

## 정4 각단면 덕트 내에서 비정상 천이유동에 관한 연구

### A Study on Transitional Unsteady Flows in a Square Duct

박길문\*, 박선종\*\*, 최주호\*\*\*, 유영태\*\*\*\*  
 G.M.Park , S.J. Park , J.H. Choi , Y.T. Yoo

#### ABSTRACT

A system of conservation equations for steady, oscillatory and pulsating duct flows are solved analytically by linearizing non-linear convective terms. Analytical solutions of velocity profiles for these flows are obtained in the form of infinite series.

The experimental study for the air flow in a square duct (40 mm x 40 mm and 400 mm long) is carried out to measure velocity profiles and other parameters by using a hot-wire anemometer with data acquisition and processing system.

Major characteristics of the flows such as the classification of flow patterns, determination of critical Reynolds number and velocity profiles is accomplished from the experimental results.

#### 기 호 설 명

|   |  |
|---|--|
| <p><math>A_1</math> : 속도진폭비 (<math>A_1 = \frac{ U_{m \text{ os } 1} }{U_{m \text{ ta}}}</math>)</p> <p><math>a</math> : 덕트의 폭(mm)</p> <p><math>b</math> : 덕트의 높이(mm)</p> <p><math>D_h</math> : 수력직경 (<math>D_h = 4ab / (a + b)</math>) (mm)</p> <p><math>f</math> : 진동주파수(Hz)</p> <p><math>N_n</math> : <math>(2n + 1) \pi / 2, (n = 0, 1, 2, \dots)</math></p> <p><math>P</math> : 압력 (<math>\text{Kg}_f / \text{m}^2</math>)</p> <p><math>Re</math> : 레이놀즈수</p> <p><math>t</math> : 시간(s)</p> <p><math>t'</math> : <math>\nu t / h^2</math></p> | <p><math>u, v, w</math>: x, y, z 축에서 속도성분(m/s)</p> <p>x, y, z : 직교좌표계 (Fig. 2-1)</p> <p><math>x'</math> : <math>\frac{\nu}{abu_m} x</math></p> <p><math>y'</math> : <math>y/a</math></p> <p><math>z'</math> : <math>z/b</math></p> <p>&lt; 그리스문자 &gt;</p> <p><math>\alpha_i</math> : 방정식에서 ith 의 근</p> <p><math>\beta_n</math> : <math>\frac{2n + 1}{2} \pi</math></p> <p><math>\lambda_1</math> : <math>(2n + 1)^2 - (2/\pi \cdot \alpha_i)^2</math></p> <p><math>\mu</math> : 점성계수</p> <p><math>\nu</math> : 동점성계수</p> |
|---|--|

\* 조선대학교 기계공학과  
 \*\* 조선대학교 정밀기계공학과  
 \*\*\* 순천대학 농업기계공학과  
 \*\*\*\* 조선대학교 대학원

- $\rho$  : 밀도
- $\omega$  :  $2\pi f$
- $\acute{\omega}$  :  $b^2 \omega / \nu$
- $\omega^*$  :  $b \sqrt{\omega / \nu}$

< 하첨자 >

- $c_r$  : 임계값
- $c_l$  : 덕트의 중심선 값
- $e$  : 발달하는 유동의 값
- $f_d$  : 발달된 유동의 값
- $f$  : 유한 Fourier 급수에서 기본파
- $f_a$  : 층류유동
- $m$  : 단면 평균값
- $o_s$  : 진동유동
- $p_s$  : 맥동유동
- $s_t$  : 정상유동
- $t_a$  : 시간 평균값
- $t_r$  : 천이유동
- $t_u$  : 난류유동
- $'$  : 무차원의 양
- $||$  : 진동 성분속도의 진폭

1. 서 론

비정상유동은 유체기계와 열기관에서 시동과 정지할 때, 로켓과 제트항공기의 연소기에서 유동과 연소할 때, 그리고 왕복동기관의 흡배기관과 유압관로에서 맥동유동은 맥동연소기(pulsating combustor)에서 연소효율을 증가시키고, 맥동제트엔진의 노즐운동에서 추진효율(propulsion efficiency)을 증가시키며, 열교환기(heat exchanger)에서 열전달효율(heat transfer efficiency)을 증가시키는 장점이 있으나 밀폐된 관로유동에서 수격 및 유격작용에 의하여 과도유동이 발생하며, 압력손실이 커져서 관로에 손상을 주며, 소음과 진동이 생겨 관로의 수명을 짧게 하는 단점도 있다.

특히 최근 정 4 각단면덕트 내에서 비정상유동인 진동유동과 맥동유동에 대한 연구물을 보면 난류맥동유동의 경계층과 압력분포를 연구한 Cho<sup>11)</sup>, 맥동유동의 속도분포와 속

도파형을 실험한 Choi<sup>12)13)</sup>, 천이진동유동의 속도분포를 실험적으로 규명한 Moon<sup>14)</sup>, 층류진동류의 속도를 L. D. V로 측정된 Park<sup>16)</sup>, 입구구역에서 진동유동과 맥동유동의 유동특성을 연구한 Park<sup>16)</sup>, 그리고 천이맥동유동에서 slug 거동을 연구한 Wee<sup>17)</sup> 등이 있다.

본 연구의 목적은 정 4 각단면덕트 내의 입구구역에서 천이정상유동, 천이진동유동 그리고 천이맥동유동의 유동특성을 이론 및 실험적인 방법으로 규명하는 데 있다.

이를 위하여 이론적인 방법으로는 정 4 각단면덕트 내의 유동에 대한 운동량 방정식을 유도한 후 비선형대류항을 선형화시켜서 속도분포식의 해를 구하였으며, 실험적인 방법으로는 시험관의 크기가 40 mm × 40 mm × 4000 mm인 정 4 각단면덕트에 송풍기로 작동유체인 공기를 흡입하여 정상유동을 얻으며 피스톤-크랭크형 가진기에 의하여 진동유동을 발생시켰다. 이러한 정상유동과 진동유동을 합성시켜 맥동유동을 얻어 이들 유동에 대한 유동특성을 I형의 열선 유속계에 의하여 실험적으로 규명하였다.

2. 이론해석

2.1 지배방정식

정 4 각단면덕트 내에서 유동영역은 3차원의 유동이 되므로 정상유동과 진동유동 그리고 맥동유동에 대한 속도분포를 해석하기 위하여 Fig. 2-1 과 같이 직교좌표계(coordinate system)를 설정하여, x, y, z 축방향의 속도성분(velocity component)을 u, v, w 하였다.

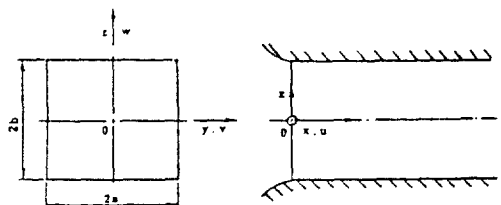


Fig. 2-1 Coordinate system and velocity components

정상유동과 진동유동 그리고 맥동유동에 대한 연속방정식과 운동량방정식은 외력을 무시한 비압축성유체라는 가정 하에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (2-1-1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-2a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-2b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-2c)$$

식 (2-1-2)의 운동량 방정식 중에서 y 축과 z 축에 대한 속도성분이 x 축의 속도성분에 비해서 대단히 작고,  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  이기 때문에 식 (2-1-2b)와 식 (2-1-2c)은 무시할 수 있고, 식 (2-1-2a)은 다음과 같이 간략하게 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-3)$$

시험덕트 내에서 유체유동의 속도분포를 구하기 위하여 식 (2-1-3)의 대류항은 적분법을 이용하여 선형화시키기 위하여 식 (2-1-3)의 대류항을 덕트의 단면 (A)에 대하여 적분<sup>20)</sup>하면 다음과 같은 선형화된 운동량 방정식이 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u_m \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-4)$$

2.1.1 정상유동

식 (2-1-4)에서 정상유동에서는 모든 임의의 점에 있어서 속도 및 압력은 시간에 따라 변하지 않으므로  $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ 이다. 따라서 정상유동을 선형화시킨 운동량방정식은 다음과 같이 된다.

$$u_m \text{ st } \frac{\partial u_{\text{st}}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_{\text{st}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{st}}}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-5)$$

2.1.2 진동유동

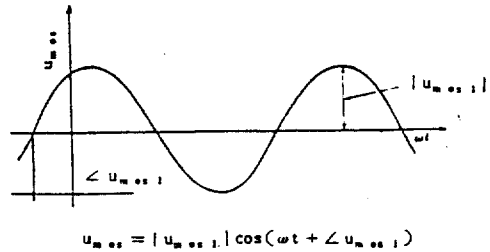


Fig. 2-2 Velocity curves of oscillatory flow

Fig. 2-2에서와 같이  $|u_{m os}|$ 은 진동유동의 최대 속도진폭이고,  $\omega$ 는 각 진동수로서 정 4 각단면덕트내의 진동유동의 단면평균속도는 다음과 같이 표시된다.

$$u_m(t)_{os} = |u_{m os}| e^{i\omega t} \dots\dots\dots (2-1-6)$$

진동유동에 대한 다음과 같이 근사화시킬 수 있다.

$$u_m \frac{\partial u}{\partial x} \approx |u_{m os}| \frac{\partial u_{os}}{\partial x} \dots\dots\dots (2-1-7)$$

따라서 식 (2-1-7)과 식 (2-1-4)에서 진동유동의 선형화된 운동량방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u_{os}}{\partial t} + |u_{m os}| \frac{\partial u_{os}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_{os}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{os}}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (2-1-8)$$

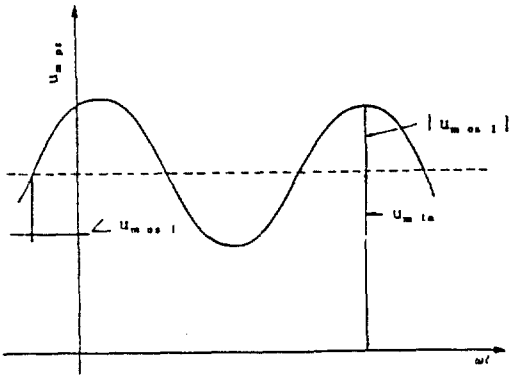
2.1.3 맥동유동

Fig. 2-3에서와 같이 맥동유동의 단면 평균속도는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\left[ \frac{u_{st}}{u_{mst}} \right]_{fd} = \frac{1 - z'^2 - \frac{32}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \frac{\cosh(\beta_n - y')}{\cosh(\beta_n)} \cos \beta_n z'}{\frac{2}{3} - \frac{128}{\pi^5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tan(\beta_n)}{(2n+1)^5}} \dots\dots\dots (2-2-1a)$$

$$\left[ \frac{u_{st}}{u_{mst}} \right]_e = \frac{\frac{\pi^6}{128} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha_i^4} \left\{ 1 - \frac{\cos \alpha_i z'}{\cos \alpha_i} \right\} + \frac{\pi^3}{8} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cosh(\frac{5}{4} \sqrt{\lambda_i} y')}{\alpha_i^2 (2n+1) \lambda_i \cosh(\frac{5}{2} \sqrt{\lambda_i})} \cos \beta_n z'}{\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 \lambda_i^2} \left\{ \frac{3}{2} \frac{\tanh(\frac{5}{4} \sqrt{\lambda_i})}{(\frac{5}{2} \sqrt{\lambda_i})} - 1 - \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2(\frac{5}{2} \sqrt{\lambda_i}) \right\}}$$

$$\times \operatorname{Exp}(\alpha_i^2 x') \dots\dots\dots (2-2-1b)$$



$$u_{m ps} = u_{m ta} + |u_{m os 1}| \cos(\omega t + u_{m os 1})$$

Fig. 2-3 Velocity curves of pulsating flow

$$u_m(t)_{ps} = u_{m ta} + |u_{m os 1}| e^{i\omega t} \dots(2-1-9)$$

식(2-1-9)을 변형하여  $A_i = \frac{|u_{m os 1}|}{u_{m ta}}$  이라 놓으면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$u_m(t)_{ps} = u_{m ta} \left( 1 + \frac{|u_{m os 1}|}{u_{m ta}} e^{i\omega t} \right)$$

$$u_m(t)_{ps} = u_{m ta} (1 + A e^{i\omega t}) \dots (2-1-10)$$

∴ 그리고,  $u_m \frac{\partial u}{\partial x} \approx u_{m ta} \frac{\partial u_{ps}}{\partial x}$

로 놓으면 맥동유동의 선형화시킨 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_{ps}}{\partial t} + u_{m ta} \frac{\partial u_{ps}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$+ \nu \left( \frac{\partial^2 u_{ps}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{ps}}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots(2-1-11)$$

## 2.2 속도분포식

### 2.2.1 정상유동

정 4 각단면덕트 내에서 정상유동의 관벽의 경계조건은  $y' = \pm 1, z' = \pm 1$  일때  $u' = 0$  이며 속도분포식 (2-2-1)은 Choi<sup>20)</sup>가 제시한 식을 본 연구의 이론 해석에 적용하였다. 식(2-2-1a)은 완전발달된 구역에서 속도분포식이고, 식(2-2-1b)은 발달하고 있는 입구구간의 속도분포식을 나타내고 있다.

### 2.2.2 진동유동

정 4 각단면덕트내에서 진동유동에 대하여 선형화시킨 운동량방정식(2-1-12)의 해는 다음과 같이 가정한다.

$$u(x, y, z, t)_{fd} = u_{fd os 1}(y, z) e^{i\omega t} \dots\dots\dots(2-2-2a)$$

$$u(x, y, z, t)_e = u_{e os 1}(x, y, z) e^{i\omega t} \dots\dots\dots(2-2-2b)$$

식(2-2-2a)은 입구의 영향을 받지 않는 유동영역 즉 완전발달된 유동영역의 속도분포를 나타내고, 식(2-2-2b)은 입구의 영향을 받는 유동영역의 속도분포를 나타낸다.

정 4 각단면덕트 내에서 층류진동유동의 경계조건은  $x' = 0$ 에서  $u'_{os 1} = 1$  또는  $y' = \pm 1, z' = \pm 1$  일때  $u'_{os} = 0$  이며, 진동유동의 속도분포식(2-2-3)은 Choi<sup>20)</sup>가 제시한 식을 본 연구의 이론해에 적용하였다.

$$\left( \frac{u_{os1}}{u_{ms1}} \right)_{fd} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \beta_n \cdot \cos \beta_n z'}{\beta_n^2 (\beta_n^2 + i\omega')} \left( 1 - \frac{\cosh \sqrt{\beta_n^2 + i\omega'} y'}{\cosh \sqrt{\beta_n^2 + i\omega'} l} \right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2 (\beta_n^2 + i\omega')} \left( 1 - \frac{\tanh \sqrt{\beta_n^2 + i\omega'} l}{\sqrt{\beta_n^2 + i\omega'}} \right)} \times e^{i\omega t} \dots\dots\dots (2-2-3a)$$

$$\left( \frac{u_{os1}}{u_{ms1}} \right)_e = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(\alpha_i^2 + i\omega')} \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha_i^2} \left( 1 - \frac{\cos \alpha_i z'}{\cos \alpha_i l} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \beta_n \cdot \cos \beta_n z'}{\beta_n (\beta_n^2 - \alpha_i^2)} \frac{\cosh \sqrt{\beta_n^2 - \alpha_i^2} y'}{\cosh \sqrt{\beta_n^2 - \alpha_i^2} l}}{\frac{1}{\beta_n^2 (\beta_n^2 - \alpha_i^2)^2} \frac{3}{2} \frac{\tanh \sqrt{\beta_n^2 - \alpha_i^2} l}{\sqrt{\beta_n^2 - \alpha_i^2}} - 1 - \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \sqrt{\beta_n^2 - \alpha_i^2} l} \times e^{-(\alpha_i^2 + i\omega') x'} \times e^{i\omega t'} \dots\dots\dots (2-2-3b)$$

2.2.3 맥동유동

정 4 각단면덕트 내에서 맥동유동에 대한 선형화시킨 운동량방정식 (2-1-15)을 만족시키는 경계조건을 무차원화시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y' &= \pm 1, \quad u' = 0 \\ z' &= \pm 1, \quad u' = 0 \\ x' &= 0, \quad u'_{ps} = (1+A, e^{i\omega t}) \end{aligned} \dots\dots\dots (2-2-4)$$

경계조건 (2-2-4)을 만족시키는 맥동유동의 속도분포식은 Choi<sup>20)</sup>가 제시한 식을 본 연구의 이론해에 적용하였다.

$$\left( \frac{u_{ps}}{u_{mta}} \right)_e = \left( \frac{u_{st}}{u_{mst}} \right)_e + \left( \frac{u_{os1}}{u_{mos1}} \right)_e \dots\dots\dots (2-2-5)$$

$$\left( \frac{u_{ps}}{u_{mta}} \right)_{fd} = \left( \frac{u_{st}}{u_{mst}} \right)_{fd} + \left( \frac{u_{os1}}{u_{mos1}} \right)_{fd} \dots\dots\dots (2-2-6)$$

3. 실험

3.1 실험장치

정 4 각단면덕트 내에서 천이정상유동, 천이진동유동과 천이맥동유동의 유동특성을 규명하기 위하여 실험을 수행하였다. 본 실험에서 작동유체는 공기를 사용하였고, Fig. 3-1은 실험장치의 개략도이다. 작동유체인 공기는

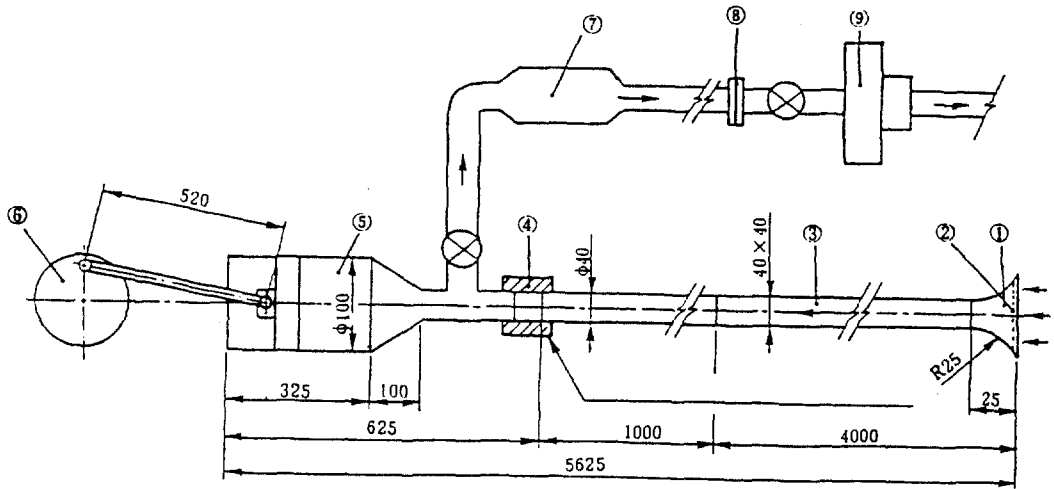
시험덕트의 속도분포를 연선유속계로 측정하고, 정류상자 및 오리피스를 통하여 송풍기를 거쳐 송출되도록 장치하였다.

실험장치의 주요부분은 정 4 각시험덕트, 피스톤-크랭크형 가진기, 정류상자, 오리피스관로, 송풍기 등으로 구성되어 있고, 시험덕트에서 속도분포와 압력분포를 측정하기 위하여 횡방향의 이송기구가 설치되어 있고, 피스톤-크랭크형 가진기에 의해 발생한 기계적 진동이 시험덕트에 전달되는 것을 방지하기 위하여 가진기와 시험덕트 연결부에 방진용 고무슬리브(rubber sleeve)를 설치하였다.

3.2 실험방법

천이정상유동은 송풍기로 공기를 흡입하여 시험덕트내로 유입되도록 하여 발생시켰고, 유속조절은 유량제어밸브로 조절하여 유속을 변화시켰다. 시험덕트 내의 유동속도를 측정하기 위하여 연선을 삽입하여 연선으로 부터 얻어진 신호는 C. T. A. Hot-wire anemometer의 linearizer를 지나 전자 오실로 그래프에 속도파형을 photocorder에 기록하여 얻었으며, 속도분포는 transient data recoder와 A/D변환기 그리고 computer에 의하여 얻어 data를 평균하여 printer에 기록하였다.

정 4 각단면덕트 내에서 정상유동의 속도특성은 정상류의 레이놀즈수와 덕트 입구에서 덕트 축방향의 위치(x/D<sub>n</sub>)와 z 축방향의 위



| No | Descriptions     | No | Descriptions                           |
|----|------------------|----|--|
| 1  | Inlet bell mouth | 6  | Piston-crank type oscillator mechanism |
| 2  | Mesh screen      |    |  |
| 3  | Test section     | 7  | Surge tank                             |
| 4  | Rubber sleeve    | 8  | Orifice                                |
| 5  | Piston           | 9  | Blower                                 |

Fig. 3-1 Schematic diagram of experimental apparatus

지(z')에 따라 속도분포가 변화되므로 천이 정상유동의 발달과정을 고찰하기 위하여 정상류의 레이놀즈수( $Re_{st}$ )를 변화시키면서 덕트 입구로부터 덕트 축방향의 거리( $x/D_h$ )가 5, 25, 55 및 90 위치에서 덕트 중심으로부터 z 축방향으로 17분할 지점에서 정상유동의 순간속도를 열선유속계로 측정하였다.

피스톤-크랭크형 가진기에 연결된 D.C 변속모터에 의하여 진동주파수(f)를 결정하였고, 회전원판에 의하여 행정을 결정하였으며 시험 덕트 입구로부터 덕트 축방향의 위치( $x/D_h$ )가 5, 25, 55 및 90의 위치에서 덕트 중심에서부터 z 축방향(z')으로 자동이송장치에 의하여 17분할한 각 지점에서 진동유동의 속도 분포 data를 얻었다.

진동유동의 레이놀즈수( $Re_{os}$ )는 1820으로 고정하였고, 진동주파수는 0.33 Hz, 행정은 40 mm, 그리고 속도진폭비( $A_1$ )를 변화시켰으며, 무차원 가진동수( $\omega^+$ )는 716으로 하였다. 덕트 입구로부터 축방향의 위치( $x/D_h$ )는 5,

25, 55 및 90의 위치에서, 덕트 중심으로부터 z 축방향으로 이송장치에 의하여 17분할한 각 지점에서 맥동유동의 순간속도를 측정하여 속도분포의 data를 얻었다.

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 천이유동 영역의 규정

###### 4.1.1 정상유동

정상유동의 임계레이놀즈수는 발달하고 있는 유동영역( $x/D_h=55$ )에 대한 덕트 축중심에서, 열선유속계의 열선센서에서 얻은 속도파형(Fig. 4-1)으로부터 난류성분이 간헐적으로 나타나기 시작한 순간의 유동속도로 계산하였다. 그때 정상유동의 유량을 오리피스로 측정하여 정상류의 단면평균속도( $U_{mst}$ )를 계산하여 다음과 같은 식으로 정상유동의 임계레이놀즈수를 결정하였다.

$$Re_{stcr} = \frac{U_{mst} \cdot D_h}{\nu} \dots \dots \dots (4-1-1)$$

속도파형에서 난류성분이 나타나기 시작한 유동의 단면평균속도를 계산하여 식(4-1-1)로부터 덕트 내의 층류정상유동에서 천이정상유동으로 옮겨가는 임계레이놀즈수( $Re_{st\ cr}$ )는 1700 정도였다. 그리고 단면평균속도를 계산하여 식(4-1-1)로부터 천이정상유동에서 난류정상유동으로 옮겨가는 근사난류정상유동의 임계레이놀즈수( $Re_{st\ cr}$ )는 2500 정도였다.

Blasius의 마찰법칙(Blasius friction law)에 의하여 Ohmi와 Iguchi<sup>18)</sup>, 그리고 Iguchi<sup>4)</sup>와 Ohmi 등<sup>9)</sup>이 제안한 다음 실험식과 본 실험에서 결정된 임계레이놀즈수와 비교하였다.

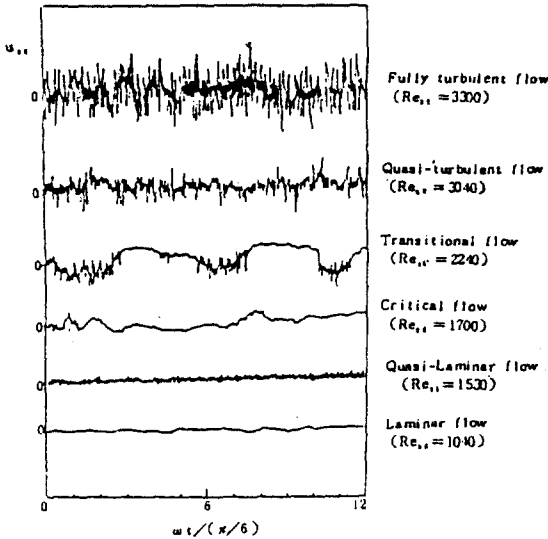


Fig. 4-1 Velocity waveforms of steady square duct flow( $x/D_h=55, z'=0, y'=0$ )

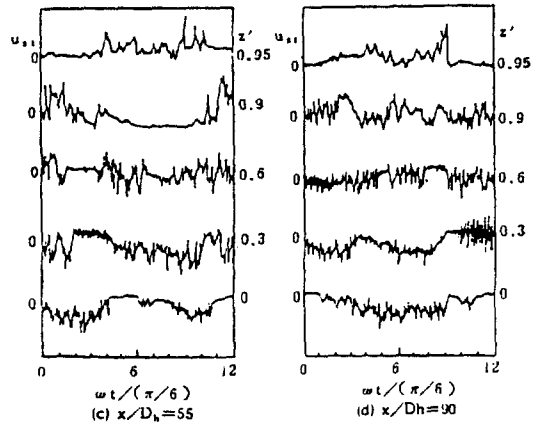
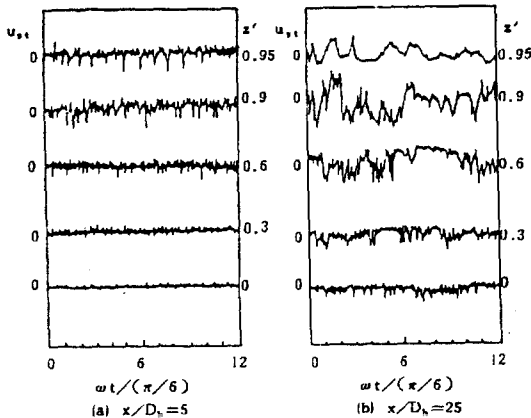


Fig. 4-2 Velocity waveforms of transitional steady flow( $Re_{st}=2240$ )

$$\tau = \rho \lambda_{st} u_{mst}^2 / 8, \lambda_{st} = 0.3464 / (Re_{st})^{1/4} \dots \dots \dots (4-1-2)$$

$$Re_{st\ cr} = 140 / \sqrt{\lambda_{st} / 8} \dots \dots \dots (4-1-3)$$

본 실험에서 난류성분이 나타나기 시작한 유동의 단면평균속도를 측정하여 (4-1-2)와 식(4-1-3)으로 덕트 내의 층류정상유동에서 천이정상유동으로 옮겨가는 임계레이놀즈수는 식(4-1-1)과 식(4-1-3)으로 계산한 임계레이놀즈수와 잘 일치하였다. 천이정상유동이 되도록 레이놀즈수( $Re_{st}=2240$ )를 주어 실험하였을 때 Fig. 4-2에서와 같이  $x/D_h=5$ 에서는 층류, 근사층류, 근사난류, 형태가 나타났고 천이유동상태는 나타나지 않았다. 그리고  $x/D_h=25$ 의 위치에서부터 천이유동상태가 나타나기 시작하였으며,  $x/D_h=55$ 와  $x/D_h=90$ 의 위치에서는  $z$ 축방향의 위치에 관계없이 천이유동상태가 나타났다. 그리고 덕트 축중심에서 벽쪽으로 갈수록 천이유동상태가 발달하고 있으며 벽부근( $z \approx 0.95$ )에서는 천이유동상태가 불안정하였다.

4.1.2 진동유동

진동유동의 임계레이놀즈수는 완전 발달된 유동영역( $x/D_h=55, z'=0, y'=0$ )에서 진동유동의 레이놀즈수를 변화시켜가면서 열선유속계의 열선센서에서 얻어진 속도파형(Fig. 4-3)으로부터 난류성분이 간헐적으로 나타나

기 시작한 순간의 레이놀즈수를 진동류의 임계 레이놀즈수로 결정하였다. 이때 층류에서 천이류의 유동상태로 되는 임계 레이놀즈수는  $Re_{os\ cr} \approx 2700$  정도였다.

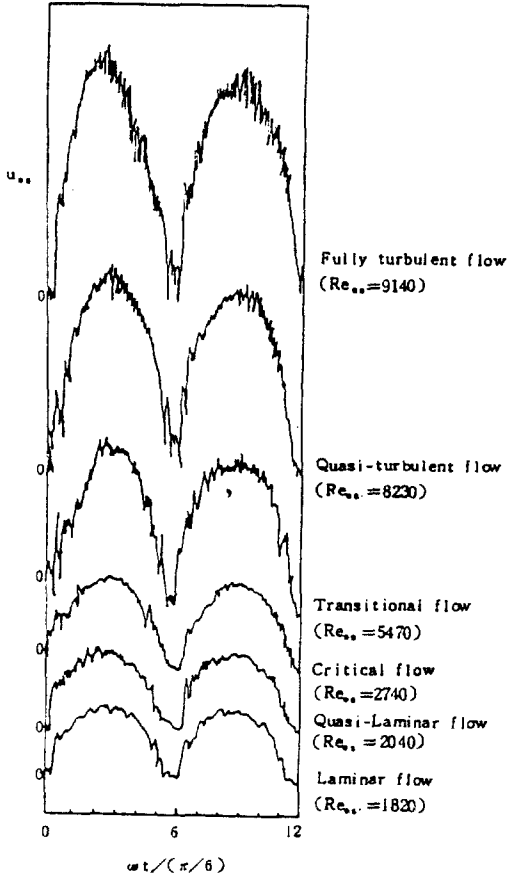


Fig. 4-3 Velocity waveforms of pulsation square duct flow ( $Re_{os} = 1820$ ,  $x/D_h = 55$ ,  $y' = 0$ ,  $z' = 0$ )

덕트내의 진동유동은 교변운동에 대한 운동이 이루어지므로 속도파형에서는 난류성분이 많이 존재하지 않고 변화도 크지 않는 것을 관찰할 수 있다.

진동유동의 종류, 천이류 및 난류유동 상태의 속도파형을 얻어서 간헐적으로 난류성분이 나타나기 시작하는 최대속도진폭 ( $|u_{m\ os\ 1}|$ ) 과 무차원 각 진동수 ( $\omega^+$ )를 사용하여 임계 레이놀즈수로 다음과 같은 식에 의하여 결정하였다.

$$Re_{os\ cr} = |u_{m\ os\ 1}| \cdot D_h / \nu \dots\dots\dots (4-1-4)$$

$$\omega^+ = b \sqrt{\omega / \nu} \dots\dots\dots ((4-1-5)$$

층류진동유동에서 천이진동유동으로 옮겨가는 임계 레이놀즈수 ( $Re_{os\ cr}$ )는 무차원 각주파수 ( $\omega^+$ )에 관계가 있다.

본 실험조건의 실험결과로부터 얻은 층류진동유동에서 천이진동유동으로 옮겨가는 진동유동의 임계 레이놀즈수는 Merkli 와 Thomann<sup>1)</sup> 과 Hino<sup>2)</sup>의 연구결과와 비교해 볼 때 잘 일치하고 있다.

본 실험에서 얻은 진동유동의 임계 레이놀즈수는  $Re_{os\ cr} = 380 \omega^+$ 로 판명되었으며, Park<sup>16)</sup>의 연구에서  $Re_{os\ cr} = 400 \omega^+$ 와 차이가 난 이유는 진동의 주파수 ( $f$ )와 피스톤행정이 다르기 때문이다.

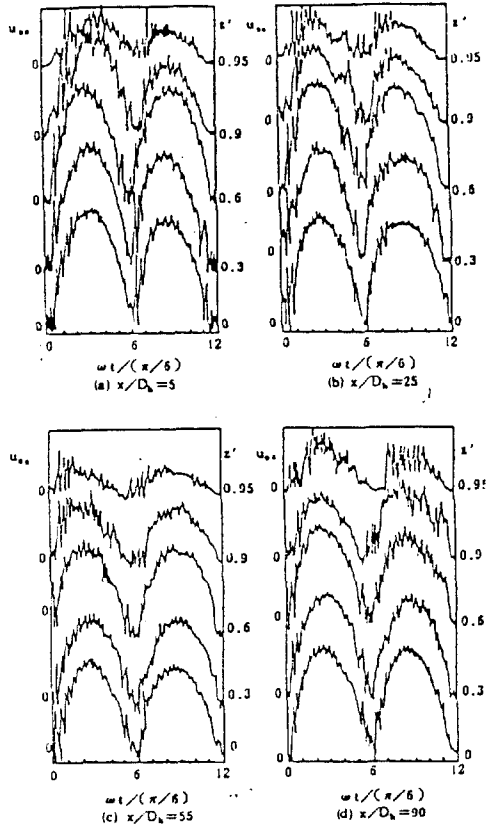


Fig. 4-4 Velocity waveforms of transitional oscillatory flow ( $Re_{os} = 5470$ )



Fig. 4-4에서와 같이 천이진동유동이 되도록 레이놀즈수( $Re_{os} = 5470$ )를 주어 실험하였을 때 덕트의 축방향의 위치와  $z$ 축 방향의 위치에 상관없이 모두 천이유동상태가 나타났으나, 덕트의 중심( $y' = 0, z' = 0$ )에서 벽쪽으로 갈수록 유동상태가 변하고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 천이진동유동에서도 입구의 영향을 받아 경계층이 발달하고 있음을 예측할 수 있다.

4.1.3 맥동유동

덕트내의 맥동유동의 단면평균속도는  $u_{mps} = u_{mta} + u_{mosi}(\omega t + u_{mos1})$ 로 표시되고 맥동유동의 속도를 열선유속계의 열선센서로부터 얻은 출력신호를 전자오실로그래프에 기록한 속도파형으로서 무차원 각 진동수  $\omega^+ = 7.16$ ,  $Re_{os} = 1820$ 인 경우에 맥동류의 시간평균레이놀즈수( $Re_{ta}$ )를 변화시키면서 발달하고 있는 유동영역( $x/D_h = 55, y' = 0$ )에서 속도파형을 Fig. 4-5에 도시하였다. 층류맥동유동에서 천이맥동유동으로 변화되어가는 순간 난류성분이 나타나기 시작한 임계유동의 속도를 계산하여 덕트내의 맥동유동에 대한 임계레이놀즈수를 다음과 같은 식에 의하여 계산하였다.

$$Re_{ta\ cr} = \frac{u_{mta} \cdot D_h}{\nu} \dots\dots\dots (4-1-7)$$

본 실험에서는 Fig. 4-5에서와 같이 층류맥동유동에서 천이맥동유동으로 올라가는 임계 시간평균레이놀즈수는  $Re_{ta\ cr} = 1900$  정도이며, 천이맥동유동에서 난류맥동유동으로 올라가는 근사난류 시간평균레이놀즈수는  $Re_{ta\ cr} = 4100$  정도이었다.

본 실험에서는 얻은 속도파형의 형태는 맥동유동의 시간평균레이놀즈수( $Re_{ta}$ )와 진동류의 레이놀즈수( $Re_{os}$ ) 그리고 무차원 각 진동수( $\omega^+$ )에 따라 변함을 알 수 있고, 이 속도파형에 의하여 층류맥동유동, 천이맥동유동, 그리고 난류맥동유동으로 구분할 수 있었다.

천이맥동유동이 되도록  $Re_{ta}$ 를 3000을 주어 실험하였을 때, Fig. 4-6(a) (b)는 모두 천이유동상태가 되었고, Fig. 4-6(c)는 층류, 천이류, 난류유동상태가 모두 나타났으며, Fig. 4-6

(d)는 천이류와 난류유동상태가 나타났다.

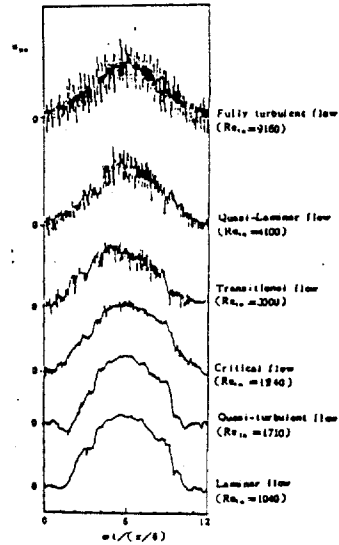


Fig. 4-5 Velocity waveforms of pulsation square duct flow ( $Re_{os} = 1820, x/D_h = 55, z' = 0, y' = 0$ )

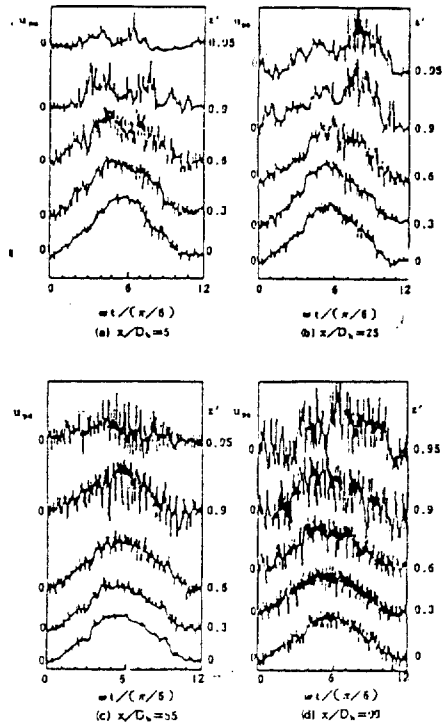


Fig. 4-6 Velocity waveforms of transitional pulsating flow ( $Re_{ta} = 3000$ )

### 4.2 속도분포

#### 4.2.1 천이정상유동

Fig.4-7은 천이정상류( $Re_{st} = 2240$ )의 속도분포를 나타낸 것으로 덕트의 입구부에서 하류로 갈수록 속도분포가 발달되어 가고 있으나,  $x/D_h = 90$ 의 위치에서도 완전발달된 유동이 되지 못하고 입구의 영향을 받고 있다. 천이정상유동의 속도분포는 벽부근에서 이론해와 실험결과가 잘 일치하고 있지 않은 이유는 벽부근에서 경계층이 발달하고 있는 것으로 예측되며 전단응력이 크기 때문으로 예측된다.

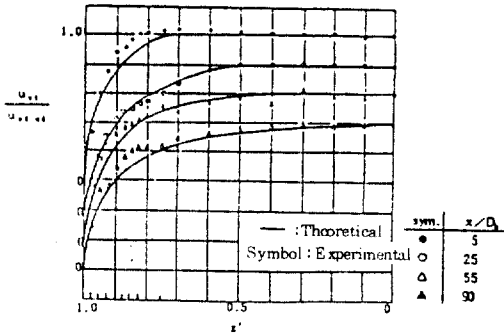


Fig. 4-7 Velocity profiles of transitional steady flow( $Re_{st} = 2240$ )

#### 4.2.2 천이진동유동

Fig.4-8은 천이진동유동에 있어서  $z$ 축방향

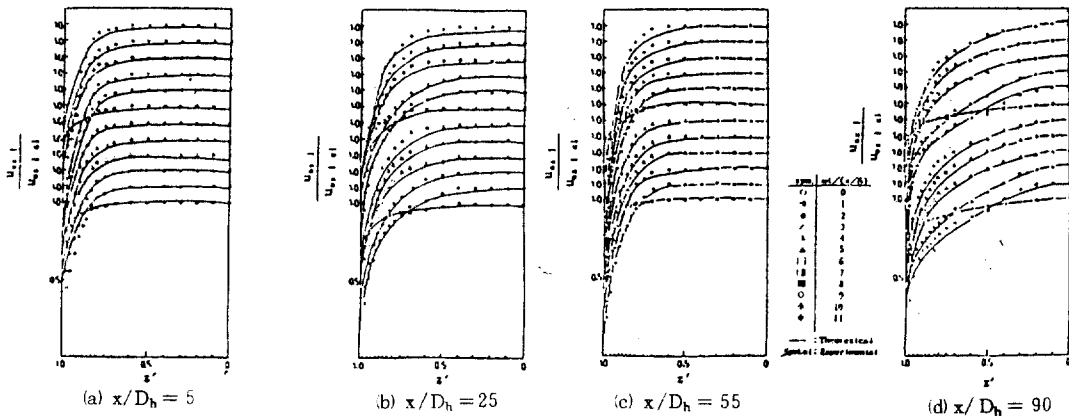


Fig. 4-8 Velocity profiles of transitional oscillatory flow( $Re_{0s} = 5470$ )

의 위치( $z'$ )에 따라 진동유동의 무차원 속도를 나타낸 것으로 이론해와 실험측정값과 비교하여 도시하였다. 이 실험결과에서 천이진동유동은 정 4 각단면덕트의 중심부근에서는 이론해와 실험결과가 잘 일치하고 있다. 그러나, 벽면에서는 잘 일치하고 있지 않다. 그 이유는 덕트 벽부근에서는 마찰손실이 크기 때문이다. 그리고 천이진동유동의 덕트의 중심부근에서 유입유출유동의 속도가 크나 덕트의 벽부근에서는 유출유입의 속도가 느림을 알 수 있다.

#### 4.2.3 천이맥동유동

Fig. 4-9는 천이맥동유동의 속도분포를 나타낸 것이며 덕트의 입구부에서 하류로 갈수록 속도진폭이 점점 적어지고 덕트의 중심에서 벽쪽으로 갈수록 속도진폭이 점점 적어졌다. 이들의 실험결과를 고찰하여 보면 덕트의 입구부에서 하류로 갈수록 속도분포가 점점 발달하고 있음을 보여주고 있으며, 덕트의 입구부에서 발달하고 있는 맥동유동과 덕트의 벽부근에서 약간 오차가 존재하고 있는 이유는 맥동유동의 운동량방정식 중에서 비선형 대류항을 선형화시켜서 근사이론해를 얻은 것과 측정오차에서 발생한 것으로 예측되며 벽부근에서 마찰손실이 크기 때문이다.

## 5. 결 론

정 4 각단면덕트 내에서 천이정상유동 및 비정상유동인 천이진동유동과 천이맥동유동의 유동특성에 대한 이론 및 실험적 연구로 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 정상유동, 진동유동, 그리고 맥동유동에서 열선유속계의 열선신호로부터 얻은 속도파형에 의하여 층류유동, 천이유동 그리고 난류유동의 상태로 구분할 수 있고, 이러한 유동상태는 덕트입구부에서 축방향의 위치( $x/D_h$ )와 축의 횡방향의 위치( $z'$ )에 따라 다르게 나타난다. 그리고 진동유동과 맥동유동에서는 덕트중심에서 벽부근으로 갈수록 속도파형의 진폭은 불안정하고 적게 나타난다.

(2) 층류유동상태에서 천이유동상태로 변화되는 현상은 덕트단면의 평균유동속도, 수력직경, 유체동점성계수, 무차원각진동수 그리고 덕트의 중심에서 발달하고 있는 구역에서의 정상유동의 임계레이놀즈수( $Re_{st,cr}$ )는 1700 정

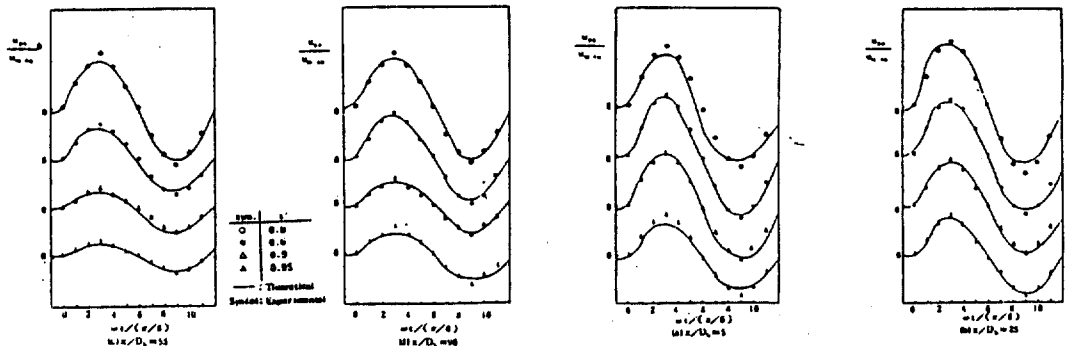


Fig. 4-9 Velocity profiles of transitional pulsating flow ( $Re_{\tau a} = 3000$ )

도이며, 완전발달된 구역에서 진동유동의 임계레이놀즈수( $Re_{st,cr}$ )는  $380 \omega^+$  또는 2700 정도이고, 발달하고 있는 구역에서 맥동유동의 임계레이놀즈수( $Re_{st,cr}$ )는 1900 정도이다.

(3) 천이영역에서 정상유동, 진동유동 그리고 맥동유동의 속도분포는 축방향의 위치( $x/D_h$ )와 축의 횡방향의 위치( $z'$ ), 그리고 위상각의 크기에 따라 다르게 분포되고, 축의 횡방향의 위치( $z'$ )가 0.7 ~ 1.0인 영역에서 속도는 급격히 저하된다. 그리고 천이진동유동과 천이맥동유동의 속도분포는 정현파의 형태로서 유입유동과 유출유동이 서로 대칭이며 덕트의 벽부근에서 속도진폭( $|u_{rms}|$ )은 최소로된다. 그리고 이론적으로 얻은 속도분포식은 실험적으로 측정하는 속도분포식과 비교적 잘 일치한다.

참 고 문 헌

1. Merkli, P. and H. Thomann: "Transition to turbulence in oscillating pipe flow," J. Fluid Mech., Vol.68, Part 3:567-575, 1975.
2. Hino, M., M. Sawamoto and S. Takasu: "Experiment on transition to turbulence in an oscillatory pipe flow," J. Fluid Mech., Vol.75, Part 2:193-207, 1976.
3. Ohmi, M., M. Iguchi and I. Urahata: "On unsteady flow in a pipe," Bull JSME, Vol.48, No.430:981-987, 1982.
4. Ohmi, M., M. Iguchi, K. Kakehashi and T. Musuda: "Transition to turbulence and velocity distribution in an oscillating pipe flow," Bull. JSME, Vol.25, No.201: 365-371, 1982.
5. Ohmi, M., M. Iguchi and I. Uahata: "An experimental study of velocity distribution and inlet length in the inlet region of laminar oscillatory pipe flow," Bull. JSME, Vol.52, No.479:2518-2525, 1986.
6. Ohmi, M., M. Iguchi and F. Akao: "Laminar-turbulent transition and velocity pro-

- files of oscillatory rectangular duct flows," Bull. of JSME, Vol.27, No.229:1399-1406, 1984.
7. Yang, W.H. and C.S. Yih: "Stability of time-periodic flows in a circular pipe," J. Fluid Mech., Vol.82, part 3:497-505, 1977.
  8. Muto, T. and K. Nakane: "Unsteady flow in circular tube," (Velocity distribution of pulsating flow) Bull. of JSME, Vol.23, No.186:1996, 1980.
  9. Ohmi, M., M. Iguchi and I. Uahata: "Transition to turbulence in a pulsatile pipe flow part 1, waveforms and distribution of pulsatile velocities near transition region," Bull. JSME, Vol.25, 200:182-189, 1982.
  10. Ohmi, M., and M. Iguchi: "Transition to turbulence in a pulsatile pipe flow (Part 2, characteristics of reversing flow accompanied by relaminarization)," Bull. JSME, Vol.25, No.208:1529-1536, 1982.
  11. Cho, K.H., Pressure distribution and boundary layer of turbulent pulsating flow in a square duct, M.S. thesis, Chosun Univ., 1986.
  12. Choi, J.H., A study on velocity profiles and waveforms of velocity of pulsating flow in a duct of square cross-section. Suncheon Natl. Univ. Bull. 5:203-214, 1985.
  13. Choi, J.H., Velocity profiles of transitional pulsating flow in a square cross-section. Suncheon Natl. Univ. Bull.6:172-182, 1987.
  14. Moon, J.W., A study on velocity profiles of laminar-turbulent transitions of oscillatory flow in a square duct. M.S. Chosun Univ., 1986.
  15. Park, K.H., Velocity measurements of laminar oscillatory flow with a laser dopple velocimeter in a square duct, M.S. Chosun Univ., 1986.
  16. Park, K.M., Flow characteristics of developing laminar unsteady flow in a square duct. Ph.D. thesis Korea Univ., 1987.
  17. Wee, S.Y., A study on slug motion of laminar-turbulent transition of pulsating flow in a square duct. M.S. thesis, chosun Univ., 1986.
  18. Ohmi, M. and M. Iguchi: "Critical Reynolds number in an an oscillating pipe flow," Bull. JSME, Vol.25, No.200: 165-172, 1982.
  19. Ohmi, M., M. Iguchi and I. Urahata: "Transition to turbulence in a pulsatile pipe flow, part 1, waveforms and distribution of pulsatile velocities near transition region," Bull. of JSME, Vol.25, (200) 182-189, 1982.
  20. Choi, J.H., A study on flow characteristics of transitional unsteady flow in a square duct. Ph.D. thesis Chosun Univ., 1988.