

쇄기형 유전체의 양면에 평면파 입사시 다극전개를 이용한 회절패턴 계산

(Calculation of Diffraction Patterns for Incidence of Planewave
on Both Sides of a Dielectric Wedge by Using Multipole Expansion)

金世潤*, 羅正雄**, 申相永**

(Se Yun Kim, Jung Woong Ra and Sang Yung Shin)

要約

임의의 각을 가진 쇠기형 유전체의 양 경계면으로 E-편파된 평면파가 입사할 경우 발생하는 전자파의 회절패턴을 기하광학해와 모서리회절파의 합으로 표시하였다. 모서리 회절파의 회절계수는 물리광학근사로 구한 회절계수를 모서리 끝에 분포한 다극선전원으로 수정하여 구하였다. 쇠기각 120° , 입사각 60° 인 유전체의 비전율을 2, 5, 10으로 변화시키고, 측정거리도 모서리 끝점으로 부터 5와 10파장인 경우에 대해 기하광학해와, 물리광학해, 다극선전원으로 교정한 수정해 순으로 각각의 회절패턴을 그림으로 나타내었다. 본 논문에서 구한 수정해는 모서리 끝점으로 부터 멀리 떨어진 곳에서만 유용한 접근해임을 알 수 있으나, 유전체 경계면에서 경계조건을 만족함을 보였다.

Abstract

Diffraction patterns of electromagnetic fields for the incidence of E-polarized plane wave on both interfaces of an arbitrary-angle dielect wedge are obtained by sum of geometric optics term and the edge diffracted fields. The diffraction coefficients of the edge diffracted fields are evaluated by employing the physical optics approximation and then correcting its error with the multipole line source at the dielectric edge. For the wedge angle 120° , the incident angle 60° , the relative dielectric constant of the dielectric wedge, 2, 5, and 10, and the observation distance from the tip of the wedge, 5 and 10 wavelength, the diffraction coefficients and the diffraction patterns corresponding to geometric optics, physical optics, and the solutions corrected by the multipole line source are plotted, respectively. While the corrected solutions presented in this paper are valid only in the far-field region, these asymptotic solutions show to satisfy the boundary condition on the dielectric interfaces.

I. 서론

전자파의 산란 및 회절문제에서 수학적으로 엄밀한 해는 산란체의 구조가 변수분리가 가능한 극히 제한된 경우에만 가능하다.^[1] 더구나 이러한 엄밀한 해는 고유함수 (eigenfunction)의 무한급수 형태로 표시

*正會員, 韓國科學技術院 應用物理電子 研究部
(Division of Appl. Phys. and Elect., KAIST)

**正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日字: 1989年 2月 10日

되기 때문에 산란체로 부터 파장이상 떨어진 곳에서는 그 급수의 수렴도가 급속히 떨어지는 단점이 있다. 따라서 임의의 산란체에 의한 전자파의 산란 및 회절현상을 기술하는 방법으로 컴퓨터를 이용하는 수치계산 방법^[1]과 고주파대에서 사용하는 기하광학적 회절이론(GTD, geometrical theory of diffraction)^[2]이 널리 사용되고 있다. 수치해석적인 방법으로 모멘트방법(moment method), 유한요소법(finite element method), 경계요소법(boundary element method) 등이 있으나, 산란체의 크기가 클 경우 계산량이 너무 많을 뿐 아니라 계산결과로부터 전자파의 산란 및 회절과정을 물리적으로 기술하기에 어려움이 많다.

1950년대 Keller^[4]에 의해 제안된 기하광학적 회절이론은 입사, 반사 굴절현상을 다루는 고전적인 기하광학에 회절현상을 나타내는 회절파를 추가한 것으로, 고주파대에서 전자파의 산란 및 회절현상을 기하학적으로 보여줄 수 있는 방법이다. 이러한 기하광학적 회절이론의 중요한 전제는 쇄기형 완전도체와 같은 기본 구조의 산란체로 부터 산란된 회절파의 정확한 회절패턴을 알아야 하는 것이다. 따라서 기존의 기하광학적 회절이론을 임의의 구조인 유전체에 의한 전자파 산란문제에 적용시키기 위해서는 이 경우의 기본 구조인 쇄기형 유전체에 의해 산란된 회절패턴을 구해야만 한다. 그러나 쇄기형 유전체에 의한 전자파 회절문제를 정확히 풀 수 있는 방법이 알려지지 않고 있다.^[5] 왜냐하면 쇄기형 유전체에 의해 산란된 전자파는 수학적으로 변수분리가 되지 않아서 고유함수로 전개할 수 없으며,^[6] 물리적으로 유전체내부와 외부에서의 파수(wavenumber)가 달라서 유전체 경계면상에서 경계조건을 만족시키기 어렵기 때문이다.^[7]

최근 쇄기형 유전체에 의해 산란된 전자파를 먼저 물리광학해로 근사적으로 나타내고, 이 근사해의 오차를 점근적으로 교정하여 쇄기형 유전체의 모서리로부터 멀리 떨어진 곳에서 유용한 수정해를 구하는 방법이 제시되었다.^[8,9,10] 이러한 방법을 모서리와 나란한 방향으로 편파된 평면파가 임의의 각을 갖는 쇄기형 유전체의 한 면에 입사할 경우에 적용하여, 그 때의 물리광학파^[11]와 모서리 끝점에 위치한 다극선원원으로 교정한 수정해^[12]를 계산하여 보인 바 있다.

본 논문에서는 모서리와 나란한 방향으로 편파된 평면파가 임의의 각을 갖는 쇄기형 유전체의 양면에 입사할 경우를 다루었다. 계산과정은 이미 발표된 논문^[11,12]에 자세히 기술한 바 있으므로, 여기서는 양면

입사시의 차이점 부분을 자세히 기술하고 주로 계산 결과를 살펴보도록 한다.

II. 이 론

1. 쌍적분방정식

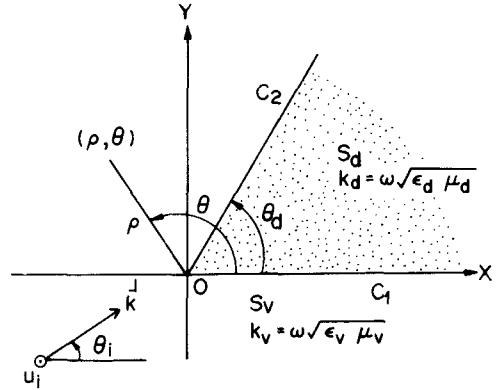


그림 1. 임의의 각을 가진 쇄기형 유전체의 구조
Fig. 1. Geometry of an arbitrary-angled dielectric wedge.

그림 1과 같이 쇄기각 θ_a 를 갖는 유전체 쇄기에 모서리 방향인 z방향으로 편파된 단위크기의 평면파 u_i 가 x축과 θ_i 의 각을 이루며 입사할 경우, 전체전계 u는 z방향 성분만 가지게 되어 2차원 스칼라문제라 다음과 같은 쌍적분방정식으로 주어진다.^[11]

$$u(\rho, \theta) = \begin{cases} F^{-1}\{A(\alpha, \beta)\} , S_v , & (1a) \\ u_i(\rho, \theta) - F^{-1}\{K(\alpha, \beta)A(\alpha, \beta)\} , S_d . & (1b) \end{cases}$$

여기서 F^{-1} 은 2차원 역푸리에 변환을 나타내는 연산자이고, S_v 와 S_d 는 각각 유전체 외부영역과 내부영역을 의미하여, 파수영역의 함수 $K(\alpha, \beta)$ 와 $A(\alpha, \beta)$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.^[11]

$$K(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - k_a^2}{\alpha^2 + \beta^2 - k_v^2} \quad (2)$$

$$A(\alpha, \beta) = \frac{-1}{\alpha^2 + \beta^2 - k_a^2} \left[\int_0^\infty d\rho \exp(-i\alpha\rho) \left\{ i\beta u(\rho, 0) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} u(\rho, 0) \right\} + \int_0^\infty d\rho \exp(-i(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a)\rho) \times \left\{ i(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) u(\rho, \theta_a) \right. \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} u(\rho, \theta_a) \right] \quad (3)$$

여기서 k_a 와 k_v 는 각각 유전체 내부영역 S_a 와 외부 영역 S_v 에서의 파수(wavenumber)를 의미한다. 식(3)에 주어진 함수 $A(\alpha, \beta)$ 는 다음과 같은 쌍적분방정식을 만족한다.

$$F^{-1}\{A(\alpha, \beta)\} = 0, \quad S_v \quad (4a)$$

$$F^{-1}\{K(\alpha, \beta)A(\alpha, \beta)\} = u_i(\rho, \theta), \quad S_a \quad (4b)$$

2. 기하광학해

식(3)의 쌍적분방정식을 해석적으로 풀 수 없으므로, 먼저 근사해로서 기하광학해를 구하자. 임의의 각 θ_a 를 갖는 쇠기형 유전체의 경계면 C_2 로 평면파 u_i 가 입사할 경우 ray 진행경로는 그림 2와 같다. 먼저 C_1

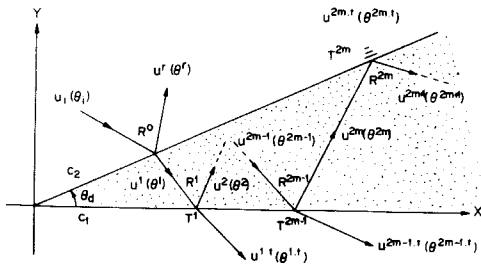


그림 2. 경계면 C_2 에 평면파 입사시의 Ray 궤적
Fig. 2. Ray-trajectory for planewave incidence on interface C_2 .

면에서 θ^r 각으로 반사되는 파 u^r 은 반사계수 R^0 를 가지며, 유전체 내부로 투과된 파 u^t 은 투과계수 T^0 를 가지며 θ^t 각으로 진행한다. 다음 유전체 내부로 투과된 파 u^1 은 유전체 내부에서 두 경계면 C_1 과 C_2 사이를 다중반사하며 그 때마다 유전체 밖으로 재 투과되는 파를 그림 2와 같이 만든다. 이 경우 유전체 내부에서 $(2m-2)$ 번 반사후의 파를 u^{2m-1} 이라고 하면, 이 파는 θ^{2m-1} 각으로 경계면 θ^{2m-1} 각으로 경계면 C_2 에 입사하여 R^{2m-1} 의 반사계수로 θ^{2m} 각으로 반사되는 파 u^{2m} 과 유전체 밖으로 투과계수 T^{2m-1} 을 가지고 $\theta^{2m-1,t}$ 각으로 빠져나가는 파 $u^{2m-1,t}$ 를 만들게 된다. 이러한 반사 및 투과되는 파의 진행 방향들은 Snell법칙으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta^r = 2\theta_a - \theta_i \quad (5a)$$

$$\theta^t = \cos^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cos(\theta_i - \theta_a) \right] + \theta_a \quad (5b)$$

$$\theta^{2m-1} = (2m-2)\theta_a + \theta^t \quad (5c)$$

$$\theta^{2m-1,t} = \cos^{-1} [\sqrt{\epsilon} \cos \theta^{2m-1}] \quad (5d)$$

$$\theta^{2m} = -(2m-2)\theta_a + \theta^t \quad (5e)$$

$$\theta^{2m,t} = \cos^{-1} [\sqrt{\epsilon} \cos(\theta^{2m} - \theta_a)] + \theta_a \quad (5f)$$

유전체 내부에서 총 반사횟수를 M 이라고 하면, M 번 반사후의 파는 θ^{M+1} 의 각을 가지며 유전체 내부영역에 존재해야 하므로 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$0 \leq \theta^{M+1} \leq \theta_a \quad (6)$$

그런데 반사 또는 투과되는 파는 그 파가 진행하는 방향과 반사 또는 투과가 일어난 경계면사이에만 존재하고(lit region), 나머지 영역에서는 존재하지 않는다(shadow region). 따라서 평면파 u_i 가 경계면 C_2 에 입사할 경우의 기하광학파 u_{gr} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{gr} = & D(\theta_a, \theta_i) h_v(\theta - \theta_i) \\ & + D(\theta_a, \theta^r) R^0 h_v(\theta - \theta^r) \\ & + \sum_{m=1}^{M_e} D(\theta_a, \theta^{2m-1}) K^{2m} h_v(\theta - \theta^{2m-1}) \\ & + \sum_{m=1}^{M_o} D(\theta^{2m-1,t}, 2\pi) K^{2m-1} h_v(\theta - \theta^{2m-1,t}) \\ & + \sum_{m=1}^M D(0, \theta_a) K^m h_a(\theta - \theta^m) \\ & + [D(\theta^{M+1}, \theta_a) \delta_M + D(0, \theta^{M+1})(1 - \delta_M)] \\ & \times K^{M+1} h_a(\theta - \theta^{M+1}) \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서 D, h_v, h_a, δ_m 는 각각 다음과 같이 정의한다.

$$D(a, b) = \begin{cases} 1, & a < \theta < b \\ 0, & \text{그외의 경우} \end{cases} \quad (8a)$$

$$h_v(\theta - \theta^m) = \exp[ik_v \rho \cos(\theta - \theta^m)] \quad (8b)$$

$$h_a(\theta - \theta^m) = \exp[ik_a \rho \cos(\theta - \theta^m)] \quad (8c)$$

$$\delta_M = \begin{cases} 1, & M_e = M_o \\ 0, & M_e \neq M_o \end{cases} \quad (8d)$$

또는 M_e 와 M_o 는 각각 경계면 C_2 와 C_1 에서의 총반사 횟수로 이들의 합이 총반사 횟수 M 이다. 식(7)에서 주어진 계수 K^m, K^{m+1} 는

$$K^m = (R^0 + 1)R^1 R^2 \dots R^{m-1} \quad (9a)$$

$$K^{m,t} = K^m (R^m + 1) \quad (9b)$$

으로 반사계수 R^m 은 Fresnel 반사계수로 다음과 같이 표현된다.

$$R^m = \begin{cases} \frac{\sin(\theta_a - \theta_i) - \sqrt{\epsilon - \cos^2(\theta_a - \theta_i)}}{\sin(\theta_a - \theta_i) + \sqrt{\epsilon - \cos^2(\theta_a - \theta_i)}}, & m=0 \\ \frac{-\sin[\theta^i + (m-1)\theta_a] - \sqrt{\frac{1}{\epsilon} - \cos^2[\theta^i + (m-1)\theta_a]}}{-\sin[\theta^i + (m-1)\theta_a] + \sqrt{\frac{1}{\epsilon} - \cos^2[\theta^i + (m-1)\theta_a]}}, & m \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

그림 3 과 같이 평면파 u_i 가 유전체 경계면 C_1 으로 입사할 경우에 기하광학과 u_{m1} 도 그림 2 와 마찬가지로 계산하면 다음과 같이 쓸 수 있다.^[11]

$$\begin{aligned} u_{m1} = & D(\theta_i, 2\pi)h_v(\theta - \theta_i) + D(\theta_r, 2\pi) \\ & \times R_0 h_v(\theta - \theta_r) \\ & + \sum_{n=1}^{N\epsilon} D(\theta_{2n-1}, 2\pi)K_{2n-1,t}h_v(\theta - \theta_{2n-1,t}) \\ & + \sum_{n=1}^{N\alpha} D(\theta_a, \theta_{2n-1,t})K_{2n-1,t}h_v(\theta - \theta_{2n-1,t}) \\ & + \sum_{n=1}^N D(0, \theta_a)K_n h_a(\theta - \theta_n) \\ & + [D(0, \theta_{N+1})\delta_N + D(\theta_{N+1}, \theta_a)(1 - \delta_N)] \\ & \times K_{N+1}h_a(\theta - \theta_{N+1}) \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)에서

$$\theta_r = 2\pi - \theta_i \quad (12a)$$

$$\theta_i = \cos^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cos \theta_i \right] \quad (12b)$$

$$\theta_{2n-1} = \theta_i - (2n-2)\theta_a \quad (12c)$$

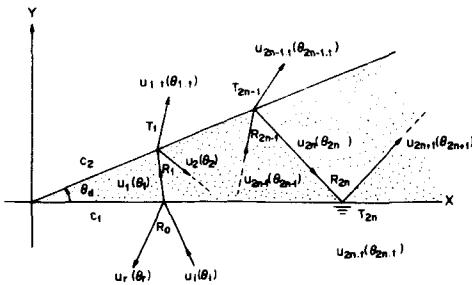


그림 3. 경계면 C_1 에 평면파 입사시의 Ray 궤적
Fig. 3. Ray-trajectory for planewave incidence on interface C_1 .

$$\theta_{2n-1,t} = \cos^{-1}[\sqrt{\epsilon} \cos(\theta_{2n-1} - \theta_a)] + \theta_a \quad (12d)$$

$$\theta_{2n} = 2n\theta_a - \theta_i \quad (12e)$$

$$\theta_{2n,t} = \cos^{-1}[\sqrt{\epsilon} \cos \theta_{2n}] \quad (12f)$$

$$K_n = (R_0 + 1)R_1 R_2 \cdots R_{n-1} \quad (12g)$$

$$K_{n,t} = K_n (R_n + 1) \quad (12h)$$

$$R_n = \begin{cases} \frac{\sin \theta_i - \sqrt{\epsilon - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{\epsilon - \cos^2 \theta_i}}, & n=0 \\ \frac{\sin(\theta_i - n\theta_a) - \sqrt{\frac{1}{\epsilon} - \cos^2(\theta_i - n\theta_a)}}{\sin(\theta_i - n\theta_a) + \sqrt{\frac{1}{\epsilon} - \cos^2(\theta_i - n\theta_a)}}, & n \neq 0 \end{cases} \quad (12i)$$

따라서 평면파 u_i 가 쇄기형 유전체의 양 경계면 C_1 과 C_2 모두에 입사 할 경우 기하광학과 u_m 는 다음과 같다.

$$u_m(\rho, \theta) = u_{m1}(\rho, \theta) + u_{m2}(\rho, \theta) \quad (13)$$

3. 물리광학해

식(3)의 피적분함수인 u 와 $\partial u / \partial \theta$ 를 앞절에서 구한 기하광학해 u_m 와 $\partial u_m / \partial \theta$ 로 각각 근사시켜 경계면을 따라 적분하면, 정확한 해인 $A(\alpha, \beta)$ 에 대한 물리광학 근사값인 $A_p(\alpha, \beta)$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.^[11]

$$A_p(\alpha, \beta) = \frac{-1}{\alpha^2 + \beta^2 + k_z^2} [B_{P1}(\alpha, \beta) + B_{P2}(\alpha, \beta)] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} B_{P1}(\alpha, \beta) = & \frac{\beta + k_v \sin \theta_i}{\alpha - k_v \cos \theta_i} + R_0 \frac{\beta + k_v \sin \theta_r}{\alpha - k_v \cos \theta_r} \\ & + \sum_{n=1}^{N\epsilon} K_{2n-1,t} \frac{\beta + k_v \sin \theta_{2n-1,t}}{\alpha - k_v \cos \theta_{2n-1,t}} \\ & + \sum_{n=1}^{N\alpha} K_{2n-1,t} \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)} \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} B_{P2}(\alpha, \beta) = & \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_i - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_i - \theta_a)} \\ & + R_0 \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_r - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_r - \theta_a)} \\ & + \sum_{m=1}^{N\epsilon} K^{2m,t} \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta^{2m,t} - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta^{2m,t} - \theta_a)} \\ & + \sum_{m=1}^{N\alpha} K^{2m-1,t} \frac{\beta + k_v \sin \theta^{2m-1,t}}{\alpha - k_v \cos \theta^{2m-1,t}} \end{aligned} \quad (15b)$$

식(14)에서 구한 $A_p(\alpha, \theta)$ 를 식(1)에 $A(\alpha, \beta)$ 의 근사값으로 대입하면 물리광학해 u_p 를 얻을 수 있다.

$$u_p(\rho, \theta) = \begin{cases} F^{-1}[A_p(\alpha, \beta)], S_d & (16a) \\ u_1(\rho, \theta) - F^{-1}[K(\alpha, \beta)A_p(\alpha, \beta)] \\ , S_v & (16b) \end{cases}$$

쇄기형 유전체의 한 경계면에만 평면파가 입사할 경우^[11]와 같은 방법으로 식(16)의 역프리에 변환을 계산하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$u_p(\rho, \theta) = u_R(\rho, \theta) + \begin{cases} u_2(\rho, \theta), S_d & (17a) \\ u_1(\rho, \theta), S_v & (17b) \end{cases}$$

식(17)에서 $u_R(\rho, \theta)$ 는 식(13)과 같은 값으로 기하광학파를 나타내고, u_2 와 u_1 은 각각 그림 4와 같은 복소 w -평면에서의 SDP(steepest descent path)^[12]를 따른 적분항으로 다음과 같이 표시된다.

$$u_2(\rho, \theta) = -\frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw f_2(w) e^{ik_d \rho \cos(w-\theta)} \quad (18a)$$

$$u_1(\rho, \theta) = \frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw f_1(w) e^{ik_v \rho \cos(w-\theta)} \quad (18b)$$

여기서

$$f_1(w) = -\left[R_0 \cot\left(\frac{w-\theta_r}{2}\right) + \sum_{m=1}^M (-1)^m K_{n,m} \cot\left(\frac{w-\theta_{n,t}}{2}\right) + \left[R^0 \cot\left(\frac{w-\theta^r}{2}\right) + \sum_{m=1}^M (-1)^m K^{m,t} \cot\left(\frac{w-\theta^{m,t}}{2}\right) \right] \right], \quad (19a)$$

$$f_2(w) = -(-1)^{N+1} K_{N+1} \cot\left(\frac{w-\theta_{N+1}}{2}\right)$$

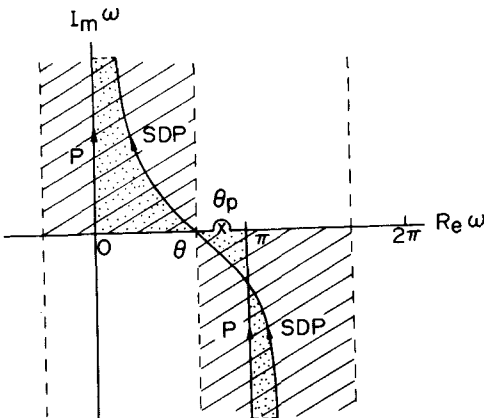


그림 4. 복소 w -평면에서의 SDP
Fig. 4. SDP in the complex w -plane.

$$+ (-1)^{N+1} K^{N+1} \times \cot\left(\frac{w-\theta^{N+1}}{2}\right) \quad (19b)$$

식(18)의 SDP적분을 모서리로 부터 멀리 떨어진 곳, 즉 $k_d \rho$ 와 $k_v \rho$ 가 1보다 매우 클 경우에 점근적(asymptotic)으로 계산하면 u_2 와 u_1 은 각각 다음과 같다.

$$u_2(\rho, \theta) \approx \frac{-f_2(\theta)}{2\pi\sqrt{2\pi k_d \rho}} e^{ik_d \rho + i\pi/4} \quad (20a)$$

$$u_1(\rho, \theta) \approx \frac{f_1(\theta)}{2\pi\sqrt{2\pi k_v \rho}} e^{ik_v \rho + i\pi/4} \quad (20b)$$

따라서 u_2 와 u_1 은 물리광학과중 각각 유전체 내부와 외부영역에서의 모서리 회절파를 나타내며, $f_2(\theta)$ 와 $f_1(\theta)$ 는 이에 해당하는 회절계수(diffraction coefficient)를 의미함을 알 수 있다.

4. 다극선전원으로 교정

물리광학근사해인 $A_p(\alpha, \beta)$ 는 정확한 해가 아니므로, 식(4)의 A대신 A_p 를 대입하여 계산하면 다음과 같은 결과를 얻는다.^[12]

$$F^{-1}\{A_p(\alpha, \beta)\} = u_2(\rho, \theta), S_v \quad (21a)$$

$$F^{-1}\{K(\alpha, \beta)A_p(\alpha, \beta)\} = u_1(\rho, \theta), S_d \quad (21b)$$

그런데 식(20)에서 보인 바와 같이 모서리로 부터 멀리 떨어진 곳에서는 u_2 와 u_1 이 마치 모서리 끝점에 위치한 선전원으로 부터 복사된 원통면파와 같이 보인다. 따라서 교정항 $A_c(\alpha, \beta)$ 를 모서리 끝점인 원점에 분포한 수정전원 $s(x, y)$ 의 프리에 변환과 Green함수의 프리에 변환을 곱으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_c(\alpha, \beta) = \frac{F[s(x, y)]}{\alpha^2 + \beta^2 - k_d^2} \quad (24)$$

여기서 $s(x, y)$ 를 다극선전원으로 표시하면,

$$s(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \delta^{(m)}(x) \delta^{(n)}(y) \quad (25)$$

으로 $\delta^{(m)}(x)$ 는 Dirac 델타함수 $\delta(x)$ 를 x 에 대해 m 번 미분한 값을 의미한다. 식(24)를 식(23)에 대입하여 역프리에 변환을 취하면 다음과 같은 결과를 쉽게 얻을 수 있다.^[12]

$$F^{-1}[A_c(\alpha, \beta)] = \frac{i}{4\pi} \times \int_{SDP} dw g_2(w) e^{ik_d \rho \cos(w-\theta)} \quad (26a)$$

$$F^{-1}[K(\alpha, \beta)A_c(\alpha, \beta)] = \frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw g_1(w) e^{ik_v \rho \cos(w-\theta)}$$

여기서

$$g_{1,2}(w) = \sum \sum a_{mn} (ik_{v,d} \cos w)^m (ik_{v,d} \sin w)^n$$

식(26)을 식(22)에 대입하고 V_2 와 V_1 을 식(18)로 표시하면 식(22)의 적분방정식을 다음과 같은 쌍급수 방정식으로 바꿀 수 있다.

$$g_2(w) = f_2(w), R_v \tag{27a}$$

$$g_1(w) = f_1(w), R_d \tag{27b}$$

식(27)에서 영역 R_v 와 R_d 는 각각 그림 1의 공간영역 S_v 와 S_d 에 해당되는 복소 w 평면상의 영역을 의미한다. 따라서 식(27a)와 (27b)를 동시에 만족시키는 다극전개계수 a_{mn} 을 구하면, 교정항 $A_c(\alpha, \beta)$ 를 알 수 있다.

이 교정항 $A_c(\alpha, \beta)$ 를 $A_p(\alpha, \beta)$ 에 더하여 이를 식(1)의 $A(\alpha, \beta)$ 에 대입하여 역푸리에 변환하면, 수정해 $u(\rho, \theta)$ 를 다음과 같이 얻게된다.^[10]

$$u(\rho, \theta) = u_g(\rho, \theta) + u_d(\rho, \theta) \tag{28}$$

$$u_d(\rho, \theta) = \left[\begin{array}{l} \frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw p_2(w) e^{ik_d \rho \cos(w-\theta)}, S_d \\ \frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw p_1(w) e^{ik_v \rho \cos(w-\theta)}, S_v \end{array} \right. \tag{29a}$$

$$\tag{29b}$$

여기서 교정된 모서리회절파 u_d 의 회절계수 $p_1(w)$ 와 $p_2(w)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$p_2(w) = g_2(w) - f_2(w) \tag{30a}$$

$$p_1(w) = f_1(w) - g_1(w) \tag{30b}$$

III. 계산결과 및 검토

본 장에서는 그림 1에서와 같은 구조에서 쇄기각 θ_d 가 120° 이고, 입사각 θ_1 가 60° 인 경우에 대해 앞장에서 기술한 과정을 따라 기하광학해, 물리광학해 및 다극선전원으로 교정할 수정해의 회절패턴을 그림으로 나타내었다.

1. 기하광학해

그림 5 a는 쇄기형 유전체의 비유전율 ϵ 이 2일 때, 모서리 끝점으로 부터 5λ (파장) 떨어진 지점에서 계산된 기하광학파의 진폭패턴을 θ 방향으로 1° 간격으로 계산하여 그린것으로 입사파가 양 경계면 C_1 과 C_2 에서 각각 반사 및 굴절하여 생긴 4개의 transition각들이 있음을 알 수 있으며, 특히 이들 4개의 transition각에서 진폭이 불연속임을 볼 수 있다. 특히 4개의 transition각 중 경계면 C_1 과 C_2 에서 반사시 생기는 transition각들은 그림 5 a와 b의 경우와 같

은 각임을 보이나, 유전체 내부로 굴절해 들어가서 생기는 두 transition각들은 ϵ 이 커질수록 점차 유전체 경계면 쪽으로 접근해 감을 보인다. 유전체 내부에서는 ϵ 이 커지면 파수 k_d 가 커지므로 두 굴절파의 간섭으로 생기는 진폭변화가 더욱 심해짐을 알 수 있다.

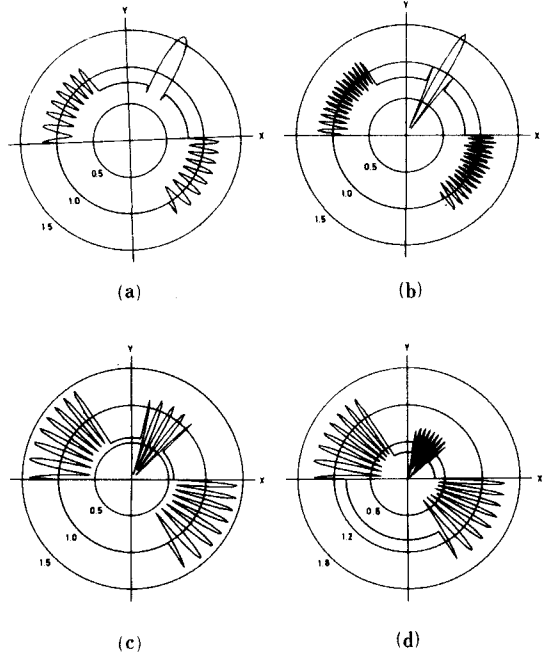


그림 5. 기하광학파의 진폭패턴

- (a) $\epsilon = 2, \rho = 5\lambda$
- (b) $\epsilon = 2, \rho = 10\lambda$
- (c) $\epsilon = 5, \rho = 5\lambda$
- (d) $\epsilon = 10, \rho = 5\lambda$

Fig. 5. Amplitude patterns of geometrical optics.

- (a) $\epsilon = 2, \rho = 5\lambda.$
- (b) $\epsilon = 2, \rho = 10\lambda.$
- (c) $\epsilon = 5, \rho = 5\lambda.$
- (d) $\epsilon = 10, \rho = 5\lambda.$

그림 5에 보인 바와 같이, 기하광학파는 유전체 경계면에서는 경계조건을 만족하지만, 입사파가 유전체 경계면에서 반사 및 굴절하여 생기는 transition각에서는 진폭이 불연속이므로 기하광학파는 파동방정식을 만족시킬 수 없음을 알 수 있다.

2. 물리광학해

식(17)에서 보인 바와 같이, 물리광학해는 그림 5와 같은 기하광학파와 식(18)에 주어진 모서리 회절파의 합으로 표현된다. $\theta_d = 120^\circ, \theta_1 = 60^\circ$ 일 때 $\epsilon = 2, 5,$

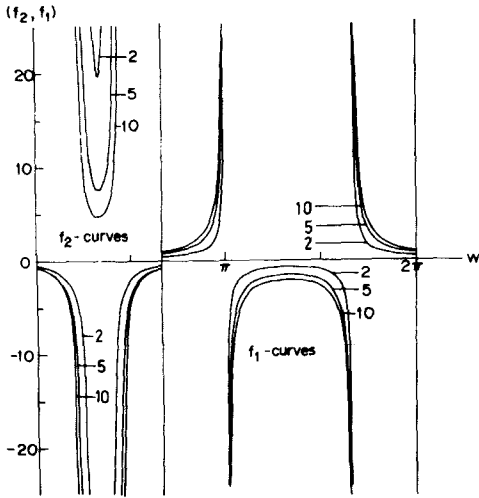


그림 6. 물리광학파의 회절계수
Fig. 6. Diffraction coefficients of physical optics.

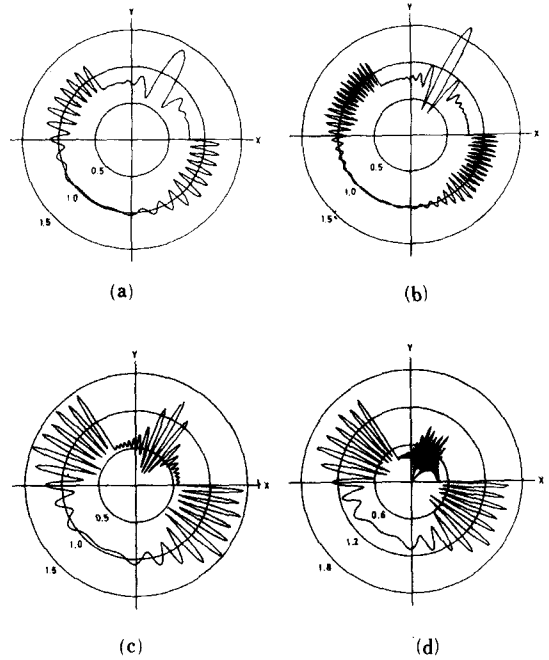


그림 8. 물리광학파의 진폭패턴
(a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$
(b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$
(c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$
(d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$

Fig. 8. Amplitude patterns of physical optics.
(a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$.
(b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$.
(c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$.
(d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$.

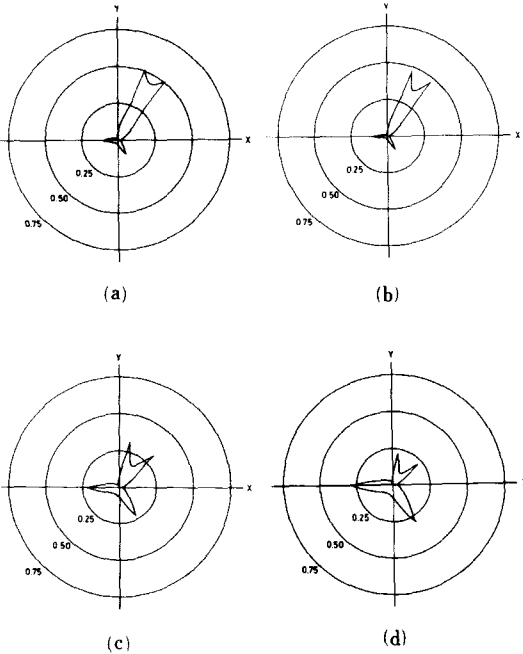


그림 7. 물리광학근사로 구한 모서리 회절파의 진폭패턴
(a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$
(b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$
(c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$
(d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$

Fig. 7. Amplitude patterns of edge-diffracted field obtained by physical optics approximation.
(a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$.
(b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$.
(c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$.
(d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$.

10의 세 경우 모서리 회절파의 회절계수 $f_1(w)$ 와 $f_2(w)$ 를 그림 6에 그렸다. 그림 6에서 $f_1(w)$ 과 $f_2(w)$ 의 값이 무한대로 발산하는 위치가 그림 5에서 보인 기하광학파의 transition각들과 일치한다. 특히 그림 6에서 흥미있는 것은 f_1 과 f_2 가 만나는 $w=0$ 과 $2/3 \pi$ 인 지점 즉 유전체 경계면에서 두 값이 서로 다른 점이다. 이는 물리광학파가 유전체 경계면에서 경계 조건을 만족하지 않음을 의미하는 것으로, 그림 6의 회절계수 f_1 과 f_2 를 식(18)에 대입하여 점근적으로 SDP 적분하여 얻은 모서리 회절파 u_1 과 u_2 의 진폭패턴을 그린 그림 7에서도 볼 수 있다. 그림 7은 그림 5에서 취급한 네가지 경우에 각각 해당되는 모서리 회절파의 진폭패턴을 보여준다. 각 그림에는 4개의 날카로운 peak가 보이는데, 이 지점들은 각각 그림 5의 transition각들과 일치한다. 왜냐하면 그림 7의 모

서리 회절파의 peak가 그림 5의 기하광학과에서 나타난 transition각에서의 진폭의 불연속을 교정하여 부드럽게 연결시켜 주는 요소이기 때문이다. 그림 8은 기하광학과와 모서리 회절파를 서로 더해서 구한 물리광학과의 진폭패턴으로, 4개의 그림은 각각 그림 5와 7에서 다른 4개의 경우에 각각 해당된다. 그림 8에서 보듯이, 물리광학과에서는 기하광학과와는 달리 불연속을 이루는 transition각들이 없지만 유전체 경계면에서는 불연속을 나타낸다. 이것은 물리광학해는 파동방정식을 만족하지만 경계조건을 만족하지 않음을 의미한다.

3. 다극선전원으로 교정

물리광학근사해의 오차를 교정하기 위하여 수정전

원으로 다극선전원을 취할 때, 수치계산상 본 논문에서는 단극부터 차례로 10개의 다극으로 표시하였는데, 식 (27a)와 (27b)를 동시에 만족하도록 하는 이들 10개의 다극전개계수를 그 다음의 고차 전개된 2개의 다극전개 계수와 함께 12개의 계수에 대해 수치계산한 결과를 표 1에 보였다. 표 1a는 ϵ 인 2일 경우이고 표 1b는 ϵ 이 10인 경우로 단극전개 계수가 가장 크며 다극으로 전개할 수록 해당 계수의 값이 점차 줄어든다. 표 1a와 b를 비교해 보면, ϵ 이 커질수록 다극전개 계수의 수렴도가 높음을 알 수 있다. 이는 쇠기형 유전체의 비유전율이 점차 커지면 쇠기형 완전도체와 같이 보이게 되는데, 이는 물리광학해의 오차를 교정하는 수정전원이 모서리 끝점으로 더욱 모여져 있음을 의미한다. 다시 말하면, 쇠기형 유전체의 ϵ 이 커질수록, 물리광학해의 오차는 모서리 끝점에서 더욱 크게 일어나게 된다.

표 1. 다극전개 계수의 계산결과

Table 1. Numerical results of multiple expansion coefficients.

a) $\epsilon = 2$

mn	a_{mn}
00	.8393
10	.3812
01	.6287
20	-.6182
11	-.2075
02	-.7015
30	-.2530
21	-.4649
12	-.3510
03	-.4649
40	.0121
31	.0210

b) $\epsilon = 10$

mn	a_{mn}
00	1.4396
10	-.2828
01	-.4999
20	-.1981
11	-.0626
02	-.2228
30	.0204
21	.0304
12	.0068
03	..0304
40	.0007
31	.0013

표 1과 같이 12개의 다극전개 계수로 구한 $g_1(w)$ 와 $g_2(w)$ 의 정확도를 살펴보기 위해, 식 (27a)와 식 (27b)를 얼마나 잘 만족시키는지 그림 9에 보였다. 그림 9에서 보듯이 식 (27a)는 잘 만족시키지만, 식 (27b)에 해당되는 점선 $f_1(w)$ 와 실선 $g_1(w)$ 가 $0 < w < 2/3\pi$ 에서 약간의 차이가 있음을 볼 수 있다. 이러한 오차를 줄이는 방안으로 다극전개 계수를 많이 취할 수 있으나, 표 1에서 보듯이 10번째 이후의 다극전개계수의 크기가 급속히 줄어들므로 계수를 많이 잡을수록 수치계산상의 오차가 증가하여 큰 효과를 기대할 수 없다.

4. 수정해

다극선전원으로 교정된 수정해는 식(28)과 같이 기하광학과 u_w 와 수정된 모서리회절파 u_d 의 합으로 표시 되는데, 이 때 u_d 의 회절함수 $p_2(w)$ 와 $p_1(w)$ 는 각각 식 (30a)와 (30b)와 같이 그림 6의 물리광학해의 회절패턴에서 그림 9의 교정회절패턴을 빼서 얻을 수 있다. 그림10은 수정된 회절함수를 보인 것으로 유전체 경계면에 해당되는 $w=0$ 과 $2\pi/3$ 에서 $p_2(w)$ 와 $p_1(w)$ 가 연속임을 알 수 있다. 그림11은 그림10에서 보여준 회절함수를 식(29)에 대입하여점근적으로 SDP 적분을 행하여 얻은 모서리회절파 u_d 의 진폭패턴을 그림 4와 같은 경우에 대해 그린 것이다.

본 논문에서 구하고자 하는 것은 물리광학해를 다극선전원으로 교정하여 얻은 수정해인데, 이는 그림 5의 기하광학과와 그림11의 수정된 모서리회절파의 합으로 표시된다. 그림12는 진폭패턴을 그렸으며, 그림13은 수정해의 위상패턴을 나타낸다. 그림12a는 ϵ 이 2일 경우 모서리 끝점에서 5파장 떨어진 곳에서

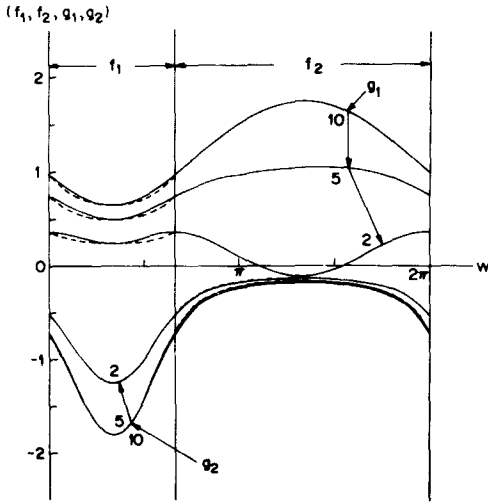


그림 9. 회절계수 $g_1(w)$ 와 $g_2(w)$ 의 패턴
 Fig. 9. Patterns of diffraction coefficients $g_1(w)$ and $g_2(w)$.

구한 전체 전계의 진폭패턴으로 같은 경우의 기하광학파의 진폭패턴인 그림 5a와는 달리 입사파의 반사 굴절로 생기는 transition각에서 진폭의 불연속이 없으며, 마찬가지로의 경우에 물리광학파의 진폭패턴인 그림 8a와는 달리 유전체 경계면에서 경계조건을 만족함을 알 수 있다. 이러한 현상은 측정위치를 2배

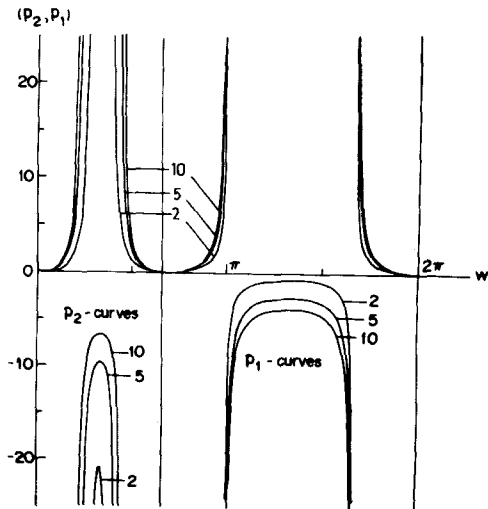


그림 10. 수정 회절계수 $p_1(w)$ 와 $p_2(w)$ 의 패턴
 Fig. 10. Patterns of diffraction coefficients $p_1(w)$ and $p_2(w)$.

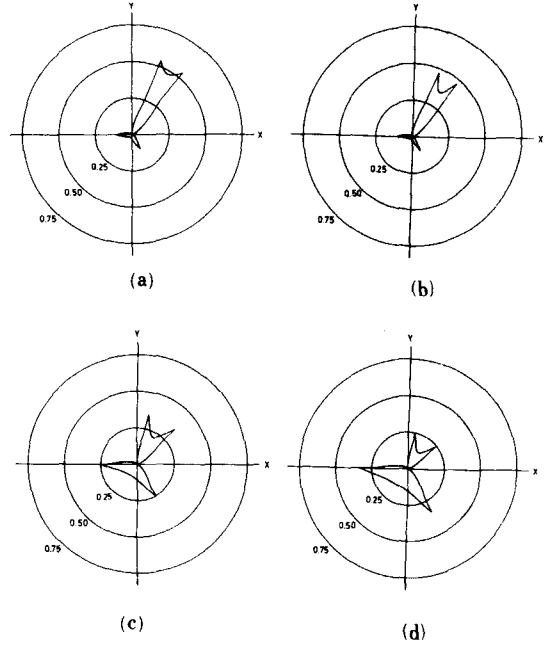


그림 11. 수정된 모서리 회절파의 진폭패턴
 (a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$
 (b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$
 (c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$
 (d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$

Fig. 11. Amplitude patterns of corrected edge-diffracted fields.
 (a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$.
 (b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$.
 (c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$.
 (d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$.

로 한 그림 12b와 유전체 내부의 ϵ 을 5와 10으로 취할 경우 각각 구한 그림 12c와 d에서도 마찬가지로 타남을 확인할 수 있다. 그림 13의 4가지 패턴을 각각 그림 12의 4가지 진폭패턴에 해당되는 위상패턴으로 많은 peak가 보이지만, 이는 위상이 0° 인 원점과 위상이 360° 인 맨 가장자리 원주는 같은 값이므로 실제 위상패턴은 부드럽게 연속적으로 연결되어 있음을 알 수 있다. 특히 그림 13에서 흥미 있는 점은 측정거리가 멀어지거나(그림 13a), ϵ 이 커지면(그림 13d) 위상변화가 점차 심해짐을 볼 수 있다.

그림 12와 13에서 보인 바와 같이 본 논문에서 제시한 방법으로 구한 수정해가 얼마나 정확한 해인가를 알아보기가 쉽지 않다. 왜냐하면 아직까지 임의의 새기형 유전체에 의해 회절된 전자파의 진폭 또

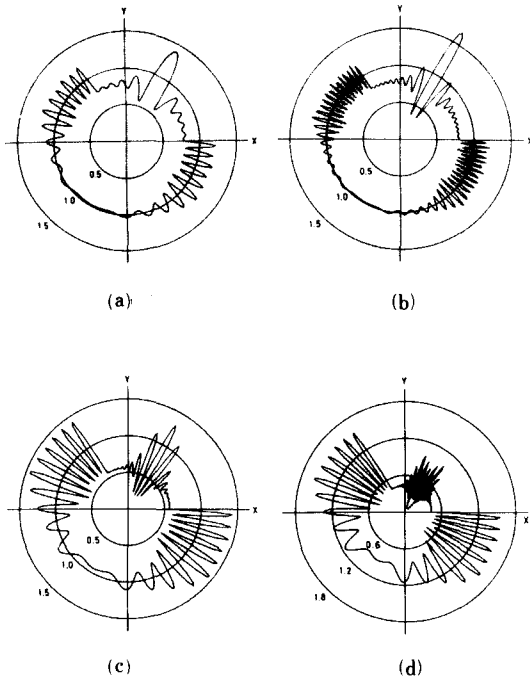


그림 12. 수정해의 진폭패턴

- (a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$
- (b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$
- (c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$
- (d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$

Fig. 12. Amplitude patterns of corrected fields.

- (a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda.$
- (b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda.$
- (c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda.$
- (d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda.$

는 위상패턴을 그림으로 구한 경우가 없어서, 본 논문에서 구한 수정해와 비교할 수 없기 때문이다. 그러나 본 논문에서 유도한 쌍극수방정식인 식 (27a)와 (27b)를 동시에 정확히 만족시키는 물리광학해의 수정전원을 계산하여 그 수정전원으로 부터 정확한 수정해를 얻을 수 있음에 비추어, 그림 9에서 보였듯이 쌍극수방정식을 잘 만족하는 12개의 다극전개 계수를 갖는 수정전원으로 구한 수정해인 그림 12와 13은 거의 정확한 해임을 간접적으로 알 수 있다. 물리적인 관점에서 보면, 기하광학해는 transition 각에서 파동방정식을 만족시키지 못하며 물리광학해는 유전체 경계면에서 경계조건을 만족시키지 못하지만, 다극전원으로 교정된 수정해는 파동방정식과 경계조건을 모두 만족한다. 그러나, 쇄기형 유전체와 같은

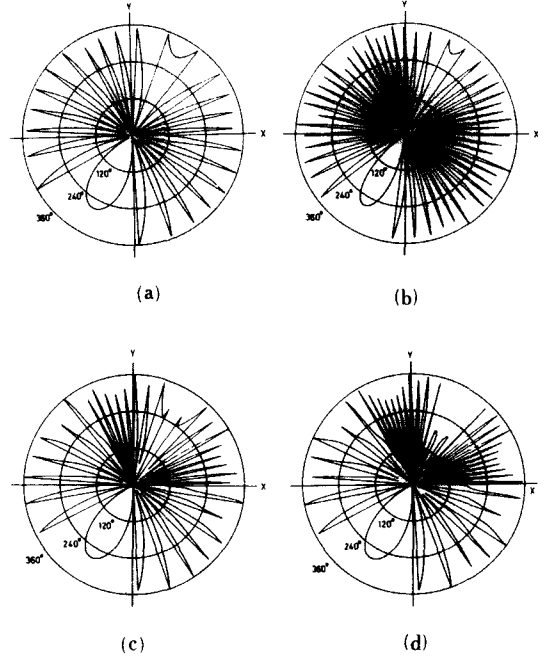


그림 13. 수정해의 위상패턴

- (a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda$
- (b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda$
- (c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda$
- (d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda$

Fig. 13. Phase patterns of corrected fields.

- (a) $\epsilon = 2, \rho = 5 \lambda.$
- (b) $\epsilon = 2, \rho = 10 \lambda.$
- (c) $\epsilon = 5, \rho = 5 \lambda.$
- (d) $\epsilon = 10, \rho = 5 \lambda.$

모서리를 가지고 있을 경우, 파동방정식과 경계조건 뿐만 아니라 모서리 끝점에서의 모서리 조건 (edge condition)^[14]까지 만족해야만 정확한 해를 얻을 수 있음이 알려져 있다.^[15] 그러므로 본 논문에서 구한 수정해는 모서리 끝점에서 모서리 조건을 만족하지 않는 엄밀한 의미에서는 부정확한 해이지만, 모서리로부터 멀리 떨어진 곳에서 점근적인 의미로 보면 매우 유용한 해임을 알 수 있다.

II. 결 론

임의의 쇄기각을 갖는 쇄기형 유전체의 양 경계면으로 E-분극된 평면파가 입사할 경우 발생하는 전자파를 기하광학과, 물리광학과 및 다극전원으로 교정한 수정해로 각각 표시하였으며, 이들의 회절패턴

을 쇠기각 120° , 입사각 60° 인 유전체의 비유전율이 2, 5 및 10일 때 그림으로 보였다. 다극선전원으로 교정된 수정해는 기하광학과와 모서리 회절과의 합으로 표시되는데, 모서리 회절과의 회절계수는 물리광학근사로 얻은 회절계수를 다극선전원으로 구한 회절계수로 교정하여 얻었다.

본 논문에서 물리광학해의 오차를 교정하는 수정전원으로 모서리 끝점에 위치한 다극선전원을 취하였는데, 모서리로 부터 멀리 떨어진 곳에서는 점근적인 의미로 유용한 해를 주지만, 이 수정전원은 모서리 끝점에서 모서리 조건을 만족시키지 못하므로 모서리 근방에서는 부정확하게 된다. 본 논문의 후속 논문에서 모서리 끝점에서 모서리 조건까지 만족하는 수정전원을 취하여 수정해를 계산하도록 한다.

參 考 文 獻

- [1] J.J. Bowman, T.B.A. Senior, and P.L.E. Uslenghi, ed., *Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes*, North-Holland, Amsterdam, 1969.
- [2] R. Mittra, ed., *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon, Berlin, 1973.
- [3] G.L. James, *Geometrical Theory of Diffraction*, IEEE EM Wave Series I, Peter Peregrinus, 1976.
- [4] J.B. Keller, "Geometric theory of diffraction," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 52, pp. 116-130, 1962.
- [5] L. Lewin and I. Sreenivasiah, "Diffraction by a dielectric wedge," Scientific Rep., no. 47, Dept. of Elect. Eng., Univ. of Colorado, 1976.
- [6] S.J. Maurer and L.B. Felsen, "Ray-optical techniques for guided waves," *Proc. IEEE*, vol. 55, pp. 1718-1729, 1967.
- [7] L. Peter and J.H. Richmond, "Scattering from cylindrical inhomogenities in a lossy medium," *Radio Sci.*, vol. 17, pp. 973-987, 1987.
- [8] 주창성, 나정웅, 신상영, "직각 쇠기형 유전체에 의한 전자파 회절," 전자공학회 논문지, 제18권, 제5호, pp. 35-45, 1981.
- [9] S.Y. Kim, J.W. Ra, and S.Y. Shin, "Edge diffraction by dielectric wedge of arbitrary angle," *Electron. Lett.*, vol. 19, pp. 851-853, 1983.
- [10] C.S. Joo, J.W. Ra, and S.Y. Shin, "Scattering by right angle dielectric wedge," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-32 pp. 61-69, 1984.
- [11] 김세운, 나정웅, 신상영, "쇠기형 유전체에 의한 전자파의 회절, I부: 물리광학근사," 전자공학회 논문지, 제25권, 제8호, pp. 16-25, 1988.
- [12] 김세운, 나정웅, 신상영, "쇠기형 유전체에 의한 전자파의 회절, II부: 다극선전원에 의한 수정," 전자공학회 논문지, 제25권, 제8호, pp. 26-34, 1988.
- [13] L.B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*, Prentice Hall, New York, 1973, Ch.4.
- [14] J. Meixner, "The behavior of electromagnetic fields at edges," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-20, pp. 442-446, 1972.
- [15] D.S. Jones, *The Theory of Electromagnetism*, Pergamon, New York, 1964, pp. 562-569. *

著 者 紹 介

金世潤 (正會員) 第25卷 第8號 參照
현재 한국과학기술원 응용물리전자 연구부 선임 연구원

申相永 (正會員) 第25卷 第8號 參照
현재 한국과학기술원 전기및 전자공학과 교수

*

羅正雄 (正會員) 第25卷 第8號 參照
현재 한국과학기술원 전기및 전자공학과 교수