

자동안내운반기로 된 생산라인의 최적 물류흐름 -Optimal Material Flow of AGV based Production Lines-

張錫和*

Abstract

This paper concerns the production model that the Automatic Guided Vehicles(AGVs) is used as transporters in assembly line. The model suggests that assembly parts may enter the beginning of the line in multiple units instead entering one unit at a time. Costs are occurred in proportion to the number of vehicle on the line and job flow time. Here, the objective of this model is to determine the number of vehicle to minimize the total cost for M products production. Theoretical results are proved which lead to the development of algorithm for solution search. The solution search procedure is illustrated by a numerical example.

1. 서 론

생산라인 혹은 조립라인은 부품에서 완제품까지의 중간에 여러 단계의 조립공정으로 이루어진 일련의 체계를 말한다. 이 경우 라인설계, 조립방법, 공장사이의 물류흐름방법등 다양한 형태의 연구가 이루어졌다. [1, 7]

생산라인에서 물류흐름의 속도조절은 일련의 여러 생산단계중 첫번째 작업단계에서 조립품의 진입시간 간격을 조절함으로써 생산률을 조절하였다. 여기서 조립품은 생산라인에서 작업중인 중간조립과정의 반제품을 말한다. Boldrin[2], Wilhelm and Ahmadi-Marandi[7] 등은 첫번째 작업단계에서의 진입간격이 고정적인 시간에 대해 연구하였고, Buxey et al[3]은 진입간격이 가변적인 시간인 문제에 대해 연구하였다. 생산라인에서 연속으로 이루어진 생산공정 사이에 물류(조립품)을 이동시키는 방법은 여러종류가 있다. [2, 6] 가능한 여러 방법중 하나로 자동안내운반시스템(Automatic Guided Vehicle System(AGVs))이 물류이동도구로써 중요하게 사용되어 왔다. 자동안내운반시스템은 조립품을 조립단계에 이동시키는 데 있어서 운반기 및 이동작업장의 기능을 하는 것으로 최근에 사용이 증가되고 있다. 이 방법은 콘베이어 등에 비해 조립단계 사이에 유연성을 제공해 줄 수 있다.

운반기의 사용은 사용되는 댓수에 비례하여 비용을 발생시킨다. 따라서 한대의 운반기에 한개의 조립품을 선적하는 방법외에 운반기의 사용댓수를 줄일 수 있도록 여러개의 조립품을 선적하는 문제를 고려할 필요가 있다. Egbelu 와 Rogy[4]는 생산라인에서 자동안내 운반기에 의해 여러 조립품을 동시에 선적하여 이동하는 문제를 연구하였다. 이 연구에서는 총 M개의 제품을 생산하기 위하여 주어진 댓수의 운반기를 사용할 경우 각 조립단계에서 각 운반기 단위 적재가 작업을 끝낸 작업완료시간을 구하였다. 각 조립단계사이에 대기행렬이 존재하지 않는 경우와 한대가 존재할 수 있는 경우를 비교하였다.

본 논문은 Egbelu 와 Roy와 유사한 모형에 대해 이들이 반영하지 않은 비용요소를 고려하여 최적 운반기 수를 구하고자 한다. 여러 조립단계로 이루어진 일련의 생산라인에서 물류흐름 방법으로 자동안내운반기(AGV)에 의해 조립품이 선적되어 이동될 경우에 한대의 운반기가 동일한 종류의 여러 조립품을 동시에 선적 가능한 상황에서 총 M개의 제품을 생산하는데 비용을 고려하여 최적 운반기 댓수를 결정하는 것이다. 비용은 운반기를 한대 사용시마다 발생하는 고정비용과 모든 제품을 완성하기 까지의 시간에 대해 단위작업시간당 발생하는 비용을 고려하고 있다. 우리는 이 문제에 대해 비용합수 모형을 세우고, 이 비용구조의 특성을 밝히고자 한다. 더불어 최적해를 구하는 해법을 제시하고 이를 수치예를 통하여 보여주고 있다.

*仁川大學校 產業工學科 助教授

접수 : 1989. 4. 24.

2. 모형개발

하나의 완성된 제품을 생산하기 위하여 여러 단계의 중간 조립 공정을 통하여 생산되는 라인을 생각하자. 각 조립단계(공정) 사이에 조립품을 이동시키는 방법이 자동안내운반기(AGV)에 의한 경우 운반기당 단위 적재가 한개씩 선적되는 경우를 보통 생각할 수 있다. 그러나 생산라인에서 운반기를 한대 사용할 때마다 일정한 고정 비용이 발생할 수 있다. 이러한 경우 운반기 사용 댓수를 줄이기 위하여 운반기마다 여러개의 조립품을 선적하여 이동시키는 것을 생각할 수 있다. 본 내용에서는 물류흐름도구로써 자동안내운반기 단위적재가 동시에 여러 조립품을 선적하여 조립단계 사이를 이동하는 경우의 생산문제를 다루고 있다. 즉 한정된 M개의 완제품을 생산하는데 필요한 자동안내 운반기 댓수로 인한 비용과 총 작업시간으로 인한 비용을 합한 총비용을 최소화할 수 있는 최적 운반기 댓수를 결정하는 것이다.

우선 모형을 세우기 위하여 필요한 부호와 가정을 다음과 같이 나타낸다.

1) 부호

N : 조립단계(공정)의 수

M : 총 생산제품 수

T_i : 조립단계 i 에서 조립품당 조립시간($i=1, 2, \dots, N$)

S_i : 조립단계 $i-1$ 에서 i 로 운반기가 이동하는데 필요한 시간($i=1, 2, \dots, N$)

f_1 : 자동안내운반기(AGV)를 한대 사용하는데 필요한 비용

f_2 : 총 M 개의 제품을 완성하기까지 단위시간당 비용

n : 필요한 자동안내운반기 댓수

$c(n)$: M 개의 제품을 n 개의 운반기를 이용하여 생산할 경우 발생하는 총 비용.

2) 가정

- ① M 개의 제품은 모두 동일한 종류이고 각각 N 단계의 동일한 조립과정을 거친다.
- ② 각 조립단계에서 부품의 조립시간과 운반기의 조립단계사이의 이동시간은 알려져 있다.
- ③ 한 조립단계에서는 한대의 운반기 만이 진입할 수 있다.
- ④ 조립단계 사이의 운반기의 대기행렬은 존재하지 않는다.
- ⑤ 한대의 운반기에는 여러 조립품이 선적 가능하다.

본 논문에서 다루고 있는 상황을 그림으로 간략히 나타내면 다음과 같다.

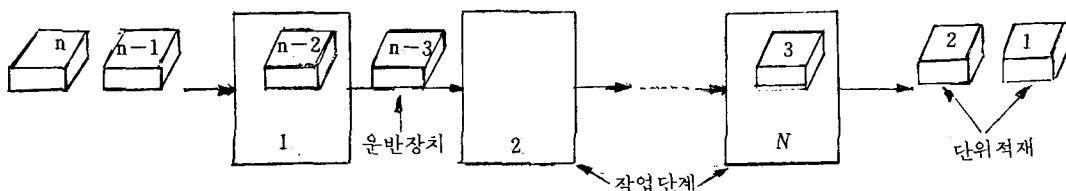


그림. 생산라인의 그래프 표현

총 M 개의 조립품을 단계 1에서 단계 N 까지의 일련의 생산라인에 운반기를 이용하여 생산이 진행될 경우 n 대의 운반기를 사용하면 각 운반기당 $\frac{M}{n}$ 개씩 선적되어 이동하게 된다. 각 조립단계에서는 하나의 운반기에 선적된 모든 조립품의 작업이 완료되어야만 다음단계로 진행될 수 있다. 생산라인에서 다음 두 가지의 비용을 고려하고자 한다. 첫째, 운반기를 한대 사용할 때마다 일정량의 고정비용이 발생한다. 따라서 운반기마다 선적되는 조립품의 수를 늘리면서 운반기 댓수를 줄여 비용발생을 줄이려고 할 것이다. 둘째, 필요한 모든 제품이 완성될 때까지의 총 작업시간을 고려한 비용이 발생한다. 작업시간이 길어지면 기계설비의 유휴시간이 길어진다는 의미이므로 작업시간을 줄이는 것이 비용발생을 줄이는 것이된다. 그러므로 사용되는 운반기 댓수 n 에 따라 비례하여 발생하는 비용과 총 작업시간에 의해 발생하는 비용을 합한 총비용을 최소로 하는 운반기 댓수를 구하는 모형을 다음과 같이 나타낸다.

$$\text{Minimize } c(n) = f_1 \cdot n + f_2 \cdot T_n(N)$$

subject to. 모든 작업이 순서에 따라 완료된다.

여기서 $T_n(N)$ 은 n 번째 운반기가 N 조립 단계에서 작업이 완료된 시간으로 총 작업시간을 나타낸다. 이 모형에서 M 개의 조립품을 n 대의 운반기에 선적하여 이동할 경우 가능한 방법은 많이 존재한다. 즉 운반기마다 선적되는 조립품수를 변화시킬 경우에 무수히 존재하기 때문이다. 이때 각 경우마다 총 작업시간이 달라질 수 있다. 이를 중 어느 방법이 최소비용방법인지 밝히는 일은 간단한 문제가 아니다. 운반기 댓수와 총 작업시간으로 인한 비용발생을 고려할 때 가능하면 운반기 댓수를 줄이면서 총 작업시간을 줄이는 것이 이상적인 방법이 될 것이다. 본 논문에서는 운반기마다 가능한 한 동일한 수의 조립품이 선적되도록 하고자 한다. 다음 부문에서 정확한 비용구조의 기술과 이의 특성, 그리고 생산라인에서 운반기의 진입순서에 대한 것을 밝히고자 한다.

3. 해의 구조 분석 및 해법

총 작업시간 $T_n(N)$ 의 정확한 구조를 밝히기 위하여 우선 운반기마다 선적되는 조립품수에 대해 다음 방법을 취하고자 한다. 제품수 M 이 운반기수 n 으로 나누어 떨어질 경우는 각 운반기마다 동일한 $\frac{M}{n}$ 개씩 선적하게 된다. 그러나 M 이 n 으로 나누어 떨어지지 않은 경우는 n 개의 운반기중 일부는 k 개의 조립품을 나머지 일부는 $k+1$ 개의 조립품을 선적하는 것으로 한다. 여기서 $k = \lfloor \frac{M}{n} \rfloor$ 으로 $\frac{M}{n}$ 의 정수부분을 나타낸다. 우리는 먼저 각 운반기의 단위적재가 평균 $\frac{M}{n}$ 개인 것에 대해서 $c(n)$ 의 구조와 이의 특징을 밝히고자 한다. 이 비용구조를 이용하여 비용특성을 밝히는 것도 정확한 비용구조와 거의 같으므로 일반성을 잃지 않은 방법이다. 다음 정리 1은 $c(n)$ 의 구조의 특성을 설명하고 있다.

정리 1 : $c(n)$ 은 모든 $n (n=1, 2, \dots, M)$ 에 대해 최소비용 $c(n^*)$ 인 n^* 이 존재한다.

증명 : $T_n(N)$ 과 근사값인 $T_n'(N)$ 은 각 운반기마다 동일한 조립품수 $\frac{M}{n}$ 개가 선적되는 경우의 총 작업완료시간을 의미하는 것으로 다음과 같이 구한다. n 대의 운반기중 첫번째 운반기가 생산라인에서 작업을 시작하여 모든 조립단계의 작업이 완료된 시간은 $\sum_{i=1}^N (\frac{M}{n} t_i + s_i)$ 이다. 다음 두번째 운반기부터 n 번째 운반기까지의 운반기당 작업완료시간 주기는 $\frac{M}{n} \cdot t$ 이다. 여기서 $t > \max(t_i)$ 이다. 따라서 두번째 운반기부터 n 번째 운반기까지의 총 작업시간은 $\frac{M}{n} t \cdot (n-1)$ 이다. 따라서 $T_n'(N)$ 은 다음과 같이 나타내진다.

$$T_n'(N) = \sum_{i=1}^N [\frac{M}{n} t_i + s_i] + \frac{M}{n} t \cdot (n-1), \text{ 단 } t > \max(t_i)$$

이를 이용하여 목적함수 $c(n)$ 은 다음과 같이 나타낸다.

$$c(n) = f_1 \cdot n + f_2 \cdot [\sum_{i=1}^N (\frac{M}{n} t_i + s_i) + \frac{M}{n} t \cdot (n-1)]$$

$$= f_1 \cdot n + f_2 \cdot (\sum_{i=1}^N t_i - t) \cdot \frac{M}{n} + f_2 \cdot (\sum_{i=1}^N t_i + Mt) \quad n=1, 2, \dots, M$$

n 에 대한 $c(n)$ 의 구조를 밝히기 위해 편차 방정식을 이용한다. 1차 편차방정식을 구하면,

$$c(n+1) - c(n) = f_1 + f_2 \cdot (\sum_{i=1}^N t_i - t) M \cdot (-\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}) \text{이다.}$$

2차 편차방정식을 구하면 다음과 같다.

$$c(n+2) - 2c(n+1) + c(n) = f_2 \cdot (\sum_{i=1}^N t_i - t) \left(\frac{1}{n+2} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n} \right), \quad n=1, 2, \dots, M-2$$

모든 n 에 대해 $c(n+2) - 2c(n+1) + c(n) > 0$ 이므로 $c(n)$ 은 n 에 대해 convex 함수이다. 따라서 정리의 증명이 완료되었다.

정리 1을 통하여 $c(n)$ 이 convex 함수임을 보여주었다. 본 논문에서는 운반기당 단위적재가 평균 $\frac{M}{n}$ 개이나, 각 운반기는 정수개의 조립품을 선적하므로 n 대의 운반기중 n_1 대는 k 개씩 선적하여 이동하는 것으로 한다. k 개씩 선적된 n_1 대의 운반기와 $k+1$ 개씩 선적된 n_2 대의 운반기는 생산라인에서 이동시키는 순서에 따라 작업시간이 달라지므로 비교할 필요가 있다.

여기서는 조립품이 k 개씩 선적된 운반기와 $k+1$ 개씩 선적된 운반기중 어느것을 먼저 작업할 것인가를 결정할 필요가 있다. w_1 은 연속된 일련의 2대의 운반기중 k 개가 선적된 운반기의 조립품이 먼저 완료된 후 다음으로 $k+1$ 개가 선적된 운반기가 조립될 경우의 두 운반기 사이의 작업완료시간 간격이라 하자. w_1 을 다음과 같이 구한다.

조립단계 i 에서 k 개의 조립품이 선적된 운반기의 작업종료시간을 $T^k(i)$ 라 하면,

$$T^k(i) = \sum_{j=1}^i [kt_j + s_j] \quad i=1, 2, \dots, N$$

마찬가지로, 단계 i 에서 $k+1$ 개의 조립품이 선적된 운반기의 작업종료 시간을 $T^{k+1}(i)$ 라 하면,

$$T^{k+1}(i) = \sum_{j=1}^i [(k+1)t_j + s_j] \quad i=1, 2, \dots, N$$

k 개가 선적된 운반기가 $k+1$ 개가 선적된 운반기보다 먼저 조립되므로 각 조립단계에서 실현 가능한 두 운반기사이의 시간차를 w_1' 이라 하면 $T^k(i) \geq T^{k+1}(i-1) + s_i + w_1'$ 이다.

$$w_1' > T^k(i) - T^{k+1}(i) - s_i = (kt_i - \sum_{j=1}^{i-1} t_j) \quad i=1, 2, \dots, N$$

$$\text{따라서 } w_1' = \max [kt_i - \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i]$$

그러므로,

$$w_1 = T^{k+1}(N) - T^k(N) + w_1' = \sum_{i=1}^N t_i + \max [kt_i - \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i]$$

마찬가지로, w_2 은 $k+1$ 개가 선적된 운반기의 조립품이 먼저 조립된 후 다음 k 개가 선적된 운반기의 조립품이 조립되는 경우의 두 운반기 사이의 작업완료시간 간격이라 하자. w_2 도 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} w_2 &= T^k(N) - T^{k+1}(N) + \max |T^{k+1}(i) - T^k(i) - s_i| \quad V_i \\ &= T^k(N) - T^{k+1}(N) + \max \{(k+1)t_i + \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i\} \\ &= \sum_{i=1}^N t_i + \max \{(k+1)t_i + \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i\} \end{aligned}$$

n 대의 운반기중 k 개씩 선적된 n_1 대의 운반기와 $k+1$ 개씩 선적된 n_2 대의 운반기를 이용할 경우 총 생산시간은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_n(N) &= \sum_{i=1}^{n_1} (kt_i + s_i) + kt(n_1-1) + w_1 + (k+1)t(n_2-1), \quad \text{if } \sum_{i=1}^{n_1} t_i + w_2 - w_1 > 0 \\ &\quad \sum_{i=1}^{n_1} [(k+1)t_i + s_i] + (k+1)t(n_2-1) + w_2 + kt(n_1-1), \quad \text{if } \sum_{i=1}^{n_1} t_i + w_2 - w_1 < 0 \end{aligned}$$

여기서 첫째식은 k 개씩 선적된 운반기가 먼저 조립된 것이고, 두번째식은 $k+1$ 개씩 선적된 운반기가 먼저 조립된 것이다. 두가지 방법은 동일한 수의 운반기를 사용하므로 총 생산시간이 적은 것이 비용이 적게된다. 따라서 두 방법의 시간차 $\sum_{i=1}^{n_1} t_i + w_2 - w_1$ 이 0보다 크나 작으냐를 비교하여 사용한다. 즉, $\sum_{i=1}^{n_1} t_i + w_2 - w_1 > 0$ 이면 운반기중 n_1 대의 운반기에 먼저 k 개씩 선적하여 사용하고, 나중에 n_2 대의 운반기에 $k+1$ 개씩 선적하여 사용한다.

우리는 지금까지 비 구조의 특징과 비용함수의 정확한 기술이 있었다. 이 결과들을 바탕으로 생산라인에서 필요한 최적 운반기 대수와 비용을 구하는 방법을 다음과 같이 나타낸다.

해 법(Algorithm)

단계 1 :

$$\text{비용함수 } c(n) = f_1 \cdot n + f_2 \cdot \left(\sum_{i=1}^N t_i - t \right) \frac{M}{n} + f_2 \left(\sum_{i=1}^N t_i + Mt \right) \text{ 을 이용하여}$$

$c(n-1) > c(n)$ 이며 $c(n+1) > c(n)$ 인 $n (= n^*)$ 을 구한다. $t = \max_i (t_i)$

단계 2 :

$$k = \left[\frac{M}{n^*} \right] - 은 정수부분을 나타낸다.$$

다음에 $kn_1 + (k+1)n_2 = M$, $n_1 + n_2 = n^*$, (n_1, n_2 : 정수)을 풀어 n_1, n_2 의 값을 결정한다.

단계 3 :

$$w_1 = \sum_{i=1}^{n_1} t_i + \max |kt_i - \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i| \text{ 와}$$

$$w_2 = - \sum_{i=1}^{n_1} t_i + \max |(k+1)t_i + \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i| \text{ 을 구한다.}$$

$\sum_{i=1}^{n_1} t_i + w_2 - w_1$ 과 0의 크기를 비교하여 비용을 구한다.

즉,

$$c(n^*) = f_1 \cdot n^* + f_2 \cdot T_{n^*}(N)$$

여기서,

$$T_n^*(N) = \sum_{i=1}^N [kt_i + s_i] + kt(n_1 - 1) + w_1 + (k+1)t(n_2 - 1), \text{ if } \sum_{i=1}^N t_i + w_2 - w_1 > 0$$

$$\sum_{i=1}^N [(k+1)t_i + s_i] + (k+1)t(n_2 - 1) + w_2 + kt(n_1 - 1), \text{ if } \sum_{i=1}^N t_i + w_2 - w_1 < 0$$

4. 수치 예

우리는 부문 3에서 본 논문의 내용에 대한 해법을 제시하였다. 이 해법을 수치예를 통하여 보여주고자 한다. 100개의 동일한 제품이 5개의 조립단계로 구성된 생산라인에서 조립되는 문제를 생각하자, 각 조립단계 사이의 운반기의 이동시간은 모두 1분이다. 즉, $s_i = 1$, $i = 1, 2, \dots, 5$ 각 조립단계에서 조립품당 조립시간은 $t_1 = 2.0$, $t_2 = 1.0$, $t_3 = 1.5$, $t_4 = 2.5$, $t_5 = 1.5$ 이다. (단위 : 분) 비용은 자동안내운반기의 1대 사용당 50원이고, 100개의 제품을 모두 생산하는데 있어 단위시간당 10원이다. 필요한 최적 운반기수와 비용은 다음과 같은 단계에 의해 구해진다.

단계 1 :

$$c(n) = 50n + 10(8.5 - 2.5) \frac{100}{n} + 10(8.5 + 100 \times 2.5)$$

$$= 50n + \frac{6000}{n} + 2585$$

$$\min c(n) = c(11), n = 11$$

$$1 < n < 100$$

단계 2 :

$$k = [\frac{100}{11}]^- = 9, 9n_1 + 10n_2 = 100 \text{ 과 } n_1 + n_2 = 11 \text{ 를 풀면 } n_1 = 10, n_2 = 1 \text{ 된다.}$$

단계 3 :

$$w_1 = 8.5 + \max \{9t_i - \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V_i\} = 25.5$$

$$w_2 = -8.5 + \max \{10t_i + \sum_{j=1}^{i-1} t_j \mid V'_i\} = 21$$

$$\sum_{i=1}^N t_i + w_2 - w_1 = 8.5 + 21 - 25.5 = 4 > 0 \text{ 이므로}$$

$$c(11) = 50 \times 11 + 10 \times 309.5 = 3,645 \text{ 원}$$

그러므로 11대의 운반기를 사용하는데 처음에는 10대의 운반기에 각각 9개씩 조립품을 선적하여 생산라인에 진입시키고, 마지막 1대의 운반기에는 10개를 선적하여 생산한다. 이때 총 작업완료시간은 309.5분이고 비용은 총 3,645원이다.

5. 결 론

본 논문에서는 생산라인에서 조립단계 사이의 물류흐름 방법으로 자동안내운반기를 이용할 경우 단위적재가 여러 조립품을 동시에 선적 가능한 문제를 다루었다. 총 M개의 제품을 생산하는데 사용되는 운반기 댓수에 비례하는 비용과 총 작업시간에 비례하는 비용을 합한 총비용을 최소로하는 운반기 댓수를 결정하였다. 더불어 운반기당 선적되는 조립품수와 운반기의 진입순서를 구하였다. 우리는 현실문제의 생산라인 운영시 비용을 고려하여 최적해를 구하여야 할 것이다. 이 점에서 본 논문은 현실문제에 쉽게 적용될 수 있을 것이다.

References

1. Baker, K. R., "Introduction to Sequencing and Scheduling, John Wiley & Sons, 1974.
2. Boldrin, B., Automated Guided Vehicles. In Material Handling Handbook, edited by R. Kulweic, John Wiley & Sons, 1985.
3. Buxey, G. M., Slack, N. D. and Wild, R., "Production Flow Line System Design- a review," AIIE Transactions, Vol. 5, pp. 37-48, 1973.
4. Egbelu, P. T. and Roy, N., "Material Flow Control in AGV/unit Load based Production Lines," Int., J. Prod. Res., Vo. 26, pp. 81-94, 1988.
5. Egbelu, P. T., and Tanchoco, J.M.A., "Characterization of Automatic Guided Vehicle Dispatching

- Rules," Int., J. Prod. Res., Vol. 22, pp. 359-374, 1984.
6. Tompkins, J. A. and White, J. A., Facilities Planning, John Wiley & Sons, 1984.
 7. Wilhelm, W. E., "A Model to Approximate Transient Performance of the Flowshop," Int., J. Prodd. Res., Vol. 24, pp. 33-50, 1986.
 8. Wilhelm, W. E. and Ahmadi-Marandi, S., "A Methodology to describe Operating Characteristics of Assembly Systems," IIE Transaction, Vol. 14, pp. 204-213, 1982.