

# 로보트 시스템의 동력학적 제한 조건과 가변구조 제어 파라메타의 상관관계에 관한 연구

(A Study on the Relation Between the Robot System Dynamic  
Constraints and Variable Structure Control Parameters)

李 弘 珪\*, 李 範 煦\*\*, 崔 桂 根\*

(Hong Kyu Lee, Bum Hee Lee and Keh Kun Choi)

## 要 約

가변구조 제어방법을 이용하여 로보트 시스템을 제어하는데 있어서 현재까지는 가변구조 제어 파라메타에 대한 정확한 분석없이 슬라이딩 모드 존재조건 만을 고려하여 임의의 파라메타를 선정 사용하고 있기 때문에 가변구조 제어 방법의 장점을 최대로 활용하지 못하고 있다. 본 논문에서는 로보트 시스템의 동력학적 제한 조건들과 가변구조 제어 파라메타들 사이의 관계를 규명하고 그 결과를 로보트 시스템 제어에 적용하여 조인트 각과 손의 궤적에 미치는 영향을 분석하였다. 본 논문에서 분석된 결과는 가변구조 제어 방법을 이용하여 경로 추적제어나 궤적계획을 하는데 효과적으로 활용될 수 있다.

## Abstract

In the control of the robot system using the variable structure control (VSC) method, up to these days the advantage of the VSC method has not been applied effectively because the parameters are selected arbitrarily by the existence condition of sliding mode without a precise analysis about the VSC parameters.

This paper reveals the relation between dynamic constraints and the VSC parameters of robot system, and analyzes the effect on the trajectory of the joint angle and the hand when the analytical result of the relation is applied to the robot system control.

The result of the analysis in this paper is applied effectively to the path tracking control and the trajectory planning using the VSC method.

\*正會員, 서울大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

\*\*正會員, 서울大學校 制御計測工學科

(Dept. of Control and Instrumentation Eng., Seoul  
Nat'l Univ.)

接受日字 : 1988年 8月 29日

## I. 서 론

최근 가변구조 제어 방법이 시스템 파라메타 변동이나 외란에 대한 강인성 때문에 비선형성이 크고 커 플링이 심한 로보트 시스템 제어에 많이 사용되는 추세에 있다.<sup>[1],[7],[8]</sup> 그러나 현재까지는 가변구조 제어 방법으로 로보트 시스템을 제어하는데 있어서 가변

구조 제어 파라메타가 제어결과에 미치는 영향을 정확히 분석하지 않고, 슬라이딩 모드 존재조건 외에는 임의로 파라메타를 설정하여 사용하고 있기 때문에 로보트 시스템이 가지고 있는 제한조건 내에서 가장 효과적인 제어를 할 수가 없었다.

로보트 시스템 자체가 가지고 있는 제한 요소로는 위치이동 범위, 속도 및 가속도 한계, 구동기 토오크 한계 등이 있으며 외적인 제한 요소로는 위치이동 소요시간과 직선 경로로 부터의 이탈 제한 범위 등이 있다.<sup>[4~6]</sup>

대부분의 로보트 시스템의 제작 계획 단계에서 매니퓰레이터의 Kinematics만을 고려하여 문제를 해결하는 방법이 종래에 많이 연구되었으나 최근에는 Dynamics까지 포함하여 문제를 해결하는 방법이 연구되고 있다.<sup>[6],[8]</sup>

본 논문에서는 로보트 시스템 제한조건들과 가변구조 제어 파라메타들 사이의 관계를 규명하고 분석 결과를 로보트 시스템 제어에 적용하여 조인트 각과 로보트 손의 궤적에 미치는 영향을 분석하였다.

Ⅱ 장에서는 조인트 공간에서의 조인트 각 이동궤적과 카터시안 공간에서의 로보트 손 이동 궤적을 유도 하였으며 Ⅲ 장에서는 로보트 시스템의 제한 요소들로 부터 가변구조 제어 파라메타 사용한계를 분석하였다. Ⅳ 장에서는 Ⅱ 장과 Ⅲ 장에서의 결과를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 입증하였다.

## II. 가변 구조 제어에 의한 로보트 손의 이동 궤적

### 1. 조인트 공간에서의 이동궤적

시스템 상태변수 궤적이 스위칭 면에 도달하고 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 조건은 조인트 i의 스위칭 면 식을  $S_i = 0$ 이라 할 때 다음 식으로 표현된다. 이하 본 문에서는 2 차 자유도를 가진 시스템 만을 고려하기로 한다.

$$S_i \cdot \dot{S}_i < 0, \quad i=1,2 \quad (1)$$

이 경우의 제어 입력은 다음과 같다.<sup>[1]</sup>

$$U_i = - \left[ \sum_{j=1}^i \alpha_j |e_j| + \sum_{j=1}^i \beta_j |\dot{e}_j| + K_i \right] \operatorname{sgn}(S_i), \quad i=1,2 \quad (2)$$

여기서  $e_j$ 는 위치 오차의 상태변수이고,  $j$ 는 각 위치 오차의 해당조인트 및  $\alpha_j$ ,  $\beta_j$ ,  $K_i$ 는 제어 이득계수를 의미한다.

(1)에서 사용한 2 차 자유도 로보트 모델의 동력학 방정식을 인용하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} D_{11}(x_1) & D_{12}(x_1) \\ D_{12}(x_2) & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11}(x_1) & x_1^2 + 2\beta_{12}(x_2)\dot{x}_1 \dot{x}_2 \\ -\beta_{12}(x_2) & x_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(x_1, x_2)g \\ G_2(x_1, x_2)g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서

$$D_{11}(x_1) = (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2 \cos x_2 + J_1 \quad (4a)$$

$$D_{12}(x_2) = m_2r_2^2 + m_2r_1r_2 \cos x_2 \quad (4b)$$

$$D_{22} = m_2r_2^2 + J_2 \quad (4c)$$

$$\beta_{11}(x_1) = -m_2r_1r_2 \sin x_2 \quad (4d)$$

$$G_1(x_1, x_2) = (m_1 + m_2)r_1 \cos x_2 + m_2r_2 \cos(x_1 + x_2) \quad (4e)$$

$$G_2(x_1, x_2) = m_2r_2 \cos(x_1 + x_2) \quad (4f)$$

이고,  $m_1$ ,  $m_2$ 는 조인트 1과 2의 무게,  $r_1$ ,  $r_2$ 는 조인트 1과 2의 길이  $x_1$ ,  $x_2$ 는 조인트 1과 2의 각 위치를 각각 의미한다.

(1)의 동력학 방정식에서 저속 운동에서는  $\beta_{11} \approx 0$ 으로 가정할 수 있으므로 (3)식은 다음과 같이 간략화 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(x_1, x_2)g \\ G_2(x_1, x_2)g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 (3)식과 (5)식에서  $D_{ij}$ 는 관성능률,  $x_i$ 는 조인트 각 위치,  $G(x_i)g$ 는 중력 토오크 및  $U_i$ 는 제어 입력 토오크를 각각 의미한다.

여기서 Young의 방식에 따라  $|x| \leq 180$ 에서  $\cos x = 1 - |x|/90$ 으로 근사화하고 (2)식의 제한 제어 입력을 포함하여 정리하면 시스템 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + J_1 + 2m_2r_1r_2 - \frac{1}{45}m_2r_1r_2|x_2| \\ m_2r_2^2 + m_2r_1r_2 - \frac{1}{90}m_2r_1r_2|x_2| \\ m_2r_2^2 + m_2r_1r_2 - \frac{1}{90}m_2r_1r_2|x_2| \\ m_2r_2^2 + J_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1^i \operatorname{sgn}(S_1) & \beta_1^i \operatorname{sgn}(S_1) \\ \beta_2^i \operatorname{sgn}(S_2) & \beta_2^i \operatorname{sgn}(S_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\dot{x}_1| \\ |\dot{x}_2| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{1}{90}(m_1+m_2)r_1g|x_2| - \frac{1}{90}m_2r_2g|x_1+x_2| + \right. \\ & \left. -\frac{1}{90}m_2r_2g|x_1+x_2| + \right. \\ & \left. \alpha_1^{1,2}|e_1+e_2|\operatorname{sgn}(S_1) \right] = \\ & \left. \alpha_2^2|e_2|\operatorname{sgn}(S_2) \right] \\ & \left[ -(m_1+m_2)r_1g - m_2r_2g - K_1\operatorname{sgn}(S_1) \right. \\ & \left. - m_2r_2g - K_2\operatorname{sgn}(S_2) \right] \quad (6) \end{aligned}$$

여기서  $\alpha_1^{1,2}$ 는 (2)식으로부터  $(e_1+e_2)$ 의 계수를 의미한다. 이때 스위칭 방정식은 조인트 1의 스위칭 면의 기울기를  $C_1$ , 조인트 2의 스위칭 면의 기울기를  $C_2$ 라 하면

$$S_1 = \dot{x}_1 + C_1(x_1 - x_{1d}) \quad (7)$$

$$S_2 = \dot{x}_2 + C_2(x_2 - x_{2d}) \quad (8)$$

가 된다. 여기서  $x_{1d}$ 와  $x_{2d}$ 는 각각 조인트 1과 2의 도착점 위치를 나타낸다.

(6)식을  $S_1 > 0$ ,  $S_1 < 0$ ,  $S_2 < 0$ ,  $S_2 > 0$ ,  $e_1+e_2 > 0$ ,  $e_1+e_2 < 0$ ,  $e_2 > 0$ ,  $e_2 < 0$  각각의 경우에 대하여

$$\left[ M \right] \ddot{x}_{t+\Delta t} + \left[ B \right] \dot{x}_{t+\Delta t} + \left[ K \right] x_{t+\Delta t} = \left[ R_{t+\Delta t} \right] \quad (9)$$

로 변형한 다음 Newmark 방법<sup>[2]</sup>을 이용하여  $x_1$ 과  $x_2$ 의 궤적을 구하면 다음식으로 표현된다. 여기서  $\Delta t$ 는 샘플링 주기이다.

### i) 조인트 각 위치

$$\begin{aligned} & \left[ \left[ K \right] + \frac{4}{(\Delta t)^2} \left[ M \right] + \frac{2}{\Delta t} \left[ B \right] \right] \begin{bmatrix} x_{1t+\Delta t} \\ x_{2t+\Delta t} \end{bmatrix} = \\ & \left[ R_{1t+\Delta t} \right] + \left[ M \right] \left[ \frac{4}{(\Delta t)^2} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{bmatrix} + \frac{4}{\Delta t} \right. \\ & \left. \begin{bmatrix} \dot{x}_{1t} \\ \dot{x}_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1t} \\ \ddot{x}_{2t} \end{bmatrix} \right] + \left[ B \right] \left[ \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{x}_{1t} \\ \dot{x}_{2t} \end{bmatrix} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

### ii) 조인트 각 속도

$$\begin{aligned} \dot{x}_{t+\Delta t} &= \dot{x}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t+\Delta t}) \\ &= \frac{2}{\Delta t} x_{t+\Delta t} - \frac{2}{\Delta t} x_t - \dot{x}_t \quad (11) \end{aligned}$$

### iii) 조인트 각 가속도

$$\ddot{x}_{t+\Delta t} = \frac{4}{(\Delta t)^2} (x_{t+\Delta t} - x_t) - \frac{4}{\Delta t} \dot{x}_t - \ddot{x}_t \quad (12)$$

### iv) 제어 입력

(1), (2)식에 의해 구해지며  $\alpha_1^l, \beta_1^l, K_1$ 는 슬라이딩 모드 존재 조건으로부터 정해지며  $|e_1|$ ,  $|e_2|$ 는 (10), (11)식으로부터 정해진다.

## 2. 카타시안 공간에서의 이동궤적

조인트 공간에서의 조인트 각 위치, 각 속도 및 각 가속도 궤적으로부터 Direct Kinematics에 의하여 카타시안 공간에서의 로보트 손의 위치( $X(t)$ ,  $Y(t)$ ) 이동궤적, 속도 변화궤적, 가속도 변화궤적을 구할 수 있다.<sup>[3]</sup>

### i) 위치 이동궤적

$$\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cos x_1(t) + r_2 \cos \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ r_1 \sin x_1(t) + r_2 \sin \{x_1(t) + x_2(t)\} \end{bmatrix} \quad (13)$$

### ii) 속도 변화궤적

$$\begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_1 \sin x_1(t) - r_2 \sin \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ r_1 \cos x_1(t) + r_2 \cos \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ -r_2 \sin \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ r_2 \cos \{x_1(t) + x_2(t)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

### iii) 가속도 변화 궤적

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}(t) \\ \ddot{Y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_1 \sin x_1(t) - r_2 \sin \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ r_1 \cos x_1(t) + r_2 \cos \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_1 \cos x_1(t) r_2 \cos \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ r_1 \sin x_1(t) r_2 \sin \{x_1(t) + x_2(t)\} \\ (\dot{x}_1(t))^2 \\ (\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t))^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

(14)식으로부터 2차원 공간상의 속도  $V(t)$ 는

$$V(t) = \{(\dot{X}(t))^2 + (\dot{Y}(t))^2\}^{1/2} \arg \tan^{-1} \frac{\dot{Y}(t)}{\dot{X}(t)} \quad (16)$$

i) 되고 여기서  $\arg$ 는 위상을 나타낸다.

(15)식으로부터 2차원 공간상의 가속도  $A(t)$ 는

$$A(t) = \{(\ddot{X}(t))^2 + (\ddot{Y}(t))^2\}^{1/2} \arg \tan^{-1} \frac{\ddot{Y}(t)}{\ddot{X}(t)} \quad (17)$$

이 된다.

### III. 가변구조 제어 파라메타 제한조건

#### 1. 조인트 각과 스위칭 면

그림 1은 (7), (8) 및 (10)식으로부터  $C_2$ 를 고정하고  $C_1$ 을  $C_4, C_5, C_6$ 으로 변화시켰을 때의 그림이다. 그림 1에서 알 수 있는 바와 같이 스위칭 면의 기울기에 의해 시간에 따른 조인트 각 위치의 변화속도가 결정되므로 최대 이동 소요시간 제한조건에 의하여 스위칭 면의 기울기  $C$ 의 최소값이 결정된다. ①의 빛금 부분은 허용되지 않는 부분을 의미한다. 또한 제어 입력 크기가 결정되면 초기값으로부터 스위칭 면에 도달하기 까지의 가속도가 정해지므로  $C$  값이 클수록 슬라이딩 모드에 도달하는 시간이 더 소요되는 것을 알 수 있는데 도달 단계에서는 슬라이딩 모드에 비하여 파라메타 변동이나 외란의 영향을 많이 받는다는 점을 고려하여 스위칭 면이 선정되어야 한다.

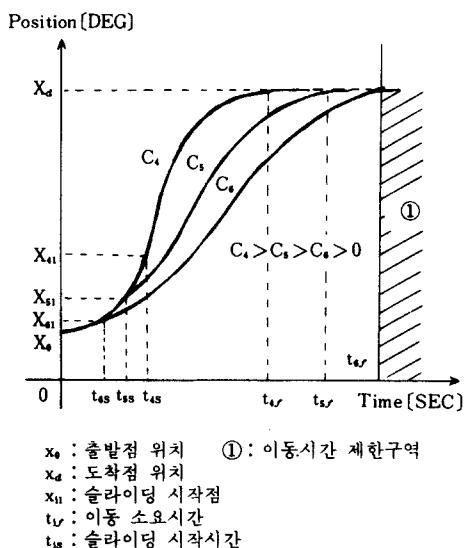


그림 1. 조인트 각과 스위칭 면

Fig. 1. Joint angle and switching surfaces.

#### 2. 조인트 각 속도와 스위칭 면

그림 2는 (7), (8) 및 (11)식으로부터  $C_2$ 를 고정하고  $C_1$ 을  $C_4, C_5, C_6$ 으로 변경하였을 때의 그림이고, 그림 3은 (10), (11)식에 의해 구해진 위치  $x$ 와 속도  $\dot{x}$ 로부터 오차 ( $e = x - x_d$ )와 오차속도 ( $\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d$ )의 관계를 나타낸 그림이다.

그림 2와 3에서 빛금 ②부분은 조인트 각 속도 제한구역이며 ①부분은 이동 소요시간 제한구역이 된다. 따라서 스위칭 면은 속도 제한조건을 만족하는 범

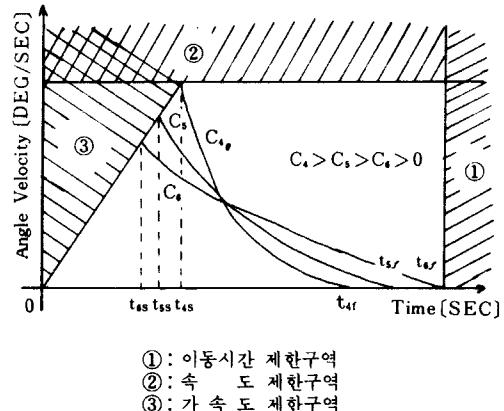


그림 2. 조인트 각 속도와 스위칭 면

Fig. 2. Joint angle velocity and switching surfaces.

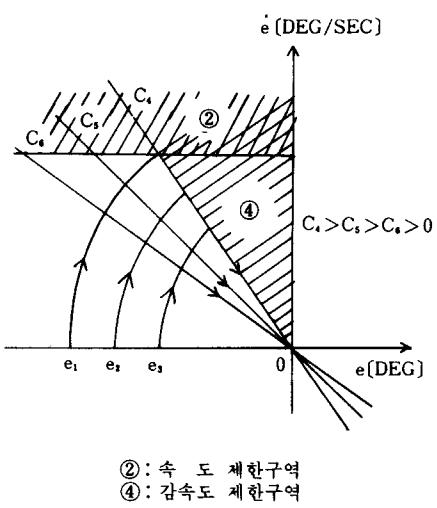


그림 3. 위상평면 궤적과 스위칭 면

Fig. 3. Phase plane trajectory and switching surfaces.

위내에서 선정되어야 하고 이 스위칭 면은 이동 소요시간, 가속도, 감속도 제한조건도 만족되어야 한다. 여기에서는 속도가 양의 값일 경우만을 고려하였다.

#### 3. 조인트 각 가속도와 스위칭 면

그림 4는 (7), (8) 및 (12)식으로부터  $C_2$ 를 고정하고  $C_1$ 을  $C_4, C_5, C_6$ 로 변경하면서 가속도를 구한 그림으로서 스위칭 면은 빛금 ③의 가속도와 ④의 감속도 제한조건을 만족하고 이동 소요시간 제한영역 ①

을 만족하는 범위내에서 선정되어야 한다. 가속도 제한조건은 그림 2의 빗금③, 감속도 제한조건은 그림 3의 ④에도 표시되어야 한다. 그림 3의 경우는 초기 오차값  $e_1, e_2, e_3$ 에 따라 속도와 가속도 제한조건에 의해 최대 C값이 달라진다. 동일속도와 가속도 제한조건에서 초기오차와 C값은 반비례한다.

#### 4. 제어 입력과 스위칭 면

그림 5의 (a)는 (2)식에서  $K_t$ 가 동일한 상태에서 스위칭 면의 기울기에 따라 슬라이딩 모드에 도달하는데 소요되는 시간을 나타내고 있고 (b)는 스위칭 면의 기울기가 동일할 때 (2)식의  $K_t$ 크기에 따라 제어 입력 토오크의 변화를 나타내고 있다. 빗금부분 ⑤는 정방향 토오크 ⑥은 부방향 최대 토오크 제한구역을 의미한다. 그림 5에서 알 수 있는 바와 같이 제어 입력을 제한범위 내에서 크게 할수록 슬라이딩 모드에 도달하는 시간이 적게 소요되어 전체 이동소요시간을 감소시킬 수 있는 장점이 있으나, 스위칭 면의 기울기 변화에 비하여는 이동 소요시간 감소정도가 적다. 앞 그림들에서 ③, ④에 해당되는 가속도와 감속도 제한조건과 토오크 제한조건은 밀접한 관계가 있다. 그러나 슬라이딩 모드에서는 제어 입력이 클수록 채터링 폭이 커지는 단점이 있다.

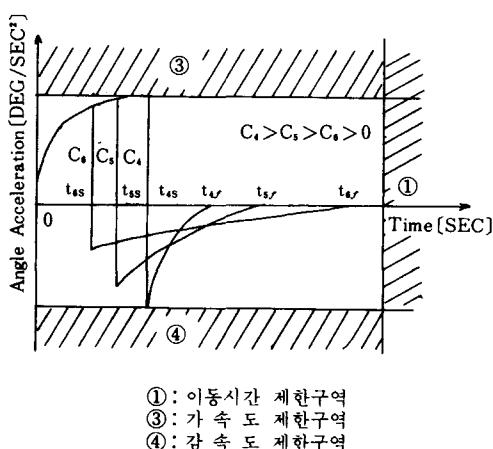


그림 4. 조인트 각 가속도와 스위칭 면  
Fig. 4. Joint angle acceleration and switching surfaces.

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

가변구조 제어 방법으로 로보트를 제어하는데 필요한 제어 파라메타가 조인트 공간에서 조인트 각의 위치, 속도, 가속도 측적에 미치는 영향과 카타시안

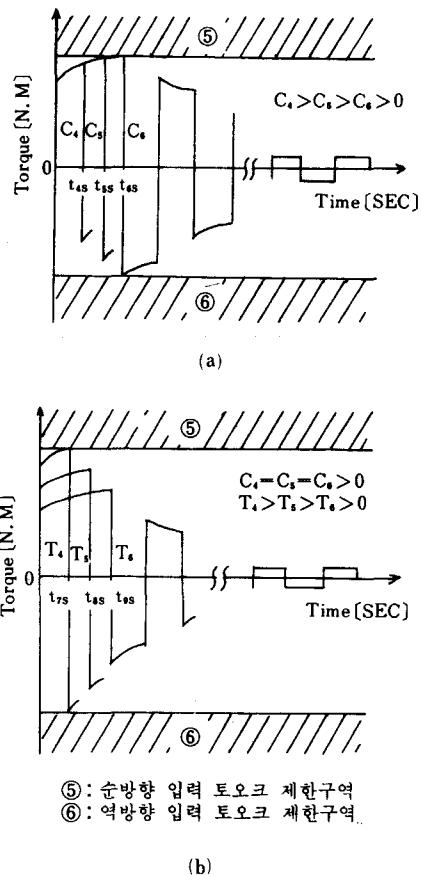


그림 5. 제어 입력  
Fig. 5. Control input.

공간에서 로보트 손의 이동위치, 속도, 가속도 측적에 미치는 영향을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 II장과 III장에서 분석된 결과와 비교 분석하기로 한다. 로보트 모델은 2차 자유도를 갖는 시스템으로서 (1)에서와 동일하게 설정하였다. 즉 (6)식의  $m_1=0.5\text{Kg}$ ,  $m_2=6.25\text{Kg}$ ,  $J_1=J_2=5\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $r_1=1\text{m}$ ,  $r_2=0.8\text{m}$ 이다.

제어입력 이득계수는 슬라이딩 모드 조건으로부터  $\alpha_1^{1,2}=\alpha_2^{1,2}=1.0$ ,  $\beta_1^1=9$ ,  $\beta_1^2=3$ ,  $\beta_2^1=4$ ,  $\beta_2^2=9$ ,  $K_1=370$ ,  $K_2=190$  및 샘플링 주기는 10ms로 정하였다.

그리고 이동 출발점과 도착점은 조인트 공간에서 각각 조인트 각이  $(-75^\circ, -75^\circ)$ ,  $(-15^\circ, -15^\circ)$ 로 설정하였고, 출발점과 도착점에서 속도와 가속도는 0으로 정하였다.

시뮬레이션은 조인트 1을 기준으로 스위칭 면의 기울기를 변화시킴으로서 나타나는 결과에 대하여 비교 분석하는 것으로 수행하였다.

그림 6은 (7), (8)식에서  $C_2$ 를 1.0으로 고정하고  $C_1$ 을  $C_4(1.0)$ ,  $C_5(0.7)$ ,  $C_6(0.5)$ 으로 변화시켰을 때 조인트 1의 각 위치 궤적을 그린 것으로  $C_1$ 값이 클수록 스위칭면에 도달하는데 시간이 많이 소요되고 ( $t_{4s} = 1.27$ 초,  $t_{5s} = 1.13$ 초,  $t_{6s} = 0.93$ 초) 출발점에서 도착점까지의 총 이동 소요시간은 감소되는 것을 확인할 수 있다. ( $t_{4s} = 5.63$ 초,  $t_{5s} = 7.26$ 초,  $t_{6s} = 9.59$ 초)

그림 7과 그림 8은  $C_2$ 를 1.0으로 고정하고  $C_1$ 을  $C_4(1.0)$ ,  $C_5(0.7)$ ,  $C_6(0.5)$ 으로 변화시켰을 때 조인트 1의 각 속도와 각 가속도 궤적을 그린 것으로서  $C_1$ 값이 클수록 각 속도 및 각 가속도의 최대값이 커지고 스위칭 면에 도달하는 시간과 출발점에서 도착점까지의 총 이동 소요시간은 그림 6의 경우와 같다.

그림 9는  $C_2$ 를 1.0으로 고정하고  $C_1$ 을  $C_4(1.0)$ ,  $C_5(0.7)$ ,  $C_6(0.5)$ 으로 변화시켰을 때 위상 평면에서 위치 오차 상태변수의 궤적을 그린 것으로서  $C_1$ 값이 클

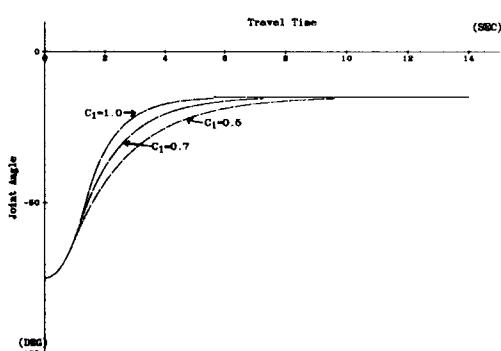


그림 6. 조인트 공간에서의 각 위치 궤적  
Fig. 6. Angle position trajectory in the joint space.

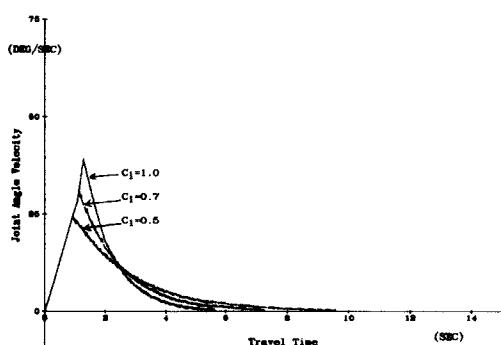


그림 7. 조인트 공간에서의 각속도 궤적  
Fig. 7. Angle velocity trajectory in the joint space.

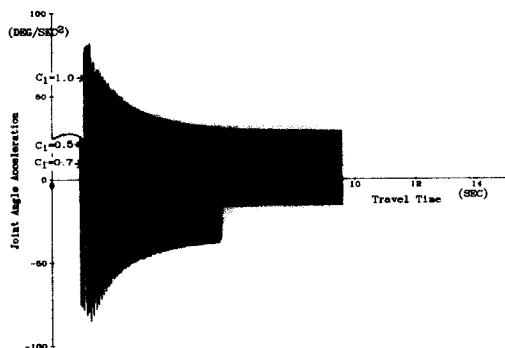


그림 8. 조인트 공간에서의 각 가속도 궤적  
Fig. 8. Angle acceleration trajectory in the joint space.

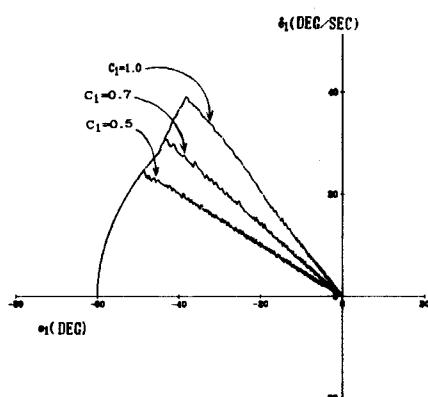


그림 9. 위상 평면에서의 위치오차 이동 궤적  
Fig. 9. Angle position error trajectory in the phase plane.

수록 스위칭 면에 도달한 순간의 위치오차의 절대값이 작아지고 각 속도의 최대값이 커진다.

그림 10은 제어입력 토오크의 시간에 따른 변화를 나타낸 그림이다. (a)의 경우 조인트 1의 제어 입력 계수를 일정하게 하고 스위칭 면 기울기  $C_1$ 을  $C_4(1.0)$ ,  $C_5(0.7)$ ,  $C_6(0.5)$ 로 변화 시켰을 때의 제어 입력 토오크 변화를 그린 것으로서  $C_1$ 이 클수록 스위칭 면에 도달하는데 시간이 많이 소요되어 출발점에서의 토오크 극성을 오래 유지한다. (b)의 경우 조인트 1의 스위칭 면 기울기를 일정하게 하고 ( $C_1 = 1.0$ ) 제어 입력 계수 중  $K_1$ 을  $K_4(300)$ ,  $K_5(370)$ ,  $K_6(450)$ 으로 변화시켰을 때의 제어 입력 토오크 변화를 그린 것으로서  $K_1$ 의 변화에 따른 이동 소요시간 변화는 스위칭

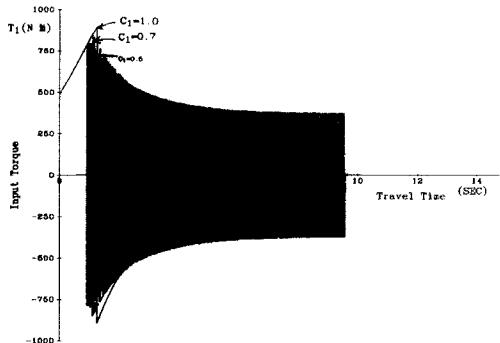
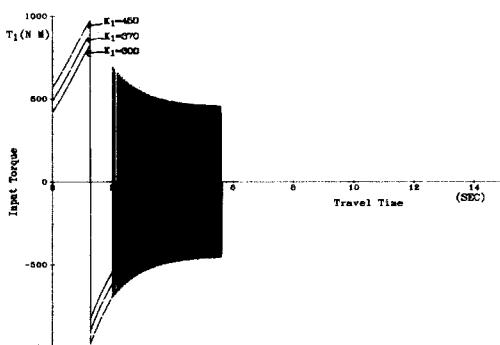
(a) (2)식의  $K_1$ 을 고정하고  $C_1$ 을 변화시킨 경우(b)  $C_1$ 을 고정하고 (2)식의  $K_1$ 을 변화시킨 경우

그림10. 제어입력

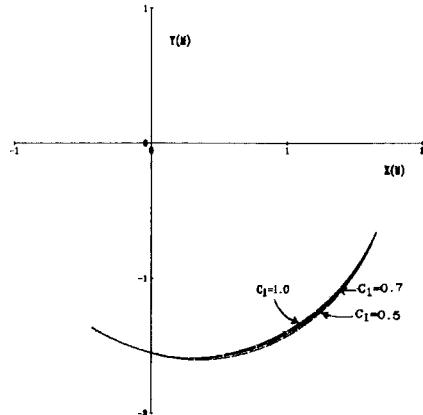
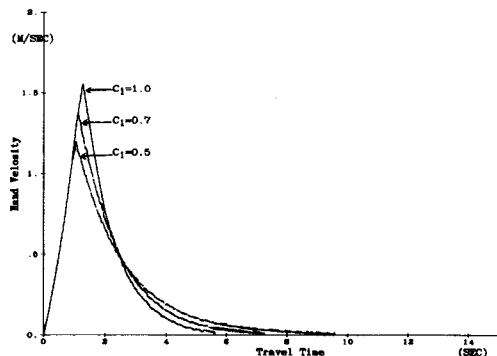
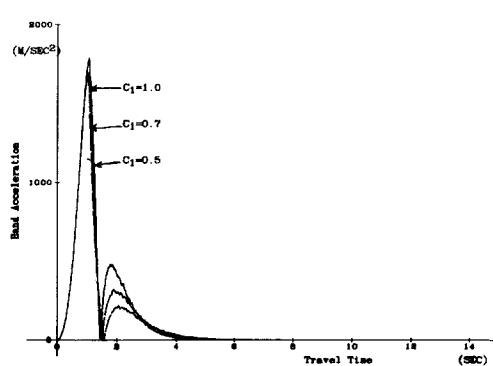
Fig. 10. Control input torque.

면 기울기 변화에 비하여 무시할 정도이다. 또한  $K_1$  값이 클수록 입력 토오크의 채터링폭이 커지므로 이동 소요시간 조정은 스위칭 면의 기울기 조정으로 하는 것이 효과적이다.

그림11은  $C_2$ 를 1.0으로 고정하고  $C_1$ 을  $C_4(1.0)$ ,  $C_5(0.7)$ ,  $C_6(0.5)$ 으로 변화시켰을 때 카티시안 공간에서 로보트 손의 궤적을 그린 것으로서  $C_1$  값이 클수록 직선경로로 부터의 이탈정도가 적어진다.

그림12와 그림13은  $C_2$ 를 1.0으로 고정하고  $C_1$ 을  $C_4(1.0)$ ,  $C_5(0.7)$ ,  $C_6(0.5)$ 으로 변화시켰을 때 카티시안 공간에 로보트 손의 이동속도와 가속도 궤적을 그린 것으로서  $C_1$  값이 클수록 속도 및 가속도 절대값의 최대값이 커지고, 총 이동 소요시간이 감소됨을 알 수 있다.

여기까지 Ⅱ장에서 유도한 결과를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시한 결과 Ⅲ장에서 설명된 가변 구조 제어 파라메타가 로보트 시스템의 동력학 특성에 미치는 영향의 분석 결과를 확인하였다.

그림11. 카티시안 공간에서의 손위치 이동궤적  
Fig. 11. Hand trajectory in the cartesian space.그림12. 카티시안 공간에서의 손의 이동속도 크기 궤적  
Fig. 12. Trajectory of hand velocity magnitude in the cartesian space.그림13. 카티시안 공간에서의 손의 이동 가속도 크기 궤적  
Fig. 13. Trajectory of hand acceleration magnitude in the cartesian space.

본 연구 결과로 부터 가변구조 파라메타를 선정하는 방법은 다음과 같다. 선정된 로보트 모델의 상태방정식과 (2)식의 제어입력 및 (7), (8)식의 스위칭방정식을 슬라이딩 모드 존재 조건인 (1)식에 대입하여  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $K_i$ 의 값을 정하고, 궤적을 구하는 알고리듬에 의하여 동력학적 파라메타의 시간에 따른 변화와 이동 소요시간, 경로 추적오차 등을 확인할 수 있으므로 이 결과로 부터 실제 로보트 시스템의 제한조건 만족 여부에 따라 제어 입력 계수와 스위칭 면을 확정한다.

이상으로 부터 로보트 시스템에 가변구조 제어방법을 적용할 경우 로보트 시스템이 갖고 있는 조인트 공간에서의 속도, 가속도, 입력 토오크와 카티시안 공간에서의 속도, 가속도 제한조건과 출발점에서 도착점까지의 총 이동 소요시간 및 직선 경로로 부터의 이탈 허용범위 내에서 가변구조 제어 파라메타를 조정하므로서 경로 추적제어 및 궤적 계획을 효과적으로 할 수 있음이 입증되었다.

## V. 결 론

본 논문에서는 로보트 시스템의 제한요소들과 가변구조 제어 파라메타들 사이의 관계를 분석하였다. 로보트 시스템의 내적인 제한 요소로는 위치이동 범위, 속도 및 가속도, 구동기 토오크 한계 등이 있고, 외적인 요소로는 이동 소요시간과 경로이탈 한계 등이 있다. 본 논문에서 분석된 가변구조 제어 파라메타로는 스위칭 면의 기울기와 제어 입력 토오크가 있는데 이 파라메타들과 로보트 시스템 제한 요소들과의 관계를 분석한 본 연구결과는 가변구조를 이용하여 로보트시스템의 경로 추적 제어나 궤적계획을 효과적으로 할 수 있는 기반이 될 것이다.

## 参 考 文 献

- [1] K.K.D. Young, "Controller design for a manipulator using theory of variable

structure system," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybernetics*, vol. SMC-8, no. 2, pp. 101-109, Feb. 1978.

- [2] K.J. Bathe and E.L. Wilson, "Numerical methos in finite element analysis," Prentice-hall, 1976.
- [3] M. Brady, J.M. Hollerbach, T.L. Johnson, T.L. Perez and M.T. Mason, "Robot motion: Planning and control," MIT Press, 1982.
- [4] H.H. Tan and R.B. Potts, "Minimum time trajectory planner for the discrete dynamic robot model with dynamic constraints," *IEEE J. Robotics and Automation*, vol. 4, no. 2, April, 1988.
- [5] B.H. Lee and C.S.G. Lee, "Collision-free motion planning of two robots," *IEEE Trans. Syst., Man., Cybernetics*, vol. SMC-17, no. 1, pp. 21-32, Jan/Feb. 1987.
- [6] J.Y.S. Luh and C.S. Lin, "Optimum path planning for mechanical manipulators," *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Contr.*, vol. 102, pp. 142-151, June, 1981.
- [7] H. Hashimoto, K. Maruyama and F. Harashima, "A microprocessor-based robot manipulator control with sliding mode," *IEEE Trans. Ind. Electro.*, vol. IE-34, pp. 11-17, Feb. 1987.
- [8] J.J. Slotine and S.S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators," *Int. J. Contr.*, vol. 38, no. 2, pp. 465-492, 1983.
- [9] S. Singh and M.C. Leu, "Optimal trajectory generation for robotic manipulators using dynamic programing," *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Contr.*, vol. 109, pp. 88-96, June, 1987. \*

---

著者紹介

---



李弘珪(正會員)

1953年 12月 4日生. 1977年 서울대학교 전자공학과 공학사학위 취득. 1979年 서울대학교 대학원 전자공학과 공학석사 학위 취득. 1979年~현재 국방과학연구소 선임연구원. 1984年~현재 서울대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 주관심분야는 로보트 공학 및 가변구조 제어 등임.

●



崔桂根(正會員)

1925年 2月 18일생. 1949年 2月 서울대학교 전기통신공학과 공학사학위 취득. 1950年 2月 서울대학교 대학원 전기통신공학과 공학석사학위 취득. 1959年 2月 미국 미네소타대학 전자공학과 공학석사학위 취득. 1972年 2月 서울대학교 대학원 전자공학과 공학박사학위 취득. 1956年~현재 서울대학교 전자공학과 교수. 주관심분야는 컴퓨터 제어 시스템, 적응제어, 가변구조 시스템 제어 등임.



李範熙(正會員)

1955年 5月 29日生. 1978年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업. 1980年 2月 서울대학교 대학원 전자공학과 공학석사학위 취득. 1985年 미국 Univ. of Michigan, 전기과로보트공학 연구실 공학박사학위 취득. 1980年 3月~1981年 8月 중앙대학교 전자공학과 전임 강사. 1982年 5月~1985年 7月 미국 Univ. of Michigan, Center for Robotics and Integrated Manufacturing 연구원. 1985年 8月~1987年 1月 미국 Purdue Univ. School of Electrical Eng. 조교수. 1987年 2月~현재 서울대학교 제어계측공학과 조교수. 주관심분야는 로보틱스 및 자동화 등임.