論文 89-26-10-2

두 대의 산업용 로보트를 이용한 협력 작업의 최적 시간 제어

(Optimal-Time Synthesis for the Two Coordinated Robot Manipulators)

趙 鉉 讚,* 全 洪 兌*

(Hyun Chan Cho and Hong Tae Jeon)

要 約

두 대의 산업용 로보트 매니퓰레이터들의 협력 작업을 위한 최적 시간 제어는 공장 자동화에 있어 매우 중요하다. 본 논문은 두 산업용 로보트 매니퓰레이터들이 하나의 단단한 물체를 잡고 지정된 카르테시안 경로(Cartesian path)를 주행할 경우 최적 시간 해를 구하는 방법을 제시한다. 이 방법은 매니퓰레이터 path의 파라미터화와 phase-plane 기법에 기초를 두고 있다. 또 구동기에 의해 공급되는 입력 토오크는 일정한 범위를 갖는다고 가정한다. 한편 결과의 효용성은 3-회전축을 갖는 두 대의 매니퓰레이터를 이용한 컴퓨터 시뮬레이션으로 입증된다.

Abstract

The optimal-time control of the coordinated motion of two robot manipulators may be of consequence in the industrial automation. In this paper two robot manipulators garsping a common object are assumed to travel a specified Cartesian path and the method how to derive the optimal-time solution is explained.

This approach is based on parameterizing the corresponding path and utilizing the phase-plane technique in the trajectory planning. Also the torques supplied by the actuators are assumed to have some constant bounds. The effectiveness of this approach is demonstrated by a computer simulation using a PUMA 560 manipulator.

I. 서 론

일반적으로 산업용 로보트(industrial robot)는 공장 자동화(factory automation)에 있어서 중추적 역할을 담당하는 컴퓨터로 제어되는 기계적인 시스템으로 정의한다. 최근 이 시스템의 생산성을 향상 시키기 위한 노력이 여러 분야에 걸쳐 활발히 진행되고 있다. 로보트 시스템의 최적 시간 제어(optimal time control) 문제도 그 중의 하나로, 부여된 임무를 최소 시간내에 수행케함으로써 생산성 향상을 도모하는데 목표를 두고 있다.

보통, 로보트의 최적 시간 제어 문제는 단독 로보트(single robot)의 최적 시간 제어와 (두 대 이상의) 다중 로보트들(multiple robots)의 최적 시간 제어로 분류할 수 있다. 다중 로보트의 최적 시간 제어에 관

*正會員, 中央大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Chungang Univ.)

接受日字 : 1989年 2月 18日

(※ 본 논문은 1988년도 문교부 자유공모과제 학술 연구조성비에 의하여 연구되었음)

한 연구의 등장은 로보트의 많은 응용 분야에서 다중 로보트에 의한 협력작업의 필요성이 증대되고 있는 사실에 기인한다.[6][15]

최근까지 로보트의 최적 시간 제어에 관한 연구는 단독 로보트에 국한되어 왔으며, 그 연구들은 다음 두가지 방식들로 나누어 진행되고 있다. 첫번째 방식은 고전적인 최적 시간 제어 이론(즉, Pontryagin maximum principle)을 적용하여 매니퓰레이터의 준 최적 귀환 제어기(sub-optimal feedback controller) 를 얻는 것이다.[7] 그러나 이 방법은 경로(path)의 설정이 필요치않는 작업 공간, 즉 장애물이 없는 경우로 그 적용성이 제한된다. 두번째는 작업 공간에서의 장애물과의 충돌을 막기 위해 매니퓰레이터의 주행 경로가 미리 선정된 경우에 적용되는 방식이다.[8][9][10][11]. 여기에서 매니퓰레이터의 제어 문제는 off-line trajectory generation과 on-line path tracking 단계들로 구분되고, 최적 시간해는 off-line tractory generation 단계에서 결정된다. 대표적인 연구 결과는 Bobrow[3]와 Shin[12] 에 의해 제안된 방식들이다. Borow[3] 와 Shin[12] 은 카르테시안 공간과 조인트 공간에서 phase-plane 기법을 이용해 각각 최적 시간 해를 얻었다.

한편 다중 로보트들의 최적 제어는 단독 로보트의 경우보다 더욱 복잡하고 어려운 난제로 인식된다. 이는 다중 로보트들에 의한 협력 작업시 발생하는 로보트들 상호간의 kinematic/dynamic 제한 조건들이 단독 로보트의 경우보다 복잡하기 때문이다.[6][13][14][15] 본 논문에서는 이러한 어려움을 완화시키고 효율적인 해를 얻기 위해 다음과 같은 몇가지 가정을 한다.

1) 다중 로보트들에 의한 협력 작업중 가장 기본적인 두대의 로보트에 의한 협력 작업을 최적 제어 대상으로 삼는다.
2) 협력 작업은 카르테시안 공간상에서 단단한(solid) 운반물체의 무게 중심에 주어진 파라미터화 (parameterization) 된 경로의 주행을 의미한다. (참조 그림 1.)
3) 두 매니퓰레이터들의 동적 특성은 동일하다.

상기 가정들 하에서 본 논문에서는 협력 작업시 두 매니퓰레이터들 사이에 존재하는 위치, 속도 그리고 가속도 상에서의 kinematic 상호 연관 관계들을 우선 규명하고, 협력 작업시 물체와 두 매니퓰레이터들 사이에 항상 발생하는 interactive force를 고려한 새로운 파라미터화된 동적 방정식(dynamic equation)을 얻는다. 그리고 최대 입력 제한 조건과 phase-plane 기법을 이용해 출발점과 도착점 사이에서 파라미터의 time derivative들로 표시된 최적 시간 궤적을 결정하는 방법을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 두 로보트 매니퓰레이터들이 하나의 단단한 물체를 잡고 지정된 경로를 따라 주행할 때 발생하는 kinematic/dynamic 상호 연관 관계들이 규명된다. 3장에서는 phase-plane 기법을 이용한 최대 입력 제한 토오크 제한 조건을 만족하는 최적 시간 궤적(trajectory)의 생성 방법이 제시된다. 그리고 4장에서는 3-회전 조인트를 갖는 PUMA 560 매니퓰레이터를 이용한 실험 결과가 제시되고 5장에서는 결론과 앞으로의 연구방향이 제시된다.

Ⅱ. 협력 작업시의 상호 연관 관계

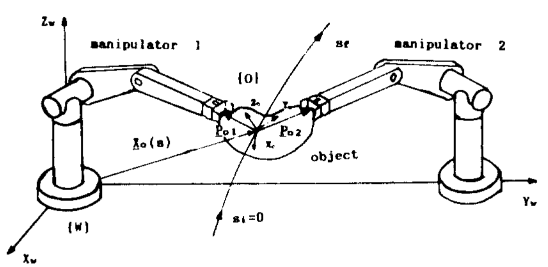
1. Kinematic 측면

1) 위치 관계

두 대의 매니퓰레이터가 하나의 단단한 물체를 잡고 있고, 카르테시안 공간상(Cartesian space) 에서 그 물체 중심에 주행 경로(path)가 주어진다고 가정하자. (참조 그림1.) 물체 중심의 경로 $\underline{X}o(s)$ $(\in R^6)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\underline{X}o(s) = \begin{bmatrix} \underline{P}o(s) \\ \\ \underline{R}o(s) \end{bmatrix} \tag{1}$$

여기에서 $s\,(0 \le s \le s_f)$ 는 normalized distance파라미터이며, $\underline{P}o(s)$ $(=[Pox(s)\ \ Poy(s)\ \ Poz(s)]^T)$ 는 카르테시안 공간상에서의 위치 벡터이다. 그리고 $\underline{R}o(s)$ $(=[\delta xo(s)\ \ \delta yo(s)\ \ \delta zo(s)]^T)$ 는 Euler-angle로 표현된 방위 벡터이다. 또한 "T"는 transpose 를 나타낸다.



{W}; 기준 좌표계(base coordinate)
{O}; 물체 중심에 설정된 좌표계

그림 1. 협력 작업을 수행하는 두 대의 매니퓰레이터.
Fig. 1. The coordinated notion of two robot manipulators grasping a solid object.

두 협력 매니퓰레이터들은 단단한 물체를 잡고 주행하므로 주어진 경로의 주행시 물체 중심에 대한 두 협력 매니퓰레이터들의 상대적인 위치 $\underline{P}_{oi}$ ($\in R^3$ (i 1, 2) 들과 방위 R_{oi} ($\in R^{3\times3}$) (i = 1, 2) 들은 일정하다. (참조 그림1.) 따라서 i 번째 매니퓰레이터의 경로 $\underline{X}_i$(s) ($\in R^6$)는 다음과 같이 결정된다.

$$\underline{X}_i(s) = \begin{bmatrix} \underline{P}_i(s) \\ \\ \underline{R}i(s) \end{bmatrix} \qquad (2)$$

$$\underline{P}_i(s) = \underline{P}_o(s) + {}^{w}\mathrm{Rot}(s)\,\underline{P}_{oi} \qquad (3)$$

$$\underline{R}_i(s) = [\,\delta xi(s)\ \ \delta yi(s)\ \ \delta zi(s)\,]^T$$

$$\text{for } i = 1, 2 \qquad (4)$$

여기에서 ${}^{w}_{o}\mathrm{Rot}(s)$ ($\in R^{3\times3}$)는 기준 좌표계에 대한 물체의 방위 행렬이고, $\underline{R}_i(s)$ ($\in R^3$)는 행렬 $[{}^{w}_{o}\mathrm{Rot}(s)\cdot R_{oi}]$로 부터 얻은 Euler angle로 표현된 i 번째 매니퓰레이터의 방위 벡터이다.

두 매니퓰레이터들이 각각 식(2), 식(3) 그리고 식(4)에 의해 지정된 경로를 주행할 경우 물체는 식(1)로 주어진 카르테시안 공간상의 경로를 주행한다. 따라서 앞으로의 문제는 두 매니퓰레이터들이 각기 주어진 경로를 정확하게 주행하는 것으로 대체되며 두 매니퓰레이터는 공히 6-자 유도를 갖는 매니퓰레이터를 대상으로 한다.

2) 속도 및 가속도 관계

Chain-rule에 의한 i 번째 매니퓰레이터의 카르테시안 속도

$\dot{\underline{X}}_i(s)$ $\left(\equiv \dfrac{d\underline{X}_i(s)}{dt},\ \in R^6\right)$ (i = 1, 2) 와 카르테시안 가속도 $\ddot{\underline{X}}_i(s)$ $\left(\equiv \dfrac{d^2\underline{X}_i(s)}{dt^2},\ \in R^6\right)$ (i = 1, 2) 는 다음과 같다.

$$\dot{\underline{X}}_i(s) = \frac{d\underline{X}_i(s)}{ds}\,\dot{s} \qquad (5)$$

$$\ddot{\underline{X}}_i(s) = \frac{d\underline{X}_i(s)}{ds}\,\ddot{s} + \frac{d^2\underline{X}_i(s)}{ds^2}\,\dot{s}^2 \qquad (6)$$

$$\text{for } i = 1, 2.$$

한편 i 번째 매니퓰레이터 end-effector의 카르테시안 속도와 각 조인트 속도는 다음 관계식을 갖는다.

$$\dot{\underline{X}}_i(s) = J(\underline{\theta}_i(s))\,\dot{\underline{\theta}}_i(s) \qquad (7)$$

$$\text{for } i = 1, 2.$$

여기에서 $\underline{\theta}_i(s)$ ($\in R^6$)와 $\dot{\underline{\theta}}_i(s)$ ($\in R^6$)는 각각 $\underline{X}_i(s)$와 $\dot{\underline{X}}_i(s)$에 대응되는 i 번째 매니퓰레이터의 조인트 위치 벡터와 조인트 속도 벡터이며, J($\cdot$) ($\in R^{6\times6}$)는 Jacobian 행렬이다. (이후 간결한 표현을 위해 $\underline{\theta}_i(s)$, 및 $\dot{\underline{\theta}}_i(s)$의 변수 s는 생략함) 또한 카르테시안 가속도와 i 번째 매니퓰레이터의 조인트 성분과의 관계는 다음과 같다.

$$\ddot{\underline{X}}_i(s) = \dot{J}(\underline{\theta}_i,\ \dot{\underline{\theta}}_i)\,\dot{\underline{\theta}}_i + J(\underline{\theta}_i)\,\ddot{\underline{\theta}}_i \qquad (8)$$

$$\text{for } i = 1, 2.$$

여기에서 $\ddot{\underline{\theta}}_i$ ($\in R^6$)는 i 번째 매니퓰레이터의 조인트 가속도 벡터이다.

따라서 상기식을 i 번째 매니퓰레이터의 조인트 가속도에 대한 관계식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{\underline{\theta}}_i \equiv \underline{\phi}_1^i(s)\,\ddot{s} + [\,\underline{\phi}_2^i(s) + \underline{\phi}_3^i(s)\,]\,\dot{s}^2 \qquad (9)$$

$$\text{for } i = 1, 2.$$

여기서,

$$\underline{\phi}_1^i(s) \equiv J^{-1}(\underline{\theta}_i)\,\frac{d\underline{X}_i(s)}{ds}$$

$$\underline{\phi}_2^i(s) \equiv J^{-1}(\underline{\theta}_i)\,\frac{d^2\underline{X}_i(s)}{ds^2}$$

$$\underline{\phi}_3^i(s) \equiv -J^{-1}(\underline{\theta}_i)\,\frac{dJ(\underline{\theta}_i)}{ds}\,J^{-1}(\underline{\theta}_i)\,\frac{d\underline{X}_i(s)}{ds}$$

2. Dynamic 측면

1) 동적 방정식의 파라미터화

고도의 비선형(highly nonlinear)이며 coupled된 동적 특성을 갖는 단독 매니퓰레이터의 운동 방정식은 일반적으로 Lagrange 방법과 Newton-Euler 방법등 여러가지 방법들에 의해 얻을 수 있다. 그러나 본 논문에서는 close-form을 제공하는 Lagrange 방정식을 채택하기로 한다. 일반적으로 6-자유도를 갖는 매니퓰레이터의 Lagrange 방정식 형태는 다음과 같다.

$$U_j = \sum_{k=1}^{6} D_{jk}(\theta)\,\ddot{\theta}_k + \sum_{k=1}^{6}\sum_{l=1}^{6} C_{jkl}(\theta)\,\dot{\theta}_k\dot{\theta}_l + \sum_{k=1}^{6} R_{jk}\dot{\theta}_k + g_j(\theta)$$

$$\text{for } j = 1, 2, \cdots, 6. \qquad (10)$$

여기에서 U_j는 조인트 j에 인가되는 입력 토오크(torque), $D_{jk}(\theta)$는 조인트 j와 k사이의 관성, C_{jkl}

(θ)는 조인트 k와 l의 속도에 의한 조인트 j의 Coriolis효과(단, l = k일때는 조인트 k의 속도에 의한 조인트 j의 원심력), R_{jk}는 마찰력 그리고 $g_j(\theta)$는 조인트 j의 중력이다.

앞서, 두 매니퓰레이터들의 동적 특성은 동일하다고 가정하였으므로 i번째 매니퓰레이터의 조인트 속도(식(7)) 및 가속도 (식(9))관계를 식(10)에 각각 대입하면 i번째 매니퓰레이터의 파라미터화된 동적 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U^i_j(s) \equiv M^i_j(s)\ddot{s} + Q^i_j(s)\dot{s}^2 + R^i_j\dot{s} + G^i_j(s) \quad (11)$$

$$\text{for } i = 1, 2 \text{ and } j = 1, 2, \cdots\cdots, 6.$$

여기서,

$$M^i_j(s) \equiv \sum_{k=1}^{6} D^i_{jk}(\theta_i)\phi^i_{1k}(s)$$

$$Q^i_j(s) \equiv \sum_{k=1}^{6} D^i_{jk}(\theta_i)\ [\phi^i_{2k}(s) + \phi^i_{3k}(s)]$$

$$+ \sum_{k=1}^{6}\sum_{l=1}^{6} C^i_{jkl}(\theta_i)\phi^i_{1k}(s)\phi^i_{1l}(s)$$

$$R^i_j(s) \equiv \sum_{k=1}^{6} R^i_{jk}\phi^i_{1k}(s)$$

$$G^i_j(s) \equiv g^i_j(\theta_i)$$

단, $\phi^i_{nk}(s)$ $(i = 1, 2$ and $n = 1, 2, 3.)$는 벡터 $\underline{\phi}^i_n(s)$의 k번째 성분이다.

상기 운동 방정식들은 i번째 매니퓰레이터가 주어진 경로(식(2))를 주행할 때 소요되는 입력 토오크를 나타내고 있다.

2) interactive force를 고려한 동적 방정식

두 매니퓰레이터들의 협력 작업시 고려해야 될 중요한 문제는 이송되는 물체와 두 매니퓰레이터들 상호간의 interactive force관계이다.[13] [14] 일반적으로 두 매니퓰레이터들의 협조 운동을 통해 물체가 주어진 궤적을 주행하기 위해 필요한 힘과 모멘트 벡터 $\underline{F}_o(s)$ $(\in R^6)$는 다음과 같다.

$$\underline{F}_o(s) = [\,[\underline{f}_o(s) - m\underline{g}_o]^T\ \underline{n}_o(s)^T]^T$$

$$= \begin{bmatrix} m\dfrac{d\underline{P}_o(s)}{ds} \\ D_o\dfrac{d\underline{R}_o(s)}{ds} \end{bmatrix}\ddot{s} + \begin{bmatrix} m\dfrac{d^2\underline{P}_o(s)}{ds^2} \\ D_o\dfrac{d^2\underline{R}_o(s)}{ds^2} + \dfrac{d\underline{R}_o(s)}{ds} \times D_o\dfrac{d\underline{R}_o(s)}{ds} \end{bmatrix}$$

$$\dot{s}^2 + \begin{bmatrix} m\underline{g}_o \\ \underline{0} \end{bmatrix} \equiv \underline{F}_{o1}(s)\ddot{s} + \underline{F}_{o2}(s)\dot{s}^2 + \underline{F}_{o3}(s) \quad (12)$$

여기에서 $\underline{f}_o(s)$ $(\in R^3)$와 $\underline{n}_o(s)$ $(\in R^3)$는 각각 이동하는 물체의 선형 힘벡터와 모멘트 벡터이고, m, $D_o(\in R^{3\times3})$ 및 $\underline{g}_o(\in R^3)$는 각각 물체의 질량, 관성 행렬 그리고 중력 가속도이다. 또한 "×"는 벡터 cross product를 의미한다.

운반 물체가 주어진 궤적을 정확히 주행하기 위해서 식(12)의 $\underline{F}_o(s)$는 두 매니퓰레이터들이 물체에 인가하는 힘 $(\underline{f}_i(s) \in R^3)$ $(i = 1, 2)$과 모멘트 $(\underline{n}_i(s) \in R^3)$ $(i = 1, 2)$들 사이에 다음과 같은 관계를 가져야 한다. (참조 그림 2.)

$$\underline{F}_o(s) \equiv W\ \underline{F}(s) \quad (13)$$

여기에서 $\underline{F}(s) = [\,\underline{f}_1(s)^T\ \underline{n}_1(s)^T\ \underline{f}_2(s)^T\ \underline{n}_2(s)^T]^T$이고, W $(\in R^{6\times12})$는 물체와 두 매니퓰레이터들 상호간의 interactive force를 연관짓는 상수 변환 행렬로 식 (14)에 의해 재 정의된다.[13] [14]

$$W \equiv [W_1 \quad W_2]$$

$$W_i\ (\in R^{6\times6}) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ r_i & I \end{bmatrix}$$

$$r_i\ (\in R^{3\times3}) = \begin{bmatrix} 0 & -P^x_{oi} & P^y_{oi} \\ P^z_{oi} & 0 & -P^x_{oi} \\ -P^y_{oi} & P^x_{oi} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{for } i = 1, 2.$$

식(13)으로 부터 요구되는 힘과 모멘트($\underline{F}_o(s)$) 가 주어졌을 때 두 매니퓰레이터의 end-effector들이 인가해야 하는 힘과 모멘트들은 다음과 같이 구해질 수

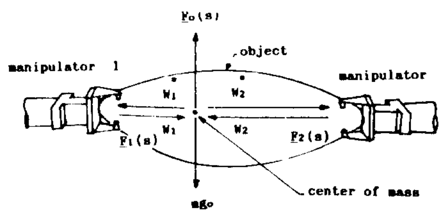


그림 2. 이송 물체와 두 매니퓰레이터의 end-effector들 사이의 힘과 모멘트 변환

Fig. 2. The transformation of force and moment between object and two manipulator end-effectors.

있다.

$$\underline{F}(s) = W^{+}\underline{F}_o(s) = \left[\begin{array}{c} W_1^* \\ \hline W_2^* \end{array}\right] \underline{F}_o(s) \quad (15)$$

여기에서 $W^{+}(\in R^{12\times 6})$는 변환 행렬 W의 pseudo 역 행렬로써 $W^{+}=(W^T W)^{-1} W^T$로 정의되며, 행렬 $W_i^*(\in R^{6\times 6})$ $(i=1,2)$는 W^{+}의 부 행렬(submatrix)이다.

식(12)와 식(15)를 이용해 이송 물체의 힘과 모멘트에 따른 i번째 매니퓰레이터의 end-effector가 인가해야 하는 힘과 모멘트 $\underline{F}_i(s)$ $(=[\underline{f}_i(s)^T \ \underline{n}_i(s)^T]^T)$ $(i=1,2)$는 다음 식에 의해 용이하게 구할 수 있다.

$$\underline{F}_i(s) = \underline{W}_i^* F_o(s) = W_i^*[\underline{F}_{o1}(s)\ddot{s} + \underline{F}_{o2}(s)\dot{s}^2 + \underline{F}_{o3}(s)] \quad \text{for } i=1,2. \quad (16)$$

상기식으로부터 이들 힘과 모멘트에 대응되는 i번째 매니퓰레이터의 조인트 토오크 $\underline{\hat{u}}_i(s)$ $(\in R^6)$ $(i=1,2)$는 다음과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned}\underline{\hat{u}}_i(s) &= J^T(\underline{\theta}_i)\ \underline{F}_i(s) \\ &= J^T(\underline{\theta}_i)\ [W_i^*[\underline{F}_{o1}(s)\ddot{s}+\underline{F}_{o2}(s)\dot{s}^2+\underline{F}_{o3}(s)]] \\ &= \underline{\psi}_1^i(s)\ddot{s}+\underline{\psi}_2^i(s)\dot{s}^2+\underline{\psi}_3^i(s) \quad (17)\end{aligned}$$

$$\text{for } i=1,2.$$

따라서 물체와 두 매니퓰레이터 end-effector들의 interactive force관계로부터 얻은 조인트 토오크(식(17))를 i번째 매니퓰레이터의 동정 방정식(식(11))에 고려하면 다음과 같은 새로운 동적 방정식을 얻을 수 있다.

$$U_j^i(s) = \hat{M}_j^i(s)\ddot{s}+\hat{Q}_j^i(s)\dot{s}^2+R_j^i(s)\dot{s}+\hat{G}_j^i(s) \quad (18)$$

$$\text{for } i=1,2. \text{ and } j=1,2,\cdots\cdots,6.$$

여기서,

$$\hat{M}_j^i(s) \equiv M_j^i(s)+\psi_{1j}^i(s)$$

$$\hat{Q}_j^i(s) \equiv Q_j^i(s)+\psi_{2j}^i(s)$$

$$\hat{G}_j^i(s) \equiv G_j^i(s)+\psi_{3j}^i(s)$$

단, $\psi_{nj}^i(s)$는 벡터 $\underline{\psi}_n^i(s)$ $(i=1, 2 \text{ and } n=1,2,3.)$의 j번째 성분이다.

2-3. 입력 제한 조건

앞절의 동적 특성 외에 또 하나의 문제로써 입력 제한 조건을 고려한다. 단독 매니퓰레이터의 경우 조인트 j에 인가되는 입력 토오크는 다음과 같이 한정된다.

$$-U_j^{max}(\theta,\dot{\theta}) \leq U_j \leq U_j^{max}(\theta,\dot{\theta}) \quad (19)$$

$$\text{for } j=1,2,\cdots,6.$$

여기에서 $-U_j^{max}(\theta,\dot{\theta})$와 $U_j^{max}(\theta,\dot{\theta})$는 각각 조인트 j에 인가될 수 있는 최소 및 최대 입력 토오크이다. 그러나 실제로 $-U_j^{max}(\theta,\dot{\theta})$와 $U_j^{max}(\theta,\dot{\theta})$는 추정이 어렵기 때문에 본 논문에서는 다음과 같이 두 매니퓰레이터 모두 일정한 값을 갖는다고 가정한다.

$$-U_{ij}^{max} \leq U_j^i(s) \leq U_{ij}^{max} \quad (20)$$

$$\text{for } i=1,2. \text{ and } j=1,2,\cdots\cdots,6.$$

여기에서 $U_j^i(s)$는 i번째 매니퓰레이터의 조인트 j에 인가되는 입력 토오크이다. 그리고 두 매니퓰레이터들의 동적 특성이 같다고 가정하였으므로 $U_{1j}^{max}=U_{2j}^{max}$ $(j=1,2,\cdots\cdots,6)$이다.

Ⅲ. 문제 서술 및 최적 시간해 결정

1. 문제 서술

앞장에서 두 매니퓰레이터들에 대한 모든 정보가 최적화 문제에 있어서 중요한 파라미터들인 s와 $\dot{s}$에 의해 결정됨을 알 수 있다. 그러므로 $Z(\in R^2)=(s,\dot{s})$라 할때 $Z(t_o)$에서 $Z(t_f)$ (여기에서 $t=t_o$는 파라미터 공간에서 $s=0$, $t=t_f$는 파라미터 공간에서 $s=s_f$를 의미함)까지 두 매니퓰레이터들의 협력 주행시 제한 조건 식(20)을 고려한 최적 시간 제어 문제는 다음과 같이 요약된다.

〔문 제〕

다음과 같은 제한 조건과 경계조건 하에서 실행지수 식(21)을 최소화 할 수 있는 $Z^*=(s^*,\dot{s}^*)$와 $U_j^{i*}(s)$ $(i=1,2 \text{ and } j=1,2,\cdots\cdots,6)$를 구한다.

$$\text{최소화}: J=\int_0^{s_f}\frac{1}{\dot{s}}\,ds \quad (21)$$

$$\text{제한조건}: -U_{ij}^{max} \leq U_j^i(s) \leq U_{ij}^{max}$$

$$\text{for } i=1,2 \text{ and } j=1,2,\cdots\cdots,6.$$

$$\text{경계조건}: Z(t_o)=(0,\ \dot{s}_i)$$

$$Z(t_f)=(s_f,\ \dot{s}_f)$$

본 논문에서는 두 매니퓰레이터들이 각기 지정된 카르테시안 경로를 주행하는 경우이므로 위의 문제

를 풀기 위하여 고전적인 Pontryagin 최대 원리를 적용하는 것은 바람직하지 못하다. 상기 문제를 해결하는 한 가지 방법으로 본 논문에서는 실행지수 식 (21)과 같이 주행경로 상의 모든 지점 s에서 최대속도 $\dot{s}$를 구해 전체 주행 시간의 최소화를 얻는 방법을 택한다. 이를 위해 카르테시안 공간상에서 phase-plane 기법[3][12] 을 상기 협력 작업에 적용한다.

2. phase-plane 기법을 이용한 최적 시간해 결정

interactive force를 고려한 i번째 매니퓰레이터의 동적 방정식 (식(18))과 입력 제한 조건식 (식(20))은 다음과 같이 가속도 영역의 제한 조건 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$-U_{ij}^{max} - \mu_j^i(s,\dot{s}) \le \hat{M}_j^i(s)\ddot{s} \le U_{ij}^{max} - \mu_j^i(s,\dot{s}) \tag{22}$$

for $i = 1, 2$ and $j = 1, 2, \cdots\cdots, 6.$

여기에서

$$\mu_j^i(s,\dot{s}) \equiv \hat{Q}_j^i(s)\dot{s}^2 + R_j^i(s)\dot{s} + \hat{G}_j^i(s)$$

만약 $\hat{M}_j^i(s) \neq 0$ $(i = 1, 2$ and $j = 1, 2, \cdots\cdots, 6.)$ 라면 식(22)로 부터 가속도 $\ddot{s}$에 관한 관계식을 유도할 수 있다.

$$L_j^i(s,\dot{s}) < \ddot{s} < H_j^i(s,\dot{s}) \tag{23}$$

for $i = 1, 2$ and $j = 1, 2, \cdots\cdots, 6.$

여기서,

$$L_j^i(s,\dot{s}) = \begin{cases} |\hat{M}_j^i(s)|^{-1}[-U_{ij}^{max} - \mu_j^i(s,\dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) > 0 \\ |\hat{M}_j^i(s)|^{-1}[U_{ij}^{max} - \mu_j^i(s,\dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) < 0 \end{cases}$$

$$H_j^i(s,s) = \begin{cases} |\hat{M}_j^i(s)|^{-1}[U_{ij}^{max} - \mu_j^i(s,\dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) > 0 \\ |\hat{M}_j^i(s)|^{-1}[-U_{ij}^{max} - \mu_j^i(s,\dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) < 0 \end{cases}$$

식(23)은 어느 s지점에서 한정된 토오크 범위내에 i번째 매니퓰레이터가 얻을 수 있는 가속도의 범위를 결정한다. 그러나 두 매니퓰레이터들이 주어진 경로의 올바른 주행을 위해서는 다음 관계식들이 만족되어야 한다.

$$H_j^i(s,\dot{s}) - L_k^i(s,\dot{s}) > 0 \tag{24}$$

for $i = 1, 2$ and $j, k = 1, 2, \cdots\cdots, 6.$

모든 조인트에 상기식을 적용하면 어느 지점 s에서 두 매니퓰레이터들의 공통된 허용 최대 속도 $\dot{s}$는 쉽게 구할 수 있다. 그림 3은 어느 지점 s에서 식 (24)를 이용해 공통된 허용 속도 $\dot{s}$를 얻는 과정을 한 예로 보이고 있다.

한편 식(24)의 허용 속도 범위내 어느 지점 s에서 최적 시간 제어를 위해 두 매니퓰레이터가 낼 수 있는 최대 가속도 $\alpha(s,\dot{s})$와 최대 감속도 $\beta(s,\dot{s})$는 다음식들에 의해 결정된다.

$$\alpha(s,\dot{s}) \equiv \max[\min_j\{H_j^1(s,\dot{s})\} \cap \min_k\{H_k^2(s,\dot{s})\}] \tag{25}$$

$$\beta(s,\dot{s}) \equiv \min[\max_j\{L_j^1(s,\dot{s})\} \cap \max_k\{L_k^2(s,\dot{s})\}] \tag{26}$$

for $j, k = 1, 2, \cdots\cdots, 6.$

식(25)와 식(26)은 어느 지점 s에서 $\dot{s}$가 주어졌을때 그 지점에서 얻을 수 있는 최대 가속도와 감속도를 결정한다. 즉, 어느 s지점에서 한정된 토오크 범위내의 최대 가속도 혹은 감속도의 결정은 다음 지점에서의 최대 속도 $\dot{s}$의 선정을 의미하며, 이는 전체 주행 시간의 최소화를 뜻한다.

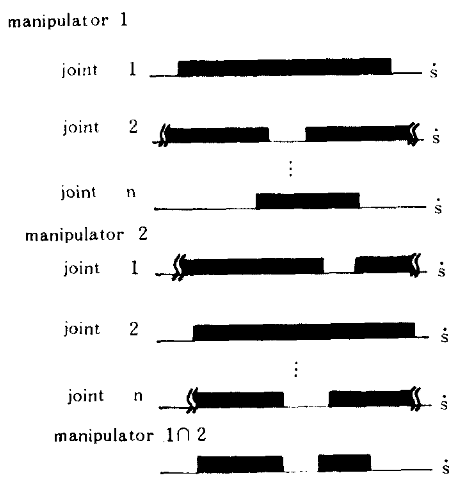


그림 3. 최적 시간 궤적을 얻기 위한 허용 속도 결정

Fig. 3. Determination of allowable velocity for the Optimal-time trajectory.

이들 결과와 phase-plane 기법을 이용해 두 협력 매니퓰레이터의 최적 시간 제어 문제를 해결하기 위한 방법은 다음 몇가지 단계로 정리된다. (참조 그림 4.)

〔단계 1〕 식(24)를 이용해 두 매니퓰레이터 각각의 허용 최대 속도 $\dot{s}$의 경계 곡선을 구성한다. 카르테시안 경로의 모든 지점 s $(0 \leq s \leq s_f)$에서 두 매니퓰레이터들의 경계곡선을 비교한 후 보다 낮은 부분을 택하여 LBC (lower boundary curve)를 찾는다.

〔단계 2〕 주어진 경계 조건 $(Z(t_o) = (0, \dot{s}_i),\ Z(t_f) = (s_f, \dot{s}_f))$ 하에서 각각 식(25)와 식(26)을 이용해 초기 최대 가속도 $\ddot{s}_i$와 최종 최대 감속도 $\ddot{s}_f$를 결정하고, $\ddot{s}_i$와 $\ddot{s}_f$는 각각 다음 지점 s_{i+1}과 s_{f-1}에서의 최대 속도를 결정한다. 이들 과정을 모든 s지점에서 반복하여 s=0에서 forward로 가속 곡선 (accer-ation curve)을 구성하고 $s = s_f$에서 back-ward로 감속 곡선(deceleration curve)을 구성한다.

〔단계 3〕 만약, 단계 2 의 가속 곡선과 감속 곡선이 LBC 아래에서 교차하면 그 점은 변환점 (switching point)이 되고 탐색 과정은 여기서 끝나게 된다.

〔단계 4〕 단계 2 의 가속 곡선과 감속 곡선이 서로 LBC 아래에서 교차하지 않는다면 이들은 각기 LBC와 교차하게 된다. 그러면 가속 곡선의 교차점에서 forward로 s에 대한 LBC의 변위 d(LBC)/ds 와 $\dot{s}$의 변위 $d(\dot{s})/ds$ (이것은 식(24))를 만족치 않는 LBC 상의 가/감속 교차점 사이에서 단지 허용되는 s에 대한 $\dot{s}$의 변위를 의미함)가 같은 변환점을 LBC상에서 탐색한다.

〔단계 5〕 단계 4 의 변환점으로 부터 기존의 가속 곡선과 교차 할 때까지 backward로 식 (26)을 이용해 새로운 감속 곡선을 구성하고, fo-rward로 최종 감속 곡선과 교차할 때까지 식(25)를 이용해 새로운 가속 곡선을 구성한다.

〔단계 6〕 만약, 단계 5 의 새로운 감속 곡선과 가속 곡선이 각각 기존의 가속 곡선과 감속 곡선과 교차한다면 이때의 교차점이 그 다음 변환점이 되고 탐색 과정은 여기서 끝나게 된다.

〔단계 7〕 단계 6 에서의 새로운 가속 곡선이나 감속 곡선이 LBC를 벗어나면 단계 4 로 되돌아 간다.

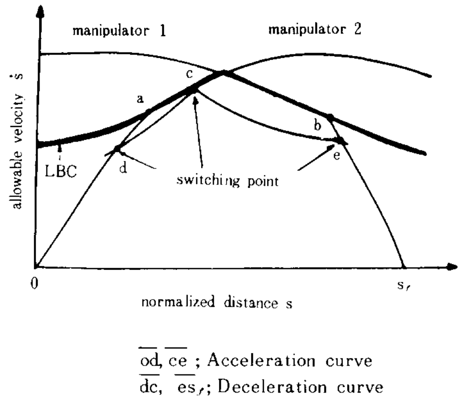


그림 4. 다중 변환점을 갖는 경우의 최적 시간 궤적

Fig. 4. An Optimal trajectory formulation with multi-switching points.

그림 4 는 상기 과정을 이용해 최적 시간 궤적과 변환점을 결정하는 것을 보여주고 있다. 먼저 단계 1로 부터 LBC를 구성하고 있으며 단계 2 를 이용해 가속 곡선 $\overline{oa}$ 와 감속 곡선 $\overline{bs_f}$ 를 구성하고 있다. 그러나 이 가/감속 곡선이 LBC상의 a와 b점에서 교차하므로 새로운 변환점의 선정이 필요하다. 따라서 단계 4 를 이용하여 LBC 상의 a와 b점 사이에서 새로운 변환점을 탐색함으로써 c 점을 결정한다. c점에서 단계 5 를 이용해 구성한 새로운 감속 곡선 $\overline{dc}$는 는 최종 감속 곡선 $\overline{bs_f}$와 e점에서 교차한다. 그러므로 최소시간 궤적은 가속과 감속이 교대로 발생한다.

Ⅳ. 시뮬레이션 및 결과

컴퓨터 시뮬레이션 결과는 두 PUMA 560매니퓰레이터들의 3회전축 만을 모델로 하였다. 그리고 두 매니퓰레이터들의 기준 좌표계 사이의 간격은 1.0m로, 물체의 직경은 0.15m 로 하였으며 물체의 무게는 1 kg으로 가정하였다. 또한 물체와 두 매니퓰레이터 end-effector 상호간의 위치들 $\underline{P}_{o1}$과 $\underline{P}_{o2}$는 식 (27) 로 하여 시뮬레이션을 실행하였다.

한편 물체 중심에 주어진 카르테시안 공간상의 주행 경로와 최대 입력 토오크는 각각 식(28), (29)[1] 와 같다.

$$\underline{P}_{o1}[m] = [0 \quad -0.06 \quad 0]^T$$

$$\underline{P}_{o2}[m] = [0 \quad 0.09 \quad 0]^T \tag{27}$$

$$P_o(s) = \begin{bmatrix} 0.11\times s+0.22 \\ 0.33\times \sin(\pi\times s/3)+0.22 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

$$^{w}_{o}\mathrm{Rot}\,(s) = \begin{bmatrix} \sqrt{3}\times s/2 & -s/2 & 0 \\ s/2 & \sqrt{3}\times s/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$U_i^{max}\,[\mathrm{Nm}] = [\,97.6 \quad 186.4 \quad 89.4\,]^T \quad (29)$$

$$\text{for } i = 1, 2.$$

그림 5는 카르테시안 공간상에서 곡선 경로가 식 (28)과 같이 주어졌을 때 두 매니퓰레이터들의 허용 속도로 부터 LBC의 구성을 보이고 있다. 또한 그림 6 에서는 두 매니퓰레이터들의 곡선 경로가 phase-plane상에서 LBC 아래에 1개의 변환점을 갖는 최적 시간 궤적을 이루고 있음을 보여주고 있다.

그리고 그림 7 은 두 매니퓰레이터들이 주행시 소요될 각 조인트에서의 토오크를 보인다. 그림 7 의 구간 $0\leq s\leq 0.2$에서는 매니퓰레이터 1의 첫번째 조인트가 최대 입력 토오크를 내고 있고 구간 $0.2< s \leq s_f$ 에서는 매니퓰레이터 2의 첫번째 조인트가 최대 입력 토오크를 내고 있음을 보이고 있다. 이 경우 매 구간에서 두 매니퓰레이터의 조인트들중 적어도 1개가 최대의 입력 토오크를 갖음으로써 협력 작업시 두 매니퓰레이터들이 최적 시간 제어됨을 알 수 있다. 또한 그림 7 로 부터 그림 6 의 최적 시간 궤적은 입력 토오크 제한 조건을 훌륭히 만족함을 알 수 있다.

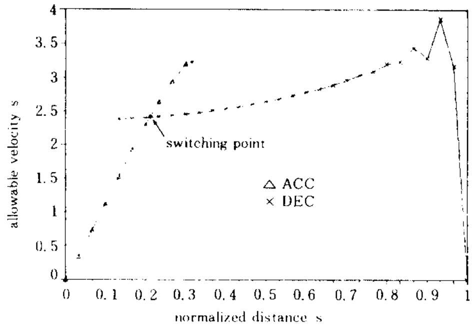


그림 6. LBC아래에서의 최적 시간 궤적
Fig. 6. Optimal-time trajectory below the LBC.

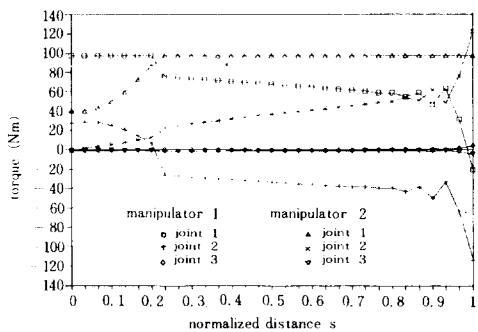


그림 7. 최적 시간 궤적 주행을 위한 두 매니퓰레이터들의 조인트 입력 토오크
Fig. 7. Joint input torques of two manipulators for travelling the Optimal-time trajectory.

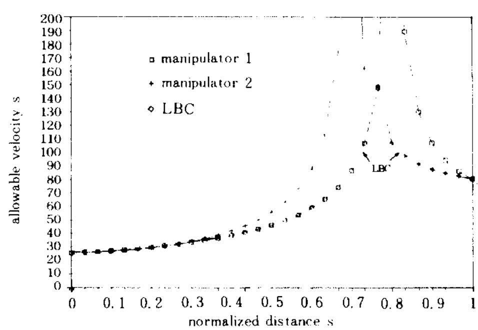


그림 5. LBC의 구성
Fig. 5. Construction of the LBC.

V. 결　　론

두 대의 산업용 로보트를 최적 시간 제어하는 문제는 운송, 조립등 많은 로보트 응용 분야에서 중요한 문제로 최근 등장하고 있다. 그러나 두 협력 로보트의 최적 시간 제어는 단독 로보트의 경우보다 더욱 어려운 것으로 인식되고 있다.

이에 본 논문에서는 이러한 어려움을 극복하는 효율적인 해결방법으로써 먼저 두 협력 매니퓰레이터들 사이에서의 kinematic/dynamic 상호 관계식들을 규명하였다. 특히 협력 작업시 물체와 두 매니퓰레이터들 상호간의 interactive force에 의한 각 매니퓰레이터들의 동적 특성 변화까지 고려하였으며, 이 관계식들과 phase-plane 기법을 이용해 협력 작업시의 최적 시간해를 구하는 방법을 제시하였다. 이 결과들

은 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 그 효율성이 입증되었으며, 세대 이상의 다중 로보트에 의한 협력 작업의 경우로도 쉽게 확장할 수 있을 것으로 사료된다.

앞으로의 연구 방향은 두대 이상의 다중 로보트들의 협력 작업시 카르테시안 공간상에서의 obstacle avoidance를 고려한 보다 효율적인 최적 시간 제어 문제가 연구되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

[1] B. Armstrong, O. Khatib and J. Burdick, "The Explict dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 Arm," IEEE Inter. Conf. on Robotics and Automotion, pp. 510-518, April 1986.

[2] S. Barnett, Matrices in Control Theory. pp. 130-147, Van Norstrand Reinhold Co. 1972.

[3] J.E. Bobrow, S. Dubowsky and J.S. Gibson, "Time-Optimal control of robtics manipulators along specified paths," The inter. journal of robotics research, vol. 4, no. 3, pp. 3-17, 1985.

[4] J.J. Craig, Introduction to Robtics Machanics Control. Addison-wesley, 1986.

[5] E.A. Fox, Mechanics. Harper and Row Publishers, pp. 30-48, 1967.

[6] Tatsuzo Ishida, "Force control in coordination of two arms," Proceedings of the 5th Intelligence, pp. 717-722, Aug. 1977.

[7] M.E. Kahn and B. Roth, "The near-minimum time control of open loop articulated kinematic chains," ASME J. DSMC, vol. 93, no. 3, pp. 164-172, Sep. 1972.

[8] C.S. Lin and D.R. Chang, "Approximate optimum path of robot manipulators under realistic physical constraints," IEEE Con. of Robotics and Automation, pp. 737-742, 1985.

[9] C.S. Lin, P.R. Chang and J.Y.S. Luh, "Formulation and Optimization of cubic polynomial joint trajectory for industrial robots," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-28, no. 12, pp. 1066-1073, Dec. 1973.

[10] J.Y.S. Luh and C.S. Lin, "Optimum-path planning for mechanical manipulator," ASME J. DSMC, vol. 102, pp. 142-150, June 1981.

[11] G.H. Seeger and R.P. Paul, "Optimazating robot motion along a predefined path," IEEE Con. of Robtics and Automation, pp. 765-770, 1985.

[12] K.G. Shin and N.D. Mckay, "Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints," IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-30, no. 6, pp. 531-541, June 1985.

[13] Ian D. Walker, Robert A. Freeman and Steven I. Marcus, "Dynamic task distribution for multiple cooperating robot manipulators," IEEE Con. of Robotics and Automation, pp. 1288-1290, 1988.

[14] Tsuneo Yoshikawa and Kiyoshi Nagai, "Manipulating and grasping forces in manipulation by multi-fingered hands," IEEE Con. of Robotics and Automation, pp. 1998-2004, 1987.

[15] Y.F. Zheng and J.Y.S. Luh, "Joint torques for control of two coordinated moving robots," IEEE International Conf. on Robotics and Automation, pp. 1375-1380, April 1986.

著 者 紹 介

趙 鉉 讚(正會員)

1960年 11月 20日生. 1983年 광운공대 전자공학과 공학사 학위취득. 1985年 중앙대학교 전자공학과 석사학위 취득. 1987年~ 현재 중앙대학교 전자공학과 박사 학위과정 재학중. 주관심 분야는 Robotics 및 F. A., Neural Net., Optimal control 등임.

全 洪 兌(正會員)

1955年 11月 27日生. 1976年 서울대학교 전자공학과 공학사 학위취득. 1982年 뉴욕 주립대 전기공학과 석사학위 취득. 1986年 뉴욕 주립대 전기공학과 박사학위 취득. 현재 중앙 대학교 공과대학 전자공학과 조교수. 주관심 분야는 Robotics, Neural Net., Computer Vision 등임.