

Plumb Line Method에 의한 렌즈歪曲補正에 관한 研究 A Study on the Correction of Lens Distortion by Plumb Line Method

姜 準 默* 吳 元 鎮**
Kang Joon-Mook Oh Won-Jin
尹 熙 天***
Yoon Hee-Cheon

要 旨

렌즈왜곡은 상의 위치를 변화시키므로 이에 대한 보정은 사진측량의 정확도 향상에 중요한 의미를 지니고 있다. 본 연구는 기준점 성과와 space resection의 과정없이 단사진으로 보정계수 결정이 가능한 plumb line method를 이용하여 거리에 따른 測定用, 非測定用 카메라의 렌즈왜곡 보정계수를 구하고 이를 실제 피사체의 3차원 위치해석에 적용, 정확도 향상을 기하고자 함에 목적이 있다. 그 결과, 測定用 카메라는 큰 차이를 보이지 않으나 非測定用 카메라는 放射方向, 接線方向 왜곡 보정계수가 촬영 거리에 따라 변하므로 촬영 거리에 따른 보정계수 적용이 바람직하며, 非測定用 카메라에 이를 적용하였을 경우 誤差가 약 30%~76%까지 현저히 감소되었다.

ABSTRACT

Lens distortion would produce image displacement, therefore correction of lens distortion is required urgently to improve accuracy of results in photogrammetry. The objective of this study is to find out lens distortion coefficients versus focussing distance on non-metric and metric camera and to investigate propriety of application of lens distortion coefficients to three dimensional analysis.

Analytical plumb line method which needs not perform control survey and space resection and requires only one photograph was used in order to get lens distortion coefficients.

As the result of this study, the coefficients of radial and tangential distortion change as focussing distance changes, and consequently it is reasonable to apply the eigenvalues of lens distortion coefficients according to focussing distance. When these coefficients were applied to actual measurement, standard errors decreased about 30% or 76% remarkably.

1. 序 論

사진에 나타난 상과 피사체와의 투영관계로부터 피사체의 공간좌표를 결정하는 close-range photogrammetry에서는 높은 정밀도를 얻기 위해 photographic field 내의 렌즈왜곡에 대한 보정을 실시하여야 하며,¹⁾²⁾³⁾ 특히 왜곡이 큰 비측정용 카메라에 대한 방사방향과 접선방향

왜곡을 보정하기 위한 보다 이상적인 解析技法의 개발은 중요한 의미를 지니고 있다.⁴⁾⁵⁾⁶⁾

비측정용 카메라는 측정용 카메라에 비해 가격이 저렴하고 휴대가 간편하며, 취급이 용이하고, 특정한 위치에서도 측척을 자유롭게 변화시킬 수 있다는 장점이 있으나 해상력이 낮고 왜곡으로 인한 오차가 크며 지표 주점, 렌즈 왜곡 보정 계수 등이 없어 내부표정을 실시할 수 없으므로 이에 대한 보완이 선행되어야 한다.³⁾⁴⁾ 따라서 본 연구에서는 단 한장의 사진으로도 신빙성 있는 해석이 가능하며 경제적인 analytical plumb line method를 이용해 렌즈의 왜곡계수

* 忠南大學校 工科學 副教授
** 忠南大學校 大學院 博士課程
*** 忠南大學校 測量室 研究員

를 구한후 放射方向과 接線方向에 대한 왜곡을 보정하여 이를 실제 피사체에 적용함으로써 3차원 位置解析의 정확도 향상을 기하고자 한다.

2. Plumb Line Method

본 연구의 해석에 사용된 放射方向과 接線方向에 대한 렌즈 왜곡의 calibration을 위한 analytical plumb line method의 基本理論은 다음과 같다.³⁾

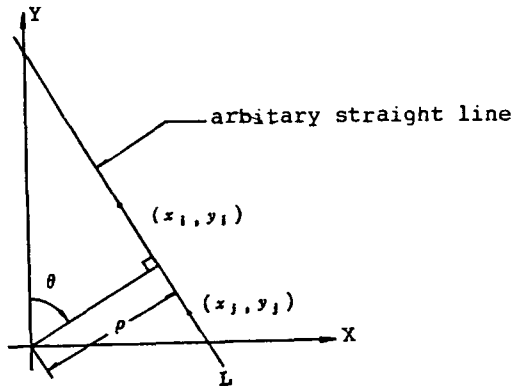


Fig. 1 Explanation of Plumb Line

<Fig. 1>에서 임의의 직선 L의 방정식은

$$x'\sin\theta + y'\cos\theta = \rho \quad (1)$$

여기서 ρ 는 원점으로부터 직선까지의 최단 거리이고, θ 는 ρ 와 Y축과의 각이다. 렌즈가 방사방향과 접선방향 왜곡을 가지고 있다면 임의의 직선 즉, plumb line의 plate 좌표는 (1)식을 만족시키지 않으며, 이들 좌표는 왜곡을 보정함으로써 (1)식을 만족하게 된다. 이들에 대하여 보정된 좌표 x', y' 는 다음 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} x' = & x + \bar{x}(K_1r^2 + K_2r^4 + K_3r^6 + \dots) \\ & + [P_1(r^2 + 2\bar{x}^2) \\ & + 2P_2\bar{x}\bar{y}][1 + P_3r^2 + \dots] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} y' = & y + \bar{y}(K_1r^2 + K_2r^4 + K_3r^6 + \dots) \\ & + [2P_1\bar{x}\bar{y} + P_2(r^2 \\ & + 2\bar{y}^2)][1 + P_3r^2 + \dots] \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\bar{x} = x - x_p$, $\bar{y} = y - y_p$, $r = [(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2]^{1/2}$ x, y 는 상점의 사진좌표, x_p, y_p 는 주

점의 사진좌표, K_1, K_2, K_3 는 방사방향 렌즈왜곡 계수, P_1, P_2, P_3 는 접선방향 렌즈왜곡 계수이다.

이를 함수로 표시하면,

$$f(x_{ij}, y_{ij}, x_p, y_p, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, P_3, \theta_i, \rho_i) = 0 \quad (4)$$

여기서 x_{ij}, y_{ij} 는 i 번째 line의 j 번째 측정된 점의 plate 좌표를 나타내고 θ_i, ρ_i 는 i 번째 선의 해로서 최소제곱법으로 구할 수 있다. m 개 선에 대한 미지수 행렬 X 는 다음 (5)식과 같다.

$$X = [x_p, y_p, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, P_3, \theta_1, \rho_1, \dots, \theta_m, \rho_m]^T \quad (5)$$

여기서 미지수의 총수는 $8 + 2m$ 개이다.

3. 測定

(1) Plumb Line Method 實驗

피사체를 이중노출하기 위해 <Fig. 2>와 같이 검정색 배경에 흰색 plumb line을 건물의 외벽

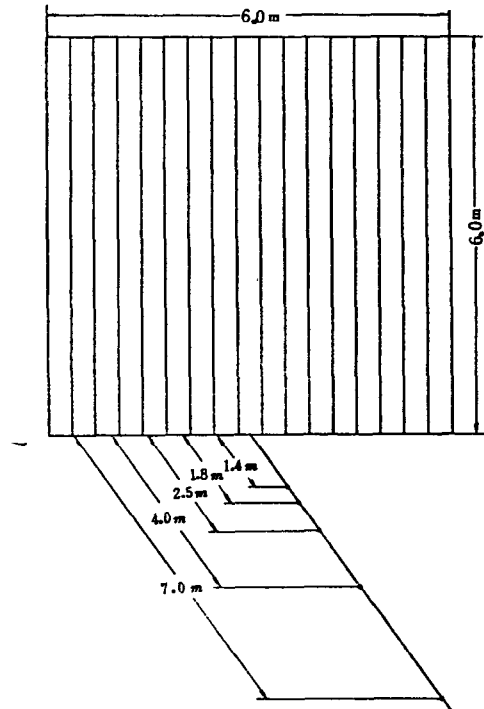


Fig. 2 Test Field

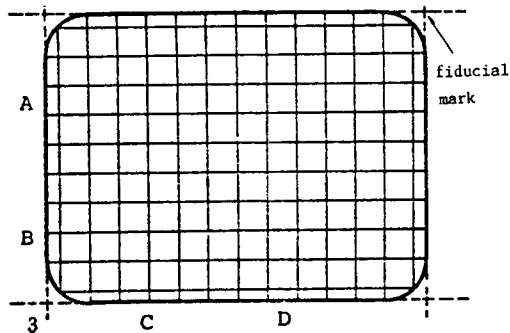


Fig. 3 Grid of Double Exposure with $K(90^\circ)$ Rotation

에 $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ 크기로 설치하였고 이때 plumb line 은 mono-filament nylon cord 로서 직경 $0.3\text{ mm} \sim 0.5\text{ mm}$ 의 것을 촬영거리에 따라 사용하였다. 사진의 축척이 변화하여도 음화의 전면을 균일하게 피복할 수 있게 전체 plumb line 폭을 조절하여 15~20 개의 line 이 촬영되도록 했으므로 아중노출에 의한 image point 수는 한장의 plate 에 200~400 개가 되도록 했다.

비측정용 카메라 CANON NEW F-1(No. 16 77773, 화면크기 $36\text{ mm} \times 24\text{ mm}$, 초점거리 50 mm)을 자연광 상태에서 적정노출의 $1/2$ 로 κ 를 90° 회전하여 이중촬영 함으로써 Fig. 3 과 같은 격자형태의 음화를 얻었으며 non-metric camera 는 지표가 없으므로 comparator 의 +자 선을 이용하여 지표좌표를 구하였다.⁷⁾

(2) 實 測

(Fig. 4)와 같이 30 개의 미지점과 6 개의 기준점을 설치하였으며, 촬영거리를 1.4 m , 1.8 m , 2.5 m , 4.0 m , 7.0 m 로 測定用 카메라와 非測定用 카메라에 의해 촬영하였다. 標準誤差계산시 잉여 관측수가 동일하도록 測定用 카메라와 非測定用 카메라의 화각을 고려하여 각 촬영거리에서 30 개 미지점이 음화의 전면을 균일하게 피복할 수 있도록 100% 중복도로 수렴촬영을 하였다. 기준점 측량은 Kern DKM2-A 1 초독 theodolite 를 사용하여 6 개의 기준점과 미지점 1 번, 6 번, 25 번, 30 번 점에 대한 좌를 측정하였고, 점정된 steel tape 로 수회 반복측정하여 기선에 대한 정오차 보정을 하였다.⁸⁾⁹⁾

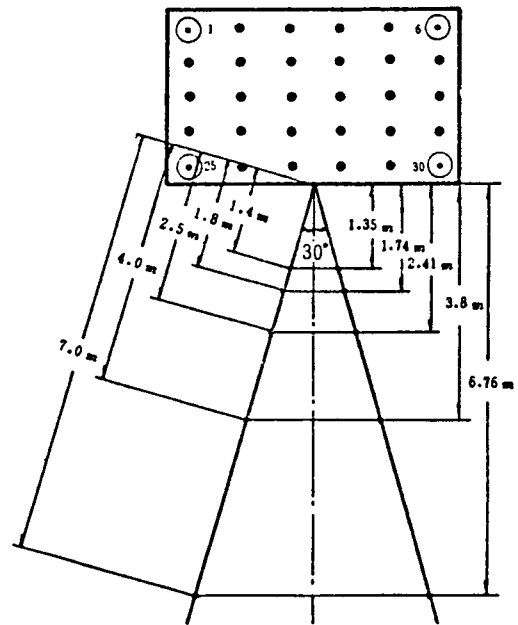


Fig. 4 Explanation of Target Array and Camera Station

각 촬영거리 마다 측정용 카메라와 비측정용 카메라에 의해 2 매씩 촬영한 20 장의 음화는 Kern MK-2 mono-comparator 로 기계좌표를 측정하였다.

4. 結果의 比較 分析

(1) 렌즈 歪曲補正 係數

(Table 1)은 plumb line method 에 의해 구해진 비측정용 카메라 CANON NEW F-1 의 촬영거리별 放射方向 왜곡계수(K_1, K_2, K_3) 및 接線方向 왜곡계수(P_1, P_2, P_3)를 나타낸 것이다.

촬영거리에 따라 각 계수들의 값이 달라지며, 비측정용 카메라의 경우 왜곡량에 가장 큰 영향을 미치는 K_1 값은 전반적으로 50×10^{-6} 전후의 값을 나타내고 있다. K_2 값은 각 촬영거리에서 약 $0.01 \times 10^{-6} \sim 0.05 \times 10^{-6}$ 범위에 있으며 K_3 는 $0.00001 \times 10^{-6} \sim 0.000005 \times 10^{-6}$ 범위로서 극히 미소한 값을 보이고 있다.

Fig. 5, Fig. 6 은 주점으로 부터의 放射距離에 따른 放射方向 및 接線方向의 왜곡량을 촬영거리 별로 도시한 것이다. 각 촬영거리에서 주점

Table 1. Lens Distortion Coefficient of Non-metric Camera. $10^{-6} \times$

| 계수 \ 촬영거리 | 1.4(M) | 1.8(M) | 2.5(M) | 4.0(M) | 7.0(M) |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| K_1 | 49.48017401 | 53.10460754 | 49.79245204 | 53.81057683 | 53.07309307 |
| K_2 | 0.00953878 | -0.01585658 | -0.00963219 | -0.04902104 | -0.04786668 |
| K_3 | -0.00003227 | -0.00000869 | -0.00002028 | 0.00004619 | 0.00003761 |
| P_1 | -34.63162083 | -13.35064878 | -29.49215914 | -5.41-86576 | -44.90967355 |
| P_2 | -35.42153951 | -37.05508361 | -19.25980247 | -25.65414723 | -13.21489743 |
| P_3 | -0.83560043 | -0.34996686 | -0.16931067 | -0.10095977 | 0.54777941 |

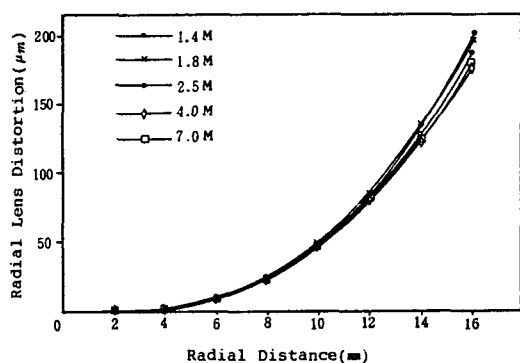


Fig. 5 Radial Lens Distortion vs. Radial Distance

으로 부터의 放射距離가 2 mm 간격으로 16 mm 까지 증가함에 따라 放射方向 및 接線方向의 왜곡량은 점차적으로 증가하고 放射方向 왜곡오차와 接線方向 왜곡오차의 차는 점차 커져서 주점으로 부터의 放射距離가 16 mm 일때 接線方向의 왜곡량은 放射方向 왜곡량의 약 1/6 정도의 값을 나타내고 있다. 아울러 각 촬영거리에 따른 왜곡량이 다르게 나타나고 있음을 알 수 있다.

(Fig. 7)은 각 촬영거리별 비측정용 카메라의 렌즈 왜곡계수 K와 P를 고려했을 경우 미지점에 대한 왜곡보정량을 벡터로 나타낸 것으로서 주점으로 부터 放射距離가 증가할수록 왜곡량

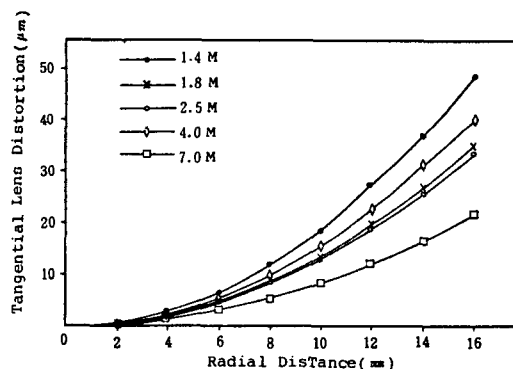


Fig. 6 Tangential Lens Distortion vs. Radial Distance

이 현저히 증가하고 있으며, 주점을 중심으로 직경 7 mm 이내에서는 5개의 촬영거리에서 촬영한 10매의 사진 모두 왜곡이 거의 발생하지 않고 있음을 알 수 있었다.

(2) 비측정용 카메라의 렌즈 왜곡補正係數 적용에 따른 正確度 比較

Bundle adjustment 기법에 의해 space resection과 space intersection을 수행하므로써 카메라의 외부표정 요소와 미지점의 3차원 좌표를 동시에 구하였으며 6개 기준점의 標準誤차를 $1 \mu\text{m}$, 30개 미지점의 기계좌표에 대한 標準誤차를 $3 \mu\text{m}$ 로 간주하여 계산하였다. 정규방정

Table 2. The Positional Error for Each Case Considered Calibration Data

| Error case \ Distance(M) | Simulated Error(μm) | | | | | Actual Error(μm) | | | | |
|--------------------------|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | A | B | C | D | E | A | B | C | D | E |
| 1.4 | 371.4 | 368.4 | 368.6 | 386.6 | 386.6 | 1399.0 | 1341.4 | 344.0 | 329.6 | 337.3 |
| 1.8 | 555.4 | 555.3 | 540.0 | 542.9 | 542.8 | 2210.5 | 2126.2 | 792.6 | 493.6 | 537.9 |
| 2.5 | 659.6 | 659.9 | 655.0 | 656.4 | 656.7 | 2586.4 | 2585.6 | 716.6 | 689.3 | 765.7 |
| 4.0 | 966.1 | 966.1 | 955.9 | 959.1 | 959.1 | 2585.2 | 2566.9 | 1121.2 | 952.4 | 1051.2 |
| 7.0 | 1933.9 | 1933.7 | 1906.3 | 1941.1 | 1913.4 | 3572.0 | 3772.7 | 2480.2 | 2101.7 | 2497.0 |

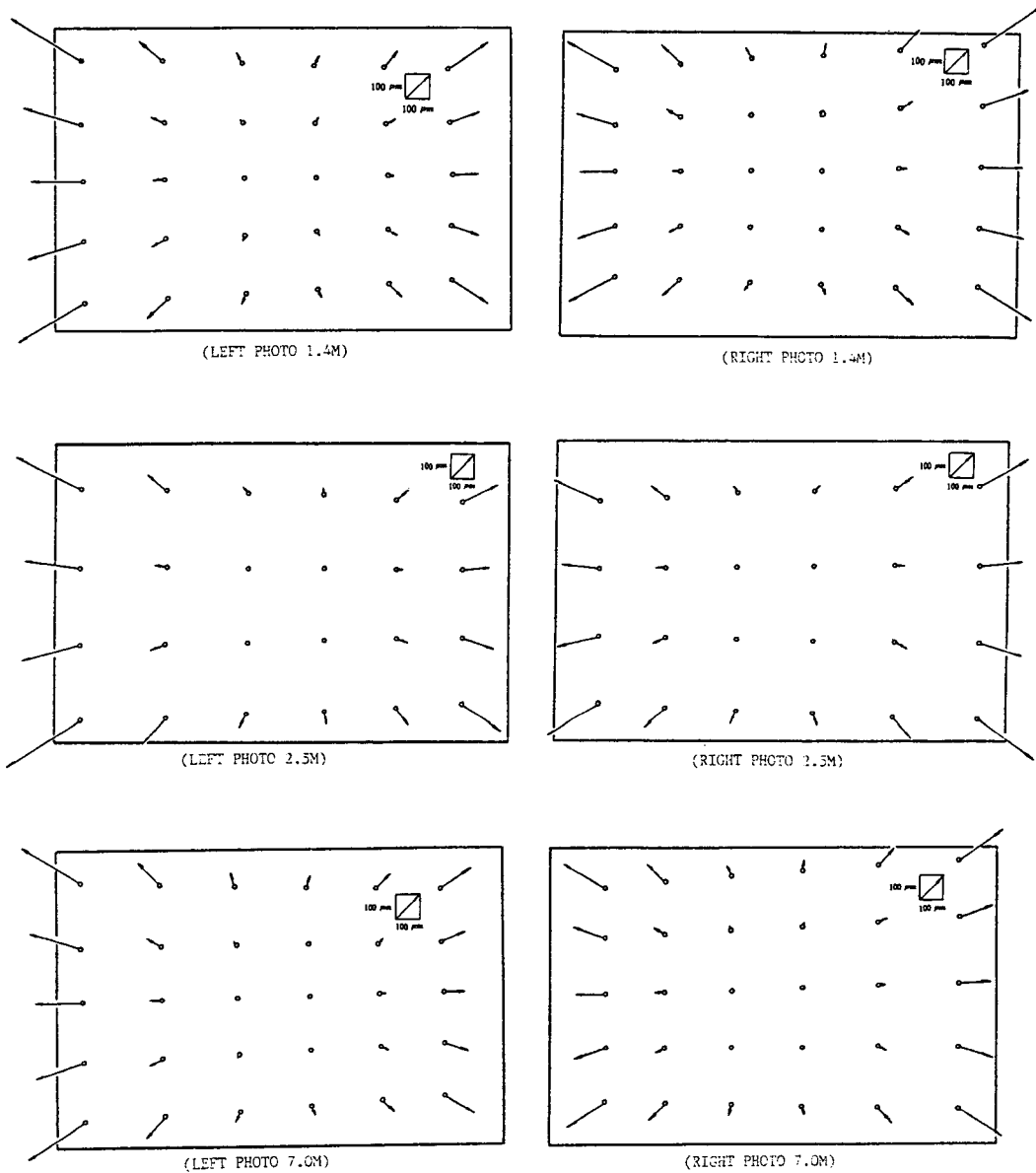


Fig. 7 Distortion Vector of Unknown Points

식 $NX=C$ 의 해는 Cholesky decomposition에 의해 미지점의 3차원 좌표 및 그에 대한 표준誤差를 계산하였고, $S=S_0\sqrt{N_{ii}^{-1}}$ 의 관계에 의하여 幾何學的 標準誤差와 실험에 의한 標準誤差를 비교 분석하였다.

Table 2와 Fig. 8은 렌즈의 왜곡 보정계수 K와 P 고려에 따른 오차감소의 상태를 분석하기 위해 계수보정을 실시하지 않은 A case, P

계수만을 고려한 B case, K_1 계수만을 고려한 C case, K_1, K_2, K_3 계수를 고려한 D case, K와 P 계수를 모두 고려한 E case로 구별하여 X, Y, Z에 대한 위치오차로 나타났다. D case 일때 실험에 의한 標準誤差는 촬영거리가 1.4 m, 1.8 m, 2.5 m, 4.0 m, 7.0 m로 증가함에 따라 각각 50%, 40%, 38%, 120% 감소하였고, 幾何學的 標準誤差는 $370\mu m, 550\mu m, 660$

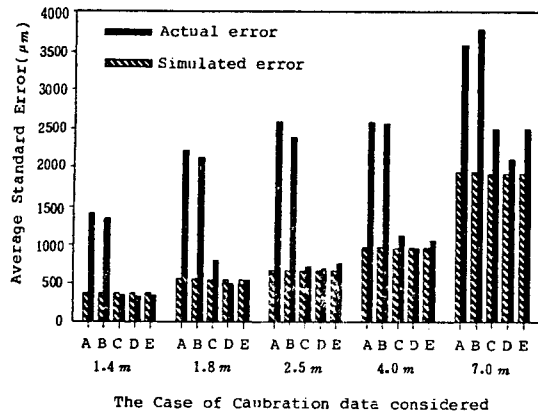


Fig. 8 The Positional Error for Each Case Considered Calibration Data

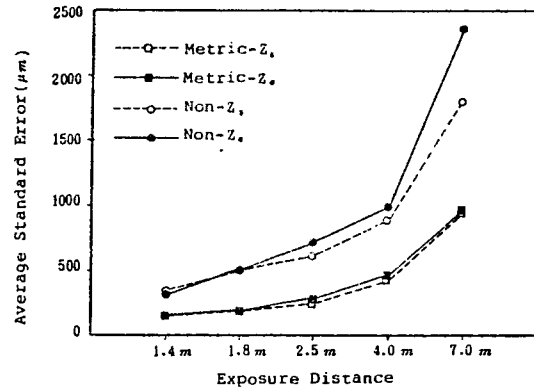


Fig. 11 Compare Metric with Non-metric for Z Average Standard Error after Consideration K, P

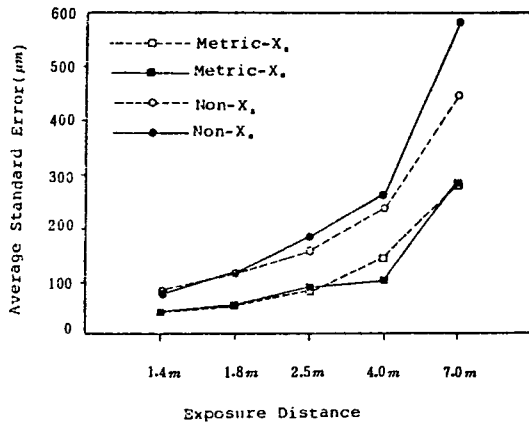


Fig. 9 Compare Metric with Non-metric for X Average Standard Error after Consideration K, P

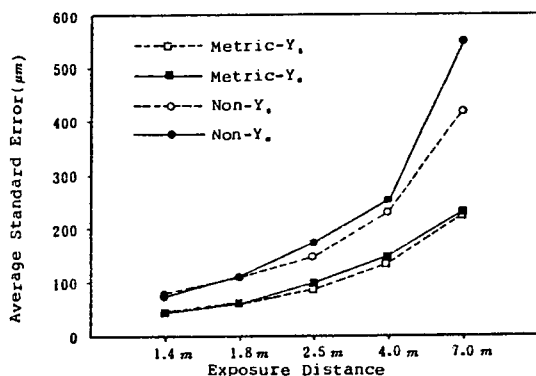


Fig. 10 Compare Metric with Non-metric for Y Average Standard Error after Consideration K, P

μm , $960 \mu\text{m}$, $1,930 \mu\text{m}$ 로 47%, 21%, 46%, 102%의 단계별 증가 현상을 보이고 있다. 각 촬영거리에서 A case로부터 D case까지 K 계수를 고려해 줌에 따라 급격한 오차의 감소를 보여 렌즈의 왜곡은 放射方向에 대한 영향이 가장 크며 계수중 K 계수만 고려하여도 양호한 결과를 얻을 수 있었다. 실험적 오차와 기하학적 오차가 특히 C case와 D case에서 밀접하게 접근하므로 calibration test에 의해 구한 렌즈왜곡 보정계수의 적용이 光學的, 幾何學的의 조건을 만족시킬 수 있다.

〈Fig. 9〉, 〈Fig. 10〉, 〈Fig. 11〉은 metric case와 렌즈의 放射方向과 接線方向에 대한 왜곡을 보정한 non-metric case의 X, Y, Z 標準誤차를 나타낸 것이다. 촬영거리를 1.4 m, 1.8 m, 2.5 m, 4.0 m, 7.0 m로 변화시키에 따라 metric case에 의한 幾何學的의 標準誤차는 X의 경우 $46.8 \mu\text{m} \sim 282 \mu\text{m}$, Y의 경우 $44.5 \mu\text{m} \sim 225.2 \mu\text{m}$, Z의 경우 $153.3 \mu\text{m} \sim 953.4 \mu\text{m}$ 의 분포를 보이고 있고, non-metric case에 의한 幾何學的의 標準誤차는 X의 경우 $84.9 \mu\text{m} \sim 446.7 \mu\text{m}$, Y의 경우 $80.6 \mu\text{m} \sim 420.2 \mu\text{m}$, Z의 경우 $349.5 \mu\text{m} \sim 1812.0 \mu\text{m}$ 로 나타났으며 실험에 의한 標準誤차도 이와 유사한 양상을 보이고 있다.

〈Fig. 12〉는 metric case와 렌즈의 放射方向과 接線方向에 대한 왜곡을 보정한 non-metric case의 X, Y, Z 위치오차를 촬영 거리에 따라 도시한 것이다. metric case와 non-metric case에서

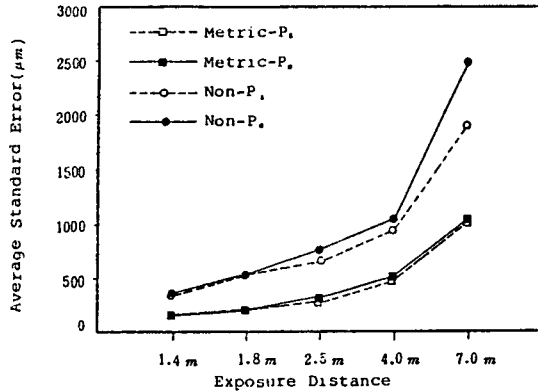


Fig. 12 Positional Error of Metric Case & Non-Metric Case obtained after Consideration Lens Distortion Coefficient K, P

幾何學的 標準誤差와 실험에 의한 標準誤차가 유사한 양상을 나타내며 접근되어 있으므로 본 실험의 신뢰성을 엿볼 수 있다. 촬영거리가 1.4 m에서 7.0 m로 됨에 따라 幾何學的 標準誤차는 metric case에서 166.3 μm~1019.4 μm, non-metric case에서 368.6 μm~1913.4 μm, 실험에 의한 標準誤차는 metric case에서 172.8 μm~1048 μm, non-metric case에서 337.3 μm~2497.0 μm의 분포를 나타내고 있다.

5. 結 論

CANON NEW F-1 비측정용 카메라를 analytical plumb line method에 의해 렌즈 왜곡보정을 하여 3차원 좌표 해석에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. plumb line method는 기준점 성과나 외부 표정요소 없이 단사진으로 단시간에 용이하게 렌즈의 왜곡보정계수 획득이 가능하며, 보정계수는 放射方向 보정계수와 接線方向 보정계수가 촬영거리에 따라 변화하므로 렌즈의 왜곡보정시 촬영거리에 따라 보정계수를 적용함이 바람직하다.

렌즈왜곡 보정계수를 촬영거리 1.4 m에서 7.0 m까지 구하여 3차원 좌표해석에 적용한 결과, Z는 다소 높은 오차분포를 나타냈으나 X, Y의 오차는 測定用的 경우 약 45 μm~280 μm, 非測定用的 경우 약 80 μm~420 μm의 양호한 얻을 수 있었으며 非測定用的 경우 보정계수를 적용하여 약 30%~76%의 정확도 향상을 얻을 수 있었다.

放射方向과 接線方向에 대한 왜곡을 동시에 보정한 경우와 放射方向 왜곡만을 보정한 경우의 誤差가 거의 유사한 양상을 보이고 있으므로 측정 목적에 따라 放射方向에 대한 왜곡만을 보정하여도 소기의 성과를 얻을 수 있다.

參考文獻

1. 姜準默, 吳元鎮, 尹熙天, "Plumb Line Method에 의한 렌즈 歪曲補正에 관한 研究", 大韓土木學會 學術發表 概要集, 1988, pp. 332-335.
2. 姜準默, 吳元鎮, 尹熙天, "Non-Metric Camera의 렌즈 歪曲補正에 따른 正確度 向上에 관한 研究". 大韓土木學會 學術發表 概要集, 1989, pp. 329-332.
3. Brown, D. C., "Close-Range Camera Calibration," PE & RS, Vol. 37, No. 8, 1971, pp. 855-866.
4. John, G. Fryer and Duane, C. Brown, "Lens Distortion for Close-Rang Photogrammetry," PE & RS, Vol. 52, No. 1, 1986, pp. 51-58.
5. Ridah, A. Halim Munjy, "Calibration Non-Metric Camera Using the Finite Element Method," PE & RS, Vol. 52, No. 8, 1986, pp. 1201-1205.
7. Goodrich, David, D., "A Simple 35mm SLR Photogrammetric System for Glarier Measurements," PE & RS Vol. 48, No. 9, 1982, pp. 1477-1485.
8. Hintz, Raymond J, Kang, Joon-Mook & Christos Karakadas, "Analysis of Pavement Cracking and Rutting Using Close-Range Photography," PE & RS, Vol. 55, No. 2, 1989, pp. 212-221.
9. Scholer H., "On Photogrammetric Distortion," PE & RS, Vol. 41, No. 7, 1975, pp. 761-769.