

샘플링 技法에 의한 잡.샵(Job Shop)의 作業順序 決定
A Study on Determining Job Sequence of
Job Shop by Sampling Method

姜 聖 壽*

魯 仁 珪**

ABSTRACT

This study is concerned with a job sequencing method using the concept of sampling technique in the case of Job Shop. This is the follow study of Kang and Ro(1988) which examined the possibility of application of sampling technique to determine the Job Sequence in the case of Flow Shop.

Not only it is very difficult, but also it takes too much time to develop the appropriate job schedules that satisfy the complex work conditions. The most job sequencing algorithms have been developed to determine the best or good solution under the special conditions or assumptions.

The application areas of these algorithms are also very narrow, so it is very hard to find the appropriate algorithm which satisfy the complex work conditions. In this case it is very desirable to develop a simple job sequencing method which can select the optimal job sequence or near optimal job sequence with a little effort.

This study is to examine the effect of sampling job sequencing which can select the good job of 0.01%~5% upper good group. The result shows that there is the sets of 0.05%~23% job sequence group which has the same amount of performance measure with the optimal job sequence in the case of experiment of $N/M/G/F_{max}$. This indicates that the sampling job

* 慶南大學教 産業工學科

** 漢陽大學教 産業工學科

sequencing method is a useful job sequencing method to find the optimal or good job sequence with consuming a small amount of time.

The results of ANOVA show that the only one factor, number of machines is the significant factor for determining the job sequence at $\alpha=0.01$. It takes about 10 minutes to compare the number of 10,000 samples of job sequence by personal computer and it is proved that the selection rate of the same job sequence with optimal job sequence is 23.0%, 3.9% and 0.065% in the case of 2 machines, 3 machines and 4 machines, respectively. The area of application can readily be extended to the other work condition.

1. 서 론

다품종소량생산 형태에서는 대부분의 작업이 잡·샵(Job Shop)의 형태로 행하여 지고 있다. 잡·샵의 형태에 대한 작업순서를 결정하는 문제는 매우 복잡하여 유일한 해를 구하기 위한 특정한 알고리즘의 개발이 매우 어려운 실정이다. 잡샵에 대한 작업순서를 결정하기 위한 지금까지의 연구는 $n/2/G/F_{max}$ 의 해를 얻기 위한 Jackson(1956)의 알고리즘과 Aker와 Frieman(1955)과 Hardgrave와 Nemhauser(1963)에 의한 그래프 해법이 있었으며 그외 $n/m/G/F_{max}$ 의 문제에 대한 Bownan(1959), Wagner(1959)와 Manne(1960)에 의한 정수계획법(Integer Programming)에 의한 방법과 Brooks와 White(1965)의 분지한계법(Branch-and-Bound)에 의한 접근방법 및 Gere(1962), Crabill(1964)등에 의한 휴리스틱(Heuristic) 접근방법 등이 있었다.

이와 같이 작업의 순서와 일정계획에 대한 많은 연구가 있었으나 지금까지 개발된 알고리즘은 모두 특정한 가정하에 개발되었거나 기계의 수와 작업의 수가 증가할 때는 최적해를 얻기 위해서는 엄청난 시간이 소요되므로 실제문제에 이들 기법을 적용하기는 매우 어렵다. 이와 같이 적합한 알고리즘이 개발되어 있지 않은 경우엔 작업의 순서를 완전열거법에 의하여 비교하

지 않으면 안되는데 이들 작업 순서의 우열을 완전열거법으로 비교하여 가장 좋은 작업순서를 선택하지 않으면 안된다. 그러나 이들의 작업순서를 완전열거법으로 비교하기 위해서는 $n/m/G/B$ 의 경우 $(n!)^m$ 의 회수 만큼 비교가 행해져야 하므로 엄청난 시간이 소요된다. 예를 들어 하나의 비교에 소요되는 시간이 $1\mu\text{sec}$ 인 경우 $10/5/G/B$ 의 문제를 완전열거법으로 풀기 위해서는 6.29×10^{32} 의 비교를 행해야 한다. 이것을 시간으로 환산하면 약 2.0×10^{19} 년이 소요되므로 문제에 대한 최적 유일한 해를 구하기는 불가능하다. 현장의 복잡하고 여러가지 제약이 따르는 상황을 고려한 일정계획은 수학적 알고리즘의 수립이 매우 어려울 뿐만 아니라 최적성의 보장도 어렵다. 따라서 현장에서는 최적성의 보장은 어렵지만 평균 이상의 근사 해라도 간편하고 손 쉽게 얻을 수 있는 방법을 필요로 한다.

본 연구는 이러한 욕구에 부응하는 보다 일반적이고 광범위하게 응용할 수 있도록 일정계획 문제에 샘플링 개념을 도입하여 최적 유일해가 아닐지라도 최적해에 가까운 작업순서를 선택할 수 있는 방안을 모색하고자 한다. Heller(1960)가 일정계획문제에 샘플링 개념을 도입하여 흐름공정의 경우 작업의 수가 많을 경우 스케줄 시간이 정규 분포를 이룬다는 것을 밝힌이래 강성수와 노인규(1988)가 생산일정 계획에 그 적용의 가능성을 검토하였으며 강성수와 노인규

(1989) (발표중)에서 흐름공정(Flow Shop)의 경우 $n/2/F/F_{max}$ 에 대하여 작업의 수와 공정시간의 범위에 따른 최적해의 구성 비율을 분석하고 이것을 이용한 작업의 수 및 공정시간의 범위에 따른 최적 샘플링 회수를 결정하는 문제를 검토하여 최적해와 같은 작업순서의 비율이 상당히 높은 것을 알았으며 적은 회수의 샘플링으로도 최적해를 선택할 수 있다는 것을 밝혔다.

본 연구는 잡·샵(Job Shop)의 경우 기계의 수와 작업의 수 및 공정시간의 범위에 따른 최적해와의 비율분포를 분석하여 경제적인 샘플 회수를 결정함으로써 알고리즘의 개발이 어려운 복잡한 작업환경의 경우에도 손쉽게 최적작업이나 이에 아주 근사한 작업순서를 결정하는 방법을 제시함으로써 산업현장의 일정계획에 이바지하고자 한다.

2. 추출된 작업순서(Job Sequence)의 작업 총 처리시간(Make Span)의 분포분석

샘플링에 의해 작업 순서를 결정하기 위해서는 샘플링 회수가 합리적으로 결정되어야 한다. 샘플링 회수를 결정하기 위해서는 샘플링 대상의 구성비율을 먼저 알아야 한다.

본 연구에서는 수행 척도(Performance Measure)를 작업 총 처리시간으로하여 샘플링된 작업순서의 작업 총 처리시간이 최적해의 작업 총 처리시간에 어느 정도 근접하는가 또 이들의 근접분포가 어떻게 되는 가를 파악하고 이 결과를 이용하여 샘플링의 대상인 상위의 좋은 작업순서의 집단에 대한 비율을 파악하여 경제적 샘플링의 회수를 결정하고자 한다.

즉, 랜덤으로 발생시킨 작업순서들의 총 처리시간을 최적해와 비교하였을때 비율분포가 어떻게 되는 가를 조사하고 또 이들의 비율분포의 구조가 작업의 수와 기계의 수 및 공정시간의

범위에 따라 어떻게 달라지는 가를 파악하기 위하여 아래와 같은 절차에 의하여 검토하였다.

<순서 1> 작업의 수를 결정한다.

<순서 2> 기계의 수를 결정한다.

<순서 3> 공정시간의 범위를 결정한다.

<순서 4> 각 작업의 순서에 따른 기계 사용시간과 사용기계를 랜덤으로 결정한다.

<순서 5> 이들 작업에 대하여 Active Job Sequence를 10,000개를 구하여 최소치를 구한 다음 이 최소치가 최적해 인가를 판정한다.

<순서 6> 이들 작업에 대하여 다시 랜덤으로 작업순서를 발생시켜 총 처리시간을 구한 다음 <순서 5>에서 구해진 최적해의 총 처리시간으로 나누어 그 비율분포를 파악한다.

$6/3/G/F_{max}$ 대하여 위 절차를 이용한 과정을 검토하면 다음과 같다.

표 1. 작업순서에 따른 사용기계

순서 작업	1	2	3
J1	1	3	2
J2	2	1	3
J3	1	2	3
J4	1	3	2
J5	3	1	2
J6	1	3	2

표 2. 작업의 순서에 따른 공정시간

순서 작업	1	2	3
J1	9.0	2.0	9.0
J2	6.0	3.0	6.0
J3	3.0	9.0	6.0
J4	9.0	8.0	4.0
J5	7.0	6.0	6.0
J6	2.0	3.0	8.0

앞의 절차에 따라 랜덤으로 발생시킨 작업에 대한 순서에 대한 사용기계와 공정시간이 각각 표1, 표2와 같다. 이들 작업에 대해 랜덤으로 Active Job Sequence를 발생 시킨 것이 표3 이며 이들의 공정완료시간이 표4 와 같다.

표 3. 기계별 작업순서에 따른 가공작업의 번호 (랜덤으로 발생한 작업순서)

순서 기계	1	2	3	4	5	6
M1	4	6	1	2	5	3
M2	2	4	6	1	5	3
M3	5	4	6	1	2	3

표 4. 각 기계의 작업순서별 완료시간(랜덤으로 발생시킨 작업순서)

순서 기계	1	2	3	4	5	6
M1	9.0	11.0	20.0	23.0	29.0	32.0
M2	6.0	21.0	29.0	38.0	44.0	53.0
M3	7.0	17.0	20.0	22.0	29.0	59.0

$F_{max} = 59.0$

(기계)

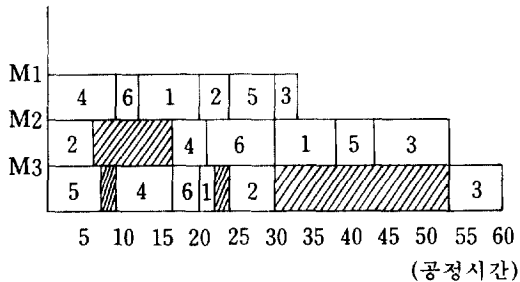


그림 1. 표3, 4의 간트, 차트

표 5. 기계별 작업순서에 따른 가공작업번호 (최적해)

순서 기계	1	2	3	4	5	6
M1	6	4	3	1	5	2
M2	2	6	3	4	1	5
M3	6	5	4	1	3	2

표 6. 각 기계의 작업순서별 완료시간(최적해)

순서 기계	1	2	3	4	5	6
M1	2.0	11.0	14.0	23.0	29.0	32.0
M2	6.0	14.0	23.0	27.0	36.0	42.0
M3	5.0	12.0	20.0	25.0	31.0	38.0

$F_{max} = 42.0$

(기계)

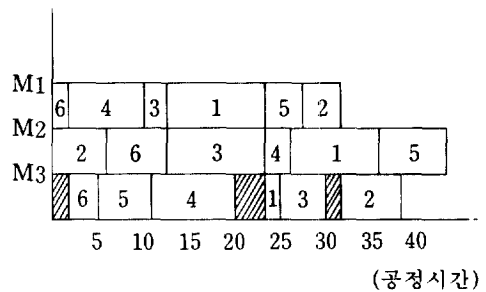


그림2. 표5, 6의 간트, 차트

위와같이 작업의 순서를 랜덤으로 10,000회 샘플링하여 최적해의 작업 총 처리 시간에 대한 샘플링된 작업 총처리 시간의 비율을 구하여 비율별 샘플링 회수를 구한 것 중 작업의 수 6개, 기계의 수 4대, 공정 시간의 범위 1~20인 경우의 예가 아래 표7과 같다.

표 7. 최적해의 작업총처리 시간에 대한 샘플링 된 작업순서의 작업총처리 시간의 비율별 샘플링 회수 ($6/4/G/F_{max}$, 공정시간의 범위 1~20인 경우)

	.00	.02	.04	.06	.08	계
1.0	5	5	7	5	49	71
1.1	59	144	176	75	267	721
1.2	166	184	413	259	412	1,434
1.3	352	493	518	262	614	2,239
1.4	273	580	410	251	430	1,944
1.5	260	458	440	184	361	1,703
1.6	154	270	226	73	186	919
1.7	69	155	192	36	99	551
1.8	41	80	53	64	49	287
1.9	21	31	26	8	19	105
2.0	20	6				26
총 계						10,000

위의 표7에 대하여 최적해의 0.1배 단위로 히스토그램을 작성한 것이 다음 그림3과 같다.

3. 작업의 수가 기계의 수 및 공정시간의 범위에 따른 샘플링 대상비율 P의 결정을 위한 실험계획

앞의 결과에서 작업의 수가 6 개, 기계의 수가 4 개이며 공정시간의 범위가 1~20인 경우 샘플링에 의해 구해진 작업순서들 중에는 수행척도가 최적해와 같거나 최적해에 근사한 해들이 많이 포함되어 있다는 것을 알았다.

즉, 샘플링의 대상인 상위의 좋은 작업순서의 그룹에 대한 수행척도가 최적해와 같거나 최적해에 매우 근사하다는 것을 알 수 있으므로 샘플링의 대상을 최적해와 같은 작업순서의 그룹

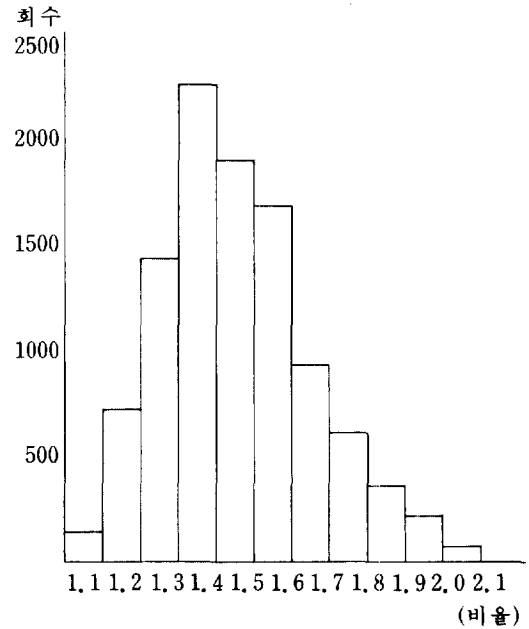


그림 3. 최적해의 총처리 시간에 대한 샘플링된 작업순서의 총처리 시간의 비율분포 ($6/4/G/F_{max}$ 공정시간의 범위 1~20인 경우)

으로 하거나 샘플링에 소요되는 시간이나 노력을 줄이기 위해 최적해에 근사한 그룹으로 확대할 수도 있다.

본 연구는 기계의 수와 작업의 수 및 공정시간의 범위에 따라 샘플링 대상의 크기가 어떻게 달라지는가를 파악하기 위해 3원배치법에 의한 실험계획을 실시하였다.

기계의 수를 A인자, 작업의 수를 B인자, 공정시간의 범위를 C인자로 하여 A인자의 수준의 수를 3개, B인자의 수준의 수를 4개, C인자의 수준의 수를 5개로 하였다.

표 8은 기계의 수와 작업의 수 및 공정시간의 범위에 따른 최적 작업시간에 대한 30,000회 샘플링된 작업순서들의 총처리시간의 비율에 대하여 비율별 샘플링회수를 나타낸 것이다.

표 8. 작업의 수, 기계의 수 및 공정시간의 범위에 따른 최적해의 작업총처리시간에 대한 샘플링된 작업순서의 작업총처리 시간의 비율별 샘플링횟수(30,000회 샘플링)

작업 의수	2(A1)						3(A2)						4(A3)						
	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	
6	1~10	2,108	0	1,605	2,018	1,713	1,704	138	153	178	162	168	266	99	130	159	194	325	252
	1~15	7,999	683	1,961	1,849	2,023	1,769	1,494	183	895	1,417	2,028	357	253	222	283	532	396	598
	1~20	3,208	1,085	951	1,990	1,872	1,257	530	230	298	1,374	1,248	708	492	190	429	814	637	490
	1~25	10,961	1,265	2,599	1,027	2,784	1,192	1,638	448	452	1,356	1,646	1,791	214	231	95	285	294	489
	1~30	5,574	795	1,479	2,200	1,822	1,613	1,418	404	381	961	898	1,079	99	92	138	148	507	335
계																			
7	1~10	1,668	0	1,022	1,431	2,497	1,326	72	42	327	479	565	645	25	14	75	212	285	331
	1~15	6,990	1,780	1,849	1,665	1,951	2,296	1,210	555	1,205	718	1,155	1,291	35	50	39	206	211	654
	1~20	5,430	2,330	3,304	1,347	2,195	2,248	841	234	390	951	1,033	1,051	614	263	781	980	1,151	1,302
	1~25	7,413	788	1,698	1,147	2,355	2,548	406	329	377	1,584	849	1,596	318	338	785	515	1,154	922
	1~30	6,613	1,703	2,173	2,109	1,854	2,461	348	132	483	506	976	1,216	152	121	238	276	421	544
계																			
8	1~10	11,684	1,089	2,526	2,717	2,822	2,291	66	57	299	254	457	805	15	20	73	139	246	451
	1~15	8,433	1,755	1,956	3,317	1,847	1,030	891	426	1,039	886	1,053	1,157	11	8	95	266	342	65
	1~20	4,142	1,791	2,643	1,504	1,532	3,306	1,368	512	758	949	1,123	2,015	67	48	232	360	448	785
	1~25	7,800	2,746	1,270	2,059	1,134	2,398	2,057	1,059	2,411	1,915	1,947	2,398	65	98	210	570	621	1,119
	1~30	6,821	2,167	2,763	2,102	2,297	2,366	1,642	706	1,183	1,225	1,558	1,574	9	16	42	74	133	307
계																			
9	1~10	8,412	3,392	1,806	1,817	1,466	2,051	2,250	1,589	1,566	2,078	2,533	2,188	176	307	508	646	751	1,139
	1~15	8,037	2,218	3,158	2,159	2,115	1,954	1,554	433	1,108	1,661	2,056	1,759	1,038	477	1,506	1,737	1,953	2,333
	1~20	9,710	2,513	2,674	2,397	1,538	1,715	2,548	640	1,282	1,819	1,709	1,710	16	37	77	234	286	459
	1~25	7,088	1,775	1,778	2,410	3,124	2,455	1,433	869	1,897	1,524	2,092	2,992	200	193	274	764	569	866
	1~30	7,634	2,844	2,660	2,622	3,125	2,302	1,298	724	1,286	1,576	1,631	1,821	16	16	52	207	408	566
계																			

표 9. 작업의 수, 기계의 수 및 공정시간의 범위에 따른 최저해의 작업총처리시간에 대한 샘플링된 작업순서의 작업총처리 시간의 비율별 샘플링회수의 누계.

작업 의 수	작업 비율 시간의 범위	2(A1)						3(A2)						4(A3)					
		r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6
6	1~10	2,108	2,108	3,713	5,731	7,444	9,148	138	291	469	631	799	1,065	99	229	388	582	907	1,159
	1~15	7,999	8,683	10,643	12,492	14,515	16,284	1,494	1,677	2,572	3,989	6,017	6,374	253	475	758	1,290	1,686	2,284
	1~20	3,208	4,293	5,244	7,234	9,016	10,363	530	760	1,058	2,432	3,680	4,388	492	682	1,111	1,925	2,562	3,052
	1~25	10,961	12,226	14,825	15,852	18,636	19,828	1,638	2,086	2,538	3,894	5,540	7,331	214	445	540	825	1,119	1,608
	1~30	5,574	6,369	7,848	10,048	11,870	13,483	1,418	1,822	2,203	3,164	4,062	5,141	99	191	329	477	984	1,319
	계	29,850	33,679	42,273	51,357	61,481	69,106	5,218	6,636	8,840	14,110	20,098	24,299	1,157	2,022	3,126	5,099	7,258	9,422
7	1~10	1,668	1,668	2,690	4,121	6,618	7,944	72	114	441	920	1,485	2,130	25	39	114	333	618	949
	1~15	6,990	8,770	10,619	12,284	14,235	16,531	1,210	1,765	2,970	3,688	4,843	6,134	35	85	124	330	541	1,195
	1~20	5,430	7,760	11,064	12,411	14,606	16,854	841	1,075	1,465	2,416	3,449	4,500	614	877	1,658	2,638	3,769	5,091
	1~25	7,413	8,201	9,899	11,046	13,401	15,949	406	735	1,112	2,696	3,545	5,141	318	656	1,441	1,956	3,110	4,032
	1~30	6,613	8,316	10,489	12,598	14,452	16,913	348	480	963	1,469	2,445	661	152	273	511	787	1,208	1,752
	계	28,114	34,715	44,761	52,460	66,312	74,191	2,877	4,169	6,951	11,189	15,767	21,566	1,144	1,930	3,848	6,044	9,266	13,019
8	1~10	11,684	12,773	15,299	18,016	20,838	23,129	66	123	422	676	1,133	1,938	15	35	108	247	493	944
	1~15	8,433	10,188	12,144	15,461	17,308	18,338	891	1,317	2,356	3,242	4,295	5,452	11	19	114	380	722	1,373
	1~20	4,142	5,933	8,576	10,080	11,612	14,918	1,368	1,880	2,638	3,587	4,710	6,725	67	115	347	707	1,155	1,940
	1~25	7,800	10,546	11,816	13,875	15,009	17,407	2,057	3,116	5,527	7,442	9,389	12,327	65	163	373	943	1,564	2,683
	1~30	6,821	8,988	11,751	13,853	16,150	18,516	1,642	2,348	3,531	4,756	6,314	7,888	9	25	67	141	274	581
	계	38,880	48,428	56,886	71,285	80,917	92,308	6,024	8,784	14,474	19,703	25,841	34,330	167	357	1,009	2,418	4,208	7,521
9	1~10	8,412	11,804	13,610	15,427	16,893	18,944	2,250	3,839	5,405	7,483	10,016	12,205	176	483	991	1,637	2,388	3,527
	1~15	8,037	10,255	13,413	15,572	17,687	19,641	1,554	1,987	3,095	4,756	6,812	8,571	1,038	1,515	3,021	4,758	6,711	9,044
	1~20	9,710	12,223	14,897	17,294	18,832	20,547	2,548	3,188	4,470	6,289	7,998	9,708	16	53	130	364	650	1,109
	1~25	7,088	8,863	10,641	13,051	16,175	18,630	1,433	2,302	4,199	5,723	7,815	10,807	200	393	667	1,431	2,000	2,866
	1~30	7,634	10,478	13,138	15,760	18,885	21,187	1,298	2,022	3,308	4,884	6,515	8,336	16	32	84	291	699	1,265
	계	40,881	53,623	65,699	77,104	87,872	98,949	9,083	13,338	20,477	29,135	39,156	49,627	1,446	2,476	4,893	8,481	12,448	17,811

r_i	비율의 범위	대표값
r_1	1.00	1.00
r_2	1.00~1.02	1.01
r_3	1.02~1.04	1.03
r_4	1.04~1.06	1.05
r_5	1.06~1.08	1.07
r_6	1.08~1.10	1.09

r_i = 샘플링된 작업순서의 작업총처리시간/최적해의 작업총처리시간

표 8의 것을 각 비율에 대하여 계급별로 누계하여 나타낸 것이 표 9와 같다.

앞의 표8의 결과를 보면 최적해와 같은 작업총처리 시간을 갖는 작업순서가 샘플링된 것이 최저 11회에서 최고 11,684회로 나타나 전체의 0.012%에서 12.98%를 차지하므로 샘플링 대상인 작업순서의 그룹을 최적해와 같은 수행척도를 갖는 작업순서의 집단으로 하여도 무방하다는 것을 알 수 있다. 또한 최적해의 작업총처리 시간에 대한 샘플링된 작업순서들의 작업총처리 시간의 비율을 분석하여본 결과 최대 2.1배 까지 나타나 특정 알고리즘을 수립할 수 없는 경우의 작업순서의 결정에 샘플링 기법을 이용할 경우 최적해가 아닐지라도 상당히 좋은 작업순서를 결정할 수 있다는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 최적해와 같은 수행척도를 갖는 그룹을 대상으로하여 실험계획의 결과를 분석하고 분산분석표를 작성하기 위하여 각인자 수준에 따른 최적해와 같은 작업순서의 선택회수를 표 10과 같이 정리하였다.

표 10을 이용하여 분산분석의 계산을 수행할 수 있도록 각인자 간의 2원 배치표를 만든 것이 표11, 표12, 표13과 같다.

표 10. 각인자 수준에 따른 최적해와 같은 작업순서의 선택회수

		A_1	A_2	A_3
B_1	C_1	2,108	138	99
	C_2	7,999	1,494	253
	C_3	3,208	530	492
	C_4	10,961	1,638	214
	C_5	5,574	1,418	99
B_2	C_1	1,668	72	25
	C_2	6,990	1,210	35
	C_3	5,430	841	614
	C_4	7,413	406	318
	C_5	6,613	348	152
B_3	C_1	11,684	66	15
	C_2	8,433	891	11
	C_3	4,142	1,368	57
	C_4	7,800	2,057	65
	C_5	6,821	1,642	9
B_4	C_1	8,412	2,250	176
	C_2	8,037	1,554	1,038
	C_3	9,710	2,548	16
	C_4	7,088	1,433	200
	C_5	7,634	1,298	16

표 11. AB 2元素 : T_{ij} .

	A_1	A_2	A_3	$T_{.j}$
B_1	29,850	5,218	1,157	36,225
B_2	28,114	2,877	1,144	32,135
B_3	38,880	6,024	167	45,071
B_4	40,881	9,083	1,446	51,410
$T_{i.}$	137,725	23,202	3,914	164,841

표 12. AC 2元素 : $T_{i..K}$

	A_1	A_2	A_3	$T_{..K}$
C_1	23,872	2,526	315	26,713
C_2	31,459	5,149	1,337	37,945
C_3	22,490	5,287	1,189	28,966
C_4	33,262	5,534	797	39,593
C_5	26,642	4,706	276	31,624
$T_{i..}$	137,725	23,202	3,914	164,841

표 13. BC 2元素 : $T_{j..K}$

	B_1	B_2	B_3	B_4	$T_{..K}$
C_1	2,345	1,765	11,765	10,838	26,713
C_2	9,746	8,235	9,335	10,629	37,945
C_3	4,230	6,885	5,577	12,274	28,966
C_4	12,813	8,137	9,922	8,721	39,593
C_5	7,091	7,113	8,472	8,948	31,624
$T_{..j}$	36,225	32,135	45,071	51,410	164,841

위의 표11, 표12, 표13을 이용하여 변동을 계산하면

$$CT = \frac{T^2}{1mn} = \frac{(164,841)^2}{(3)(4)(5)} = 452,875,921$$

$$ST = \sum_i \sum_j \sum_k X_{ijk}^2 - CT$$

$$= (2108)^2 + (138)^2 + \dots$$

$$+ (16)^2 - 452,875,921$$

$$= 1,119,079,909$$

$$SA = \sum_i \frac{T_{i..}^2}{mn} - CT = 532,215,47$$

$$SB = \sum_j \frac{T_{..j}^2}{1m} - CT = 15,076,878$$

$$SC = \sum_k \frac{T_{..K}^2}{1m} - CT = 10,467,377$$

$$S_{AB} = \sum_i \sum_j \frac{T_{ij.}^2}{n} - CT = 551,802,152$$

$$S_{A*B} = S_{AB} - S_A - S_B = 13,509,804$$

$$S_{A*c} = \sum_i \sum_j \frac{T_{i..K}^2}{m} - CT = 13,222,909$$

$$S_{BH} = \sum_j \sum_k \frac{T_{j..K}^2}{m} - CT = 57,811,965$$

$$S_{B*c} = S_{BC} - S_B - S_C = 32,267,709$$

$$S_E = S_T - (S_A + S_B + S_C + S_{A*B}$$

$$+ S_{A*c} + S_{B*c})$$

$$= 389,319,762$$

위 분산 분석표에 의하면 인자 A(기계의 수)만 $F(0.01)$ 에서 대단히 유의한 것으로 나타났으며 인자 상호간의 교호 작용은 없는 것으로 나타나 최적해와 같은 작업순서의 샘플링회수는 기계의 수에만 따라 변한다는 것을 알 수 있다.

4. 잡·샵에 있어서 상위의 작업순서를 선택하기 위한 샘플링 방법

4.1 샘플링 회수의 결정

추출대상이 되는 작업순서의 비율을 p 라고 했을 때 이 p 에 해당하는 작업순서를 x 개 추출하

표 14. 분산 분석표

요인	S	O	V	F_0	$F(0.05)$	$F(0.01)$
A	523, 215, 470	2	261, 607, 735	16.1**	3.40	5.61
B	15, 076, 878	3	5, 025, 626	0.3	3.01	4.72
C	10, 467, 377	4	2, 616, 844	0.2	2.78	4.22
A×B	13, 509, 904	6	2, 251, 634	0.14	2.51	3.67
A×C	13, 229, 909	8	1, 652, 864	0.1	2.36	3.36
B×C	32, 267, 709	12	2, 688, 975	0.17	2.18	3.03
E	389, 319, 762	24	16, 221, 657			
T						

는 확률밀도함수는 샘플링의 수 n 을 크게 할 경우 포아송분포를 이용하여 구할 수 있다. 이 때 샘플의 크기 n 에서 비율 p 에 해당되는 작업순서를 x 개 뽑을 확률밀도함수는

$$P(x) = e^{-\lambda} \lambda^x / X! \dots\dots\dots (4.1)$$

이며 이 때 $\lambda = np$ 에서

$$P(x) = e^{-np} (np)^x / X! \dots\dots\dots (4.2)$$

이 된다.

여기서 대상이 되는 p 에서 1개도 추출할 수 없는 확률은

$$P(0) = e^{-np} (np)^0 / 0! \dots\dots\dots (4.3)$$

가 되므로 적어도 1개 이상 추출할 수 있는 확률은 $1 - P(0)$ 가 된다.

따라서 작업의 수와 공정시간의 범위에 따른 최적 샘플링의 크기는 다음과 같다.

예를 들어 1%에 해당하는 샘플대상에서 적어도 1개 이상의 작업순서를 선택할 확률을 95%

라고 하면

$$1 - P(0) = 1 - e^{-np} (np)^0 / 0! = 0.95$$

가 되므로 여기에서 샘플회수 n 을 구할 수 있다.

즉, 샘플회수 n 은

$$\begin{aligned} n &= (-\log 0.05 / \log e) / P \\ &= (-\log 0.05 / \log e) / 0.01 \\ &= 300 \end{aligned}$$

에서 $n=300$ 회가 된다.

따라서 앞의 실험결과에 의하면 최적해와 같은 작업순서의 비율이 약 0.01%~5.0%가 되므로 샘플회수는 소요정도에 따라 표15와 같다.

4-2 대상비율의 선정

앞의 실험계획법의 결과에서 샘플링 대상에 대한 선택 회수는 기계의 수에 대해서만 영향을 받는 것으로 나타났기 때문에 표7의 결과를 이용하여 기계의 수와 최적해의 작업총처리 시간과 샘플링된 작업의 총처리 시간의 비율에 따른 샘플링 대상 P 의 크기는 다음 표 16과 같다.

표 15. 대상비율 p 와 선택확률 PR 에 따른 적정 샘플링 회수

$P\%$	PR	N	$P\%$	PR	N
0.01	0.99	46,052	0.5	0.99	921
	0.95	29,957		0.95	600
0.05	0.99	9,210	1.0	0.99	460
	0.95	5,991		0.95	300
0.01	0.99	4,605	1.5	0.99	307
	0.95	2,996		0.95	200
0.15	0.99	3,070	2.0	0.99	307
	0.95	1,997		0.95	200
0.20	0.99	2,303	2.5	0.99	184
	0.95	1,498		0.95	120
0.25	0.99	1,842	3.0	0.99	184
	0.95	1,198		0.95	100
0.30	0.99	1,535	3.5	0.99	132
	0.95	998		0.95	186
0.35	0.99	1,316	4.0	0.99	115
	0.95	856		0.95	75
0.40	0.99	1,151	4.5	0.99	102
	0.95	749		0.95	67
0.45	0.99	1,023	5.0	0.99	92
	0.95	666		0.95	60

4.3 샘플링에 의한 잡. 샵에 대한 작업순서의 결정절차

샘플링에 의해 작업의 순서를 결정할 경우 잡. 샵의 특성을 고려하여 가장 경제적인 샘플링을 통해 최적해에 근접할 수 있는 절차를 제시하면 다음과 같다.

<순서1> 각 기계별로 수행할 작업을 파악하고 이들의 처리시간을 합계한다.

<순서2> 총처리 시간이 최대인 기계를 선정한다.

<순서3> 활성작업(Active Job)을 발생시켜 각 기계별로 완료시간을 결정하고 이들 중 최대치를 골라 순서2에서 선정한 기계의 총처리 시간으로 나누어 그 비율을 결정한다.

<순서4> 그 비율이 1.0이 되거나 설정된 비율 이하이면 중지하고 그렇지 않으면 순서3으로 돌아간다. 순서3과 4를 반복하며 계획한 샘플링회수 만큼 수행하여 이들 중 총처리 시간이 최소인 작업순서를 고른다.

앞의 4.3의 절차를 이용하여 기계의 수가 3과 4인 경우 작업의 수에 따라 각각 5개씩 샘플링하여 최적해와 같은 작업순서가 선택되는 샘플링회수를 조사한 것이 아래 표17과 같다.

표17에 의하면 기계대수가 3일경우 최적해를 샘플링하는 평균샘플회수가 105회로 표16에 나타난 기계대수 3일 경우의 샘플대상비율 3.9%

표 16. 기계의 수와 최적해와 비율에 따른 샘플링대상 P 의 크기

기계의 수	비율					
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6
2	23.0%	28.41%	33.89%	41.71%	49.08%	55.41%
3	3.9%	5.49%	8.46%	12.36%	16.81%	21.64%
4	0.065%	1.13%	2.15%	3.67%	5.53%	7.96%

표17. 최적해와 같은 작업순서가 선택된 샘플링회수

기계 대수 작업의 수	3		4		기계 대수 작업의 수	3		4	
	6	4	367	14		434	8	74	3,398
	85	20				8	245		
	952	3,076				58	751		
	38	274				383	305		
7	60	1,491			9	55	2,626		
	29	83				10	2,287		
	56	5				7	921		
	45	173				24	76		
	5	629				192	59		
					총계	2,013	20,105		
					평균	105	1,005		

(약 4%)를 이용하여 표16에서 구한 샘플회수 약 115회보다 적은 회수로 샘플이 된다는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

지금까지의 연구 결과 잡.삽의 경우 샘플링 기법에 의해 작업의 순서를 결정하는데 있어서 액티브 스케줄(Active schedule)을 이용할 경우 최적해와 같은 작업순서를 선택하는 비율이 기계의 대수 2대일 경우 23.0%, 3대일 경우 3.9%, 4대일 경우 0.065%로 나타나 샘플링에 의해서도 최적해를 선택할 수 있는 확률이 매우 높다는 것이 입증되었다. 또한 실험계획의 결과 잡.삽의 경우 흐름공정과 달리 최적해와 같은 작업순서의 선택회수는 작업의 수나 공정

시간의 범위에는 전혀 영향을 받지 않고 기계의 대수에만 영향을 받는다는 것을 알았으며 기계의 대수가 증가함에 따라 샘플링 대상인 최적해와 같은 작업순서 P 의 크기가 표16과 같이 급격히 감소한다는 것을 알 수 있다. 그러나 이들의 샘플비율이 줄어들어도 샘플링회수를 늘이면 최적해를 선택할 수 있는 비율이 커질 뿐만 아니라 표15의 대상비율 P 가 0.05%정도의 낮은 경우에도 샘플링회수는 95%일 경우 5,991회, 99%일 경우 9,210회 정도 샘플링을 하면 된다. 16BIT 퍼스날 컴퓨터 AT급(기종 ACER 915, Hard Disk, Numeric Processor 장착)일 경우 10,000회 샘플링에 소요되는 시간이 약 10분 정도 밖에 걸리지 않았으므로 앞으로 32BIT급 컴퓨터가 일반화 될 경우 샘플링에 소요되는 시간은 큰 문제가 되지 않으므로 생산현장에서도 널리 사용될수 있으리라 생각한다. 특히 샘플링대

상이 최적해가 아닐지라도 짧은 시간안에 최적해에 근사한 작업순서를 결정하고자 할때는 샘플링 방법이 더욱 위력적이라는 것을 알 수 있다. 즉, 표16에 나타난 바와 같이 기계의 수가 3대일 경우 작업 총처리 시간이 최적해의 1.02배

이내의 비율인 r_2 가 5.49%로 표15를 이용하여 샘플링 회수를 찾아보면 신뢰도 99%의 경우에도 92회 정도의 샘플링이면 충분하다는 것을 알 수 있다.

參 考 文 獻

1. Akers, S. B., JR. and Friedman(1955), "A Non-numerical Approach to Production Scheduling Problems", Ops. Res., 3, No. 4, November.
2. Baker, K. R. (1974), Introduction to Sequencing and Scheduling, New York, John Wiley & Sons, Inc.
3. Bowman, E. H. (1959), "The Schedule-Sequencing Problem", Ops. Res., 7, No. 5, September.
4. Brooks, G. H. and White, C. R. (1965), "An Algorithm for Finding Optimal or Near Optimal Solutions to the Production Scheduling Problem", J. Ind. Eng. 16, No. 1, January.
5. Conway, R. W., Maxwell, W. L. and Miller, L. W. (1967), Theory of Scheduling, Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
6. Crabill, T. B. (1964), "A Lower-Bound Approach to the Scheduling Problem", Research Report, Department of Industrial Engineering, Cornell University.
7. Gere, W. (1962), "A Heuristic Approach to Job-Shop Scheduling", Ph. D. Thesis, Carnegie Institute of Technology.
8. Hardgrave, A. A. and Nemhauser, G. (1963), "A Geometric Model and Graphical Algorithm for a Sequencing problem", Ops. Res., 11, No. 6, November.
9. Heller, J. (1960), "Some Numerical Experiments for $M \times J$ Flow Shop and its Decision on Theoretical Aspects," Ops. Res., Vol. 8, No. 2.
10. Manne, A. S. (1960), "On the Job-Shop Problem", Ops. Res., 8, No. 2, March.
11. Wagner, H. M. (1959), "An Integer Linear-Programming Model for Machine Scheduling", Nav. Res. Log. Quart. 6, No. 2, June.
12. 강성수, 노인규 (1988), "W. S에 의한 Job Sequence의 결정 (1)", 공업경영 학회지, 제11권, 제18집.