 보상기는 그림7과 같은 성능/강인성 특성을 만족시키는 바람직한 루프형상을 얻기 위하여 칼만필터의 주파수역 특성을 이용함으로써 먼저 목표 필터루프(target filter loop)를 설계하

고, 저가제어 LQR(linear quadratic regulator)를 이용하여 루프전달회복(loop transfer recovery)을 이룩하는 단계로 이루어져 있다.

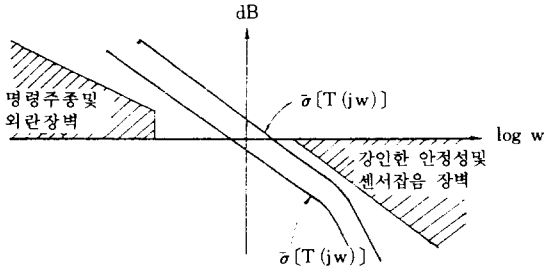


그림 7. 성능과 강인성을 만족시키는 일반적 루프형상
Fig.7 General loop shape satisfying performance and robustness

그림6에서 모델기준보상기의 상대방정식은

$$\dot{\hat{X}}(t) = (A - BG - HC) \hat{X}(t) - He(t)$$

$$u(t) = -G \hat{X}(t) \dots\dots\dots (15)$$

이고 전달행렬 K(s)와 출력 U(s)는

$$K(s) = G(sI - A + BG + HC)^{-1}H \dots\dots\dots$$

$$U(s) = K(s)e(s)$$

로 표현된다. 식(16)을 살펴보면 필터계인행렬 H와 제어계인행렬 G는 모델 기준보상기의 설계 파라미터임을 알 수 있다. LQG/LTR 설계방법은 고유값의 분리특성(separation property)을 이용함으로써 필터계인행렬 H와 제어계인행렬 G를 분리시켜 선정할 수 있는 조직적인 방법이다[10, 12].

필터계인행렬 H는 설계사양에 맞는 성능 및 강인성을 만족시키도록 목표필터루프를 설계하는 단계에서 선정되며, 목표필터루프의 전달행렬을

$$G_r(s) = C \Phi(s) H$$

$$\Phi(s) = (sI - A)^{-1} \dots\dots\dots (17)$$

라고 할 때 필터계인행렬 H는

$$H = \frac{1}{\mu} PC^T \dots\dots\dots (18)$$

$$AP + PA^T + LL^T - \frac{1}{\mu} PC^T CP = 0$$

와 같이 선정된다. 여기서 μ 는 설계플랜트 모델의 가상적인 센서 백색잡음의 상호분산 크기이다. 따라서 H의 선정은 필터의 설계파라미터 μ 와 L를 선정하는 문제이며 칼만필터의 주파수역 동가를 이용함으로써 선정된다.

$$G_r(s) \approx \frac{1}{\mu} C(sI - A)^{-1}L \dots\dots\dots (19)$$

L은 바람직한 루프형상이 되도록 선정하고 μ 는 요구되는 대역폭 혹은 교차 주파수를 만족하도록 선정하며, 고주파수 및 저주파수에서 동시에 특이값을 일치 시키기 위해서는[10]

$$L = \begin{bmatrix} -(CA^{-1}B)^{-1} \\ C^T(CC^T)^{-1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

로 선정한다.

제어계인행렬 G는 루프전달회복 단계에서 선정되며, 루프전달회복 단계는 보상된 플랜트의 루프전달행렬 G(s)K(s)를 목표필터루프의 전달행렬 G_r(s)로 회복시키는 단계이다. 이 때 플랜트는 최소위상 플랜트라고 가정한다.

저가제어 LQR 문제에서 목적함수의 가중행렬 Q=C^TC, 제어가중변수 $\rho \rightarrow 0$ 일 때 제어계인행렬 G는 다음식에 의해 선정된다.

$$G = \frac{1}{\rho} B^TK \dots\dots\dots (21)$$

$$KA + A^TK + C^TC - \frac{1}{\rho} KBB^TK = 0$$

이 때 제어시스템이 안정하고 $\rho \rightarrow 0$ 인 극한 거동에서 다음식을

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho G} = UC, U^TU = I \dots\dots\dots (22)$$

만족시킨다면 모델기준보상기의 극한거동은

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} K(s) \rightarrow [C(sI - A)^{-1}B]^{-1}C(sI - A)^{-1}H$$

$$= G^{-1}(s) G_r(s) \dots\dots\dots (23)$$

이 되고, 루프전달행렬의 극한거동은

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} T(s) \rightarrow G(s) G^{-1}(s) G_r(s) = G_r(s) \quad (24)$$

가 되어 목표필터루프의 전달행렬로 회복된다. 따라서 성능 및 강인성에 대한 설계사양을 만족시키는 목표필터루프를 설계하면 LQG/LTR 보상기를 사용함으로써 강인한 안정성을 얻을 수 있는 제어기를 구성할 수 있다.

4. 제어기의 구성

앞장에서 서술된 LQG/LTR 이론을 그림1의 단일 입출력 선형모델인 터렛 서보시스템의 서보제어에 적용하고자 한다.

그림1에서 개루프 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t), \quad x_p(t) \in R^3, \\ u_p(t) &\in R^1 \\ y(t) &= C_p x_p(t), \quad y(t) \in R^1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -222.2 & 0 & 0 \\ 666.6 & -666.6 & -3.2 \times 10^4 \\ 0 & 0.007 & -0.08 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 5.1 \times 10^5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}^T$$

이 때 개루프 전달행렬(전달함수) $G_p(s)$ 는

$$G_p(s) = C_p \Phi_p(s) B, \quad \Phi_p = (sI - A_p)^{-1} \dots (26)$$

이며, A_p^{-1} 가 존재한다.

제어기의 설계사양은 다음과 같다.

- 1) 일정한 명령과 외란에 대한 0-정상상태오차
- 2) 명령 추종성능 및 센서잡음에 대한 저감도 향상
- 3) 출력측으로 반영된 모델링 오차 $E(j\omega)$ 에 대하여 다음의 안정도-강인성을 만족시키는 최대 대역폭을 갖는 시스템

$$[E(j\omega)] < w/140$$

플랜트 $G_p(s)$ 는 적분요소를 포함하고 있지 않으므로 설계사양 1)을 만족시키기 위해서는 적분요소를 첨가한 설계 플랜트 모델을 고려해야 한

다.

이 때 설계 플랜트 모델의 상대방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - Bu(t) \dots\dots\dots (27)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ B_p & \dots & A_p \end{bmatrix} 4 \times 4 \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}^T$$

와 같이 표현되며, 식(27)은 식(8)과 동일한 형태이다.

그림6과 같이 LQG/LTR 보상기를 설계할 경우 목표필터의 구조는 칼만필터의 구조와 전적으로 같으므로 식(17)의 목표필터루프는 식(20)에 의해 결정되는 L과 설계사양 3)을 만족시키는 μ 에 의해 결정된다. 따라서 μ 는 $\mu = 5.0 \times 10^5$ 로 선택되고 L은 식(20)에 의하여

$$L = \begin{bmatrix} -(C_p A_p^{-1} B_p)^{-1} \\ \dots \\ C_p^T (C_p C_p^T)^{-1} \end{bmatrix} 4 \times 1 = \begin{bmatrix} 2.6 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\dots\dots\dots (28)$$

로 결정된다. 이 때 필터게인행렬 H는 식(18)에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$H = \begin{bmatrix} 3.687 \times 10^{-1} \\ 5.183 \times 10^2 \\ -1.318 \times 10^2 \\ 1.413 \times 10^1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

그림8은 식(29)와 같이 선정된 필터게인행렬 H를 갖는 목표필터루프 $G_f(s)$ 의 복이값 Bode선도(단일 입출력이므로 바로 크기 Bode선도)이다. 설계사양을 만족시키는 그림8과 같은 루프형상을 갖는 제어시스템을 구성하기 위해서는 식(21)

의 제어게인행렬 G 를 결정하는 단계 즉, 루프회복 단계를 거침으로써 이루어진다. 제이가중변

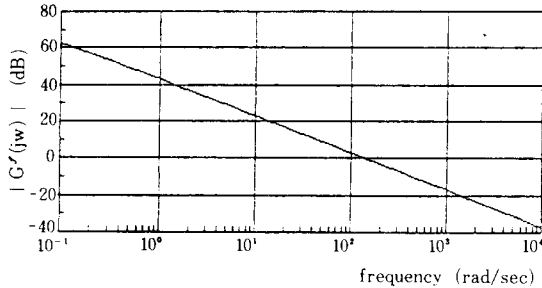


그림 8. 목표필터루프의 크기 Bode선도
Fig.8 Magnitude Bode diagram for the target filter loop

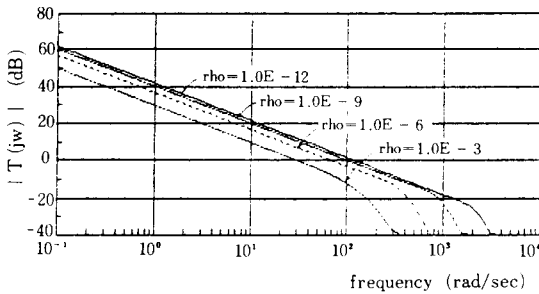


그림 9. ρ 값에 따른 제어루프 $T(jw)$ 의 크기 Bode선도
Fig.9 Magnitude Bode diagram of control loop $T(jw)$ according to ρ

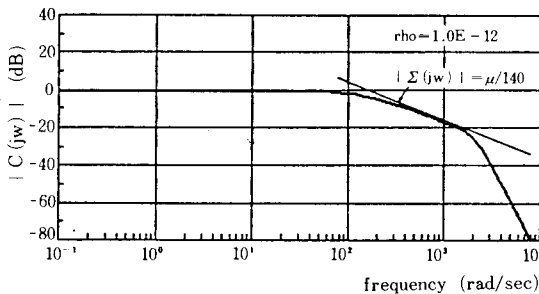


그림 10. LQG/LTR 제어시스템의 $C(jw)$ 크기 Bode선도
Fig.10 $C(jw)$ magnitude Bode diagram for LQG/LTR control system

수 $\rho \rightarrow 0$ 일 때 목표필터루프로의 루프회복이 기대되며 시뮬레이션 결과 ρ 값이 10^{-12} (교차주파수보다 1decade 위까지 회복하는데 필요한 값)일 때 그림9와 같이 만족스러운 LTR이 수행되었다.

이 때 설계 제어게인행렬 G 는 식(21)에 의하여 다음과 같이 계산된다.

$$G = [4938.0 \quad 23.85 \quad 56.31 \quad 9.998 \times 10^6] \dots \dots \dots (30)$$

그림10은 이상과 같이 설계된 LQG/LTR 제어시스템의 안정도-강인성 및 성능을 조사하기 위하여 페루프 전달함수 $C(jw) = T(jw)/(1+T(jw))$ 의 크기 Bode 선도를 나타낸 것이다.

위 그림으로부터 $w \rightarrow 0$ 즉 정상상태에서 페루프 전달함수의 크기가 1 이므로 명령추종 및 외란제거성능을 만족시키는 것을 알 수 있고 정상상태오차가 0이 됨을 알 수 있으며, 이 제어시스템은 대략 $w=140(\text{rad/sec})$ 이하에서 양호한 명령추종성능과 고주파수에서의 센서 잡음제거성능을 갖는 것을 알 수 있다.

또한 설계사양 3)을 만족시키므로 그림2에서와 같이 출력축의 강성 등 고려되지 않은 불확실한 모델링 오차에 대하여 강인한 안정성을 충분적으로 유지함을 알 수 있다. 그림11은 기준 단위시스템입력에 대한 LQG/LTR 제어시스템의 ρ 값에 따른 시간응답을 그림1의 선형모델과 비교하여 그린 것이다. 이 그림으로부터 설계된 LQG/LTR 제어시스템의 과도응답시간 및 최대 오버슈트 등이 만족스럽고 적절한 제어입력이 요구됨을 알 수 있다.

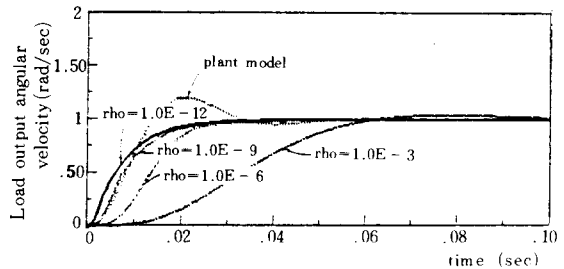


그림 11. LQG/LTR 제어시스템의 단위시스템응답
Fig.11 Unit step response for LQG/LTR control system

5. 결 론

터렛 서보시스템과 같이 부하가 크고 고속으로

작동하는 서보시스템은 외란과 모델링 오차에 의한 영향을 크게 받는다.

본 연구에서는 일반적으로 잘 고려되지 않는 기어박스 출력축 추강성을 지배적인 모델링 오차로 생각하여 시스템의 성능에 미치는 영향을 조사하였다. 그 결과 실험근사모델에 미치는 영향이 매우 크다는 것을 제시하였고, 터렛 서보시스템의 제어를 위해서는 반드시 이러한 모델링 오차를 고려한 강인한 제어기를 구성해야 함을 확인하였다. LQG/LTR 제어이론은 다변수 시스템의 강인한 제어에 적합한 이론이며, 본 연구에서는 모델링된 터렛 서보시스템에 대하여 주어진 명령추종 및 모델링 오차에 대한 설계사양을 만족시키는 LQG/LTR의 설계 파라미터를 조직적으로 산정함으로써 원하는 주파수 및 시간영역 성능을 얻을 수 있음을 고찰하였고 모델링 오차에 대한 강인한 안정성을 충분적으로 얻을 수 있는 제어기의 구성을 제시하였다.

본 연구의 일부는 한국과학재단 (1986. 5~1989. 4)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사를 드립니다.

參 考 文 獻

1. W. H. Fleming and R. W. Rishel, Deterministic and Stochastic Optimal Control, New York, Spring-Verlag, 1975
2. M. G. Safonov, A. J. Laub, and G. L. Hartmann, "Feedback Properties of Multivariable Systems: The Role and Use of the Return Difference Matrix," IEEE-AC, Vol. AC-26, No. 1, pp. 47-65, February 1981
3. M. G. Safonov, Stability and Robustness of Multivariable Feedback Systems, Cambridge, MIT Press, 1980
4. H. H. Rosenbrock, Computer-Aided Control System Design, New York, Academic Press, 1974
5. A. G. J. MacFarlane and B. Kouvaritakis, "A Design Technique for Linear Multivariable Feedback Systems," Int. J. Contr., Vol. 23, June 1977
6. J. C. Doyle and G. Stein, "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE-AC, Vol. AC-26, No. 1, pp. 4-16, February 1981
7. N. A. Lehtomaki, N. R. Sandell, Jr., and M. Athans, "Robustness Results in Linear Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Design," IEEE-AC, Vol. AC-26, No. 1, pp. 75-92, February 1981
8. J. B. Cruz, Jr., J. S. Freudenberg, and D. P. Looze, "A Relationship Between Sensitivity and Stability of Multivariable Feedback System," IEEE-AC, Vol. AC-26, No. 1, pp. 66-74, February 1981
9. A. P. Sage and C. C. White, Optimum System Control, New Jersey, Prentice-Hall, 1977
10. 김종식, "LQG/LTR 방법을 이용한 다변수 제어시스템의 설계," 대한기계학회지, 제27권 제3호, pp. 214-220, 1987. 6.
11. J. M. Martin, "A Note on the Fundamental Robustness Theorem of Lehtomaki," IEEE-AC, Vol. AC-31, No. 3, pp. 255-258, March 1986
12. G. Stein and M. Athans, "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design," IEEE-AC, Vol. AC-32, No. 1, pp. 105-114, February 1987
13. U. Shaked, "Guaranteed Stability Margins for the Discrete-Time Linear Quadratic Optimal Regulator," IEEE-AC, Vol. AC-31, No. 2, pp. 162-165, February 1986
14. C. E. M. Pearce, "On the Solution of a Class of Algebraic Matrix Riccati Equation," IEEE-AC, Vol. AC-31, pp. 252-255, March 1986