

2次元 噴流特性에 관한 研究

金 炅勳* 朴 相圭**

A Study on The Characteristics of the
2-Dimensional Jet

Kyung-Hoon, Kim,* Sang-Kyoo, Park**

Abstract

Free jet was investigated experimentally and numerically in range of Reynolds number from 9900 to 21000.

The working fluid was air; the mean velocity components and turbulent quantities were measured by a hot-wire anemometer. In numerical computations, the governing partial differential equations of elliptic type were solved with conventional $k-\epsilon$ turbulence model.

The measurements show that the jet increased linearly in flow direction, and that similarity for each turbulent quantity such as Reynolds shear stress, or turbulent kinetic energy was revealed in the fully developed region. The computational results show good agreements with experiments.

* 경희대학교 공대 기계공학과 부교수

** 인하대학교 대학원

NOMENCLATURE

b	: 流動軸 噴流의 半幅	U _m	: 噴流의 各단면의 最大速度
c	: 噴流의 假想原點	U _o	: 노즐출구 速度
Cl	: 噴流의 運動學的原點	u', v', w'	: 速度變動成分
D	: 노즐幅	$\bar{u}\bar{v}$: 亂流剪斷應力
K	: 噴流의 擴散率	X	: 流動軸
k	: 亂流運動에너지	Y	: 橫方向의 軸
Kl	: 速度감소 기울기	μ	: 粘性
L	: 노즐길이	ρ	: 密度
Re	: 레이놀즈 수 ($=\rho U_o D/\mu$)	θ	: 衝突角
S	: 소스項	ϵ	: 소멸율
U	: 流動方向 平均速度	$\Gamma\phi$: 교환계수
U _c	: 噴流의 中心軸 速度		

1. 序 論

噴流은 熱 및 物質傳達效果를 증대시키는 방법으로서 工業적 응용범위가 넓다. 塗裝(paint spray), 冷却(jet blast cooling), 乾操(jet blast drying), 칠드아아크溶接(chielded arc welding), 펠튼 수차등에서 噴流의 特性을 有效하게 利用하고 있다^[1-3].

自油噴流은 初期領域, 遷移領域 그리고 完全發達領域으로 크게 구분할 수 있다. 初期領域에는 노즐출구의 速度를 유지하는 포텐셜코어(potential core)와 외부공기가 접하는 剪斷層 혹은 混合層 유동이 존재하며, 遷移領域에서는 流線의 불안정과 粘性의 영향으로 3次元 渦流가 형성됨으로써 流體混合이 촉진되고, 完全發達領域에서는 渦流가 크게 발달되어 均일한 亂流成分의 분포를 유지하게 된다^[4-9].

Miller와 Coming^[6]은 平面自由噴流에서 平均速度, 靜壓, 亂流強度등을 측정하여 噴流의 擴散率(Kl), 포텐셜코어 위치는 노즐폭(D)의 7배, 自己保存領域은 40배에서 이루어진다고 밝혔으며, Bradbury^[7]은 주위의 공기가 저속으로 유동하는

유동방향으로 주위공기유속 보다 높은 속도로 분사되는 平面噴流에 관하여 噴流의 擴散率을 구하였으며, 노즐폭의 30배 위치에서 亂流強度分布가 相似性을 이룬다고 밝혔다. Gutmark와 Wagnanski^[8]는 노즐폭의 120배 까지에서 平均速度, 亂流強度, 亂流剪斷應力과 두 점사이의 相關係數등을 측정하여 노즐폭의 40배 되는 곳에서부터 自己保存領域이 형성됨을 밝혔다. Krothapalli^[9]등은 平面自由噴流에서 노즐폭의 115배 범위에서 平均速度, 亂流強度, 亂流剪斷應力을 측정하여 噴流의 擴散率과 假想原點이 노즐출구로부터 2.5배 되는 곳에서 형성된다고 밝혔다. Wagnanski와 Fiedler^[10]는 圓形自由噴流에서 노즐직경의 100배 까지에서 熱線風速計를 이용하여 平均速度, 亂流強度, 亂流剪斷應力, 間喝度, 非對稱度, 扁平度등을 측정하여 노즐출구로부터 70배 되는 위치에서 自己保存領域이 형성되고 있음을 밝혔으며, 이론적인 연구로는 Looney와 Walsh^[11]가 노즐출구의 形狀比에 따라서 표준 k- ϵ 모형을 수정하여 실험치의 平均速度, 亂流剪斷應力등과 계산치를 비교검토했었다.

本 研究에서는 2차원 自由噴流의 流動特性을

구명하기 위하여 熱線風速計를 이용하여 平均速度, 亂流運動에너지, 亂流強度 및 亂流剪斷應力을 측정하여 결과치를 수치해석의 계산치와 비교검토했다. 수치해석을 위한 亂流計算모델(computational turbulence model)로는 표준k-ε 모델, 數值스킴(numerical scheme)으로는 하이브리드스킴(hybrid scheme)을 사용하였다.

2. 實驗裝置 및 實驗方法

2-1. 實驗裝置

본 연구에 사용된 空氣噴射裝置는 送風機, 플렉시블 튜브(flexible tube) 및 노즐부로 구성되어 있다. 送風機는 AC 220V, 75HP의 3상유도 電動機에 의해 구동되고, 最大風量은 10m³/min, 最大回轉數는 3420rpm으로서 無段變速된다.

Fig. 1은 실험장치의 세부도이다. 작동유체인 空氣가 送風機 흡입구를 통하여 유입되고 送風機 출구와 노즐부의 커플링 사이는 유연성을 부여하기 위하여 플렉시블 튜브로 연결시켰다. 空氣는 送風

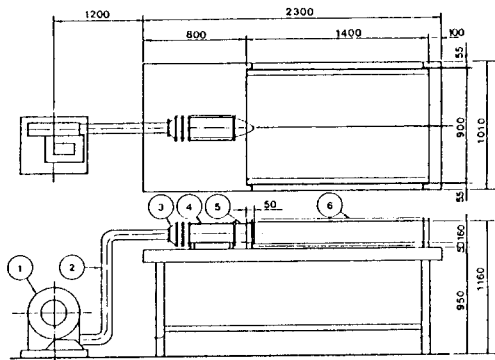


Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus.

1. Turbo blower
2. Flexible tube
3. Coupling
4. Plenum chamber
5. Nozzle
6. Guide plate

機出口, 플렉시블 튜브와 커플링을 지나 整流室로 유입되어진다. 整流室에 유입된 공기는 整流室 입구에 설치된 3장의 整流網을 통과하여 균일한 속

도분포를 형성하며, 2차원 유동의 상태로 노즐에 유입된다.

노즐은 사인곡선(sine curve)으로 제작된 2차원 노즐¹¹⁾로서 출구단면은 폭(D) 10mm, 길이(L) 150mm이다. 노즐출구에서의 亂流強度는 0.04%로 충분히 낮게 얻어졌다.

空氣噴射裝置 노즐출구로부터 분출후의 2차원성을 유지하기 위하여 유로에 길이 1400mm, 폭 900mm, 두께 10mm인 두장의 아크릴판을 노즐측벽에 설치하여 동일한 높이 위의 실험대 위에 고정하였다.

2-2. 實驗方法

自由噴流의 유동장과 좌표계는 Fig. 2와 같다. 실험은 Reynolds수 $9.9 \times 10^3 - 2.1 \times 10^4$ 범위에서 平均速度 및 亂流成分의 측정은 定溫熱線風速計(KANOMAX 7224)에 의해 이루어졌으며 과열비가 1.5, 작동저항 15Ω인 X형 푸로브(probe)를 사용하였다. X형 푸로브에서 얻어진 亂流信號는 A/D 컨버터(converter)를 거쳐서 마이크로컴퓨터에 연결된 후 통계처리 되었으며, 최종 데이터는 디스켓에 저장한 후 재생 기록하였다.

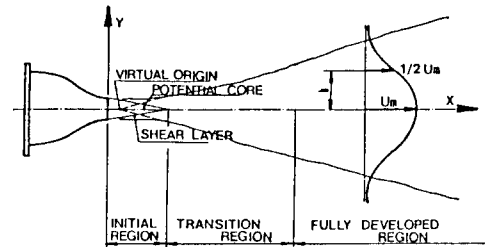


Fig. 2 Structure of free jet flow and coordinate system.

Fig. 3는 熱線風速計에 의한 측정 시스템과 데이터 처리의 계통도이다.

3. 數值解析

3-1. 支配方程式

亂流의 支配方程式들은 定常狀態, 非壓縮性

流動에 대해 다음 식과 같은 일반적 형태의 편미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_{\phi} \dots\dots\dots (3-1)$$

식 (3-1)에서 ϕ 는 종속변수이고 Γ_{ϕ} 는 교환계수이며 S_{ϕ} 는 소스(source)項으로서 ϵ 의 생성과 소멸을 나타내는 항이다. 각 방정식의 종속변수와 교환계수 및 소스項은 Table 1과 같다.

Table 1. The variables in equation (3-1)

Equation	ϕ	Γ_{ϕ}	S_{ϕ}
Continuity	1	0	0
Axial momentum	U	μ_{eff}	$-\frac{\partial \tau}{\partial x} + S^u$
Radial momentum	V	μ_{eff}	$-\frac{\partial \tau}{\partial y} + S^v$
Turbulent kinetic energy	K	$\frac{\mu_{eff}}{\gamma_k}$	$G - \rho \epsilon$
Turbulent dissipation rate	ϵ	$\frac{\mu_{eff}}{\gamma_{\epsilon}}$	$\frac{C_1 \epsilon G - C_2 \rho \epsilon^2}{K}$

$$G = \mu_{eff} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

$$S^u = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$S^v = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

3-2. k-ε 모델

난류계산모델로서 k-ε 모델에서는 渦粘性係數 (Eddy viscosity)를

$$\mu_t = \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon}$$

으로 정의하며 亂流運動에너지 k와 亂流運動에너

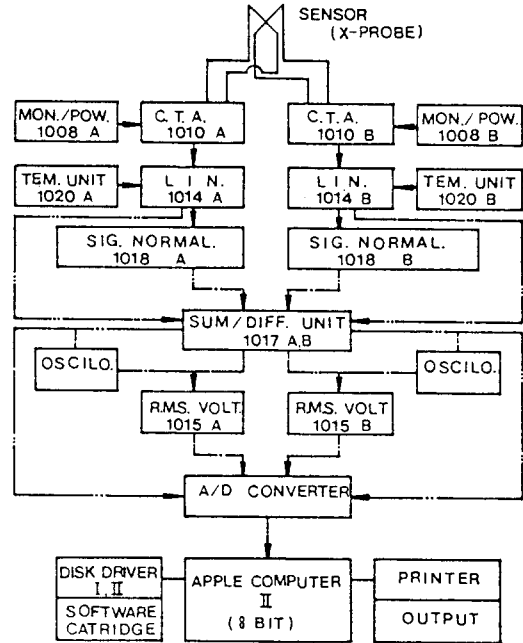


Fig. 3 Block diagram of hot-wire anemometer system and data acquisition.

지 소멸을 ϵ 은 Table 1에 주어진 각각에 대한 편미분방정식으로부터 구해진다. 모델에 사용된 상수들은 Table 2와 같다.

Table 2. The values of model constants

C_1	C_2	C_{μ}	C_D	γ_k	γ_{ϵ}
1.44	1.92	0.09	1.0	1.0	1.3

3-3. 계산영역과 경계조건

計算領域은 노즐출구에서 X축 방향으로 速度勾配가 더 이상 변하지 않는 120D거리로 잡았으며, Y방향으로는 유동주류의 영향을 거의 받지 않은 20D인 지점을 반류경계(Entrainment boundary)로 정하였다. 自由噴流에 고려된 경계조건은 Table 3과 같다.

3-4. 計算過程

계산 프로그램은 TEACH code^[13]를 수정해서 사용하였다. 따라서 차분식은 control volume for-

Table 3. Boundary condition of free jet

Boundary/Variable	U	V	k	ϵ
Jet inlet	U_{in}	0	$T \cdot U_{in}^2$ $T=0.005$	$k^{3/2}/L$ $L=0.56D$
Entrainment	0	0	0	0
Top entrainment	$U=0$	$\frac{\partial v}{\partial y}=0$	$\frac{\partial k}{\partial y}=0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial y}=0$
Outlet	$\frac{\partial U}{\partial x}=0$	$\frac{\partial v}{\partial x}=0$	$\frac{\partial k}{\partial x}=0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial y}=0$

mulation방법에 의해 유도되고, 운동량방정식과 압력보정식이 연립으로 계산되는 SIMPLE방법⁽¹⁴⁾이 사용되었으며, 차분식들의 계산은 line-by-line TDMA에 의해 수행된다. 지배방정식의 대류항의 처리를 위한 수치스킴(numerical scheme)으로는 하이브리드스킴(hybrid scheme)이 사용되었다. 노즐 출구부근에서 격자를 조밀하게 한 24×30의 절점계를 선택하였다.

4. 結果 및 考察

4-1. 噴流의 擴散

Fig. 4의 噴流는 유동축을 따라 線形的으로 확산되며 분류의 반폭(b)는 레이놀즈수(Reynolds num-

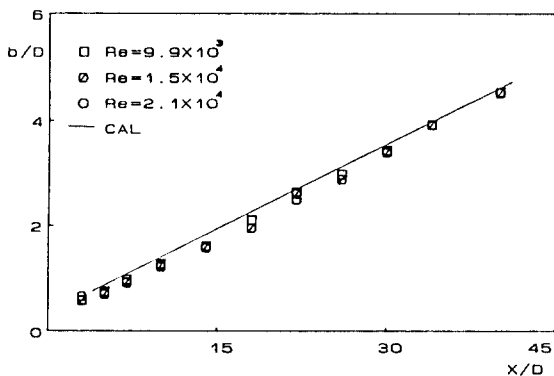


Fig. 4 Variation of half width along the centerline.

ber)의 변화에 관계없이 좋은 相似性을 보인다. 반폭은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$b/D = K(X/D - C) \dots\dots\dots (4-1)$$

윗 식으로부터 噴流의 擴散率(k)은 0.103이며, 假想原點(C)는 -3.46임을 알 수 있다. Table 4는 다른 결과들과 비교해 나타내고 있는데 噴流의 擴散率은 일반적으로 0.07-0.12 범위에서 형성되는데, 本研究의 噴流擴散率이 타의 경우보다 낮고, 假想原點의 위치도 적은 것은 타의 경우에 비해서 노즐출구의 形狀比가 작기 때문이라고 사료된다. k- ϵ 난류모델을 사용한 계산치의 擴散率은 실험치와 잘 일치하고 있다.

Table 4. Experimental Jet Characteristics 1

INVESTIGATOR	ASPECT RATIOS	SPREADING RATE(k)	VIRTUAL ORIGIN(C)
Gutmark ⁽⁸⁾	38.46	0.109	-2.0
Krothapalli ⁽⁹⁾	16.7	0.109	-2.5
Heskestad ⁽²¹⁾	120	0.11	5.3
Bradbury ⁽⁷⁾		0.109	
* Author	15	0.103	-3.4

4-2. 平均速度

Fig. 5에 流動軸 平均速度 U_c 의 변화를 나타냈다. 이 관계는 다음 식으로 표시될 수 있다.

$$(U_c / U_0)^{-2} = KI(X/D - C1) \dots\dots\dots (4-3)$$

Table 5는 본 실험에서 얻은 속도감소율 K1와 運動學의 原點 C1를 타의 경우와 비교하고 있다. 이들 값 역시 노즐출구 形狀比가 커짐에 따라 속도감소율은 크게 나타났다. 노즐 中心軸上의 平均速度(U_c)는 포텐셜코어(Potential core) 위치인 $X/D = 6$ 까지는 일정하고 그 이후부터는 주위공기 유입으로 급격히 감소하는 경향을 나타내며, 레이놀즈수에 관계없이 相似性을 보이고 있다. 계산된 포텐셜코어의 크기는 실험치 $X/D=6$ 보다 작게 나타났다. 계산치는 遷移領域에서는 실험치와 상당한 오차가 있으나, 初期領域과 完全發達領域에서는 실

힘치에 접근하고 있음을 보여 주고 있다.

Table 5. Experimental Jet Characteristics 2

INVESTIGATOR	ASPECT RATIOS	SLOPE (K1)	KINEMATIC ORIGIN (C1)
Miller, Coming ^[6]	40	0.167	-1.56
Gortari ^[16]	48	0.24	4.53
Heskestad ^[2]	120	0.364	5.3
* Author	15	0.12	-0.74

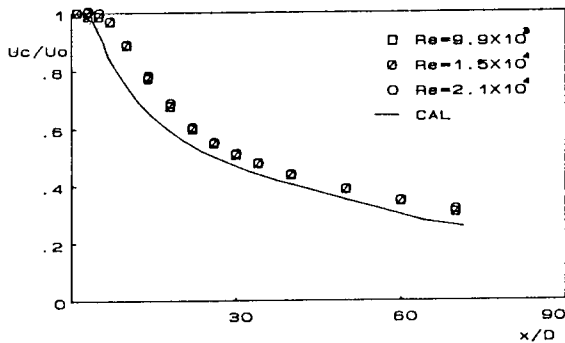


Fig. 5 Variation of the axial mean velocity along the centerline.

Fig. 6은 流動軸 (X/D)의 변화에 따라 軸方向 平均速度分布를 나타낸 그림이다. 流動軸上의 위치에 관계없이 平均速度分布는 相似性을 나타내고 있다. 또 계산치와도 잘 일치함을 볼 수 있다.

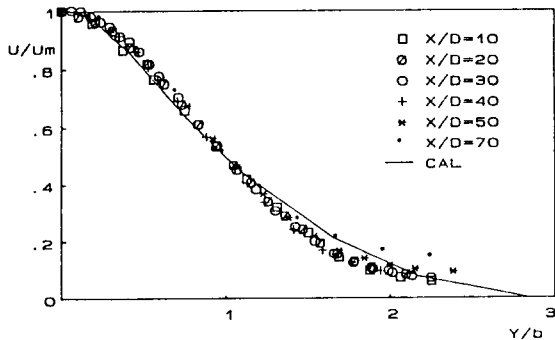


Fig. 6 Axial mean velocity profiles in the X, Y plane. (Re = 2.1 x 10⁴)

Fig. 7은 橫方向 平均速度分布를 나타낸 것이다. 橫방향 平均速度 분포도 노즐출구에서 부터 V/U_m 값이 점진적으로 증가하다가 X/D > 20 이후에서는 유동축변화에 相似性을 나타내고 있으며, Y/b = 0.6 부근에서 V/U_m 값이 최대치를 나타내고 있다. 또한 Y/b > 1.2에서 부터 마이너스값의 분포를 나타내고 있는데 이는 주위공기의 流入現象 (entrainment)으로 기인되는 것으로 추정한다.

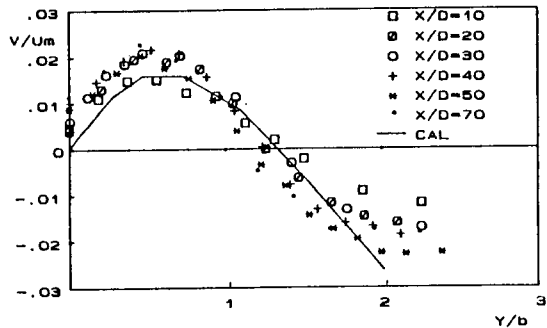


Fig. 7 Lateral mean velocity profiles in the X, Y plane. (Re = 2.1 x 10⁴)

4-3. 亂流運動에너지

Fig. 8은 亂流運動에너지를 나타낸 그림이다. 亂流運動에너지 $\{k = 1/2 (u'^2 + v'^2 + w'^2)\}$ 는 X, Y 평면에 수직한 방향의 변동성분 w'가 Y방향의 변동성분 v'와 근사적으로 일치한다는 가정하에서 k = 1/2

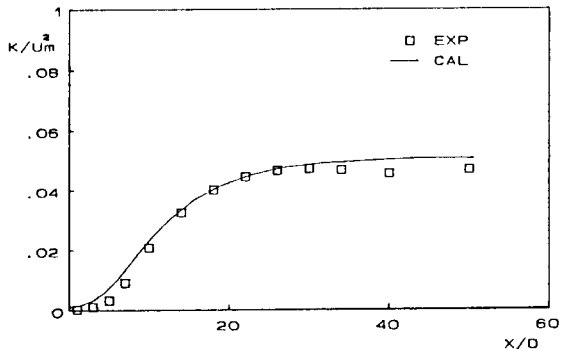


Fig. 8 Distribution of turbulent kinetic energy along the centerline. (Re = 2.1 x 10⁴)

$(u'^2 + 2v'^2)$ 의 식에 의해 측정된 u' , v' 로부터 계산되었다. $X/D=30$ 까지 점차 증가한 다음 $X/D=30$ 이후 부터는 일정값을 유지하다가 점진적으로 증가하는 경향을 나타내고 있다. 이는 遷移領域에서 亂流運動에너지는 증가하지만 $X/D>20$ 에서 형성되는 自己保存領域에서는 거의 일정한 값을 유지한다는 것을 의미한다. 이 경우의 계산치는 실험치와 양호한 일치를 보여 주고 있다.

Fig. 9는 流動軸 변화에 따라서 亂流運動에너지를 나타낸 그림이다. 流動軸 변화에 따라서 점차 상승하다가 $X/D=30$ 에서 부터는 流動軸 변화에 관계없이 相似性을 나타내고 있으며, $Y/b=0.75$ 부근에서 噴流擴散에 의한 亂流運動에너지 값이 최대가 되고 $Y/b=2$ 에서 거의 소멸상태에 이르게 된다. 이것은 亂流強度나 剪斷應力の 분포에서 보는 바와 같이 $Y/b=2$ 근방이 분류영향권의 경계가 된다는 것을 입증하는 것이 된다. 流動軸의 증가에 따라 亂流에너지가 증가하고 있는 것은 噴流 자체가 하류로 갈수록 확대되어 간다는 것을 의미하고, $X/D=30$ 이후에서는 하나의 곡선으로 수렴하는 것으로 미루어 自己保存領域에서 亂流에너지가 일정값을 유지한다는 앞에서의 결과와 일치하는 경향이랄 수 있다.

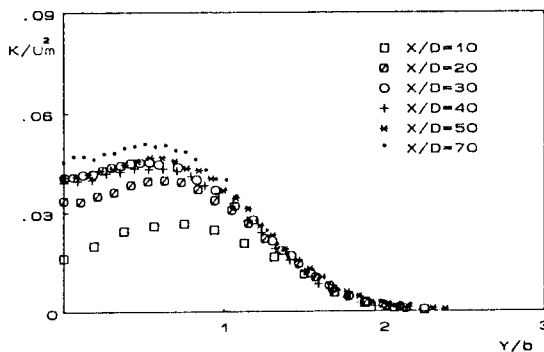


Fig. 9 Distribution of turbulent kinetic energy in the X, Y plane. ($Re = 2.1 \times 10^4$)

4-4. 亂流強度

Fig. 10은 流動軸變化에 따라서 측정된 軸方向

및 橫方向의 變動速度成分을 나타낸 그림이다. 각 방향 亂流強度 분포는 $X/D=25$ 까지는 亂流強度가 급격히 증가하여 $X/D>25$ 이후 부터는 거의 일정하다가 점진적으로 증가되어짐을 나타내고 있다. 噴流의 軸方向 및 橫方向速度가 $X/D>25$ 이후에서 相似性을 보이는 것과 잘 일치한다. 自己保存領域은 $X/D>25$ 이후부터 형성되고 있음을 알 수 있다. 타 연구의 自己保存領域이 형성되는 위치는 Gutmark⁽⁸⁾ 40D, Miller⁽⁶⁾ 40D 그리고 Krothapalli⁽⁹⁾ 30D에서 형성된다고 밝혔다. 분류의 自己保存領域이 형성되는 위치 역시 노즐출구 形狀비가 작을수록 빨리 형성됨을 알 수 있다.

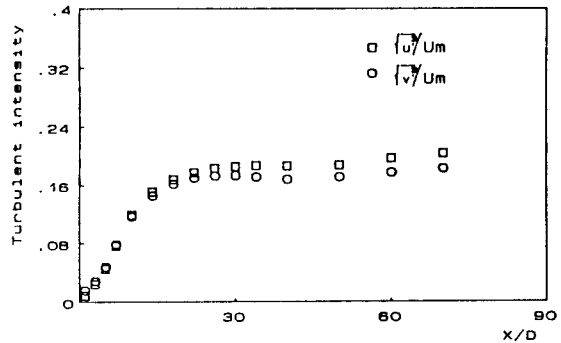


Fig. 10 Variation of the turbulent intensities along the centerline. ($Re = 2.1 \times 10^4$)

Fig. 11, 12는 流動軸 변화에 따라서 軸方向과 橫方向 亂流強度를 나타낸 그림이다. Fig. 11은 軸方向 亂流強度가 $X/D=30$ 까지는 점차 증가하다가 30D 이후에는 유동축 변화에 관계없이 相似性을 보이고 있다. 噴流의 중심축보다 噴流擴散의 성향이 강하게 나타난 $Y/b=0.75$ 부근에서 최대값으로 나타남을 알 수 있다. 그리고 Fig. 12의 橫方向 亂流強度도 $X/D=30$ 까지 점차 값이 커지다가 自己保存領域인 $X/D=25$ 에서 부터는 相似性을 나타내며 분류의 확산이 중심축보다는 $Y/b=0.75$ 에서 강하게 일어나다가 그 이후에 급격히 감소하는 양상을 나타내고 있다.

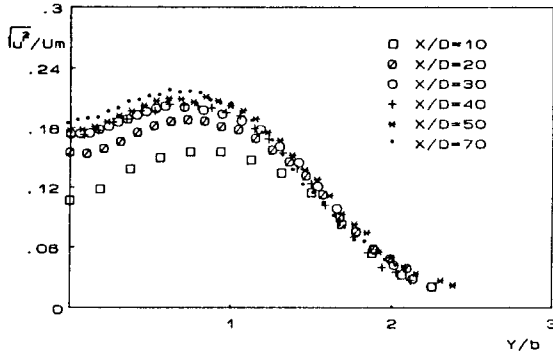


Fig. 11 Distribution of axial velocity fluctuations in the X, Y plane. ($Re=2.1 \times 10^4$)

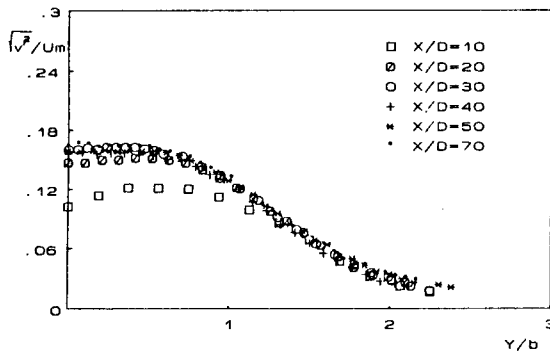


Fig. 12. Distribution of lateral velocity fluctuations in the X, Y plane. ($Re=2.1 \times 10^4$)

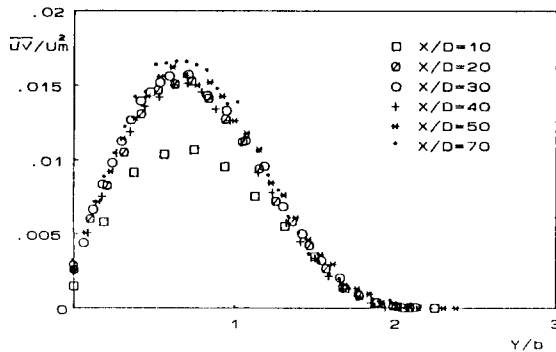


Fig. 13 Distribution of the turbulent shear stress in the X, Y plane. ($Re=2.1 \times 10^4$)

4-5. 亂流剪斷應力

Fig. 13은 流動軸 변화에 따라서 측정된 亂流剪斷應力을 나타낸 그림이다. $X/D=30$ 까지는 점차 증가하다가 自己保存領域이 형성되는 $X/D>20$ 이후에는 거의 변화없이 相似性을 이루고 있다. 분류의 중심선에서 亂流剪斷應力은 零의 값을 나타내며 Y/b 의 거리가 증가함에 따라 점차 증가하여 $Y/b=0.75$ 부근에서 최대값이 형성되고 있음을 알 수 있는데, 여기에서 亂流強度도 최대값이 나타난다는 것을 생각할 때 당연한 추세라 할 수 있겠다.

5. 結 論

2次元 노즐을 사용하여 Reynolds 수 $9.9 \times 10^3 - 2.1 \times 10^4$ 범위에서 自由噴流에 관한 실험과 數值解析을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

- 1) 自由噴流의 성장은 선형적으로 증가하며, 自己保存領域은 $25D$ 에서 형성되었다.
- 2) 軸方向平均速度는 流動軸에 관계없이 좋은 相似性을 보이고 있으며 橫方向最大速度는 $Y/b=0.75$ 부근에서 나타난다.
- 3) 亂流強度, 亂流剪斷應力 및 亂流運動에너지 등의 분포는 $X/D=30$ 에서 부터 相似性이 나타난다.
- 4) 遷移領域에서 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용한 計算値는 實驗値와 다소의 定量的인 차이를 보이고 있으나, 初期와 完全發達領域에서는 實驗値와 잘 일치하였다.

參 考 文 獻

1. Ribeiro, M.M. and Whitelaw, J.H., "Statistical Characteristics of a Turbulent Jet", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 70, Part 1, pp.1-15, 1975
2. Heskestad, G., "Hot-wire Measurements in a Plane Turbulent Jet", Journal of Applied Mechanics, pp. 721-734, 1965

3. Wyganski, I., and Gutmark, E., "Lateral Motion of the Two-dimensional Jet Boundaries", *The Physics of Fluids*, Vol. 14, pp. 1309-1311, 1971
4. Crow, S. C., and Champagne, F. H., "Orderly Structure in Jet Turbulence" *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 48, pp. 547-591, 1971
5. Kotosovins, Micolls E., "A Note on the Spreading Rate and Virtual Origin of a Plane Turbulent Jet", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 77, pp. 305-311, 1976
6. Miller, David R., and Comings, Edward W., "Static Pressure Distribution in the Free Turbulent Jet", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 3 pp. 1-16, 1957
7. Bradbury, L. J. S., "The Sturcture of a Self-Preserving Turbulent Plane Jet", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 23, Part 1, pp. 31-64, 1965
8. Gutmark, E., and Wygnanski, I., "The Planar Turbulent Jet", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 73, pp. 465-495, 1976
9. Krothapalli, A., Baganogff, D., and Karamcheti, K., "On the Mixing of a Rectangular Jet", *Journal of fluid Mechanics*, Vol. 107, pp. 201-220, 1981
10. Wygnanski, I., and Fiedler, H., "Some Measurements in the Self-preserving Jet", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 38, part 3, pp. 577-612, 1969
11. Looney, M. K., and Walsh, J. J., "Mean-flow and Turbulent Characteristics of Free and Impinging Jet Flows", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 47, pp. 397-429, 1984
12. Hussain, A. K. M. F., and Ramjee, V., "Effects of the Axisymmetric Contraction Shape On Incompressible Turbulent Flow", *Jorunal of Fluids Engineering*, pp. 58-69, 1976
13. Lilley, D. G., and Rhode, D. L., "Computer Code for Swirling Turbulent Axisymmetric Recirculation Flows in Practical Isothermal Combustor Geometries", NASA CR-3442, Feb., 1987
14. Patankar, Suhas V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere publishing corperation, 1980
15. J. Cervantes de Gortari and V. W. Goldschmidt, "The Apparent Flapping Motion of a Turbulent Plane Jet-Further Experiment Results", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 103, pp. 119-126, 1981