〈研究論文〉

Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol. 15, No. 1, June. 1989

생산공정의 기계배치문제
(Machine Layout Probem in a Production Line)

한 민 홍*

Abstract

요약 :

생산작업의 능률 향상을 위한 방법으로는 합리적인 기계배치를 통하여 작업흐름거리를 단축할 수도 있고 또한 배치된 각 기계에 작업을 적시에 공급할 수 있도록 물류시스템을 통제(control)하여 가동율을 높이는 방법도 있다. 본 논문에서는 기계배치결정의 휴리스틱 방법을 개발하고 현재 통상 사용하고 있는 방법과 비교하여 얼마만큼의 능률향상이 가능한가를 실험적으로 제시한다.

The throughput of a production line can be improved by a proper layout of machines and also by meterial flow control between machines. This paper presents a heuristic method of determining machine layout in one-dimensional space to reduce travel distance of material transporters. The heuristic method is compared to an optimum solution method to measure its performance.

1. 序 言

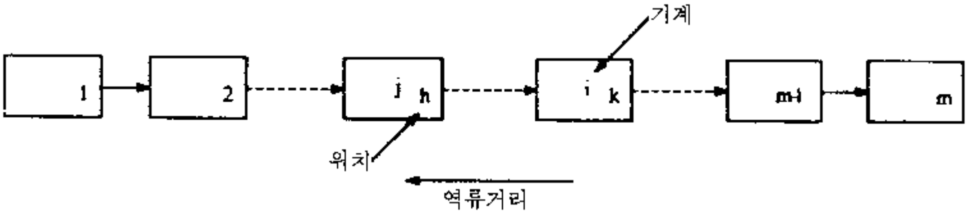
일반 생산 조립 공정에서의 생산성은 작업자체의 간소화 또는 능률화에도 좌우되겠지만 그보다도 우선 물류시스템의 합리적인 설계 및 통제에 크게 좌우되고 있다. 그 이유로써는 통계자료가 제시하고 있듯이 일반 생산조립 작업중 실제 작업에 소요되는 시간은 전체 생산기간(원자재 투입에서 제품 완료시까지의 시간)의 5% 이내에 불과하고 나머지 95%에 해당하는 시간은 운반 혹은 대기시간이기 때문이다.

따라서 단위 노력으로써 얻을 수 있는 효과는 실작업시간의 단축에서 보다는 운반 혹은 대기 시간의 단축을 통하는 편이 훨씬 용이하고도 막대하게 된다. 뿐만 아니라 물류

* 포항공과대학 산업공학과

관리의 합리화는 공장 자동화의 첫출발점이 된다. 이는 아무리 자동화된 고도의 기계를 설치하였다 하여도 기계에 적시에 작업물을 공급하지 못함으로써 기계가 작업물을 대기하게 되거나 또는 작업완료와 동시에 작업물을 제거시키지(unload) 못함으로서 다음 작업을 시작할 수 없게 되어 기계운휴시간이 발생하기 때문이다. 이와 같은 기계 운휴는 생산성의 감소를 의미하게 되므로 생산성 향상을 위하여는 각 기계에 운휴시간을 허용하지 않도록 하고 특히 협소공정(bottleneck) 의 기계가 쉬는 일이 없도록 실시 물류통제(real time flow control)를 수행하여야만 한다.

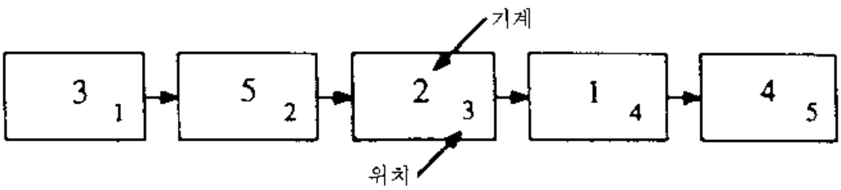
물류통제에 앞서서 중요한 사항은 물류시스템의 부하(load)가 높지 않도록 유의하는 점이다. 물론 운반차량 혹은 크레인의 대수를 늘리면 대당 부하는 줄어들겠으나 우리가 목표로 하는 것은 주어진 대수의 차량을 가지고 운반 거리의 단축을 통한 부하 감소를 꾀하는 일이다. 예로서 그림 1에 표시된 생산시스템을 들어 설명해 보기로 하자.



[그림 1] 기계배치와 역류거리

일직선의 궤도상에 m 대의 각각 다른 기계를 배열하고 한대의 운반차량으로 작업물을 기계에서 기계로 운반한다고 하자. 각 작업물은 궤도의 왼쪽 끝에서 들어와 오른쪽 끝으로 나가게 되어 있다. 만약에 이 생산시스템이 취급하는 제품이 단일품종이라면 이 제품의 생산공정순서에 맞게 기계를 배열함으로서 물류의 방향은 항상 왼쪽에서 오른쪽으로 될 것이다. 또한 다품종생산이라 할지라도 각 제품이 하나의 공정만을 필요로 한다면 공정의 흐름은 왼쪽에서 오른쪽으로 될 것이다. 그러나 공정순서가 각각 다른 다품종 생산에서 각 제품이 하나 이상의 공정을 거쳐야 한다면 필연 어떤 작업의 흐름중 부분적으로 오른편에서 왼편으로 향하지 않으면 안될 것이다.

아래 그림 2와 같이 배열된 작업 공정에서 어떤 작업의 공정 순서가(2, 1, 3, 4, 5)의 순서로 기계를 방문해야 한다면 3+3=6 의 역방향 흐름이 발생하게 된다. 이와 같은 역방향 흐름을 우리는 역류(Backtrack)라고 정의한다.



[그림 2] 기계배치의 예

따라서 우리의 목표는 어느 주어진 작업군(job set)을 처리하는데 역류거리가 최소화될 수 있도록 기계의 배치를 결정하는 것이다. 역류거리를 최소화하기 위한 최적의 기계배치를 결정하는 문제는 매우 난해한 문제로써 보통 Quadratic Assignment Problem (QAP)으로 알려지고 있다.

이상에서 설명한 기계 배치의 수학적 모델(QAP)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\text{minimize} \sum_i \sum_p \sum_j \sum_q C_{ipjq} X_{ip} X_{jq}$$

subject to

$$\sum_{p=1}^{m} X_{ip} = 1 \qquad i=1, 2, \cdots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ip} = 1 \qquad p=1, 2, \cdots m$$

$$X_{ip} = 0 \text{ or } 1 \qquad \text{for all } i \text{ and } p$$

여기에서 c_{ipjq}의 값은 기계 i를 p위치에 배치하고 기계 j를 q의 위치에 배치할 때 발생되는 역류거리를 표시하며 만약 기계 i를 위치 j에 배치하게 되면 $X_{ij}=1$의 값이 얻어지게 된다.

작업물의 운반에 따른 역류거리의 발생을 최소화하기 위한 기계배치 문제를 QAP로 모델화한 논문발표는 아직 없었던 것으로 알고 있으며 QAP의 해법으로는 최적해보다는 계산이 간편하면서도 최적해에 가까운 해답을 구할 수 있는 휴리스틱방법에 많이 의존해 오고 있었다.

그 대표적인 예로써 Amour와 Buffa(1963), Hitchings(1973)를 들 수 있으며 최적해를 시도하는 대신 설비배치 결정안을 단계적으로 향상시켜 물류비용이 적게 발생되는 설비배치안을 찾는 휴리스틱 방식을 채택하였다. 또한 Vollmann(1968), Hillier(1963)는 계산시간과 최종해답의 성과를 고려한 휴리스틱 방식의 사용을 제안하였으며 최근에는 Wallace(1976), Dutta와 Sahu(1981), 그리고 Khare(1988) 등은 모든 가능한 기계 배치방법에 수반되는 비용의 밀도함수(density function)를 알 수 있을 때 기계배치의 해답을 얻을 수 있는 휴리스틱 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 일차원(one-dimension) 상에서의 역류거리를 최소화시키기 위한 기계배치 문제를 해결하는데 간단한 휴리스틱 방법을 개발하여 소개하고자 한다.

2. 역류 거리(Backtrack Distance) 계산절차

1) R(relation) 행렬 작성

$J_1, J_2, J_3, \cdots, J_6$등으로 표기된 6개의 각각 다른 작업이 4대의 기계로 구성된 생산라인에서 다음과 같은 공정 순서를 요한다고 하자.

작업	공정순서
J_1 :	2-3-1-4
J_2 :	2-1-4
J_3 :	1-4-3-2
J_4 :	3-4-2
J_5 :	4-1-3
J_6 :	1-3-2-4

6개의 작업에 대한 R 행렬을 $R=[r_{ij}]_{m\times m}$로 표시할 때 (m=4) 행렬 원소 r_{ij}는

$$r_{ij}=\sum_{n=1}^{6} p_{ij}^{n} \quad i, j=1, 2, \ldots 4 \tag{1}$$

로 정의되며

이 때의 p_{ij}^{n}의 값은

$$p_{ij}^{n}=\begin{cases} 1 & \text{만약 n번째 작업이 기계 i에서 직접 기계 j로 운반될 때} \\ 0 & \text{그렇지 않으면} \end{cases} \tag{2}$$

로 표시된다.

각 r_{ij}의 값은 주어진 작업군(job set)을 처리하는데 기계 i로부터 곧장 기계 j로 몇번이나 작업운반이 필요한가를 표시하는 숫자이다. 예로써 앞의 6개의 작업으로 표시된 작업군을 처리하는데 얻어지는 R행렬은 다음과 같다.

$$\begin{array}{lc} & \text{Row Sum} \\ R=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 5 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \end{array} \\ \text{Col. Sum} \quad 3\ 3\ 4\ 5 & \end{array}$$

R행렬의 해석은 다음과 같다. 예로써 맨 오른쪽 column의 벡터(r_{14}, r_{24}, r_{34}, r_{44})=(3, 1, 1, 0)은 기계 1로부터 기계 4에는 3회의 작업 운반이, 기계 2로부터는 1회의 작업운반이, 기계 3으로부터 1회의 작업운반이 발생함을 표시하여 준다. Column의 합계는 기계 1, 2, 3, 4에는 각각 3회, 3회, 4회 그리고 5회의 작업 운반이 필요함을 표시하며 row 합계는 기계 1, 2, 3, 4로부터 5회, 3회, 4회 그리고 3회씩 작업이 운반되어 나감을 표시한다.

2) 역류 행렬 B

기계 배치 vector a는 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$a=(a_1, a_2, a_3, \cdots, a_m) \tag{3}$$

여기서 a_k은 k의 위치에 배치된 기계의 명칭을 표시하게 된다. 예로써 a=(3, 5, 2, 1, 4)는 그림 2와 같은 기계배치를 나타내고 있다. 일반적으로 기계 i가 장소 k에 배치될 때 즉 $a_k=i$, 이 기계 i의 왼쪽에는 (k−1)대의 기계가 배치되어 있으며 따라서 맨 첫자리에 배치된 기계까지는 (k−1) 단위의 역류거리가 발생하게 된다.

하나의 작업이 k장소에 위치한 기계 i를 방문한 후에 h장소에 위치한 기계 j를 곧장 방문할 때 발생되는 역류거리 b_{ij}는

$$b_{ij}=\begin{cases} k-h & \text{if } h<k, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4}$$

로 표시된다.

따라서 위의 a=(3, 5, 2, 1, 4) 기계 배치에 대한 역류 행렬 B는

$B=\{b_{ij}\}_{mxm}$

$$\begin{array}{c|ccccc|c} i\backslash j & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \text{Row Sum} \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 0 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 0 & 3 & 10 \\ 5 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \text{Col. Sum} & 1 & 3 & 10 & 0 & 6 & \end{array}$$

으로 표시된다.

B행렬의 각 요소 b_{ij}는 주어진 기계배치에서 만약 일개의 작업이 기계 i에서 기계 j로 운반된다면 얼마만큼의 역류거리가 발생하는가를 표시한다. 예로써 어떠한 작업이 기계 1로부터 기계 5를 방문해야 한다면 b_{15}=2 단위만큼의 역류거리를 발생하게 됨을 표시한다.

B행렬이 갖는 특성은 다음에 열거한 바와 같다.

(1) m(m−1)/2개의 양수(positive)가 존재하며 그 각각의 값은

$$\bigcup_{i=1}^{m-1} \{[m-j]_{j=i}^{m-1}\}$$

예로써 앞의 B행렬에서는 {1, 3, 2, 2, 1, 1, 2, 4, 3, 1}의 10개의 양수가 존재한다.

(2) a_m에 해당하는 row와 a_1에 해당하는 column은 각각 $\bigcup_{k=1}^{m}\{(m-k)\}$숫자로 구성되어 있다.

예로써 row 4(=a_5)는 (0, 1, 2, 3, 4)의 숫자로 구성되어 있고 column 3(=a_1)도 (0, 1, 2, 3, 4)의 숫자로 구성되어 있다.

(3) 주어진 기계 배치 vector a에 대하여 B는 유일하다.

3) 총역류거리 계산

이상의 설명에서 제시한 주어진 작업군에 대한 R 행렬과 a 벡타에 의하여 얻어진 B 행렬을 이용하여 총 역류거리 TB(a)는 다음과 같은 식으로써 얻어진다.

$$TB(a)=RB^t=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} r_{ij}\, b_{ij}$$
$$=\sum_i\sum_j\sum_{n=1}^{n} p_{ij}^n\, b_{ij} \qquad (5)$$

위에서 B^t는 전치(transposed)된 행렬을 표기하며 위의 오른편 항은 식 (1)을 대입한 결과이다.

앞서 설명한 바와 같이 주어진 작업군에 대하여 R 행렬은 고정되므로 결국 TB(a)의 값을 최소화하기 위하여는 B 행렬을 결정하는 vector a를 탐색하여야 한다. 앞서 설명한 B 행렬이 갖는 특성을 이용하여 벡타 a를 결정하기 위하여는 single path 휴리스틱을 사용할 수 있으나 본 논문에서는 수학적인 전개가 필요치 않은 간단한 multi-path 휴리스틱 방법만을 소개하고자 한다.

3. 역류거리의 극한값(Lower Bound Value)의 계산

우선 R 행렬의 요소중 상좌단에서 하우단으로 통하는 대각선 방향의 행렬요소를 제외한 나머지 요소를 비증가 순서(non-increasing order)로 배열하여

$$r=(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_K)\text{의 벡타를 만드는데} \qquad (6)$$

이 때 K=m(m−1)이 된다. 임의의 배치 벡타에 대한 B 행렬의 각 요소도 유사한 방법으로 처리한 후 비감소순(non-decreasing order)으로 배열하여

$$b=(\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_K)\text{의 벡타를 만든다.} \qquad (7)$$

이와 같은 경우 극한값 LB는,

$$LB=\sum_{i=1}^{K}\alpha_i\beta_i \qquad (8)$$

로 주어진다.

예로써 앞서 주어진 작업군과 작업배치벡타 a=(3, 4, 1, 2)로부터 얻어지는 R 행렬과 B 행렬은

$$R=\begin{bmatrix}0&0&0&3\\1&0&1&1\\1&2&0&1\\1&1&1&0\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}0&0&2&1\\0&0&3&2\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$

가 얻어지는데 이로부터

$$r=(3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$$
$$b=(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3)$$
$$LB=\sum_{i=1}^{12}\alpha_i\beta_i=7$$

가 얻어진다.

이는 어떠한 기계 배치 상태에서도 역류거리는 7 unit보다 작을 수가 없음을 표시한다. 여기서 극한값을 구하는 목적은 heuristic

방법의 성능을 평가하는 도구로써 사용될 뿐만이 아니라 보다 좋은 해답을 탐색하는 과정중 어느 시점에서 탐색을 중지해야 할가 (stopping rule)를 결정하는데 도움이 된다.

앞서 사용하였던 6개의 작업군과 임의의 초기 기계 배치 벡타 a=(4, 3, 2, 1)을 가정하면

$$R=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

가 얻어지며 역류거리 행렬 D_a는 다음과 같이 정의된다.

$D_a=[r_{ij} \cdot b_{ij}]$

$$\begin{array}{rc} & \text{Row Sum} \\ =\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 13 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{array} \\ & 17 \end{array}$$

위 D_a 행렬의 각 요소는 기계 i에서 기계 j로 작업을 운반하는 과정에서 발생되는 역류거리를 표시한다. 맨 첫번열의 Row Sum의 값은 13인데 이는 기계 1이 맨끝자리에 배치되기 때문에 발생되는 역류거리의 값을 표시한다. 또한 두번째 열의 Row Sum 값(=3)은 기계 2가 세번째 위치에 배치되었기 때문에 발생되는 역류거리의 값을 표시한다.

위의 주어진 기계 배치 벡타 a에 의해서 발생되는 총 역류거리는 row sum의 합인 17 unit가 된다. 이 배치벡타 a는 임의로 택한 기계배치였기 때문에 이와다른 기계배치를 실시한다면 총 역류거리가 17 unit 이하로 줄어들 가능성도 있을 것이다. 만약 한번에 하나의 기계위치만을 바꾸어 본다고 가정하면 가장 역류거리를 많이 발생시키고 있는 기계 1을 현재의 네번째 위치에서 다른 위치로 바꾸어 볼 수 있다. 다른 위치로 옮길 수 있는 자리는 m−1개 존재하며(이 경우는 3개) 그 배치결과는 (1, 4, 3, 2), (4, 1, 3, 2) 그리고 (4, 3, 1, 2)가 된다. 위의 각각의 배치벡타는 원래의 (4, 3, 2, 1) 배치보다 좋은 결과 즉 역류 거리를 감소시키게 될지 모른다. 다음은 multi-path 방법에 의한 heuristic 방법을 예제를 통하여 설명하고자 한다.

4) 휴리스틱 방법

m=4, a 1=(4, 3, 2, 1)

즉 4대의 기계를 4개의 위치에 배치하는 문제로서 맨 처음 임의로 a1의 배치벡타를 선정한다. 역류거리 행렬 D_{a1}은 다음과 같다.

<u>절차 1</u>

$$\begin{array}{rc} & \text{Row Sum} \\ D_{a1}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 13 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{array} \\ & 17 \end{array}$$

이 때의 총 역류거리는 행렬의 Row Sum의 합계와 동일하며 그 크기는

$$TB(a1)=13+3+1+0$$
$$=17$$

이 된다.

여기에서 기계 1이 13unit라는 가장 많은 역류 거리를 발생시키기 때문에 다른 위치로 바꾸어 보도록 하며 이 때 얻어지는 세개의 배치 벡타들과 이에 대한 총 역류거리는 다음과 같다.

$a1_1=(1, 4, 3, 2)\rightarrow TB(a1_1)=10$
$a1_2=(4, 1, 3, 2)\rightarrow TB(a1_2)=12$
$a1_3=(4, 3, 1, 2)\rightarrow TB(a1_3)=15$

여기서 $TB(a1)>TB(a1_1)$이기 때문에 새로이 선택된 배치 벡터는 $a1_1$이며 이를 a2로 다시 표기하면

$a2=(1, 4, 3, 2)$가 된다.

<u>절차 2</u>

a2에 대한 역류 행렬 B는 다음과 같다.

$$B=\begin{bmatrix} 0&0&0&0\\ 3&0&1&2\\ 2&0&0&1\\ 1&0&0&0 \end{bmatrix}$$

그리고 역류거리 행렬 D_{a2}는

$$D_{a2}=\begin{bmatrix} 0&0&0&0\\ 3&0&1&2\\ 2&0&0&1\\ 1&0&0&0 \end{bmatrix}\begin{array}{c} 0\\ 6\\ 3\\ 1\\ 10 \end{array}$$

이 된다.

위에서 역류거리를 가장 많이 발생시키는 (역류거리6) 기계 2를 다른 위치를 바꾸어 보면 $a2_1$, $a2_2$, $a1_3$의 세 개의 배치벡터가 발생하며 각각에 대한 역류거리 발생은 다음과 같다.

$a2_1=(2, 1, 4, 3)\rightarrow TB(a2_1)=12$
$a2_2=(1, 2, 4, 3)\rightarrow TB(a2_2)=12$
$a2_3=(1, 4, 2, 3)\rightarrow TB(a2_3)=11$

<u>절차 3</u>

절차 2에서 열거한 기계배치는 원래의 a2보다도 역류거리를 감소시키지 못하기 때문에 D_{a2}에서 두번째로 역류거리를 많이 발생시키고 있는(역류거리 3) 기계 3을 a2배치벡타의 다른 위치로 바꾸어 보면 다음과 같이 새로운 기계배치벡타와 그 각각에 대한 역류거리가 산정된다.

$a3_1=(3, 1, 4, 2)\rightarrow TB(a3_1)=11$
$a3_2=(1, 3, 4, 2)\rightarrow TB(a3_2)=10$
$a3_3=(1, 4, 3, 2)\rightarrow TB(a3_3)=10$

<u>절차 4</u>

위의 어느 기계배치벡타도 먼저번 찾아낸 a2벡타보다 역류거리를 감소시키지 못하므로 D_{a2}에서 세 번째로 역류거리를 많이 발생시키는(역류거리 1) 기계 4를 a2배치벡타의 다른 곳으로 이동시키면 다음과 같은 배치벡타와 역류거리가 얻어진다.

$a4_1=(4, 1, 3, 2)\rightarrow TB(a4_1)=11$
$a4_2=(1, 3, 4, 2)\rightarrow TB(a4_2)=10$
$a4_3=(1, 3, 2, 4)\rightarrow TB(a4_3)=10$

이상의 위치 벡타도 a2벡타보다 역류거리를 감소시키지 못하며 더 이상 위치를 변경해 볼 기계가 없기 때문에 휴리스틱에 의한 탐색절차가 종료되며 이 휴리스틱에 의한 기계 배치 a_H는

$a_H=(1, 4, 3, 2)$이며

이에 대한 $TB(a_H)=10$이 된다.

즉 이상의 휴리스틱을 사용하여 기계를 배치할 때는 총역류거리가 10unit가 발생하는데 이는 우연히 최적해의 결과와 동일하였

다.

$TB(a_H)=TB(a^*)=10$

4. 휴리스틱 성능 평가

완전 나열(total enumerations)에 의하여 얻어진 배치 최적해와 휴리스틱에 의한 배치를 비교해 보았을 때 다음의 표와 같은 결과를 얻었다.

위에서 m은 기계대수를 표시하고 TB_H는 휴리스틱에 의한 총 역류거리를 표시하고 TB^*는 최적해에 의한 총 역류거리를 표기한다.

예로써 위의 표에서 보면 4대 기계를 완전 나열(=4!)에 의하여 최적 배치를 결정하는 데는 24개의 기계배치 벡타를 비교하여야 하나 휴리스틱을 사용하면 13개의 배치만을 비교함으로써 작업량은 55%에 불과하고 역류거리는 최적 배치에 따른 역류거리에 비하여 1.8%정도 밖에 높지 않음을 알 수있다. 또한 시험해 본 문제들의 80%에 대하여는 휴리스틱에 의한 해답이 최적해와 같았음을 보여주고 있다. 참고로 각 기계대수에 대한 샘플 크기는 50문제였다.

5. 결 론

다품종의 제품을 생산/조립하는 공정에서 운반차량의 운행거리를 감소시키기 위하여 각 기계를 직선상에 배치하는 문제를 Quadratic Assignment Problem(QAP)으로써 모델화하였으며 이의 해답을 얻기 위한 휴리스틱 방법을 제시하였다. 본 논문에서 제시한 휴리스틱 방법은 초기에 임의로 주어진 기계배치를 단계적으로 수정향상시킴으로써 역류거리가 적게 발생하는 방향으로 일종의 Hill Climbing 방법을 사용하였다.

본 휴리스틱의 성능평가 결과에 의하면 매우 낮은 계산량으로서 해답을 얻을 수 있었으며 휴리스틱에 의한 역류거리는 최적해에 비하여 18%이상 높지 않았다.

m	m!	휴리스틱에 의한 계산량	계산감소 %	TB_H/TB^*	$TB_H=TB^*$ 인 회수%
4	24	13	55.0	1.0178	80
5	120	27	22.5	1.1739	50
6	720	40	5.6	1.1590	30
7	5040	56	1.1	1.1235	30
8	20302	90	0.22	1.1256	16.7

Reference

[1] Francis, R. L. and White, J. A., Facility Layout and Location : An Analysis Approach, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, (1974).

[2] Gilmore, P.C., "Optimal and Suboptimal Algorithms for Quadratic Assignment Problems", SIAM Journal on Applied Mathematics, 10, 2, pp. 305~313, (1962).

[3] Hall, K. M., "An r-Dimensional Quadratic Assignment Problem", Management Science, 17, pp. 219~229, (1970).

[4] Hillier, F. S. "Quantitative Tools for Plant Layout Analysis", Journal of Industrial Engineering, 14, 1, pp. 33~40, (1963).

[5] Khare, V. K., Khare, M. K. and Neema, M. L., "A Multigoal Approach for Facilities Design Problem on Minimization of Backtracking", Industrial Engineering Journal(India), 14, pp. 54, (1985).