

寫眞測量의 正確度向上을 위한  
寫眞 및 測地觀測값의 結合調整

Combined Adjustment of Photogrammetric and Geodetic  
Observations for Accuracy Improvement

鄭 永 同\* 姜 泰 爽\*\*  
Jung Young-Dong Kang Tae-Suck  
權 現\*\*\*  
Kwon Hyon

要 旨

토지재조사 측량을 위한 수치측량과 대측척 도면의 수정에 있어서는 정밀하고도 조밀한 기준점망의 설치가 필요하다. 종래의 항공사진측량에 있어서는 불력조정에서 지상측량에 의한 조정좌표가 사용되었으나 본 연구에서는 거리, 각, 표고차등 3차원 측지관측값이 사진좌표 및 외부표정 요소등과 함께 결합조정된 번들블럭조정 방법을 사용하여 지상기준점이 없거나 배치가 불량한 지역에서도 사진측량의 정확도가 향상 되도록 하였다. 실험결과 과대오차를 제거한 조정좌표는 기준점이 부족한 경우에는 결합조정의 정확도가 보다 향상 되었으며, 기준점이 전혀없는 경우에도 기준점만으로 조정된 경우에 접근되었다.

ABSTRACT

The improvements of highly accurate and dense control networks are major requirements to carry out numerical surveying and a large scale mapping for cadastral renovation.

In the most conventional photogrammetric solutions, adjusted control coordinates have been applied to block triangulations. However, this study, imploying real data and those of simulated as well, contributes to a simultaneously combined adjustment. It also contains such photogrammetric as photo-coordinates and geodetic observations like distances, angles and hight differences. Its purpose is to introduce the improved results, despite it is not sufficient for the ground network. In addition, through the detection of gross error, more precise observational data can be selected for the better adjustment.

All in all, the result of this study can be summarized as follows :

First, even if the ground control points are not sufficient nor existed at all, the combination of photogrammetric and geodetic observations are improved its accuracy.

Secondly, the case #2 is more accurate than that of #3, and the case #7 comes into close to that of #6.

1. 序 論

토지측량에 대한 사진측량 방법의 적용이 확

대되면서 높은 정확도에 의한 위치결정과 경계성, 편익성등이 요청되고 있다. 특히, 토지경계의 재조사를 위한 토지측량에 있어서 가장 효율적인 방법으로 각국에서 항공사진측량 방법을 도입하여 수치지적측량을 실시하고 있으며, 항공측에 의한 수치지적측량은 일반적으로 항공삼각측량(aerial triangulation)으로 처리하고 있으

\*朝鮮大學校 工科大學 教授  
\*\*淸州大學校 助教授  
\*\*\*延世大學校 産業技術研究所 客員研究員

나, 종래의 항공삼각측량은 삼각, 삼변, 다각등 지상측량에 의하여 결정된 지상기준점 좌표를 항공사진측량에서 기지점으로 사용하므로써, 지상측량에서의 관측과 조정상의 오차가 누적 전파되어 최종적으로 구하고자 하는 토지경계점의 좌표에 크게 영향을 미치며 경제적으로도 수차 조정을 거치므로 해서 비효율적이므로, 최소의 지상기준점만을 사용하여 지상측량에서 관측한 방위각, 수평각, 거리 및 표고등과 항공사진의 사진좌표(photo coordinates)를 모두 묶어 동시에 조정하므로써 오차의 전파를 합리적으로 처리할 수 있을 것이다. 또한 이러한 조정과정에서 통계적방법을 통하여 발견되는 과대오차(gross error)를 검출하고 이를 제거하므로써 보다 높은 정밀도와 정확도를 확보할 수 있다.<sup>1)</sup>

지상측량 관측값과 사진측량의 관측값을 동시에 조정하여 최종 성과를 구하기 위한 동시조정(simultaneous adjustment)방법은 당초 Brown(1964)<sup>2)</sup>이 개발한 번들블럭조정법(bundle block adjustment)을 이용하여 Wong,<sup>3)</sup> Elphinstone<sup>4)</sup>(1972, 1975)이 측지 및 사진좌표를 동시에 조정하는 컴퓨터 프로그램인 SAPGO를 발표하였고, 여기에서는 Laplace 방위각, 직선거리, 수평각, 비고, 경·위도 및 표고등을 입력하도록 하였으며 Kager, Kraus(1976)<sup>5)</sup>는 상좌표와 내부 및 외부표정 요소, 지상기준점, 거리수평방향, 기타 대상물 간의 공간좌표상의 제약조건식을 발표하였다. 그 후 El-Hakim, Faig(1979, 1980)가<sup>6)</sup> SAPGO에 대한 개량으로서 조화함수(harmonic function)와 least squares collocation을 이용하여, 지상사진 측량에 적용할 수 있는 동시조정프로그램인 GEBAT를 발표하였다. 또한 Rosulet<sup>7)</sup>(1984)는 반복법에 의한 측지 및 사진좌표의 동시조정방법을 연구하여 equation matrix의 구조에 관한 효과를 분석하고 이를 소형 컴퓨터에서 처리할 수 있도록 하였으며, Larsson(1980, 1981)<sup>8)</sup>은 Gentry라는 프로그램을 개발하여 데이터 구조식과 matrix의 분할방법을 연구하여 크고 다양한 형태의 관측값 처리를 용이하게 하였다. 또한 Kruck(1984)<sup>9)</sup>은 동시조정에서의 대단위 정규방정식의 해법을 제시

하였으며, 일본에서도 Murai(1987)<sup>10)</sup> 등이 지상사진의 관측조건과 결합한 사진측량의 오차조정을 발표하였다.

국내에도 해석 사진측량 분야에 대한 여러연구가 진행되어왔으나,<sup>11)12)13)14)</sup> 항공사진을 이용한 사진 좌표와 지상 관측값의 결합조정에 의한 번들블럭 조정 등에 대하여는 아직 접근되지 않고 있는 실정이다.

본 연구의 실용성을 검토하기 위한 결합조정의 실험에 있어서는 국내의 지형 여건에서의 실효성을 위하여 항공사진 8매를 이용한 2스트립의 Test block에 이를 적용하였으며, 본 연구와 관련한 모형자료를 이용하여 그 결과를 비교 검토 하였다.

## 2. 寫眞測量 관측값의 調整理論

사진측량에서 관측값 조정을 위한 관측방정식에는 像座標(image coordinate)와 외부표정 요소(exterior orientation paramter)의 근사값 및 지상기준점 좌표가 포함된다.

번들조정에서 이용하고 있는 共線條件은 投影中心으로부터 나온 광선들이 사진상에 있는 像點과 對象點이 공간 상에서 일직선을 이루게되며, 이러한 번들조정 방법으로 관측점에 대한 3차원 좌표를 결정하고 각 사진의 표정인자를 구할 수 있다.

표정인자의 값이 결정되면 블럭조정 후에도 다른 목적에도 활용될 수 있으며, 대상점의 조정좌표는 自動製圖에 의한 地籍圖의 작성 등 대부분의 자료 처리 과정에서 쓰이게 된다.

### (1) 共線條件(collinearity condition)

임의의 지상 측정점 p에 대한 서로 관련된 3차원 좌표계에서의 관계는 기본적인 投影變換式(projective transformation equation)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = kM \begin{bmatrix} X_p - X_c \\ Y_p - Y_c \\ Z_p - Z_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

여기서,

$x, y, z$  = 사진좌표

$k$  = 축척계수  
 $M$  = 회전행렬  
 $X_p, Y_p, Z_p = p$  점의 지상좌표  
 $X_c, Y_c, Z_c =$  투영 중심점(c)에 대한 지상좌표  
 회전행렬(rotation matrix)은  $(3 \times 3)$  직교행렬(orthogonal matrix)로서 기본적으로 3개의 독립적인 회전요소가 포함되며, 이 회전요소는 X, Y, Z 중의 하나를 축으로 하여 회전하는 양을 나타낸다.<sup>15)</sup>

$$[M]^{-1} = [M]^T \quad (2.2)$$

사진좌표계에 의한 상점과 대상공간 관계에서 P 점의 위치를 나타내는 대상공간 벡터  $\bar{A}$  로 부터 구해지는 벡터  $\bar{a}$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \bar{a} &= \begin{bmatrix} ax \\ ay \\ az \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} = k[M] \begin{bmatrix} X_p - X_c \\ Y_p - Y_c \\ Z_p - Z_c \end{bmatrix} \\
 &= k[M] \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = k[M] \bar{A} \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

이 식을 계산하면 최종적으로 다음과 같은 2개의 사진에 대한 공선 조건식을 구하게 된다.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x_p - x_0) = -f \\
 &\left[ \frac{m_{11}(X_p - X_c) + m_{12}(Y_p - Y_c) + m_{13}(Z_p - Z_c)}{m_{31}(X_p - X_c) + m_{32}(Y_p - Y_c) + m_{33}(Z_p - Z_c)} \right] \\
 f(y) &= (y_p - y_0) = -f \\
 &\left[ \frac{m_{21}(X_p - X_c) + m_{22}(Y_p - Y_c) + m_{23}(Z_p - Z_c)}{m_{31}(X_p - X_c) + m_{32}(Y_p - Y_c) + m_{33}(Z_p - Z_c)} \right]
 \end{aligned}$$

이 식은 2개의 벡터  $\bar{a}, \bar{A}$  가 공선, 즉, 대상점(P)와 투영중심 또는 노출점(c), 상점(p)이 모두 동일한 직선상에 있음을 의미한다.

관측값과 기준점 데이터 및 미지변수들로 이루어지는 함수는 非線型이다. 즉,

$$F(\text{observations, parameters, constants}) = 0 \quad (2.4)$$

그러므로, 이조건식의 실제 해를 구하기 위해서는 Taylor 급수를 이용한 선형화(linearization)가 필요하며, 또한 최소제곱법을 적용하여 잉여 관측데이터를 처리하여야 한다. 일반적인 선형화의 형식은 다음과 같다.

$$F + \frac{\partial F}{\partial \text{obs.}} \Delta \text{obs.} + \frac{\partial F}{\partial \text{par.}} \Delta \text{par.} = 0 \quad (2.5)$$

이것을 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$(\mathbf{F}^0) + [\mathbf{A}](\mathbf{V}) + [\mathbf{B}](\Delta) = 0 \quad (2.6)$$

여기서,

$(\mathbf{F}^0)$  = 관측값과 매개변수의 근사값으로 표시한 함수

$[\mathbf{A}]$  = 관측값에 대한 F의 편미분 값

$[\mathbf{V}]$  = 관측값에 대한 보정량

$[\mathbf{B}]$  = 미지변수에 대한 F의 편미분 값

$[\Delta]$  = 미지변수의 근사값에 대한 보정량

의 부표정요소의 회전각에 대한 편미분항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} &= [M] \begin{bmatrix} X_p - X_c \\ Y_p - Y_c \\ Z_p - Z_c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \partial U / \partial S \\ \partial V / \partial S \\ \partial W / \partial S \end{bmatrix} \\
 &= \left[ \frac{\partial M}{\partial S} \right] \begin{bmatrix} X_p - X_c \\ Y_p - Y_c \\ Z_p - Z_c \end{bmatrix} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

회전행렬은  $\kappa, \phi, \omega$  의 결합이므로, 다음식으로 쓸 수 있다.

$$[M] = [M\kappa][M\phi][M\omega] \quad (2.8)$$

회전인자와 地上對象點座標에 대하여 편미분하여 선형화 한 공선조건식에 대한 관측방정식은 다음과 같다.<sup>16)</sup>

$$\begin{aligned}
 Vx_{ij} &= b_{11ij} dX_{ci} + b_{12ij} dY_{ci} + b_{13ij} dZ_{ci} \\
 &+ b_{14ij} d\omega_i + b_{15ij} d\phi_i + b_{16ij} d\kappa_i + b_{11ij} dX_{pj} \\
 &+ b_{12ij} dY_{pj} + b_{13ij} dZ_{pj} + \Delta X_{ij} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Vy_{ij} &= b_{21ij} dX_{ci} + b_{22ij} dY_{ci} + b_{23ij} dZ_{ci} \\
 &+ b_{24ij} d\omega_i + b_{25ij} d\phi_i + b_{26ij} d\kappa_i + b_{21ij} dX_{pj} \\
 &+ b_{22ij} dY_{pj} + \Delta Y_{ij} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

여기서,

$b_{11ij} b_{12ij} b_{26ij}$  = 각 변수에 관한 공선조건식의 편미분항

$d\omega, d\phi, d\kappa$  = 미지변수  $\omega, \phi, \kappa$  에 대한 근사값의 보정량

$dX_c, dY_c, dZ_c = X_c, Y_c, Z_c$  의 근사값에 대한 보정량

$dx_p, dy_p, dz_c = X_p, Y_p, Z_p$  의 근사값에 대한 보정량

$\Delta X, \Delta Y$  = 폐합오차 벡터

$Vx, Vy$  = 사진상 좌표의 잔차

### 3. 測地 관측값의 調整理論

#### (1) 座標系

결합조정에서 사진측량값과 측지측량값을 결합하기 위해서는 모든 관측 방정식이 동일한 基準座標系로 표현되어야 한다. 촬영점사이의 관계와 光軸의 표정과 지상점의 위치를 표현하기 위해서 해석사진측량에서는 전통적으로 直角座標系가 이용되어 왔다. 그러나, 측지조정에서 사용되는 전통적인 좌표계는 經度(longitude), 緯度(latitude), 標高(elevation)로 나타내는 지리적 좌표계이다. 이것은 고전 측지학에서는 주로 수평 및 수직조정이 분리되며 수평조정은 기준타원체면 상에서 수행된다.

地理的座標系(geographic coordinate system)는 측지기준점망의 조정에서 가장 널리 쓰이는 좌표계이다. 지표면상의 측점에 대한 위치결정에서의 경도( $\lambda$ ), 위도( $\phi$ ) 및 표고( $h$ )는 기준타원체와 동일한 기준면상에서의 값이 된다.

측지기준점은 위도, 경도만을 알 때에는 수평 기준점(horizontal control point)이라고 부르며, 수평기준점은 삼각측량, 삼변측량, 다각측량, 전방교회법, 후방교회법등에 의하여 설치하게 되고, 이 모든 방법은 수평각과 거리측량에 기초를 두고 있다.

측의 좌표계에서의 지표면상 P점의 위치는 직각 좌표계로서 나타내며 이 때에는 측지표고(geodetic height)  $h$ 를 고려하여 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} X' &= (N+h) \cos \phi \cos \lambda \\ Y' &= (N+h) \cos \phi \sin \lambda \\ Z' &= \{N(1-e^2) + h\} \sin \phi \end{aligned} \quad (3.1)$$

국지좌표계(local coordinate system)  $X, Y, Z$ 와, 측지좌표계  $X', Y', Z'$ 와의 좌표변환은 다음식에 의한다.<sup>17)</sup>

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\sin \phi_0 \cos \lambda_0 & \sin \phi_0 \cos \lambda_0 & \cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 \cos \lambda_0 & \cos \phi_0 \sin \lambda_0 & \sin \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' - X'_0 \\ Y' - Y'_0 \\ Z' - Z'_0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

#### (2) 空間距離( $S_{ij}$ )

지표상에서 공간좌표계상의 2측점  $i$  및  $j$ 사이의 관측거리는 다음식으로 나타낸다.<sup>18)</sup>

$$S_{ij} = [(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2]^{1/2} \quad (3.3)$$

여기서,

$(X_i, Y_i), (X_j, Y_j), (Z_j, Z_i)$  = 측점  $i, j$ 에 대한 공간상의 직각좌표

(3.3)식은 비선형이므로 이를 선형화하여 관측방정식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_{S_{ij}} &= \frac{S_j - X_i}{S} dX_j + \frac{Y_j - Y_i}{S} dY_j \\ &+ \frac{Z_j - Z_i}{S} dZ_j - \frac{X_j - X_i}{S} dX_i \\ &- \frac{Y_j - Y_i}{S} dY_i - \frac{Z_j - Z_i}{S} dZ_i \\ &+ S^{\circ}_{ij} - S_{ij} \end{aligned} \quad (3.4)$$

이다.

#### (3) 測地水平角( $\beta_{ijk}$ )

측점  $j$ 에서  $i$ 점과  $k$ 점사이의 수평각은 관측방향각  $d_{ij}$ 와  $d_{ik}$ 의 차이로 정의된다.

$$\beta_{ijk} = (d_{ik} + vd_{ik}) - (d_{ij} + vd_{ij}) \quad (3.5)$$

여기서,  $vd_{ik}$ 와  $vd_{ij}$ 는 관측방향각  $d_{ij}$ 와  $d_{ik}$ 의 보정량이다. (3.5)식을 정리하면

$$v\beta_{ijk} - \beta_{ijk} = -(d_{ik} + vd_{ij}) \quad (3.6)$$

이며,  $v\beta_{ijk} = vd_{ik} - vd_{ij}$ 이다.

방향각  $\beta_{ijk}$ 는 방위각  $\alpha_{ij}$ 와  $\alpha_{ik}$ 의 차로 표시되므로

$$\beta_{ijk} = \alpha_{ik} - \alpha_{ij} = (\alpha^{\circ}_{ik} + v\alpha_{ik}) - (\alpha^{\circ}_{ij} + v\alpha_{ij}) \quad (3.7)$$

이다. 여기서  $v\alpha_{ik}$ 와  $v\alpha_{ij}$ 는 방위각  $\alpha^{\circ}_{ik}$ 와  $\alpha_{ij}$ 의 보정량이다. (3.6)식에 (3.7)식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v\beta_{ijk} - (v\alpha_{ik} - v\alpha_{ij}) &= (\alpha^{\circ}_{ik} - \alpha^{\circ}_{ij}) \\ &- (d_{ik} - d_{ij}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

(3.8)식을 선형화하여 측지수평각에 대한 관측방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v\beta_{ijk} &= (a_1(k) - a_1(j))d\phi_i + (a_2(k) - a_2(j))d\lambda_i \\ &+ a_4(k)d\phi_k + a_4(k)d\lambda_k - a_4(j)d\phi_j - a_4(j)d\lambda_j \\ &+ w_{ijk}^{\circ} - w_{ijk} \end{aligned} \quad (3.9)$$

#### (4) 測地方位角( $\theta_{ij}$ )

국지천문좌표계상에서 임의점  $p$ 에 대한 관측

방위각( $\alpha$ )과 고도각( $v$ )을 관측한 경우  $p$ 점에 대한 단위방향벡터( $U$ )는 다음과 같다.<sup>19)</sup>

$$\vec{U}^{L_a} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^{L_a} = \begin{bmatrix} \cos v \cos \alpha \\ \cos v \sin \alpha \\ \sin v \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

식(3.10)은 국지천문좌표계에서의 위치벡터를 나타낸 것이며 일반적인 지상 측지좌표계를 변환하려면 다음식에 의해 좌표변환을 한다.

$$\vec{U} = [M] \vec{U}^{L_a} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \phi & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ \cos \phi & \cos \lambda \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \vec{U}^{L_a} \quad (3.11)$$

(3.10)식으로 부터 두점 ( $p_i, p_j$ )사이의 위치벡터 ( $\Delta r_{ij}$ )를 유도하면

$$\Delta r_{ij} = \Delta r_{ij} U_{ij} = \Delta r_{ij} \begin{bmatrix} \cos V_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ \cos V_{ij} \sin \alpha_{ij} \\ \sin V_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

이며, 여기서  $\Delta r_{ij}$ 는  $p_i$ 와  $p_j$ 점 간의 거리이다. (3.10)식을 선형화하면 측지방위각에 대한 관측 방정식이 구성된다.

$$V\alpha = a_1 \delta \phi_i + a_2 \delta \lambda_i + a_4 \delta \phi_j + a^\circ_{ij} - \alpha_{ij} \quad (3.13)$$

#### (5) Laplace 점에서의 天文方位角( $V_{ij}$ )

천문측량에 의해 얻어진 천문방위각( $\alpha_a$ ), 천문경도( $\lambda_a$ ) 및 측지 경위도( $\lambda_g, \phi_g$ )를 알면 측지방위각( $\alpha_g$ )를 구할 수 있으며, Laplace 점을 선정하여 측지관측값과 천문관측값의 차이를 조정하여 위치결정오차를 작게 할 수 있다.<sup>20)</sup>

$$\text{측지방위각과 천문방위각과의 관계식은} \quad \alpha_g = \alpha_a - (\lambda_a - \lambda_g) \sin \phi_g \quad (3.14)$$

이며, (3.13)식과 (3.14)식을 이용하여 Laplace 점에서의 천문방위각 관측방정식을 구성하면 다음과 같다.

$$V\gamma_{ij} = (\alpha^\circ_{ij} - \alpha_{ij}) + \sin \phi_i \delta \lambda_i + d\alpha_{ij} \quad (3.15)$$

여기서

$\alpha^\circ_{ij} = i$ 와  $j$ 점을 연결하는 측선의 방위각 근사값

$\alpha_{ij} =$  측지방위각

$d\alpha_{ij} = a_1 \delta \phi_i + a_2 \delta \lambda_i + a_3 \delta \phi_j + a_4 \delta \lambda_j$

(3.15)식을 다시 정리하여 일반식으로 표시하면,

$$V\gamma_{ij} = a_1 \delta \phi_i + (a_2 - \sin \phi_i) \delta \lambda_i + a_3 \delta \phi_j + a_4 \delta \lambda_j - \alpha^\circ_{ij} - \alpha_{ij} + (\lambda_a - \lambda_g) \sin \phi_i \quad (3.16)$$

이다.

#### (6) 標高差( $\Delta h_{ij}$ )

관측된 표고차를  $\Delta h_{ij}$ , 관측값의 잔차를  $(V\Delta h)_{ij}$ , 두 측점의 근사 표고값  $h_i^\circ, h_j^\circ$  또한 근사값의 보정량을  $\delta h_j$ 로 할때 측점  $i$ 와  $j$ 점 사이의 관측 표고차에 대한 관측방정식은 다음과 같다.

$$(V\Delta h)_{ij} = (h_j^\circ + \delta h_j) - (h_i^\circ + \delta h_i) - \Delta h_{ij} \quad (3.17)$$

### 4. 寫眞 및 測地 관측값의 結合調整

#### (1) 一般項에 의한 結合調整의 解法

항공사진측량의 번들조정을 위한 관측방정식은 다음 항들이 있다.<sup>5)</sup>

$$Wp + \dot{A}p_1 \hat{X}_1 + \dot{A}p_2 \hat{X}_2 + \dot{B}p \hat{V}p = 0 \quad (\text{공선조건식})$$

$$\ddot{W}p - \hat{X}_1 + \ddot{B}p \hat{V}p = 0 \quad (\text{표정요소})$$

$$\ddot{W} - \hat{X}_2 + \ddot{B}p \hat{V}p = 0 \quad (\text{지상기준점}) \quad (4.1)$$

식(4.1)은 다음과 같이 일반항으로 사진측량 모델을 나타낼 수 있다.

$$F_p(X_1, X_2, L_p) = 0 \quad (4.2)$$

또는 선형화 하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Wp + Ap_1 X_1 + Ap_2 X_2 + Bp \hat{V}p = 0 \quad (4.3)$$

측지 모델은 일반항으로 다음과 같이 나타낸다.

$$F_g(X_2, X_3, L_g) = 0 \quad (4.4)$$

선형화된 측지 관측방정식에는 다음 사항이 있다.

$$W\alpha + A\alpha \hat{X}_2 + A\alpha \hat{X}_3 + B\alpha \hat{V}\alpha = 0 \quad (\text{방위각})$$

$$W\beta + A\beta \hat{X}_2 + A\beta \hat{X}_3 + B\beta \hat{V}\beta = 0 \quad (\text{측지수평각})$$

$$Ws + As \hat{X}_2 + Bs \hat{V}s = 0 \quad (\text{거리})$$

$$W\gamma + A\gamma \hat{X}_2 + A\gamma \hat{X}_3 + B\gamma \hat{V}\gamma = 0 \quad (\text{천문방위각})$$

$$W\Delta h + A\Delta h \hat{X}_2 + B\Delta h \hat{V}\Delta h = 0 \quad (\text{표고차})$$

$$W\lambda + A\lambda \hat{X}_2 + A\lambda \hat{X}_3 + B\lambda \hat{V}\lambda = 0 \quad (\text{경도})$$

$$W\phi + A\phi \hat{X}_2 + A\phi \hat{X}_3 + B\phi \hat{V}\phi = 0 \quad (\text{위도})$$

$$Wh + AhX_2 + AhX_3 + Bh\dot{V}h = 0 \text{ (표고)} \quad (4.5)$$

이 식은 다음과 같이 행렬로 나타낼 수 있다.

$$Wg + Ag_1\hat{X}_2 + Ag_2\hat{X}_3 + Bg\hat{V}g = 0 \quad (4.6)$$

여기서,

$X_3$  = 천문관측값의 벡터  
 $Lg$  = 측지관측값의 벡터  
 $Wg$  = 폐합오차의 벡터로서 다음과 같다.

$$Wg = Fg(\hat{X}_2^\circ, \hat{X}_3^\circ, Lg)$$

$\hat{V}g$  = 측지 관측값의 잔차 벡터

$Ag_1, Ag_2, Bg$  = 설계행렬로서 다음과 같다.

$$Ag_1 = \frac{\partial Fg}{\partial X_2} \Big|_{\hat{X}_2^\circ, \hat{X}_3^\circ, Lg}$$

$$Ag_2 = \frac{\partial Fg}{\partial X_3} \Big|_{\hat{X}_2^\circ, \hat{X}_3^\circ, Lg}$$

$$Bg = \frac{\partial Fg}{\partial Lg} \Big|_{\hat{X}_2^\circ, \hat{X}_3^\circ, Lg}$$

최소제곱법을 적용한 표준 방정식의 Variation Function 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi &= \hat{V}p^T P p \hat{V}p + \hat{V}g^T P g \hat{V}g + \hat{X}_1^T P x_1 \hat{X}_1 \\ &+ \hat{X}_2^T P x_2 \hat{X}_2 + \hat{X}_3^T P x_3 \hat{X}_3 + 2\hat{K}^T p (Wp \\ &+ Ap_1 \hat{X}_1 + Ap_2 \hat{X}_2 + Bp \hat{V}p) \\ &+ 2\hat{K}^T g (Wg + Ag_1 \hat{X}_2 + Ag_2 \hat{X}_3 + Bg \hat{V}g) \\ &= \text{minimum} \end{aligned}$$

여기서,

$Pp, Pg$  = 관측값의 경중률 행렬  
 $Px_1, Px_2, Px_3$  = 미지수의 경중률 행렬  
 $\hat{K}p, \hat{K}g$  = Lagrange 승수의 벡터에 대한 수  
 정량

최종 解를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{X}_3 &= -[Px_3 + Ng_{22}]^{-1} [Ug_2 + Ng_{21} \hat{X}_2] \\ \hat{X}_2 &= -[Px_2 + Np_{22} + Ng_{11} - Ng_{12}(Px_3 \\ &+ Ng_{22})^{-1} Ng_{21}]^{-1} \cdot \\ &[Up_2 + Ug_1 - Ng_{12}(Px_3 + Ng_{22})^{-1} Ug_2 + \\ &Np_{21} \hat{X}_1] \quad (4.7) \\ \hat{X}_1 &= -[Px_1 + Np_{11} - Np_{12}(Px_2 + Np_{22} + Ng_{11} \\ &- Ng_{12}(Px_3 + Ng_{22})^{-1} Ng_{21})^{-1} Np_{21}]^{-1} \cdot \\ &[Up_1 - Np_{12}(Px_2 + Np_{22} + Ng_{11} - Np_{12}(Px_3 \\ &+ Ng_{22})^{-1} Ng_{21})^{-1} (Up_2 + Ug_1 - Ng_{12}(Px_3 \\ &+ Ng_{22})^{-1} Ug_2)] \quad (4.8) \end{aligned}$$

## (2) 誤差分析과 過大誤差의 檢出

일반적으로 관측방정식

$$1 + v = Ax$$

에서 최소제곱추정량은

$$x = (APA)AP1$$

이고, 따라서 조정관측값은 다음과 같다.

$$1 = A(APA)AP1$$

이때의 경중률합수 P 는 過大誤差의 범위를 결정 하기 위하여 사용되며 航空寫眞測量的 block 조정에 Werner(1984)의 쌍곡선 경중률합수가 사용된다.<sup>21)</sup>

$$\begin{aligned} P &= P_i \cdot F(V_i, \sigma v_i, Q) \\ &= P_i \frac{1}{1 + (\partial_i |v_i|)^d} \end{aligned} \quad (4.9)$$

여기서,

$$\partial_i = \frac{1}{1.4 \sigma v_i} = \frac{\sqrt{P_i}}{1.4 \sqrt{r_i} \cdot \sigma^0}$$

$$d = 3.5 + \frac{82}{81 + Q^4}$$

$$Q = \frac{\hat{\sigma}_0}{\sigma_{a-priori}}$$

$v_i$  = 관측값  $i$  의 잔차

$P_i$  = 관측값  $i$  의 사전 경중률

$r_i$  = 관측값  $i$  의 local redundancy

$\sigma v_i$  = 잔차  $v_i$  추정 표준편차

$\hat{\sigma}_0$  = 추정  $\sigma_0$

## 5. 調整結果의 分析

### (1) 攝影計劃 및 基準點 測量

번들블럭조정의 정확도 향상을 위한 사진 측량 및 측지 관측값의 결합조정에 의한 조정좌표 (adjusted coordinate)의 오차의 영향을 분석하기 위하여 현지에 test field 를 설치하였다(그림 1 참조).

본 연구에서 설치한 test field 는 土地測量에 대한 적용의 실용성을 위하여, 충북 청주시 운천동 및 봉명동 일대의 토지구획정리가 시행완료된 정형지구 일부와 구릉지의 임야가 포함되어 있는 복합지형의 지역을 선정하였다.


표점점의 배치는 사진당 tie point 가 최소한 9점이상이 대칭적으로 분포되어야 하나, 단, 9점만이 분포된 경우에는 관측오차를 검출하기가 곤란하므로, 과대오차가 있을 경우에는 불력내

의 기하학적 조건에 영향을 미치기 때문에 tie point의 수를 증가 시켜야한다(그림 2 참조).

따라서, 본 연구에서는 경제적인 측면을 고려하여 각 사진에서 최소 9점에서 부터 최대 21점까지 관측될 수 있도록하여 이론상 사진상의 관측점을 가능한한 일정한 간격으로 고르게 분포되어야 효과적이거나 본 연구에서는 지형적인 영향으로 집중분포지역과 그렇지 못한 부분이 나타나고 있다.

Test field는 3 모델 2 스트립의 블록으로 하였으며 사진은 8매이다. 블록내의 수평기준점수는 27점이고 수직기준점수는 21점이었으며 그중 5점은 수평 및 수직기준점이 동일한 축점이었다.

Test field에 대한 항공사진의 촬영은 사진축척 1/4,200로 하였으며 이때 사용한 항공기는 Aerocomander 680 F이고 카메라는 WILD RC 8(No.923) 광각카메라로서 초점거리는 152.4 mm(Lens No.404)이며 사용된 필름은 AGFA 이었다.

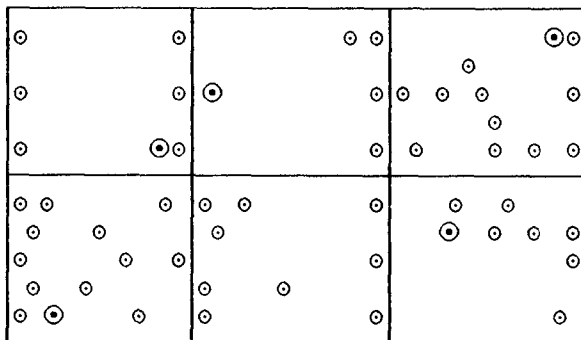
사진촬영 이전에 test field 내의 필요한 측점에 대하여는 대공표지(air target)를 설치하였으며 아스팔트 도로상에는 백색수성페인트를 이용하여  형의 표지를 설치하고 비포장도로나 구릉지, 임야 등에 대하여는 점정색 바탕의 천에 흰색표지를 동일한 방법으로 제작하여 측점위에 말뚝을 이용하여 설치하였다.

항공사진의 중중복도(end lap)는 60%, 횡중

복도(side lap)는 30%로 촬영하였다. 촬영고도는 해발 2,000 ft 이었고, 기준면의 표고는 50 m 이었으며 카메라의 노출은 1/300 초이었고 황색 filter를 사용하였다.

지상 기준점 측량에서는 삼각망과 다각망을 구성하여 6" 독 정밀 theodolite(Sokkisha 제)를 사용하여 정, 반관측법에 따라 6회 관측하여 관측값의 평균으로 수평각을 결정하여 삼각망조정 계산에 의하여 수평위치를 결정하였으며, 다각망의 경우에는 3배각 관측방법으로 평균각을 구하고, 광파거리 측량기를 이용한 거리관측은 RED-2 로(Sokkisha 제) 5회 관측한 값의 평균을 채택하여 다각망 조정계산을 실시하였다. 수평기준점 성과는 국지적 평면직각 좌표계에 의한 것이며 수직기준점 성과는 층복도청 구내에 설치된 1 등 수준점(G. H=45.611 m)으로 환상 수준망을 설치하여 자동레벨(Sokkisha B2C)에 의한 직접관측방법으로 지상표고를 구하였다. 수준망조정은 지형도상의 거리관측에 의한 경중률을 적용하여 엄밀조정을 수행하였다.

Test field에서 촬영된 항공사진의 좌표관측은 서독 ZEISS 사의 P1 Planicomp를 이용하였다. 이 기계는 현재까지 제작된 해석도화기 중상급의 장비로서 Mono 또는 Stereo comparator의 기능을 가지고 있으며 관측 해상도(resolution)는 1 μm 이고, 평균 좌표의 정확도는 2 μm 이하이며, 여기에 사용된 浮點(floating mark)의 크기는 직경이 30 μm이다. 항공사진의 좌표측



⊙ full controls  
○ check points

그림 1. 철주 Test Field

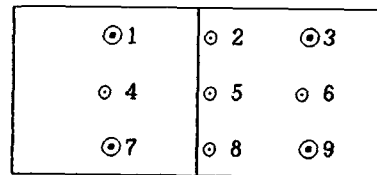


그림 2. 모형 자료의 표점배치

정에 있어서는 2매의 연속사진을 설치하고 모델별로 상좌표(image coordinate)를 관측한후 이를 다시 항공사진 카메라의 검정자료를 이용하여 사진좌표로 Affine 변환을 하였으며 불력조정을 위한 상좌표의 관측을 위해서는 지상기준점과 check point 이외에도 모델의 연결을 위

(2) BLOCK 調整結果의 比較

과대오차를 제거한 후의 실험지역의 불력조정 결과는 다음과 같다.

표 1. 과대오차를 제거한후의 불력조정결과

Case	점수	기준점수	GeoP.	Dist.	Elev.	Mx	My	Mz	$\sigma_{xy}$
# 1	62	11	—	—	—	-0.006	-0.062	0.017	$\pm 0.107$
# 2	62	5	6	4	4	-0.007	-0.067	-0.001	$\pm 0.118$
# 3	62	5	—	—	—	-0.014	-0.059	-0.005	$\pm 0.122$
# 4	62	5	2	1	—	-0.011	-0.062	0.008	$\pm 0.119$
# 5	62	5	6	4	—	-0.008	-0.065	0.002	$\pm 0.118$

모형 자료를 이용한 2 모델 3매의 사진좌표의 조정결과는 다음과 같다.

표 2. 모형 자료를 이용한 조정결과

Case	측점수	기준점수	GeoP.	Dist.	Lapla.	Elev.	$\phi$	$\lambda$	A/dist.	Mx	My	Mz	$\sigma_{xy}$
# 6	9	4	—	—	—	—	—	—	—	-0.041	-0.131	-0.278	$\pm 0.412$
# 7	9	—	4	3	1	3	1	1	3	-0.125	-0.014	-0.180	$\pm 0.480$
# 8	9	4	3	3	1	0	1	1	—	-0.122	-0.204	0.532	$\pm 0.473$
# 9	9	4	4	3	1	3	1	1	3	-0.125	-0.014	-0.180	$\pm 0.480$

6. 結 論

사진측량의 정확도 향상을 위한 사진 및 지상측량 관측값의 결합조정 결과는 다음과 같다.

1. 지상기준점의 배치가 불량하거나 없는 경우에 지상측량 관측값을 결합하여 조정하므로써 사진측량의 정확도를 향상시킬수 있다.
2. 실험결과 Case #2는 Case #3에 비하여 보다 높은 정확도를 얻을 수 있었으며, Case #7은 기준점이 전혀 배치되지 않았음에도 Case #6에 상당히 접근하는 평균오차의 정확도를 얻을수 있었다.

REFERENCES

1. Stefanovic, P., "Pitfalls in Blunder Detection Techniques," ISP Commission III, Presented

한 tie point를 기하학조건에 맞게 點刻(marking)을 하여야 하며 이를 위하여는 ZEISS 사의 PM-1 點移寫機(point transfer device)를 사용하였다. PM-1의 부점은 직경이 40  $\mu\text{m}$  이고 점각의 평균표준오차는 0.2  $\mu\text{m}$  이다.

Paper, HAMBURG, pp.688-700, 1980.  
 2. Brown, D.C., "A Solution to the General Problem of Multiple Station Analytical Stereotriangulation," RCA-MTP Data Reduction Technical Report No.43, 1958.  
 3. Wong, K.W., A Computer Program for the Simultaneous Adjustment of Photogrammetric and Geodetic Observations, Univ. of Illinois Urbana-Champaign, 1974, pp.78-129.  
 4. Elphinstone, G.M., "Large Block SAPGO Program," Annual Convention of the American Society of Photogrammetry, St. Louis, Mo, march 1974, pp.101-111.  
 5. Kager, H. and Kraus, K., "Gemeins Ausgleichung Photogrammetrischer Geodatischer und Fiktiver Beobachtungen," Presented Paper. Kommission V. Helsinki, 1976, pp.113-133.  
 6. El-Hakim, S.F., and Faig, W., "The General Bundle Adjustment Triangulation (GEBAT) System-Theory and Application" Comm. III, 14th Congress of ISPRS, 1980, pp.296-307.  
 7. Rosculet, D., "Recursive Methods for the Simultaneous Adjustment of Photogrammetric and Geodetic Observations in Analytical Aerotr-



- iangulation," Presented Paper, Commission III, ISP Congress, Hamburg, 1980, pp.617-625.
8. Larsson, R., "An Efficient Algorithm for the Computation of the Inverse in Bundle Adjustment System," Sweden Commission III. 1980, pp.590-599.
  9. Kruck, E., "Ordering and Solution of Large Normal Equation Systems for Simultaneous Geodetic and Photogrammetric Adjustment," ISPRS Commission III, 1984, pp.578~589.
  10. Murai, S., Kasugaya, N., Chikatsu, H., 地上測定の觀測條件を結合しに寫眞測定の誤差調整, 寫眞測量とりモートセンシング, vol. 26, No. 3, 1987.
  11. 유복모 : 공중 삼각측량에 있어서 독립모델의 연구, 대한토목학회창립 20주년 논문집, 1972, pp. 165~174.
  12. 강준목 : 다중근거리 사진측량에 의한 퍼사체의 3차원 정밀해석에 관한 연구, 연세대학교 교학원 박사학위 논문, 1985.
  13. 박홍기 : 사진측량. 관측값의 과대오차 조정에 관한 연구, 연세대학교 대학원 박사학위논문, 1987.
  14. 유환희 : 근거리 사진측량에 의한 변형해석의 연구, 연세대학교 대학원 박사학위논문, 1988.
  15. Doyle, F. J., "Principle of Analytical Photogrammetry," International Conference and Workshop on Analytical Instrumentation, ISPRS Commission II/Working Group II/1 and ASPRS, 1987, pp.50~89.
  16. Elphinstone, G. M., Simultaneous Adjustment of Photogrammetric Geodetic Observation, Ph. D Thesis, Univ. of Illinois Urbana-Champaign, 1975, pp.10-45.
  17. Wester-Ebbinghaus, W., "Ein allgemein Formuliertes Konzept Zur Bildtriangulation mit gemeinsamer Ausgleichung Photogrammetrischer und Geodatischer Beobachtungen," Presented Paper, Commission III, ISPRS Congress, Rio de Janeiro, 1984, pp.1109-1119.
  18. Mikhail, E. M., Analysis and Adjustment of Survey Measurements, Van Nostrand Reinhold Co., 1981, pp.226-275.
  19. Krakiwsky, E. J., Geodesy: The Concepts, North-Holland Publishing Co., 1982, pp.372-402.
  20. Grafarend, E., "Threedimensional Geodesy II-the Datum Problem," ZfV Nr, 2, 1978, pp. 44-59.
  21. Werner, H., "Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators" Commission III, ISPRS, 1984, pp.1101-1108.