

비측량용 사진기에 의한 수렴사진의 정확도에 관한 연구 A Study on the Accuracy of Convergent Photographs Using Non-Metric Camera

柳 福 模* 權 現**
Yeu Bock-Mo Kwon Hyon
柳 冀 潤***
Yu Ki-Yun

要 旨

본 연구는 근거리 사진측량에 있어서 비측량용 사진기를 이용한 수렴사진에 대한 수학적 정확도 예측모형을 개발하고, 촬영거리와 수렴각의 변화에 따른 위치오차를 분석함으로써 정확도 예측모형의 타당성을 입증하였다.

본 연구에서 개발한 정확도 예측모형을 이용하여 주어진 촬영조건하에서 대상물에 대한 정확도를 예측할 수 있었으며, 또한 대상물의 평면 및 높이에 관한 요구되는 정확도에 따른 합리적인 촬영방법을 제안하였다.

ABSTRACT

This study was to develop the methmatic prediction model of accuracy for the convergent photographs using nonmetric camera in close range photogrammetry. By analyzing positioning error on object distance and convergent angles, the validity of the new formulae for prediction of accuracy were proved.

Rational design of camera systems and convergent angles according to accuracy demands in plane and height were developed using these formulae.

1. 序 論

비측량용 사진기는 가격이 저렴하고 이용이 간편하여 최근 근거리 사진 측량에서 그 이용도가 높아지고 있으며 다양한 해석기법이 사용되고 있으나 아직 측량용 사진기에 의한 측량에 비해 상대적으로 정확도가 낮아 꾸준한 연구 및 보완이 필요한 실정이다.¹⁾²⁾

비측량용 사진기를 이용하여 근거리 사진측량을 행할경우 최상의 정확도를 얻기 위해서는 촬영계획 단계에서 정확도 예측모형을 통해 최적 촬영 방법을 도출하여야 한다. 근거리 사진측량

에서 수렴사진을 이용한 위치해석에 있어 정확도의 평가는 그간 다양한 주장이 있어 왔으며³⁾ 1974년 Abdel-Aziz는 Karara(1966)에 의해 유도된 직각사진에서의 정확도 평가공식을 투영변환을 이용하여 수렴사진에 맞도록 수정하여 제안하였으나 만족할만한 결과를 주지 못하였다. 이에따라 모의관측기법을 사용하게 되었고 이를 통해 비교적 정확한 결과를 얻을수는 있었으나 비용이 많이들고 복잡하여서 실용적이지 못한 실정이다.⁴⁾

본 연구에서는 비측량용 사진에 의한 근거리 사진측량에서 최적촬영방법을 결정하기 위해 모든방향의 사진좌표오차를 고려할때 공선조건을 만족하는 좌우의 두사진이 만나는 점의 3차원 위치를 찾아낸후 촬영조건을 변화시키며 점의 궤적을 추적하는 방법으로 정확도 예측모형을

* 연세대학교 공과대학 교수
** 연세대학교 산업기술연구소 객원연구원
*** 연세대학교 대학원 석사과정

개발하였다.

2. 非 測量用 寫眞에 의한 位置解析 理論

(1) 非 測量用 寫眞에 의한 位置解析 理論

비 측량용 사진을 이용한 사진측량은 최근 다양한 해석기법의 사용으로 해석에 있어 표준화가 이루어지지 않았으나, 일반적으로 해석적 접근방법인 Bundle 법, DLT 법, MPPT 법 그리고 이들의 결합에 의한 방법등으로 구분할 수 있다. DLT(Direct Linear transformation) 알고리즘의 전개는 일리노이대학에서 이루어 졌으며(Abel-Aziz & Karara, 1971, 1974 ; Karara & Abdel-Aziz, 1974) 이는 상좌표에서 대상물 좌표로의 직접적인 변환으로 현재 널리사용되고 있다.

(2) DLT 解析理論

사진의 투영중심(X_0, Y_0, Z_0), 지상대상물좌표계(X, Y, Z) 상좌표(x, y), 주점의 상좌표값(x_0, y_0)라 하면 공선조건의 기본식(Equation of Colinearity Condition)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & x + \Delta x - x_0 \\ &= -c \frac{m_{11}(X-X_0) + m_{12}(Y-Y_0) + m_{13}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} \\ & y + \Delta y - y_0 \\ &= -c \frac{m_{21}(X-X_0) + m_{22}(Y-Y_0) + m_{23}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서 m_{ij} : 회전행렬요소

c : 사진기 쏘점거리

$\Delta x, \Delta y$: 상좌표의 정오차

이며, 이 식을 간단히 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x + \Delta x &= \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1} \\ y + \Delta y &= \frac{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + L_8}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1} \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서 $L = -(m_{31}X_0 + m_{32}Y_0 + m_{33}Z_0)$

$$L_1 = (X_0 m_{31} + c m_{11}) / L$$

$$L_2 = (X_0 m_{32} - c m_{12}) / L$$

$$L_3 = (X_0 m_{33} - c m_{13}) / L$$

$$L_4 = x_0 + c(m_{11}X_0 + m_{12}Y_0 + m_{13}Z_0) / L$$

$$L_5 = (y_0 m_{31} - c m_{21}) / L$$

$$L_6 = (y_0 m_{32} - c m_{22}) / L$$

$$L_7 = (y_0 m_{33} - c m_{23}) / L$$

$$L_8 = y_0 + c(m_{21}X_0 + m_{22}Y_0 + m_{23}Z_0) / L$$

$$L_9 = m_{31} / L$$

$$L_{10} = m_{32} / L$$

$$L_{11} = m_{33} / L$$

식(2.2)가 Abdel-Aziz 와 Karara(1971, 1974)에 의해 유도된 DLT 해석 이론의 기본식이다.

3. 正確度 豫測을 위한 數學的 模型

<그림 1>의 한쌍의 입체사진에서 촬영기선길이를 B , 촬영거리를 R , 기선 중심에서 대상물까지의 수직거리를 D 라하자. 두 사진의 중심을 지나는 광선은 각각 쏘점 O_1, O_2 를 지나 $P(X, Y, Z)$ 에서 만나게 되는데 만일 좌우 사진좌표에 각각 x, y 측오차 $\pm mx_1, \mp mx_2, \mp my$ 이 있다면 두광선이 만나는 점이 그리는 궤적은 그림의 빗금친 부분이 될것이다. 따라서 빗금친 부분의 분석을 통해 대상물 좌표의 3차원 위치정확도를 구할 수 있다.

(1) 對象物의 X 軸 位置誤差 計算

그림 1.의 비례관계로부터,

$$mX_1 = \frac{K_1 - D_1}{D_1} \frac{B}{2} \quad (3.1)$$

이 되며, 삼각형의 면적공식을 이용하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$K_1 = \frac{2B \sin(\theta + \alpha_1) \sin(\theta + \alpha_2)}{\sin(2\theta + \alpha_1 + \alpha_2)} \quad (3.2)$$

또한,

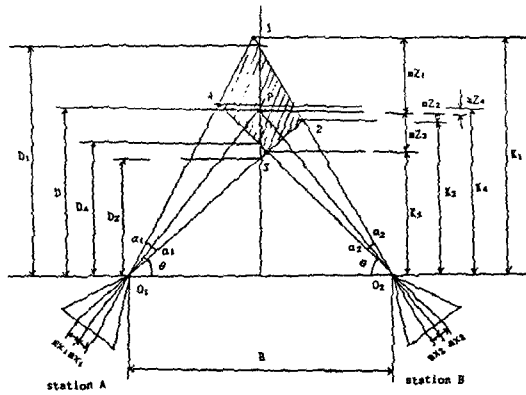
$$D_1 = \frac{B}{2} \tan(\theta + \alpha_2) \quad (3.3)$$

이 된다.

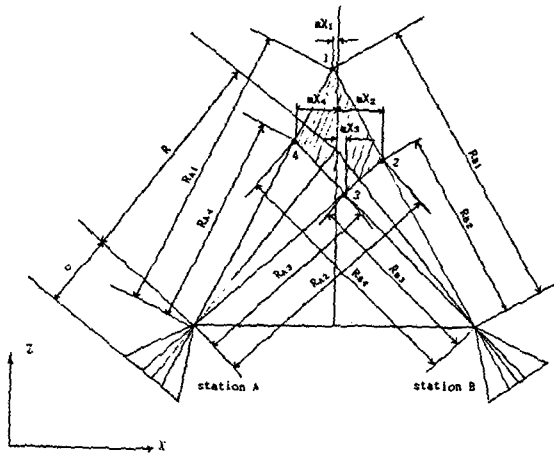
식(3.2)와 (3.3)을 식(3.1)에 대입하면 다음과 같다.

$$mX_1 = \frac{B}{2} \left| \frac{2 \sin(\theta + \alpha_1) \sin(\theta + \alpha_2)}{\sin(2\theta + \alpha_1 + \alpha_2) \tan(\theta + \alpha_2)} - 1 \right| \quad (3.4)$$

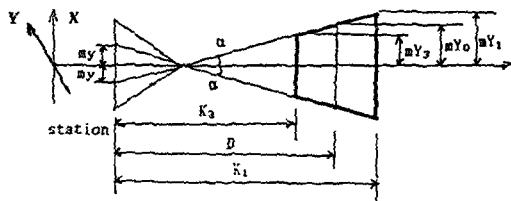
마찬가지로,



(a)



(b)



(c)

그림 1. 수평수평사진에서 단모델의 기하학적 표시

$$mX_2 = \frac{B}{2} \left| \frac{2 \sin(\theta - \alpha_1) \sin(\theta + \alpha_2)}{\sin(2\theta - \alpha_1 + \alpha_2) \tan(\theta - \alpha_1)} - 1 \right| \quad (3.5)$$

$$mX_3 = \frac{B}{2} \left| \frac{2 \sin(\theta - \alpha_1) \sin(\theta - \alpha_2)}{\sin(2\theta - \alpha_1 - \alpha_2) \tan(\theta - \alpha_1)} - 1 \right| \quad (3.6)$$

$$mX_4 = \frac{B}{2} \left| \frac{2 \sin(\theta + \alpha_1) \sin(\theta - \alpha_2)}{\sin(2\theta + \alpha_1 - \alpha_2) \tan(\theta - \alpha_2)} - 1 \right| \quad (3.7)$$

이 된다.

(2) 對象物の Z 軸 位置誤差 計算

$$mZ_1 = K_1 - D \quad (3.8)$$

$$D = \frac{B}{2} \tan \theta \quad (3.9)$$

따라서 식(3.2)와 식(3.8)을 식(3.9)에 대입하면 다음과 같다.

$$mZ_1 = \frac{B}{2} \left| \frac{2 \sin(\theta + \alpha_1) \sin(\theta + \alpha_2)}{\sin(2\theta + \alpha_1 + \alpha_2)} - \tan \theta \right| \quad (3.10)$$

마찬가지로

$$mZ_2 = \frac{B}{2} \left| \tan \theta - \frac{2 \sin(\theta - \alpha_1) \sin(\theta + \alpha_2)}{\sin(2\theta - \alpha_1 + \alpha_2)} \right| \quad (3.11)$$

$$mZ_3 = \frac{B}{2} \left| \tan \theta - \frac{2 \sin(\theta - \alpha_1) \sin(\theta - \alpha_2)}{\sin(2\theta - \alpha_1 - \alpha_2)} \right| \quad (3.12)$$

$$mZ_4 = \frac{B}{2} \left| \frac{2 \sin(\theta + \alpha_1) \sin(\theta - \alpha_2)}{\sin(2\theta + \alpha_1 - \alpha_2)} - \tan \theta \right| \quad (3.13)$$

이 된다.

(3) 對象物の Y 軸 位置誤差 計算

$$R_{A1} \approx \frac{K_1}{\sin(\theta + \alpha_1)} \quad R_{B1} = \frac{K_1}{\sin(\theta + \alpha_2)}$$

$$R_{A2} \approx \frac{K_2}{\sin(\theta - \alpha_1)} \quad R_{B2} = \frac{K_2}{\sin(\theta + \alpha_2)}$$

$$R_{A3} \approx \frac{K_3}{\sin(\theta - \alpha_1)} \quad R_{B3} = \frac{K_3}{\sin(\theta - \alpha_2)}$$

$$R_{A4} \approx \frac{K_4}{\sin(\theta + \alpha_1)} \quad R_{B4} = \frac{K_4}{\sin(\theta - \alpha_2)}$$

$$(3.14)$$

$$\text{또한, } R_1 = (R_{A1} + R_{B1})/2 \quad R_2 = (R_{A2} + R_{B2})/2 \\ R_3 = (R_{A3} + R_{B3})/2 \quad R_4 = (R_{A4} + R_{B4})/2$$

$$(3.15)$$

이되므로, Y축 위치오차는 다음과 같다.

$$mY_1 = R_1 \tan \alpha \\ = \frac{K_1 \tan \alpha}{2} \left| \frac{1}{\sin(\theta + \alpha_1)} - \frac{1}{\sin(\theta + \alpha_2)} \right| \quad (3.16)$$

$$mY_2 = R_2 \tan \alpha$$

$$= \frac{K_2 \tan \alpha}{2} \left| \frac{1}{\sin(\theta - \alpha_1)} - \frac{1}{\sin(\theta + \alpha_2)} \right| \quad (3.17)$$

$$mY_3 = R_3 \tan \alpha$$

$$= \frac{K_3 \tan \alpha}{2} \left| \frac{1}{\sin(\theta - \alpha_1)} - \frac{1}{\sin(\theta - \alpha_2)} \right| \quad (3.18)$$

$$mY_4 = R_4 \tan \alpha$$

$$= \frac{K_4 \tan \alpha}{2} \left| \frac{1}{\sin(\theta + \alpha_1)} - \frac{1}{\sin(\theta - \alpha_2)} \right| \quad (3.19)$$

(4) 對象物の 平均 位置誤差 計算

대상물의 X, Y, Z 축에 대한 평균 위치오차는 다음과 같다.

$$mX = (mX_1 + mX_2 + mX_3 + mX_4) / 4 \quad (3.20)$$

$$mY = (mY_1 + mY_2 + mY_3 + mY_4) / 4 \quad (3.21)$$

$$mZ = (mZ_1 + mZ_2 + mZ_3 + mZ_4) / 4 \quad (3.22)$$

대상물의 공간평균 위치오차는 다음과 같다.

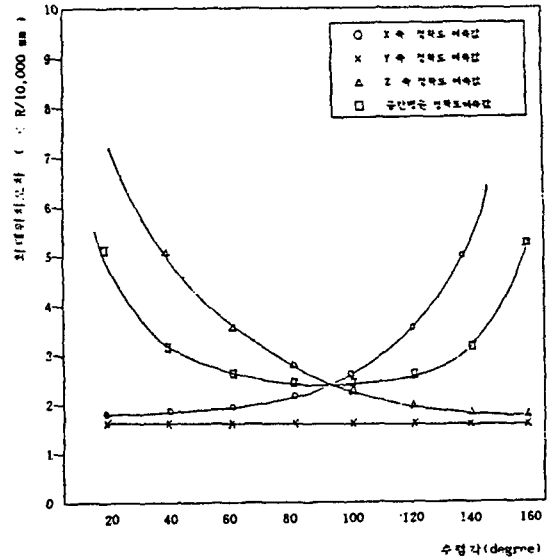
$$mP = (mX^2 + mY^2 + mZ^2)^{1/2} \quad (3.23)$$

4. 正確度 豫測

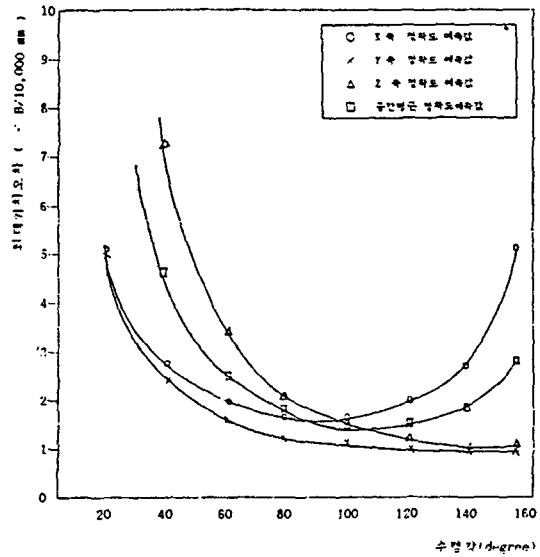
정확도 예측은 촬영거리를 일정하게 하고 기선 길이를 변화시킬 경우(Case 1)와 기선 길이를 일정하게 하고 촬영거리를 변화시킬 경우(Case 2)에 대해 수행하였으며 좌우 사진을 동일한 촬영조건하에서 얻었다고 가정하면 $mX_1 = mX_2 = mY = m$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 0.01$ (degree)가 된다. 이때 수렴각의 변화에 따른 정확도 예측값을 구한 것이 다음에 나타나 있다.

Case 1의 경우 평면위치오차는 90°를 중심으로 대칭을 보이는 반면 높이 오차는 일정한 값을 나타냈으며 공간평균위치오차는 90°를 중심으로 완만한 포물선을 나타냈다.

Case 2의 경우 X축 위치오차는 90°를 중심으로 서로 대칭인 반면 Y와 Z축 위치오차는 급격히 감소하였다. 특히 수렴각이 작을수록 Z축 위치오차는 매우 큰 폭으로 증가하였으며 공간평균 위치오차는 수렴각이 증가함에 따라 작아지다가 120°를 넘으면서 다시 커졌다.



Case 1



Case 2

그림 2. 정확도 예측

5. 觀測 및 結果分析

(1) 觀測方法

개발된 예측모델의 타당성 분석을 위해 25 점을 20 cm 간격으로 균등배치 한 모형대상물(90×90)을 초점거리 50 mm의 Nikon 사진기로 수렴각을 5°에서 90°까지 5° 간격으로 촬영하였으며 또한, 수렴각을 10°로 하여 대상물 경사를

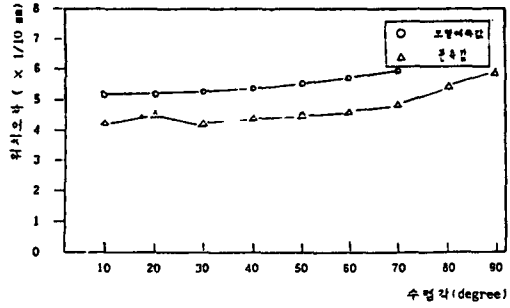


그림 3. X축 위치오차 비교

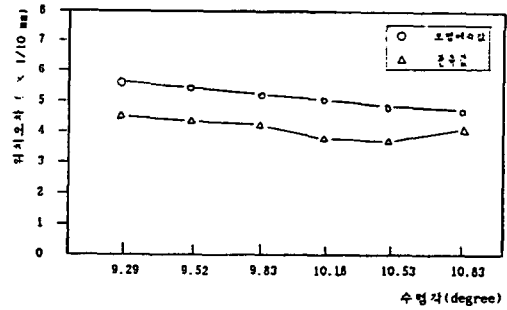


그림 7. X축 위치오차 비교

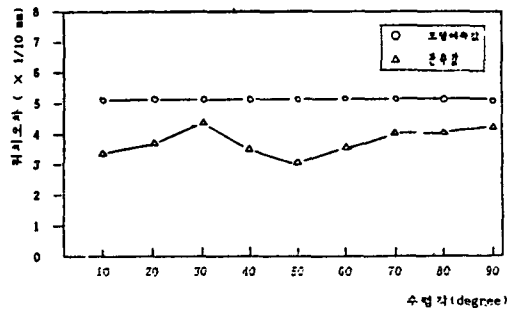


그림 4. Y축 위치오차 비교

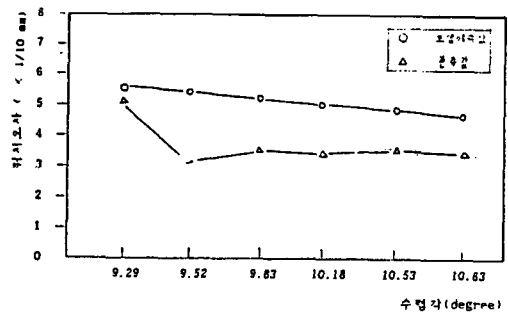


그림 8. Y축 위치오차 비교

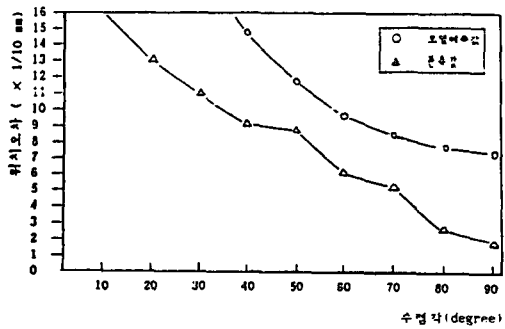


그림 5. Z축 위치오차 비교

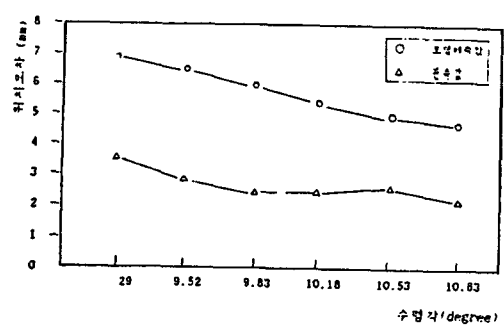


그림 9. Z축 위치오차 비교

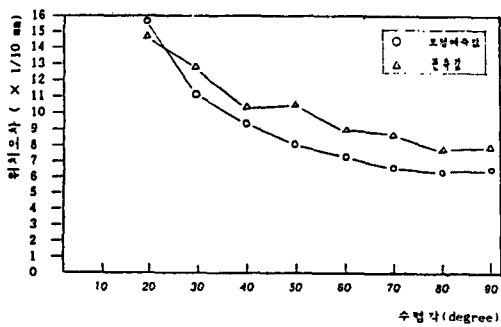


그림 6. 공간평균 위치오차 비교

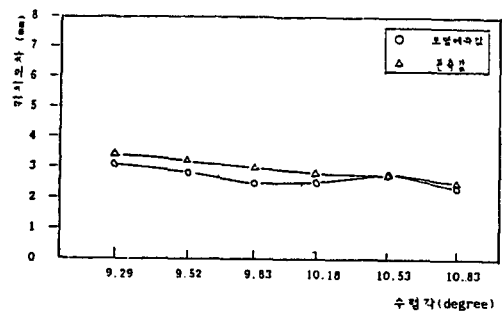


그림 10. 공간평균 위치오차 비교

연직을 중심으로 0°에서 60°까지 10°간격으로 변화시켜 촬영하였다.

(2) 結果分析

1) 撮影距離를 一定하게 하고 基線길이를 變化시킬 경우

X축의 경우 수렴각이 증가함에 따라 위치오차도 증가하였고 Y축의 경우 수렴각에 관계없이 비교적 일정한 값을 나타냈으며 Z축의 경우 급격히 감소하는 경향을 나타냈다. 또한 공간평균 위치오차의 경우 수렴각의 증가에 따라 감소하는 경향을 나타내어 모델예측값과 관측값이 비교적 일치함을 알 수 있다.

2) 基線길이를 一定하게 하고 撮影距離를 變化시킬 경우

X, Y, Z축의 위치오차는 모델예측값의 한계내에서 모델예측값과 유사한 경향을 나타내어 수렴각이 증가함에 따라 X축의 경우 위치오차가 감소하였고, Y축의 경우 적은폭으로 감소하였으며 Z축의 경우도 감소하는 경향을 나타냈다. 공간평균 위치오차의 경우 수렴각의 증가에 따라 감소하는 경향을 나타내어 모델예측값과 관측값이 일치함을 알 수 있다.

따라서 이로부터 본 정확도 예측모델의 타당성이 인정된다고 보며 모델을 이용하여 평면 및 높이에 관해 요구되는 정확도에 따른 합리적인 촬영방법을 결정할 수 있다.

6. 結 論

비측량용 사진기에 의한 수렴사진의 정확도 예측모델을 개발하고 관측자료를 분석한 결과는 다음과 같다.

1. 비측량용 사진기로 촬영한 수렴사진에 대한 정확도 예측모델을 개발하였으며, 예측모델과 관측값은 거의 같은 경향을 나타낼 수 있었다.
2. 수렴촬영을 하는 경우 평면좌표(X, Y)에 대

한 측량은 촬영거리, 기선길이, 및 수렴각을 작게 하고, 높이좌표(Z)에 대한 측량은 최소의 기선길이와 최대의 수렴각 조건으로 촬영하는 것이 유리함을 알 수 있었다.

參考文獻

1. Karara, H. M., "Close Range Photogrammetry : Where Are We and Where Are We Heading?", P. E. & R. S., Vol. 51, No. 5, May 1985, pp. 534-544.
2. Karara, H. M., "Non Metric Cameras", Development in Close-Range Photogrammetry-1, Univ. College London, 1980, pp. 63-80.
3. Abdel-Aziz, Y. I., "Expected Accuracy of Convergent Photos", P. E. & R. S., November 1974, pp. 1341-1346.
4. Abdel-Aziz, Y. I. "Accuracy of Normal Case of Close Range-Photogrammetry", P. E. & R. S., Vol. 48, No. 2, February 1982, pp. 207-213.
5. Marzan, G. T., "Rational Design for Close Range Photogrammetry", Ph. D. Dissertation, Univ. of Illinois at Urbana Champaign, 1976.
6. Karara, H. M., "An Introduction to Non Topographic Photogrammetry", 2nd ed. 1989, pp. 1-4.
7. 村井俊治, "Analytical Rectification for Oblique Aerial Photograph taken by Non-Metric Camera", 寫眞測量 and Remote Sensing, Vol. 18, No. 3, 1979, pp. 16-25.
8. Hottier, "Accuracy of Close-Range Analytical Restitution : Practical Experiments and Prediction", P. E. & R. S., March 1976, pp. 345-375.
9. Karara, H. M., "Simple Cameras for Close Range Applications", P. E., Vol. 38, No. 5, 1972, pp. 447-458.
10. Abdel-Aziz, Y. I., "Film Distortion in Non Metric Cameras", P. E. & R. S., Vol. 41, No. 6, pp. 613-615.
11. Amer, F., "Adjustment of Aerial Triangulation", April 1978.
12. 日本寫眞測量學會, "解析寫眞測量", 昭和 58 年.
13. John N. Hatzopoulos, "An Analytical System for Close Range Photogrammetry", P. E. & R. S., Vol. 51, No. 10, October 1985, pp. 1583-1588.
14. 이 재기, "비 측량용 사진에 의한 좌표해석", 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 1986.