〈研究論文〉

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 15, No. 1, June. 1989

제한된 Local Buffer를 가진 FMS의 최적구조 결정에 관한 연구†

A Study on Determining the Optimal Configuration of the FMS with Limited Local Buffers

정 양 근*
김 성 식**
장 동 식**

Abstract

This study presents an algorithm that determines the optimal configuration of the FMSs with limited local buffers. The algorithm finds the lowest cost configuration, i.e. the number of tools, the number of pallets as well as the number of buffers to be installed in front of each machine in the system. Thus it assures a given production ratio with a minimum cost.

In the algorithm, FMSs are considered as the closed queueing network with limited queue length. System performance evaluation is performed using the Block-&-Recirculation model developed by Yao and Buzacott.

The algorithm is composed with three steps. The steps are namely i) determination of a lower configuration, ii) derivation of an heuristic solution, and iii) obtaining the optimal solution.

The computational efforts required in the algorithm usually lies within the capability of personal computers.

1. 序 論

FMS의 구조를 결정하는 문제는 FMS의 설치를 고려하는 단계 또는 전체시스템의 세부 설치 단계에서 필연적으로 발생하는 문제이다. 이 문제의 해결은 대부분 Computer-Based Discrete Event Simulation에 의하여 이루어지고 수학적 모형을 사용한

* 국방과학연구소
** 고려대학교 공과대학 산업공학과
† 본 논문은 과학재단의 지원에 의하여 연구 되었음.

연구는 그 수가 많지 않다.

Simulation을 사용하면 복잡하고 동적인 특성을 갖는 FMS의 MHS(Material Handling System)등의 분석이 용이하고 세부구조의 상세한 점까지 고려하여 시스템 형태를 예측할 수 있다는 장점이 있는 반면 높은 정확도를 유지하기 위해서는 많은 수행시간이 필요하며 비용상의 문제가 발생하고 또한 요구되는 입력자료의 양이 무척 많다는 문제가 있다. 따라서 시스템 구조가 아직 결정되지 않은 설치고려단계에서 다양한 후보구조 모두에 대한 Simulation 모형을 세워 실험을 실시, 구조를 구체화 하는 일은 현실상 매우 힘든 일이다.

이에 반하여 수학적 최적화 모형을 사용하면 신속한 계산 속도로 인하여 제안된 여러 가지 후보에 대해 적용할 수 있으나 수학적인 모형을 형성하기위한 조건들 때문에 복잡한 FMS의 상세한 형태를 표현하기 힘들다는 문제를 수반한다. 일반적으로 수학적 최적화 모형은 대상 시스템의 대표적인 특성들만이 반영된 것으로 비교적 그 형태가 단순하기 때문에 시스템 유형 선택 단계에서 유용하게 사용되고 있으나 앞으로의 연구에 의해 비교적 상세한 부분들도 시스템 모형들에 포함시켜 해를 구할 수 있게 되면 설계 단계에서의 FMS 구조 결정에 매우 유용하게 쓰일 수 있을 것이다.

수학적인 구조결정 모형에는 Vinod와 Solberg [11], Dallery와 Frein[4]의 시스템의 출력을 보장하면서 설치비를 최소로 하는 모형, Trivedi와 Wagner[10]의 컴퓨터구조 결정 모형에서 발전한 김진우와 김성식[17]의 한정된 예산제약하에서 시스템의 출력을 최대로 하는 모형, 시스템구조와 선택부품을 동시에 구하는 Whitney와 Suri[12]의 모형이 있으나 전술한 연구들에서는 FMS를 각 Node의 Buffer크기가 제한이 없는 CQN(Closed Queueing Network)으로 모형화 하였다. 그러나 실제의 경우 FMS에서 각요소 설비 앞에 설치된 Buffer의 크기는 매우 적다.

따라서 각 요소 설비 앞에 설치된 Buffer의 크기에 제약을 두지 않는다는 가정은 현실을 지나치게 단순화한 것이다.

본 연구에서는 FMS를 CQN으로 모형화하고 각 요소 설비 앞에 설치된 Buffer크기에 제한이 있는 점을 고려한 Yao와 Buzacott [3, 13, 14, 15]의 성능평가 방법을 사용하여 일정 수준 이상의 생산능력을 보장하면서 최소의 구성비용을 가지는 FMS 구성요소를 결정하는 수학적 모델을 개발하였다.

2. 제한된 크기의 local buffer를 가지는 FMS의 성능 평가

Queueing Network에서 제한된 크기의 Local Buffer를 갖는다는 것은 Blocking 현상의 발생을 의미한다. Blocking 현상이 발생하면 서비스 시간의 분포가 지수분포인 경우에도 상태공간의 요소의 수가 너무 많고 식이 복잡하게 되며 또한 마코브 성질을 잃게되어 현실적으로 일반적인 대기행렬망을 수학적으로 표현하기가 힘들게 된다.

Finite Buffer Queueing System에 관한 연구는 Open Tandem Network에 대하여 Hillier와 Boling[6], Gershwin과 Schick [5]의 연구가 대표적이며 Stage수가 적은 경우 (2~3 Stage)에만 정확한 해를 제공한

다. 따라서 대부분의 경우 Approximate Solution을 이용하게 되며, 이에 대한 연구는 Boxma와 Konheim[2], Altiok과 Stidham [1] 등이 있다.

General Open Queueing Network에 관한 연구로는 Konheim과 Reiser[15], Labetoulle 과 Pujolle[9], Boxma와 Konheim [2]이 있지만 이들의 연구모형은 Feedback이 발생하지 않는 경우로 제한된다.

각 요소 설비앞에 설치된 bufer 크기가 제한된 FMS를 대기행렬 네트워크로 모형화하면 일반적인 대기행렬망로 표현되며 위에서 언급한 blocking 현상이 발생하게 된다. 그러나 FMS의 특성을 이용하면 제한된 크기의 Local Buffer를 가진 시스템을 해가 존재하는 CQN으로 모형화 시킬 수 있으며 이러한 연구는 Yao와 Buzacott[3, 13, 14, 15]의 Block-&-Recirculation 모형에 반영되었다. 본 연구는 이들의 모형을 시스템 성능 평가에 이용한다.

2.1 모델의 구성

본 연구의 FMS 모형은 M개의 작업장과 MHS 및 각 작업장 앞의 WIP(Work In Process)들을 저장할 수 있는 Central Buffer 및 Local Buffer로 구성되어 있다.

각 작업장은 단일 또는 다수의 공작기계(Server)들로 구성되며 작업장 i(i=0,1,2,....., M) 의 서버수는 Si이고 작업물의 가공시간은 작업장에 따라 주어진 분포를 갖는다. 각 작업장에서의 Service Discipline은 선입선출의 규칙을 따르고 임의의 시점에 작업장 i에 존재할 수 있는 작업물의 수(가공중인 작업물과 Local Buffer에 있는 작업물)는 작업장의 수용용량 Bi를 초과하지 못한다.

MHS는 작업장 0으로 표시되고 단일 또는 다수의 Cart와 Central Buffer로 구성되며 작업물들이 각 공정을 마칠 때마다 MHS를 거쳐야하기 때문에 Computer System의 CPU와 같은 Central Server의 역할을 하게된다.

시스템내의 가용한 페레트의 수는 N(N>0)으로 고정되어 있다. 즉 모든 작업을 마친 완성된 부품이 시스템을 떠나는 즉시 새로운 작업물이 떠난 작업물이 사용하던 파레트에 적재되므로 시스템내에는 항상 N개의 작업물이 존재한다고 생각할 수 있어 이러한 사실이 FMS를 CQN으로 모형화 할 수 있는 근거가 된다.

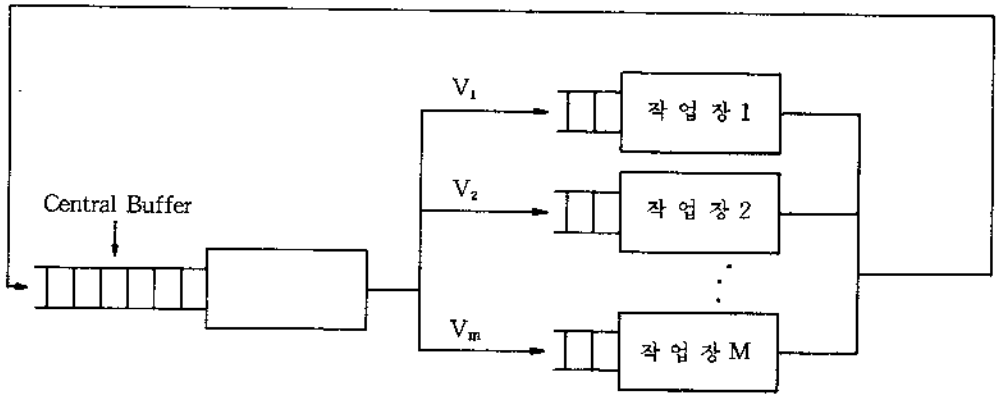
각 작업장에서 가공이 끝난 작업물은 즉시 시스템내의 모든 작업물들을 수용할 수 있는 크기(즉 Bo=N)인 Central Buffer로 운반되어 FMS의 구성요소 중 가장 고가의 장비인 공작기계들이 작업이 끝난 작업물에 의하여 Block을 당해 조업이 중단되는 일은 결코 발생하지 않는다.

시스템내의 작업물 이동경로는 작업장 i에서 작업장 j로 이동할 확률이 r_{ij}(모든 i에 대하여r_{ii}=0)로 표시되는 Markov Chain을 따른다. 또한 다음 방정식

$$Vi=\sum_{j=0}^{M} Vj \cdot r_{ji} \qquad (i=0,1,2,.....,M)$$

의 해인 Visit Ratio Vi들은 MHS를 연속하여 방문하는 동안 각 작업장에 대한 평균 방문 횟수로 임의로 Scale 될수 있다[15]. 본 연구의 Blocking 현상은 다양한 작업순서를 가질 수 있고 여러종류의 작업을 수행할 수 있는 기계들로 구성된 FMS의 특성에 적합한 Block-&-Recirculation 메카니즘을

모형화 하였다. 즉 MHS 에 의해 이송될 작업물이 다음 공정이 수행되어야 할 작업장의 제한된 크기의 Local Buffer 로인하여 Blocking을 당하면 그 작업물은 MHS의 대기행렬 끝으로 가서 서비스를 기다리고 MHS는 다른 작업물에 처리하게 된다. 그림 1에서 전술한 FMS의 개략적인 모델을 도식화 하였다.



[그림 1] FMS의 개략적인 모델

Central Buffer에 있는 물품들은 대기중 다음 공정이 수행되어야 할 작업장으로 MHS에 의해 이송된다. MHS(작업장 0)에서 작업장i로 이동할 확률을 r_{0i}라 하자. 이때 작업장의 제한된 크기의 Local Buffer로 인하여 Blocking 현상이 발생하게 되면 한 부품이 특정 경로를 택하는 비율인 Central Buffer에서 특정 작업장 i로 이동하려는 비율 r_{0i}와 실제로 기계에 장착되는 비율 Li(작업장 i에서 단위시간당 생산량 / 전체 시스템의 단위시간당 생산량)는 같지 않게 된다. 물론 작업장 i의 Local Buffer가 무한크기인 경우에는 작업물이 모두 들어갈 수 있어 Blocking 현상은 발생하지 않으며 r_{0i}와 Li는 같게 된다. 여기서 특정 작업장 i로 이동하려는 비율r_{0i}는 각 부품별로 정의된 것이 아니라 Central Buffer의 부품들을 가중평균(Ensemble)하여 나타낸 것이다.

r_{0i}와 Li의 관계를 2개의 작업장과 작업물들의 흐름에 제한을 가할 수 있는 제한된 크기의 Local Buffer 및 MHS로 구성된 FMS에서 살펴보자. 만일 L_1과 L_2가 0.5로 같은 경우 작업장 1의 작업속도가 작업장 2에 비해 늦다면 작업장1의 Local Buffer가 꽉 차있는 확률이 커진다. 따라서 작업장 1로 가야할 작업물들은 작업장2로 가야할 작업물보다 많이 blocking을 당하게 되므로 central buffer에 있는 작업물 중 작업장 1로 가려는 부품의 비율(r_{01})이 자연히 작업장 2로 가려는 부품의 비율(r_{02}) 보다 커지게 된다. 즉 $Li \neq r_{0i}(i=1,2)$이다. 따라서 제한된 크기의 Local Buffer가 각 작업장 앞에 존재하여 Blocking이 발생할 경우 작업장 i에서 처리되는 부품들의 비율 Li를 유지하기 위해서는 Central Buffer에서 작업장 i로 투입되는 부품들의 구성 r_{0i}를 구해 주어야 한다.

3.1 최저구성(Lower Configuration)결정

최저구성 $\underline{x}$는 결정변수들의 Lower Bound 들로 이루어진다. 즉 최저구성 $\underline{x}$는 임의의 시스템 구성 $\underline{x}'$중에서 어느 한 요소라도 최저구성 $\underline{x}$의 요소보다 작을경우 즉 $\underline{x}'_i < x_i$이면 $X(\underline{x}') < x_p$가 되는 시스템 구성이다.

각 작업장 앞에 무한크기의 Local Buffer가 존재하는 CQN에서 지수분포의 작업시간을 가지는 작업장 i(i=0,1,2,.....,M)의 평균 서어비스시간을 m_i, 평균방문 회수를 V_i라 할때 Asymptotic Bound Analysis[7]에 의하면

$$X(\underline{x}) \leq \text{Min} \frac{Si}{Vi \cdot m_i} \quad (i=0,1,2,.....,M) \tag{3.3.1}$$

$$X(\underline{x}) \leq \frac{N}{\sum_{i=0}^{M} V_i \cdot m_i} \tag{3.3.2}$$

의 관계식에 의하여 출력률의 상한을 구할 수 있다.

그렇지만 본 연구의 모형처럼 각 작업장 앞에 제한된 크기의 Local Buffer가 존재할 경우에는 작업장 i에서 처리되는 부품들의 비율 Li와 Central Buffer에서 특정 작업장 i로 이동하려는 비율 r_{oi}는 같지 않게 된다.

따라서 한번 방문당 평균 서어비스시간과 평균 방문 횟수의 곱으로 정의되는 작업장 i의 Loading은 r_{oi}에 의하여 구해지는 평균 방문 횟수 Vi가 아닌 작업장 i에서 실제로 처리되어야 하는 Li에 의하여 구해져야 한다.

각 작업장 앞에 제한된 Local Buffer가 존재하는 FMS의 결정변수들 즉 각 작업장의 기계대수 Si (i=0,1,.....,M)들과 시스템내의 가용한 파레트수 N의 Lower Bound 들은

$$Si \geq Xp \cdot (Li \cdot m_i) \quad (i=0.1,.....,M) \tag{3.3.3}$$

$$N \geq Xp \cdot (\sum_{i=0}^{M} Li \cdot m_i) \tag{3.3.4}$$

이다.

Si^b와 N^b를 $Xp \cdot (Li \cdot m_i)$와 $x_p \cdot (\sum_{i=0}^{M} L_i \cdot m_i)$보다 큰 정수 중 가장 작은 정수값이라 하고 Local Buffer들의 최저한계로는 용량이 0일 경우 즉 $Bi^b = Si^b$라 하면 $\underline{x} = (\underline{s}^b, \underline{b}^b, N^b)$는 최저구성(Lower Configuration) 이 된다.

3.2 발견적 해법에 의한 Heuristic Solution 발견

주어진 시스템 구성 $\underline{x}$에서 결정변수들, 즉 작업장의 기계대수 Si 및 Local Buffer 수 Bi(i=0,1,.....,M)와 시스템내의 가용한 파레트 수 N을 한 단위 증가 시키면 시스템 출력률 $X(\underline{x})$는 증가하게 된다. 그러므로 발견적 해법에서는 시스템내의 가용한 파레트 수 N을 Lower Bound N^b에서부터 한 단위씩 증가시키면서 고정된 N에 대해 일정 수준 이상의 생산능력 Xp를 최소의 비용으로 제공하는 각 작업장의 기계대수 Si 및 Local Buffer 수 Bi(i=0,1,2,.....,M)를 결정한다. Heuristic Solution은 최저의 구성 비용을 제공하는 결정변수들로 구성되며 구성비용이 동일할 경우에는 보다 큰 시스템 출력률 $X(\underline{x})$를 제공하는 시스템 구성이 해가 된다.

$\underline{u}^i$를 i번째 요소만 1이고 나머지는 0인 M+1 차원의 단위백터라 할때 고정된 N에 대하여 Heuristic Solution을 얻는 절차는

에서 n=Min(N,$\sum_{i=1}^{M}$ Bi)까지 변화 시킴

iii) 각 작업물 수 n에 대하여 m 번째 작업장에서의 작업물 수는 k=0에서 k=Min(Bm,n)까지 변화 시킴.

Yao와 Buzacott 알고리즘에 의해 작업장 i의 주변확률 분포를 구하였을때 작업장 i의 출력률(Throughput)은

$$THi=r_{oi} \cdot R(N) \cdot [1-Pi(Bi,N-1)] \quad (2.2.4)$$

이다.

또한 제한된 크기의 Local Buffer로 인하여 $r_{oi} \neq Li$가 된다. 주어진 Li를 제공하는 Central Buffer에서 작업장 i로의 이동확률 r_{oi}는

$$r_{oi}=TH \cdot Li / [R(N)-(1-Pi(Bi,N-1))] \quad (2.2.5)$$

여기서 TH=$\sum_{i=1}^{M}$THi로 표현되며 이를 만족하는 Central Buffer에서 작업장 i로의 이동확률을 나타내는 벡터$\bar{r}(r_{01},r_{02},.....,r_{0M})$은 Zangwill과 Garcia[16]의 Path Following 알고리즘에 의하여 구할 수 있다.

3. 제한된 local buffer를 가진 FMS의 최적 구조 결정 알고리즘

생산성의 향상을 위한 FMS의 도입은 많은 초기 투자비용을 수반하게 되므로 생산자는 최소의 투자비용으로 일정수준 이상의 능력을 제공하는 FMS의 구성요소 즉, 각 작업장에서의 최적 기계대수 및 Local Buffer 수 그리고 시스템내의 가용한 파레트 수를 결정하는 해법 절차를 제공한다.

그림 1의 FMS 모형에서 MHS와 작업장 i를 구성하는 기계 한 대당 대당 구입비용이 SCi(i=0,1,2,.....,M), 작업장 i에서의 Local Buffer 한 개당 구입비용이 BCi(i=0,1,2,.....,M), 시스템내의 작업물 한개당 유지비용이 C_N이라 할때 최소의 비용으로 시스템의 단위시간당 생산량인 Throughput이 일정수준 이상이 되게하는 최적화 문제는 다음과 같다.

$$\text{Min } Z(\underline{x})=\sum SC_i \cdot S_i+\sum BC_i \cdot B_i+C_N \cdot N$$
$$\text{S.T} \quad X(\underline{x}) \geq Xp \quad (3.1)$$

여기서

$\underline{s}=(S_0, S_1,....., S_M)$: 각 작업장의 기계대수를 나타내는 벡터

$\underline{b}=(B_0, B_1,....., B_M)$: 각 작업장의 Local Buffer 수를 나타내는 벡터

$\underline{x}=(\underline{s},\underline{b},N)$: 정수값을 가지는 결정변수들의 벡터

$Z(\underline{x})$: x 구성하에서의 시스템구성비용

$X(\underline{x})$: 주어진 시스템의 출력률

Xp : 요구되는 일정수준의 시스템의 출력률

을 나타낸다.

즉 최적시스템 구성문제는 비선형 제약식을 가지는 비선형계획법 문제로 결정변수들이 정수이고 제약식의 출력률함수는 대기행렬망의 해에 의하여 표현되므로 일반형태의 수학적 프로그래밍 기법을 사용할 수가 없다.

이와 같은 최적화 문제를 효율적으로 해결하기 위하여 본 연구에서 개발된 해법절차는

1. 최저구성(Lower Configuration)결정
2. 발견적해법에 의한 Heuristic Solution 발견
3. Optimal Solution 결정

의 3단계로 구성된다.

3.1 최저구성(Lower Configuration)결정

최저구성 $\underline{x}$는 결정변수들의 Lower Bound 들로 이루어진다. 즉 최저구성 $\underline{x}$는 임의의 시스템 구성 $\underline{x}'$중에서 어느 한 요소라도 최저구성 $\underline{x}$의 요소보다 작을경우 즉 $\underline{x}'_i < x_i$이면 $X(\underline{x}') < x_p$가 되는 시스템 구성이다.

각 작업장 앞에 무한크기의 Local Buffer가 존재하는 CQN에서 지수분포의 작업시간을 가지는 작업장 i(i=0,1,2,.....,M)의 평균 서어비스시간을 m_i, 평균방문 회수를 V_i라 할때 Asymptotic Bound Analysis[7]에 의하면

$$X(\underline{x}) \leq \text{Min} \frac{Si}{Vi \cdot m_i} \quad (i=0,1,2,.....,M) \tag{3.3.1}$$

$$X(\underline{x}) \leq \frac{N}{\sum_{i=0}^{M} V_i \cdot m_i} \tag{3.3.2}$$

의 관계식에 의하여 출력률의 상한을 구할 수 있다.

그렇지만 본 연구의 모형처럼 각 작업장 앞에 제한된 크기의 Local Buffer가 존재할 경우에는 작업장 i에서 처리되는 부품들의 비율 Li와 Central Buffer에서 특정 작업장 i로 이동하려는 비율 r_{oi}는 같지 않게 된다.

따라서 한번 방문당 평균 서어비스시간과 평균 방문 횟수의 곱으로 정의되는 작업장 i의 Loading은 r_{oi}에 의하여 구해지는 평균 방문 횟수 Vi가 아닌 작업장 i에서 실제로 처리되어야 하는 Li에 의하여 구해져야 한다.

각 작업장 앞에 제한된 Local Buffer가 존재하는 FMS의 결정변수들 즉 각 작업장의 기계대수 Si (i=0,1,.....,M)들과 시스템내의 가용한 파레트수 N의 Lower Bound 들은

$$Si \geq Xp \cdot (Li \cdot m_i) \quad (i=0.1,.....,M) \tag{3.3.3}$$

$$N \geq Xp \cdot (\sum_{i=0}^{M} Li \cdot m_i) \tag{3.3.4}$$

이다.

Si^b와 N^b를 $Xp \cdot (Li \cdot m_i)$와 $x_p \cdot (\sum_{i=0}^{M} L_i \cdot m_i)$보다 큰 정수 중 가장 작은 정수값이라 하고 Local Buffer들의 최저한계로는 용량이 0일 경우 즉 $Bi^b = Si^b$라 하면 $\underline{x} = (\underline{s}^b, \underline{b}^b, N^b)$는 최저구성(Lower Configuration) 이 된다.

3.2 발견적 해법에 의한 Heuristic Solution 발견

주어진 시스템 구성 $\underline{x}$에서 결정변수들, 즉 작업장의 기계대수 Si 및 Local Buffer 수 Bi(i=0,1,.....,M)와 시스템내의 가용한 파레트 수 N을 한 단위 증가 시키면 시스템 출력률 $X(\underline{x})$는 증가하게 된다. 그러므로 발견적 해법에서는 시스템내의 가용한 파레트 수 N을 Lower Bound N^b에서부터 한 단위씩 증가시키면서 고정된 N에 대해 일정 수준 이상의 생산능력 Xp를 최소의 비용으로 제공하는 각 작업장의 기계대수 Si 및 Local Buffer 수 Bi(i=0,1,2,.....,M)를 결정한다. Heuristic Solution은 최저의 구성 비용을 제공하는 결정변수들로 구성되며 구성비용이 동일할 경우에는 보다 큰 시스템 출력률 $X(\underline{x})$를 제공하는 시스템 구성이 해가 된다.

$\underline{u}^i$를 i번째 요소만 1이고 나머지는 0인 M+1 차원의 단위백터라 할때 고정된 N에 대하여 Heuristic Solution을 얻는 절차는

다음과 같다.

Step 0. 최저구성(Lower Configuration)을 초기해로 한다.

Heuristic Solution의 시스템 구성비용인 Z^h에 매우 큰 수를 할당하고 Step 2로 간다.

Step 1. 현 시스템구성 비용이 Z^h보다 크면 Heuristic 알고리즘을 종료한다.

Step 2. 현 시스템구성 $\underline{x}$의 출력률 $X(\underline{x})$가 Xp보다 클 경우에는 현 시스템 구성이 Heuristic Solution을 제공하며 이때의 구성비용이 Z^h가 되어 Step 4로 가고 그렇지 않으면 Step 3로 간다.

Step 3. 현 시스템구성 x에 대하여 각 작업장의 Local Buffer를 한 단위씩 증가시켜

$$\Delta io=\underset{i}{Max}\ \Delta i=\underset{i}{Max}\left\{\frac{X(\underline{s},\underline{b}+\underline{u}^i,N)-X(\underline{s},\underline{h},N)}{Z(\underline{s}+\underline{u}^i,\underline{b},N)-Z(\underline{s},\underline{b},N)}\right\}$$

$(i=1,2,\ldots\ldots,M)$

를 구한다.

계산된 Δio가 양수이면 작업장 i의 Local Buffer를 한단위 증가시켜 시스템 구성비용을 구한 후 Step 1으로 간다.

그렇지 않으면 각 작업장들의 Local Buffer를 아무리 증가시켜도 Xp를 못 얻는 경우이므로 기계대수를 증가시키기 위하여 Step 4로 간다.

Step 4. 현 시스템 구성 $\underline{x}$에 대하여 각 작업장의 기계대수를 한 단위씩 증가시켜

$$\Delta io=\underset{i}{Max}\ \Delta i=$$

$$\underset{i}{Max}=\left\{\frac{X(\underline{s}+\underline{u}^i,\underline{b},N)-X(\underline{s},\underline{b},N)}{Z(\underline{s}+\underline{u}^i,\underline{b},N)-Z(\underline{s},\underline{b},N)}\right\}$$

$(i=0,1,\ldots\ldots,M)$

를 구한다.

작업장 i_0의 기계대수를 한 단위씩 증가시킨후 모든 작업장의 Local Buffer를 최저한계 즉 용량을 0으로 놓고 Step 1로 간다. 만일 Δio가 0이면 현재의 시스템내의 작업물수 N에 대하여는 Xp를 얻을 수 있는 시스템이 존재하지 않는 경우이므로 역시 Heuristic 알고리즘을 종료한다.

3.3 Optimal Solution 결정

최적해를 얻기위하여 Implicit Enumeration Algorithm을 이용한다. Implicit Enumeration Algorithm에서는 3.1절에서 얻은 최저구성($\underline{s}^b$, $\underline{b}^b$, N)을 이용하여 시스템내의 가용한 파레트수 N을 N^b에서 부터 한 단위씩 증가 시키면서 고정된 N에 대해 Si, Bi(i=0,1,.....,M)를 결정한다. Optimal Solution은 최저의 구성비용을 제공하는 결정변수들로 구성되며 구성비용이 동일한 경우에는 보다 큰 시스템 출력률 $X(\underline{x})$를 제공하는 시스템 구성이 해가 된다.

3.2절에서 구한 Heuristic Solution을 현 Optimal Solution(Z^*,$\underline{x}^*$)으로 놓고 알고리즘을 시작하여 각 결정변수들을 증가시킬 때마다 구성비용을 비교하고 그 비용이 현 Optimal Solution보다 작을 경우에만 성능평가를 수행하여 구해진 출력률이 Xp를 넘을 경우에는 그 시스템구성이 현 Optimal Solution 이 된다. 구성비용이 현 Optimal Solution보다 큰 시스템구성 $\underline{x}$에 대하여 $\underline{x}'>\underline{x}$인 모든 시스템구성 $\underline{x}'$들은 목적함수를 형성하는 비용함수가 단조증가함수이므로 고려하지 않는다.

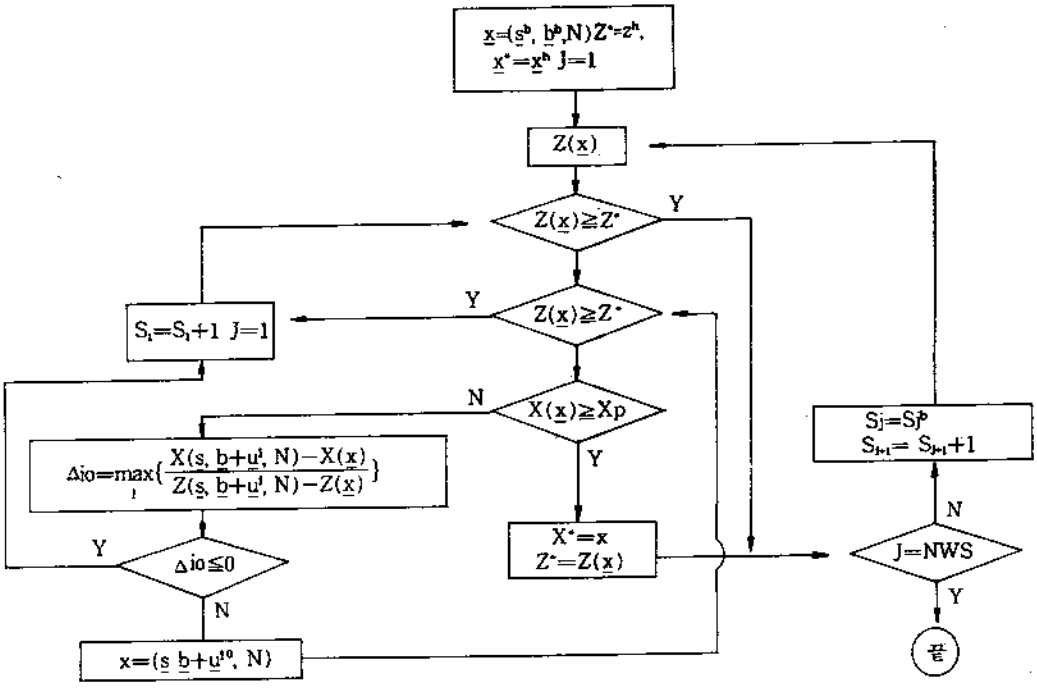


그림 2. Implicit Enumeration Algorithm의 흐름도

그림 2는 Optimal Soltution을 얻는 Implicit Enumeration Algorithm의 흐름도이다.

4. 예제

표 1은 MHS와 7개의 작업장으로 구성되어 있는 FMS에서의 예제 입력자료이며 표 2는 최적구성결정 알고리즘의 해이다.

즉 표 1의 입력 자료에 의해 요구되는 일정 수준의 시스템 출력률 3.0을 최소의 시스템 구성비용으로 제공하는 최적 구성결정 알고리즘의 Optimal Solution은 각 작업장에서의 최적 기계대수 S_0=6, S_1=

표 1. 예제입력자료

	MHS	작업장 1	작업장 2	작업장 3	작업장 4	작업장 5	작업장 6	작업장 7
평균 서비스율 μ_i	3.889	2.0	5.0	10.0	2.5	0.5	2.0	3.333
작업장 i 에서 처리되는 부품의 비율 Li	1	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
기계 한대당 구입 비용 SCi	200	150	135	100	90	80	60	50
local buffer 한개당 구입비용 BCi	10	10	10	10	10	10	10	10

- 제공품 한 개당 유지비용 C_N=10
- 요구되는 일정 수준의 시스템출력률 Xp=3.0

표 2.최적구성 결정 알고리즘의 해

파레트수		MHS	작업장 1	작업장 2	작업장 3	작업장 4	작업장 5	작업장 6	작업장 7	구성비용	구성의 출력률
최저구성	서버수	6	2	1	1	2	6	2	1		
	local buffer수	0	0	0	0	0	0	0	0		
27	요구되는 일정수준의 출력률 X_P=3.0을 얻을 수 없다.										
28	서버수	6/6	2/2	1/1	1/1	2/2	6/6	2/2	2/2		
	local buffer수	28/28	3/3	3/3	3/3	3/3	4/4	4/4	2/2	3115	3.0004
29	서버수	6/6	2/2	1/1	1/1	2/2	6/6	2/2	2/2		
	local buffer수	29/29	3/3	4/4	2/2	3/3	4/4	3/3	2/2	* 3115	* 3.0065
30	서버수	6/6	2/2	1/1	1/1	2/2	6/6	2/2	2/2		
	local buffer수	30/30	3/3	4/4	2/2	3/3	4/4	3/3	2/2	3115	3.0128
31	서버수	6/6	2/2	1/1	1/1	2/2	6/6	2/2	2/2		
	local buffer수	31/31	3/3	3/3	2/2	3/3	4/4	3/3	2/2	3115	3.0061
32	서버수	6/6	2/2	1/1	1/1	2/2	6/6	2/2	2/2		
	local buffer수	32/32	3/3	3/3	2/2	3/3	4/4	3/3	2/2	3115	3.0076

Optimal Solution / Heuristic Solution

2, S_2=1, S_3=1, S_4=2, S_5=6, S_6=2, S_7=2, 각 작업장에서의 Local Buffer 수 B_0=29, B_1=3, B_2=4, B_3=2, B_4=3, B_5=4, B_6=3, B_7=2, 시스템 내의 가용한 파레트수 N=29 이며 이때의 시스템 출력률은 3.0065 이다.

또한 Heuristic Solution 은 Optimal Solution 과 일치한다.

5. 結 論

본 연구에서는 각 작업장 앞에 제한된 크기의 Local Buffer 가 존재하는 현실적인 FMS 모형에서 최소의 시스템 구성비용을 가지고 일정수준 이상의 생산능력을 제공하는 FMS 의 구성요소 즉 각 작업장에서의 최적 기계대수 및 Local Buffer 수 그리고 시스템 내의 가용한 파레트수를 결정하는 해법절차를 개발하였다.

개발된 해법절차에 의하면 각 작업장에서의 기계대수와 Local Buffer 수들의 조합으로 형성되는 수많은 시스템구성들 때문에 Full Enumeration 에 의한 최적구성결정이 현실적으로 불가능하였던 문제들도 퍼스널 컴퓨터에 의한 계산이 가능하였다.

또한 Gradient 를 분석하여 구해진 Heuristic Solution 은 시도했던 실험의 모든 경우에 Optimal Solution 과 일치한다. 따라서 작업장의 수 M 과 시스템내의 가용한 파레트수 N 이 커서 Optimal Solution 을 제공하는

Implicit Enumeration Algorithm에 많은 시간이 소요되는 문제에 대해서는 빠른 시간에 구할 수 있는 Heuristic Solution을 Optimal Solution으로 이용하여 최적 구성결정에 소요되는 시간을 단축시킬 수 있다.

참고로 MHS와 3개의 작업장으로 구성된 FMS와 MHS와 7개의 작업장으로 구성된 FMS에서 Heuristic Solution과 Optimal Solution을 얻기 위해 수행된 Yao-Buzacott 알고리즘에 의한 성능평가 횟수를 비교하면 다음과 같다.

	Heuristic Solution	Optimal Solution
MHS와 3개의 작업장으로 구성된 FMS	1470	3342
MHS와 7개의 작업장으로 구성된 FMS	4880	43124

Reference

1. Altiok, T., and S. Stidham, "The Allocation of Interstage Buffer Capacities in Production Lines",*IIE Trans.*, Vol. 15, No. 4, PP. 292−299, 1983.
2. Boxma, O. J., and A. G. Konheim, "Approximate Analysis of Exponential Queueing Systems with Blocking", *Acta Inform.*, Vol. 15, PP. 19−66, 1981.
3. Buzacott, J. A., and D. D. Yao, "On Queueing Network Models of Flexible Manufacturing System", *Queueing Syst. Theory Appl.*, Vol. 1, PP. 5−27, 1986.
4. Dallery, Y., and Y. Frein, "An efficient Method to Determine the Optimal Configuration of Flexible Manufacturing System", *Proc. 2nd ORSA/TIMS*, K. E. Stecke and R. Suri (ed.), 1986.
5. Gershwin, S. B., and I. C. Schick,"Modeling and Analysis of Three-Stage Transfer Lines With Unreliable machines and Finite Buffers", *O.R.*, Vol. 31, PP. 354−380, 1983.
6. Hillier, F. S., and R.W. Boling, "Finite Queues in Series with Exponential or Erlang Service Times−A Numerical approach", *O.R.*, Vol. 15, PP. 286−303, 1967.
7. Jahorjan, J., K. C. Sevcik D. L. Eager, and B. Galler, "Balanced Job Bound Analysis of Queueing Networks", *Comm. ACM*, Vol. 25, No. 2, PP. 134−141, 1982.
8. Konheim, A. G., and M. Reiser, "Finite Capacity of Queueing Systems with Applications in Computer Modeling", *SIAM J. Comput.*, Vol. 7, PP. 210−229, 1978.
9. Labetoulle, J., and G. Pujolle, "HDLC Throughput and Response Time for Bidirectional Data Flow with Nonuniform Frame Sizes", *IEEE Trans. Computers*, Vol. 6, PP. 405−413, 1981.

10. Trivedi, Kishor S., and Robert A. Wagner," A Decision Model for Closed Queueing Networks", *IEEE Trans. on S/W Eng.*, Vol. 5, No. 5, 1979.
11. Vinod, E., and J. J. Solberg," The Optimal Design of Flexible Manufacturing Systems", *Int. J. Prod. Res.*, Vol. 23, No.6, 1985.
12. Whitney, C. K., and R. Suri," Algorithms for Part and Machine Selection in FMS", *Annals of Operations Research*, Vol. 3, No. 1−4, 1985.
13. Yao, D. D., and J. A. Buzacott, "Modeling a Class of State Dependent Routing in Flexible Manufacturing Systems", *Annals of Operations Research*, Vol. 3, No. 1−4, PP. 153−167, 1985.
14. Yao, D. D., and J. A. Buzacott, "Models of Flexible Manufacturing Systems with Limited Local Buffers", *Int. J. Prod. res.*, Vol. 24, No. 1, PP 107-118, 1986.
15. Yao, D. D., and J. A. Buzacott, "Modeling a Class of Flexible Manufacturing Systems with Reversible Routing", *O.R.*, Vol. 35, No. 1, PP. 87−93, 1987.
16. Zangwill, W. I., and Garcia, C. B., *Pathways to Solutions, Fixed Points, and Equilibria*, (Englewood Cliffs, New Jersy : Prentice−Hall)
17. 김진우, 김성식, "예산 제약하에서의 최적 유연생산시스템 구성에 관한 연구", *고려대학교 이공논집*, Vol. 28, PP. 141−146, 1987.