

□ 論 文 □

確率的 利用者 平衡通行 配分에 關한 研究

A Study on the Stochastic User Equilibrium Assignment

李 承 宰

((株)惟信設計公團)

全 京 秀

(서울대학교 土木工學科)

林 岡 源

(서울대학교 環境大學院)

目 次

I . 序 論	(Stochastic User Equilibrium
II . 通行배분모형의 유형	Assignment)
III . 확정적 평형통행 배분 (Deterministic User Equilibrium Assignment)	V . 事例研究
IV . 확률적 평형 통행 배분	VI . 結論 및 課題
	VII . 參考文獻

ABSTRACT

The behavioral mechanism underlying the traffic assignment model is a choice, or decision-making process of traveling paths between origins and destinations. The deterministic approach to traffic assignment assumes that travelers choose shortest path from their origin-destination pair. Although this assumption seems reasonable, it presumes that all travelers have perfect information regarding travel time, that they make consistently correct decision, and that they all behave in identical fashion. Stochastic user equilibrium assignment relaxes these presumptions by including a random component in traveler's perception of travel time.

The objective of this study is to compare "A Model of Deterministic User Equilibrium Assignment" with "Models of Stochastic User Equilibrium Assignment" in the theoretical and practical aspects. Specifically, SUE models are developed to logit and probit based models according to discrete choice functions.

The models were applied to Sioux Falls network consisting of 24 zones, 24 nodes and 76 links. The distribution of perceived travel time was obtained by using the relationship between speed and traffic flow.

I. 序 論

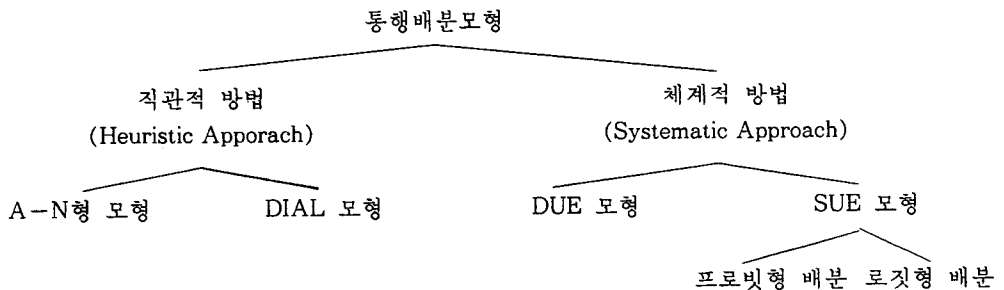
通行 需要豫測을 위한 接近法은 叢別 集團 模型方式(Aggregate Model)과 行態主義 理論에 근거한 個別 行態模型(Disaggregate Model) 方式으로 분류할 수 있다. 최근에는 이런 集團模型과 個別 行態模型의 結合을 통하여 보다 좋은 模型을 만들기 위한 試圖가 行해지고 있다(20, 22, 23, 25). 이러한 試圖中의 하나가 4段階 技法의 마지막 段階인 路線配定 模型에 소비자 效用이론에 근거를 둔 이산형 선택모형을 결합시켜 확률적 平衡通行 配分模型을 만드는 것이다(2, 9, 26). 이러한 점에서 본 研究는 通行 配分模型中 經濟學的 均衡의 概念을 導入하여 體系的으로 해를 찾는 확정적 平衡通行 配分模型과 確率的 平衡通行 配分模型들 間에 理論的인 面과 實際 適用面에서 比較를 하고자 하는 것이다. 특히, 確率的 平衡通行 配分模型은 이산형 選擇 模型에 따라 로짓형 확률적 平衡通行 配分模型(Logit-based Stochastic User Equilibrium Assgnment Model)과 프로빗형 확률적 平衡通行 配分模型(Probit-based Stochastic User Equilibrium Assignment Model)으로 세분화하여 각각의 長·短點을 比較하고자 한

다.

研究의 方法은 먼저 通行配分 模型의 類型을 살펴본 다음, 確定的 平行通行 配分模型과 確率的 平衡通行 配分模型의 理論的 考察과 각 모형의 알고리즘 比較를 통하여 模型의 長·短點을 파악한 후 각 모형을 실제 적용하여 結果를 分析하고자 한다. 模型의 실제 適用方法은 본 연구를 위해 Fortran으로 作成한 프로그램인 로짓형 確率的 平行通行 配分模型, 프로빗형 確率的 平衡通行 配分模型에 실제 適用地域인 Sioux Falls 네트워크를 코딩하여 實行하는 것이다. 이때 必要한 各 個人의 行態와 各 區間別 通行時間의 分布는 交通流와 速度의 關係로 도출하고자 한다.

II. 通行配分模型의 類型

通行配分模型의 類型을 보면 直觀的 方法(Heuristic Approach)을 利用해서 容量制約 및 通行量의 變化에 따른 通行時間의 變化를 고려하지 못하는 모형과 體系的 接近方法을 利用해서 容量制約 및 通行量의 變化를 고려하는 模型이 있다. <그림 1>은 이러한 方法에 따라 分類한 通行配分模型을 나타낸다.



- * A-N : 전량통행배분(All-or-Nothing)
- DUE : 확정적 평형(Deterministic User Equilibrium)
- SUE : 확률적평형(Stochastic User Equilibrium)

<그림 1> 通行配分模型의 分類

直觀的方法을 利用한 模型은 各 起終點을 잇는 最小費用 經路에 通行量의 全部를 할당하는 全量 通行配分 模型과 各 起終點間의 通行量의 複數路綫 할당을 前提로 하는 多重 經路 配定인 Dial 模型이 있다. 반면, 通行의 需要側面인 通行者의 路綫 選擇에 대한 合理的인 가정과 供給側面인 通行量의 變化에 따른 通行時間의 變化라는 두가지 要所를 考慮하여 經濟學的 均衡의 概念을 交通量 分析에 導入하여 體系的 接近方法으로 해를 구하는 模型으로는 Frank-Wolfe 알고리즘을 利用한 確定的 平衡通行配分模型(Deterministic User Equilibrium Assignment Model, DUE)과 確率的 平衡通行配分模型(Stochastic User Equilibrium Assignment Model, SUE)이 있다.

全量 通行配分 模型과 DUE 模型의 가정은 모든 通行者가 완전한 情報을 갖고 있어 單一 最小 經路를 택하게 된다는 것이고, Dial 模型과 SUE 模型은 通行者가 通行比率를 認識할 때 완전한 情報의 不足과 個別 行態로 인해 多重 最小 經路를 選擇하게 된다는 것으로 模型이 보다 現實的으로 構成되는 것이다.

全量 通行配分 模型은 가장 최소 경로에만 通行量을 할당하기 때문에 各 링크의 容量制約을 고려하지 못한다. 이를 극복하기 위해 起終點 通行量을 몇차례에 나누어 適用하는 점진적 通行配分技法(Incremental Assignment Technique)과 容量制約을 부과하여 용량계약을 滿足할 때까지 반복 할당하는 容量制約技法(Capacity Restraint Technique)이 있지만, 최적해의 수렴을 보장할 수 없다.

Dial 模型은 各 起終點間의 最小 經路가 複數路綫임을 前提하고 할당하지만 容量制約 및 通行量의 變化에 따른 通行時間의 변화를 고려하지 못한다. Dial 模型은 通行者들이 經路를 선택하게 될 확률을 열거법으로 구하지 않고 合理的인 經路를 고려하는 것에 의 해 풀어 나간다. 풀이 過程은 먼저 各 시점

에서 중점까지 最小 通行時間을 計算하면서, 合理的 經路를 정의한 뒤, 各 經路의 選擇 確率을 計算하고, 이 確率에 通行量을 곱하여 各 링크에 할당되는 通行 配分量을 구하게 된다.

確定的 平衡通行配分模型의 解法은 Le-Blanc et al.이 1975년에 Beckman et al.에 의 해 정립된 模型을 Frank-Wolfe 알고리즘을 利用하여 效率的으로 해를 구하는 技法을 開發하였다. 확률적 平衡通行配分模型은 1977 年에 Daganzo et al.이 Frank-Wolfe 알고리즘에 확률 선택 함수를 결합하는 것에 의 해 만들었다. 다음 各 節에서는 確定的 平衡通行 配分模型과 確率的 平行通行 配分模型의 수학적 構成式을 세우고, 各式의 의미가 Wardrop의 一次原理인 使用者 最適狀態(user optimum)를 나타내는지 보일 것이며, 또한 구해진 해의 唯一性(uniqueness)을 證明하여 링크別로 전체 최적(global optimum)이 成立하는지 보일 것이다. 마지막으로 各 模型의 알고리즘을 說明하고 各 模型의 適用 結果를 比較하고자 한다.

Ⅲ. 確定的 平衡通行配分 (Deterministic User Equilibrium Assignment)

確定的 平衡通行 配分模型은 經濟學的 均衡의 概念을 導入해서 交通量 配分을 하는 模型으로 모든 通行者가 완전한 情報을 갖고 있어 單一 最小 費用經路를 선택한다는 것이다. 이 模型의 構成原理는 Wardrop(1952)의 1次 條件에 따르며 均衡點이란 모든 通行者의 選擇經路가 最適點으로 더 이상 通行時間을 줄이기 위해 經路를 바꿀 수 없는 使用者 最適의 狀態를 말한다.

Beckman et al.(1956)은 이 原理를 數學的인 式으로 構成하였다. 즉, 均衡 狀態에 到達하는 해는 通行費用에 관하여 非 減少函數인 링크別 通行費用의 總合을 目的函數로 하

여 이를 最少化시키는 數學的 模型을 構成함으로써 이 問題를 唯一하고 安定的인 해로 구해낼 수 있음을 보였으며, 이 數學的 模型은 다음과 같다.

$$\min Z = \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x) dx \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{s.t. } \sum_r T_r^{ij} = T^{ij}, \quad V_{i,j} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_r^{ij} \geq 0 \quad V_{i,j,r} \dots\dots\dots (3)$$

$$V_a = \sum_i \sum_j \sum_r T_r^{ij} \delta_{a,r}^{ij} \quad V_a \dots\dots\dots (4)$$

여기서 V_a : 링크 a의 通行量
 T^{ij} : i에서 j로 가는 모든 通行量
 T_r^{ij} : i에서 j로의 r 경로를 이용하
 는 통행량
 $\delta_{a,r}^{ij} = 1$: 링크 a가 i, j간의 경로 r상
 에 포함될 경우
 $= 0$: 그렇지 않을 경우
 $S_a(x)$: 링크 용량 저항 함수

이 問題가 해가 Wardrop의 1次 原理를 만족하는지 보이기 위해서는 非線型 函數의 最
 적해 條件인 Kuhn-Tucker式을 구해야 하며
 먼저 라그랑지안 함수를 구하면 다음과 같다.

$$L = \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x) dx + \sum_{i,j} \lambda^{ij} (T^{ij} - \sum_r T_r^{ij}) - \sum_{i,j,r} \lambda_r^{ij} T_r^{ij} \dots\dots\dots (5)$$

단, $\lambda^{ij}, \lambda_r^{ij}$ 은 라그랑지안 승수

라그랑지안 함수를 利用하여 Kuhn-Tucker 一次條件을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial T_r^{ij}} = \sum_a S_a(V_a) \delta_{a,r}^{ij} - \lambda^{ij} - \lambda_r^{ij} = 0 \dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial T^{ij}} = \lambda^{ij} = 0, \quad V_{i,j,r} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda^{ij}} = T^{ij} - \sum_r T_r^{ij} = 0 \quad V_{i,j,r} \dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_r^{ij}} = T_r^{ij} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

이 式을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_a S_a(V_a) \delta_{a,r}^{ij} - \lambda^{ij} - \lambda_r^{ij} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\lambda_r^{ij} T_r^{ij} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\sum_r T_r^{ij} = T^{ij} \dots\dots\dots (12)$$

즉, $T_r^{ij} > 0$ 이면 (11)式에서 $\lambda_r^{ij} = 0$ 이고 式(10)은 $\sum_a S_a(V_a) \delta_{a,r}^{ij} = \lambda^{ij}$ 이 된다. 이 式의 意味는 經
 路 r을 使用하는 通行量이 있을 때는 i, j로의
 모든 通行 費用이 같다는 것을 나타낸다. 또
 한 $T_r^{ij} = 0$ 이면 式(11)에 의해 $\lambda_r^{ij} \geq 0$ 이고 式(10)은
 $\sum_a S_a(V_a) \delta_{a,r}^{ij} \geq \lambda^{ij}$ 로 표현되며 이 式의 意味는 i
 에서 j로의 경로 r을 使用하는 通行量이 0일
 경우 경로 r을 택한다면 通行費用은 더 커지
 게 된다는 것으로 이 條件은 Wardrop의 1次
 原理를 만족한다. 또한 式(12)는 通行保存法則
 을 만족시킨다.

다음으로 最적해의 唯一性은 목적함수가
 강볼록함수(Strictly convex Function)이고, 制
 約式은 볼록집합(Convex Set)을 만족시키는
 지 보이면 된다. 먼저 목적 함수가 강볼록
 함수임을 보이기 위해서는 이 問題가 最少化
 問題이기 때문에 헤시안(Hessian)행렬이
 positive definite인지 보여야 한다. 먼저 목적
 함수는 다음 式(13)과 같다.

$$Z(x) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw \dots\dots\dots (13)$$

이 목적 함수를 x에 대해 두번 미분하면
 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Z(x)}{\partial x_m^2} = t_m(x_m) \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial^2 Z(x)}{\partial x_m \partial x_n} = \frac{\partial t_n(x_m)}{\partial x_m} = \begin{cases} \frac{dt_n(x_n)}{dx_n} & \text{for } m=n \\ 0, & \text{for } m \neq n \end{cases}$$

..... (15)

이것을 헤시안행렬로 표현해 보면 다음과 같다.

$$\nabla^2 Z(x) = \begin{bmatrix} \frac{dt_1(x_1)}{dx_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{dt_2(x_2)}{dx_2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \frac{dt_n(x_n)}{dx_n} \end{bmatrix}$$

..... (16)

이 행렬은 대각(diagonal) 요소가 양의 수이기 때문에 positive definite가 된다. 또한 제약식은 선형으로 구성되기 때문에 볼록집합(convex set)이 되어서 이 모델의 해는 유일하게 된다.

確定的 平衡通行 配分模型의 알고리즘은 Dafermos et al.(1969)가 經路 通行量 벡터(Route Flow Vector)를 利用하여 만들었으나 컴퓨터 용량을 많이 차지하고 경로를 열거법으로 구하게 되어 大規模 네트워크에는 適用이 不可能하였다. 그후 컴퓨터 메모리를 줄이기 위해 Leventhal et al.(1973)이 Column Generating 方法을 利用하는 알고리즘을 제시했으나 여전히 非實用的이었다. LeBlance (1973), LeBlance et al.(1975)은 Frank-Wolfe 알고리즘을 利用하는 볼록問題(convex programming) 方法을 제시했으며 이것은 링크 通行량을 利用하여 큰 規模의 네트워크에도 適用할 수 있었다. 이 方法의 알고리즘 構成은 초기해에서 출발하여 목적 함수를 改善시켜 주는 實行 가능한 方向을 發見하는 것과 그 方向으로의 이동크기를 決定하는 것

의 두 部分으로 크게 나누어지며 다음과 같다.

단계 0 : 초기해 設定

링크 通行時間을 自由 交通流 狀態로 두고 각 O-D 經路上의 最小經路를 찾아 全量 通行配分을 하여 초기해(V_s^0)을 구한다.

단계 1 : 링크 通行時間의 수정

링크의 容量 抵抗函數에 의해 각 링크의 通行時間을 修正한다.

단계 2 : 實行可能 方向의 發見

修正된 링크 通行時間을 기초로 다시 각 O-D 經路上의 最小 경로를 찾아 全量 通行配分을 하여 임시해(W_s^n)를 구한다.

단계 3 : 해(λ^n)의 이동크기 決定

라인탐색 方法을 利用하여 λ^n 을 구한다. 즉,

$$\min_{0 \leq \lambda \leq 1} \int_0^{V_s^0 + \lambda(W_s^n - V_s^0)} S_s(x) dx \quad \dots \dots (17)$$

단계 4 : 새로운 해의 수정

단계 3에서 구한 λ^n 을 利用하여 해를 수정한다.

$$V_s^{n+1} = V_s^n + \lambda^n (W_s^n - V_s^n) \quad \dots \dots (18)$$

단계 5 : 收斂 條件 判定

收斂 條件을 檢査하여 만족하지 않으면 단계 1로 가서 반복하고 그렇지 않으면 최적해이므로 實行을 中止한다.

이 方法을 要約하면 式 (1) (2) (3) (4)를 만족시키는 해를 X' 라 하면 목적함수 $f(x)$ 는 임의의 변수 y 에 대하여 Taylor 展開의 1次 근사식을 취하면

$$f(y) = f(x') + \nabla f(x' + \theta(y - x'))(y - x') \quad \theta \in (0, 1) \quad \dots \dots (19)$$

θ 는 0으로 하면 式 (19)는

$$f(y) = f(x') + \nabla f(x') \cdot (y - x') \quad \dots \dots (20)$$

의 1次 근사식으로 表現된다. 식(19)는 목적함수로 하고 式 (2) (3) (4)를 제약조건으로 하는 線型計劃의 問題가 되며 이의 해를 y' 라 할 때 $d' = y' - x'$ 은 元來의 목적함수(1)을 최소화하는 合理的인 方向이 된다. 그러므로 이 d' 方向內에서 목적함수 式(1)을 최소화하는 점을 찾기 위해 다음과 같은 1次元 問題를 線型探索(Line Search)技法을 利用하여 푼다.

$$\text{Min}_\lambda f(x' - \lambda d'), \lambda \in [0, 1] \dots\dots\dots (21)$$

式 (21)의 해를 택하여

$$x^2 = x' + \lambda d' \dots\dots\dots (22)$$

로 하여 최적해인 x^* 에 近接시키게 된다.

IV. 確率的 平衡通行 配分模型
(Stochastic User Equilibrium Assignment)

確率的 平衡通行 配分模型도 經濟學的 均衡의 概念을 導入하지만 모든 通行者가 완전한 情報의 부족과 個別行態로 인해 多重 最小費用 經路를 택한다고 가정하여 通行時間을 確率變數로 취급해서 利用者들의 個別行態를 고려하는 것에 의해 模型의 現實性을 더욱 反映하고 있다. 이 模型의 構成原理는 Wardrop(1952)의 條件을 Daganzo et al (1977)이 수정하여 提示하였다. 構成原理란 “균형정이 되면 모든 通行者는 一方으로 經路를 바꾼다고 해도 認知通行時間(Perceived Travel Time)을 減少시킨다고 믿지 않는다”이다.

確率的 平衡通行配分の 條件을 需要와 供給함수의 概念으로 表現하면 다음과 같다.

$$\text{需要} : x_k^{rs} = q^{rs} \cdot p_k^{rs}(t_k^{rs}), \forall k, r, s \dots\dots\dots (23)$$

$$\text{供給} : t_k^{rs} = \sum_a t_a(x_a) \delta_{ak}^{rs}, \forall k, r, s \dots\dots\dots (24)$$

여기서 x_k^{rs} : r에서 s로의 k經路를 利用

하는 通行量

q^{rs} : r에서 s로의 通行量

P_k^{rs} : r에서 s로의 k經路를 利用할 確率

t^{rs} : r에서 s로의 通行時間

t_k^{rs} : r에서 s로의 k經路를 利用할 때의 通行時間

X_a : 링크 a의 通行量

$\delta_{ak}^{rs} = 1$: r에서 s로의 k經路에 링크 a가 포함되는 경우
= 0 : 그렇지 않은 경우

위 式의 의미는 r에서 s로의 k經路에 配分되는 通行量은 r에서 s로의 O/D量에 通行時間의 함수로 決定되는 r에서 s로의 k經路를 選擇할 確率의 곱으로 表現된다는 것으로 이는 各 通行者의 認知誤差와 혼잡효과(congestion effect)를 說明한다. 여기서 個別行態를 나타내는 확률은 분포 함수의 가정에 따라 크게 로짓형 선택함수와 프로빗형 선택함수로 나뉘어진다. 로짓형 함수는 式의 表現이 明白하나 非關聯 代案의 獨立性(Independence from Irrelevant Alternatives) 性質로 相互 獨立인 代案들에 대한 選擇行爲를 分析할 때 바람직하다. r-s 사이의 k經路를 利用할 効用이 iid Gumbel 分布라 하면 다음과 같이 表現된다.

$$U_r^{rs} = -\theta C_k^{rs} + \epsilon_r^{rs}, \forall k, r, s \dots\dots\dots (25)$$

여기서 U_k^{rs} : r에서 s로의 k經路를 利用할 効용 벡터

$-\theta C_k^{rs}$: r에서 s로의 k經路를 利用할 觀測 可能한 속성 벡터

ϵ_k^{rs} : r에서 s로의 k經路를 利用할 確率에러항(검별분포)

이때 k번째 經路를 選擇하게 될 確率は 다음과 같다.

$$P_k^{rs} = \frac{\exp(-\theta C_k^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta C_k^{rs})} \quad V_{k,r,s} \dots\dots\dots (26)$$

프로빗 함수는 相互關聯의 代案의 選擇에 공분산을 고려하는 것에 의해 로짓함수의 限界點을 극복하지만 계산이 복잡하여 費用이 많이 든다. 효용 함수의 확률 에러항을 定規 分布로 가정하면 프로빗 함수가 誘導된다.⁽²⁴⁾ 즉, 에러항의 結合 確率分布는 다항 정규 분포가 된다. 이 分布를 k개 平均 μ 와 (k by k) 공분산 행렬 Σ 로 나타내면 ϵ -MVN(μ , Σ)이 되고, 공분산과 k 代案이 선택될 확률을 Clark(1961)근사식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{공분산} : (\Sigma)_{kk} = \text{Var}(\epsilon_k) \quad V_k \dots\dots\dots (27)$$

$$(\Sigma)_{kl} = \text{Cov}(\epsilon_k, \epsilon_l) \quad V_{k \neq l} \dots\dots\dots (28)$$

$$P_k = P_r \{ U_k \geq \max_{V_{l \neq k}} (U_l) \} \dots\dots\dots (29)$$

$$= P_r \{ [\max(U_1, \dots, U_{k-1}, U_{k+1}, \dots, U_k)] - U_k \leq 0 \} \dots\dots\dots (30)$$

$$= \Phi \left\{ \frac{V_k - V_{-k}}{\sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_{-k}^2 - 2\sigma_k \sigma_{-k} \rho_{-k,k}}} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

$$\text{여기서 } V_{-k} = E[\max(U_1, \dots, U_{k-1}, U_{k+1}, \dots, U_k)] \dots\dots\dots (32)$$

$$\sigma_{-k}^2 = E[\max(U_1, \dots, U_{k-1}, U_{k+1}, \dots, U_k)] \dots\dots\dots (33)$$

$$\rho_{-k,k} = \text{Cor}[U_k, \max(U_1, \dots, U_{k-1}, U_{k+1}, \dots, U_k)] \dots\dots\dots (34)$$

Daganzo 20(1982)는 수정된 Wardrop의 原理로 確率의 平衡通行 配分模型을 수학적 模型으로 構成하였다.

$$\min_x Z(x) = - \sum_{rs} q_{rs} E[\min_{k \in R} \{ C_k^{rs} \} | C^{rs}(x)] +$$

$$\sum_a X_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw \quad \dots\dots\dots (34)$$

여기서 q_{rs} 는 r-s의 通行量, C_k^{rs} 는 認知費

用, X_a 는 링크 a의 通行量, $t_a(x_a)$ 는 링크 a의 通行時間, $t_a(w)$ 는 링크 용량 저항 함수이다. 또한 $E[\min_{k \in R} \{ C_k^{rs} \} | C^{rs}(X)] = S^{rs}[C^{rs}(X)]$ 로 기대 認知通行時間(Expected Perceived Travel Time)이다.

이 問題가 確率的 平衡通行 配分の 條件과 같은지 보이기 위해서는 목적함수를 通行量으로 一次 미분하여야 하며 다음과 같다.

$$\text{첫째 항 } \partial \{ - \sum_{rs} q_{rs} S^{rs}[C^{rs}(X)] \} / \partial X_b \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$= - \sum_{rs} q_{rs} \sum_k \partial S^{rs}[C^{rs}(X)] / \partial C_k^{rs} \cdot \frac{\partial C_k^{rs}(X)}{\partial X_b} \dots\dots\dots (36)$$

$$= - \sum_{rs} q_{rs} \sum_k P_k^{rs} (dt_b/dX_b) \delta_{bk}^{rs} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$(\because \partial S^{rs}[C^{rs}(X)] / \partial C_k^{rs} \equiv P_k^{rs},$$

$$\begin{aligned} \partial C_k^{rs}(X) / \partial X_b &= \frac{\partial}{\partial X_b} [\sum_a t_a(x_a) \delta_{a,k}^{rs}] \\ &= \frac{dt_b(x_b)}{dx_b} \delta_{b,k}^{rs} \end{aligned}$$

$$\text{둘째 항 } \partial \{ \sum_a X_a t_a(x_a) \} / \partial X_b \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$= t_b + X_b (dt_b/dX_b) \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$\text{세째 항 } \partial \{ - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw \} / \partial X_b \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$= -t_b \quad \dots\dots\dots (41)$$

式 (37), (39), (41)을 합하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(x)}{\partial X_b} &= [- \sum_{rs} q_{rs} P_k^{rs} \delta_{b,k}^{rs} + X_b] \\ &\quad (dt_b/dx_b) = 0 \quad \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \sum_{rs} \sum_k q_{rs} P_k^{rs} \delta_{b,k}^{rs} = X_b \quad \dots\dots\dots (43)$$

이 式을 경로로 表現하면

$$X_b^{rs} = q_{rs} P_k^{rs} \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$\sum_k X_k^{rs} = q_{rs} (\because \sum_k P_k^{rs} = 1) \quad \dots\dots\dots (45)$$

즉, 確率的 平衡通行 配分の 條件과 交通

流 보존의 법칙 그리고 確率.選擇理論을 만족한다.

확률적 평형 통행 배분모형의 유일성(Uniqueness)을 보이기 위해서는 최소화 문제가므로 헤시안행렬이 positive definite임을 보여야 한다. 즉 $\partial^2 Z(x)/\partial x_b \partial x_a$ 를 계산해야 하며 식(43)을 이용하면 계산은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Z(x)}{\partial x_b \partial x_a} = \left[-\sum_n \sum_k q_{rs} \sum_l \frac{\partial P_k^{rs}}{\partial C_l^{rs}} \frac{\partial C_l^{rs}}{\partial X_a} \delta_{bk}^{rs} + \frac{\partial X_b}{\partial X_a} \right] \left(\frac{dt_b}{dx_b} \right) + \sum_n \sum_k q_{rs} P_k^{rs} \delta_{bk}^{rs} + X_b \left] \frac{d^2 t_b}{dx_b dx_a} \dots (46)$$

링크-경로관계식(link-path incidence)을 이용하면 다음이 성립한다.

$$\frac{\partial C_l^{rs}}{\partial X_a} = \frac{dt_a}{dX_a} \delta_{al}^{rs} \dots (47)$$

$$\frac{\partial X_b}{\partial X_a} = \begin{cases} 1 & \text{if } a=b \\ 0 & \text{if } a \neq b \end{cases} \dots (48)$$

이 관계식을 이용해서 식(46)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Z(x)}{\partial x_a \partial x_b} = \left[-\sum_n \sum_k q_{rs} \sum_l \frac{\partial P_k^{rs}}{\partial C_l^{rs}} \left(\frac{dt_b}{dX_b} \delta_{bl}^{rs} \right) \left(\frac{dt_b}{dX_b} \delta_{bk}^{rs} \right) + \frac{dt_b}{dX_b} + \left[-\sum_n \sum_k q_{rs} P_k^{rs} \delta_{bk}^{rs} + X_b \right] \frac{d^2 t_b}{dx_b^2} \right]$$

$$\text{for } a=b - \sum_n \sum_k q_{rs} \sum_l \frac{\partial P_k^{rs}}{\partial C_l^{rs}} \left(\frac{dt_a}{dX_a} \delta_{al}^{rs} \right) \left(\frac{dt_b}{dX_b} \delta_{bk}^{rs} \right) \text{ for } a \neq b \dots (49)$$

식(49)는 b번째 행과 a번째 열로 되는 Z(x)의 헤시안 행렬이 된다. 이것을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 Z(x) = \sum_n q_{rs} [(\nabla_x t \Delta^{rs}) \cdot (-\nabla_x P^{rs}) \cdot (\nabla_x t \Delta^{rs})^T + \nabla_x t + \nabla_x^2 t R] \dots (50)$$

여기서 ∇ 는 Jacobian, Δ^{rs} 는 링크-경로관계식 행렬(link-path incidence matrix) $R = (-\sum_n \sum_k q_{rs} P_k^{rs} \delta_{bk}^{rs} + X_b)$ 를 나타내는 $A \times A$ 의 대각 행렬이다. 식(50)을 각 항별로 구분하면 첫째 항은 $S^{rs}(C^{rs})$ 가 오목함수(Concave Function)이기 때문에 $-\nabla_x P^{rs}$ 는 positive-semi-definite가 된다.(24) 그리고 이 항은 이차함

수형태이므로 positive-semidefinite가 된다. 둘째항은 링크성능함수가 증가함수이기때문 positive definite가 된다. 마지막항은 $\nabla_x^2 t$ 는 positive definite지만 X_a 의 값에 따라 positive 또는 negative definite가 된다. 하지만 평형(Equilibrium)상태에 도달하면($X_a - \sum_n \sum_k q_{rs} P_k^{rs} \delta_{bk}^{rs} \rightarrow 0$)으로 되어 이 세번째항은 평형 상태가 되면 무시해도 되기 때문에 이식은 유일한 해를 갖게 된다.

확률적 평형 통행 배분모형의 알고리즘은 Daganzo et al.(1977)이 Frank-Wolfe 알고리즘에 확률선택모형을 결합시키는 방법을 이용하여 제시했으며 알고리즘의 구성은 초기해에서 출발하여 목적함수를 개선시켜 주는 실행 가능한 방향을 발견하는 것과 그 방향으로의 이동크기를 결정하는 것의 두부분으로 나누어지며 각 단계에서 해를 구할 때 모의실험을 이용하여 각 링크의 평균 통행인지 시간을 구하게 되어서 각 경로의 열거로 인한 컴퓨터 메모리의 절약과 큰 규모의 네트워크에도 적용을 가능하게 한다.

확률적 평형 통행 배분모형의 알고리즘은 확정적 평형 통행 배분모형과 비교할 때 전량 통행 배분 대신에 확률적 배분을 하면 된다. 확률적 배분모형에는 로짓모형과 프로빗모형을 이용할 수 있고 각각 장단점을 갖고 있다. Daganzo et al.(1977)은 그의 논문에서 로짓모형의 단점을 제시하고 프로빗모형의 정확성을 주장한다. 다음은 확률적 평형 통행 배분의 알고리즘을 나타낸다.

- 단계 0 : 초기해 설정
링크 통행시간을 자유 교통류 상태로 두고 확률적 배분을 하여 초기해(V_0^*)을 구한다.
- 단계 1 : 링크 통행시간의 수정
링크의 용량 저항 함수로 각 링크의 통행시간수정
- 단계 2 : 실행가능한 방향의 발견
추정된 링크 통행시간을 기초로 확률적 배분을 하여 임시해(W_0^*)을 구

한다.

단계 3 : 해(λ^n)의 이동크기 결정

라인 탐색방법을 이용하여 λ 를 구한다.

$$\min \sum_{0 \leq k \leq 1} \int_0^{V_a^{n+1} + \lambda(W_a^n - V_a^n)} S_a(x) dx \quad \dots\dots (52)$$

단계 4 : 새로운 해의 수정

단계 3에서 구한 λ^n 을 이용하여 해를 수정한다.

$$V_a^{n+1} = V_a^n + \lambda^n (W_a^n - V_a^n) \quad \dots\dots (53)$$

단계 5 : 수렴조건판정

수렴조건이 만족되지 않으면 단계1로 가서 반복하고 그렇지 않으면 최적해임으로 중지한다.

이 알고리즘에서 확률적 배분을 하는 절차는 각 통행인지 시간의 분포에 따라 결정되며 로짓형을 각 링크의 통행인지 시간이 iid Gumbel분포라 가정하며 프로빗형은 정규분포라 가정한다. 다음은 이 확률적 배분의 알고리즘을 나타낸다.

단계0 : 각 링크에서 인지 통행 시간을 한번 샘플링한다.

단계1 : 샘플링된 인지 통행 시간을 기준으로 최소경로를 찾아 전방 통행배분 방법으로 배분하여 통행량 [Y_a^n]을 얻는다.

$$\text{단계2 : } \bar{Y}_a^n = [(n-1)\bar{Y}_a^{n-1} + Y_a^n] / n \quad \dots\dots (53)$$

$$\underline{\bar{Y}}_a^n = [(n-1)\underline{\bar{Y}}_a^{n-1} + (Y_a^n)^2] / n \quad \dots\dots (54)$$

$$\sigma_a^n = [Y_a^n - (Y_a^n)^2] / (n-1)^{1/2} \quad \dots\dots (55)$$

를 계산한다.

단계3 : 수렴조건에 만족되면 중지하고 그렇지 않으면 단계 0으로 간다.

$$\text{수렴조건은 } \frac{\sum \sigma_a^n}{\sum Y_a^n} < \epsilon \text{으로 정한다.}$$

다음은 로짓형 선택함수와 프로빗형 선택함수식으로 부터 확률변수의 값이 발생하는

과정을 살펴보자. 먼저 Gumbel 분포의 확률 밀도함수는

$$f(x) = AX^{(A-1)} \exp(-X^A), X > 0, A > 0 \quad \dots\dots (56)$$

이고, 누적확률밀도함수는

$$F(x) = 1 - \exp(-X^A) \quad \dots\dots (57)$$

가 되어 다음과 같은 확률변수가 발생된다 (14).

$$X = [-\ln(R)]^{(1/A)} \quad \dots\dots (58)$$

여기서 X는 확률변수, R은 함수, A는 매개변수이다.

이 분포를 더 일반적인 경우로 확장하면, 즉 위치변수(Locational Variable) C와 분산변수(Scale Variable) B를 이용하면 확률밀도함수는 다음과 같게 된다(14).

$$f(x)' = (A/B)[X-C]/B^{(A-1)} \exp - [(X-C)/B]^A, X > C, A, B > 0 \quad \dots\dots (59)$$

이 분포를 이용해서 확률변수를 발생시키는 식을 만들면 다음과 같다(14).

$$X' = [-\ln(R)]^{(1/A)} \times B + C \quad \dots\dots (60)$$

다음은 프로빗 선택모형으로 쓰이는 정규분포의 확률변수를 유도해 보자. 정규분포에서 확률변수를 발생시키기 위해서는 일반적인 정규분포의 계산이 어렵기 때문에 직관적 기법을 이용한다. 즉 (0,1) 사이의 일양분포(uniform distribution)의 평균이 (1/2)이고 표준편차가 (1/12)가 되므로 중심극한 정리를 이용하면 n개의 일양분포의 합은 근사적으로 평균이 (n/2)이고 표준편차가 ($\sqrt{n/12}$)가 된다(15). 그러므로 R_1, R_2, \dots, R_n 이 무작위 일양분포의 샘플이라 하면 평균이 (n/2)이고 표준편차가 0인 근사 정규분포의 확률변수는 다음과 같다(15).

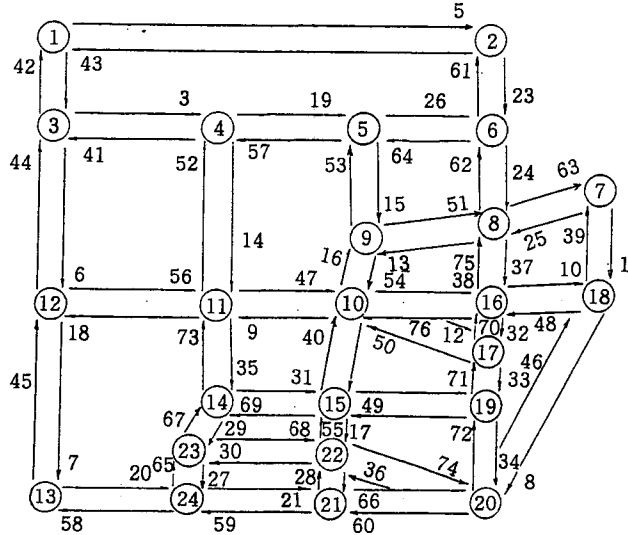
$$X = \sigma / \{ (n/12) [\sum_{i=1}^n R_i + (\mu - (n6)/2(n/12))] \} \quad \dots\dots (61)$$

식의 계산 편의를 위해 n을 일반적으로 12로 잡는다. 그러면 평균이 0이고 표준편차가 1인 표준정규분포의 확률변수는 다음식과 같게 된다.

$$X' = \sum_{i=1}^n Ri - 6 \dots\dots\dots (62)$$

V. 事例研究

確定的 平衡通行 配分模型, 로짓형 확률적 平衡通行配分 模型, 프로빗형 확률적 平衡通行配分 模型의 실제 적용은 (그림 2)의 Sioux-Falls네트워크를 존을 24個 노드(Node)를 24個, 링크(Link)76個로 하여 적용하였다.



(그림 2) Sioux-Falls네트워크

이때 필요한 資料인 通行 手段別 기준점 通行量(O-D table)은 <表 1>과 같다.

<表 1> Sioux-falls 네트워크의 O/D表

0	1	1	5	2	3	5	8	5	13	5	2	5	3	5	5	4	1	3	3	1	4	3	1	
1	0	1	2	1	4	2	4	2	6	2	1	3	1	1	4	2	0	1	1	0	1	0	0	
1	1	0	2	1	3	1	2	1	3	3	2	1	1	1	2	1	0	0	0	0	1	1	0	
5	2	2	0	5	4	4	7	7	12	14	6	6	5	5	8	5	1	2	3	2	4	5	2	
2	1	1	5	0	2	2	5	8	10	5	2	2	1	2	5	2	0	1	1	1	2	1	0	
3	4	3	4	2	0	4	8	4	8	4	2	2	1	2	9	5	1	2	3	1	2	1	1	
5	2	1	4	2	4	0	10	6	19	5	7	4	2	5	14	10	2	4	5	2	5	2	1	
8	4	2	7	3	8	10	0	8	16	8	6	6	6	4	6	22	14	3	7	9	4	5	3	2
8	4	2	7	3	8	10	0	8	16	8	6	6	6	4	6	22	14	3	7	9	4	5	3	2
13	6	3	12	10	8	19	16	23	0	40	20	19	21	40	44	39	7	18	25	12	26	18	8	
5	2	3	15	5	4	5	8	14	39	0	14	10	16	14	14	10	1	4	6	4	11	13	6	
2	1	2	6	2	2	7	6	6	20	14	0	13	7	7	6	2	3	4	3	7	7	5		
5	3	1	6	2	2	4	6	6	19	10	13	0	6	7	6	5	1	3	6	6	13	8	3	
3	1	1	5	1	1	2	4	6	21	16	7	6	3	13	7	7	1	3	5	4	12	11	4	
5	1	1	5	2	2	5	6	10	40	14	7	7	13	0	12	15	2	8	11	8	26	10	4	
5	4	2	8	5	9	14	22	14	44	14	7	6	7	12	0	23	5	13	16	6	12	5	3	
4	2	1	5	2	5	10	14	9	39	10	6	5	7	15	23	0	6	17	17	6	17	6	3	
1	0	0	1	0	1	2	3	2	7	2	2	1	1	2	5	6	0	3	4	1	3	1	0	
3	1	0	2	1	2	4	7	4	18	4	3	3	3	8	13	17	3	0	12	4	12	3	1	
3	1	0	3	1	3	5	9	6	25	6	5	6	5	11	16	17	4	12	0	12	24	7	4	
1	0	0	2	1	2	4	7	4	18	4	3	3	3	8	13	17	3	0	12	4	12	3	1	
4	1	1	4	2	2	5	5	7	26	11	7	15	13	26	12	17	3	12	24	18	0	21	11	
3	0	1	5	1	1	2	3	5	18	13	7	8	11	10	5	6	1	3	7	7	21	0	7	
1	0	0	2	0	1	1	2	2	8	6	5	7	4	4	3	3	0	1	4	5	11	7	0	

링크 容量 抵抗函數는 다음과 같은 BPR式을

이용했다.

$$BPR : T = T_0 \{1 + a(V/C)^b\} \dots\dots\dots (63)$$

여기서 T는 修正된 링크 通行時間, T₀는 自由交通類에서의 링크 通行時間, V는 링크 通行量, C는 링크 通行容量, a,b는 媒介變數이다. 다음 <表 2>는 Sioux-Falls 네트워크의 링크別 自由交通類 상태에서의 링크 通行時間과 링크 通行容量을 나타낸다. 또한 媒介變數 a, b는 각각 0.03과 4를 사용하였다.

確率的 平衡通行 配分模型에서 사용되는 通行인지시간(Trip perceived Time)의 平均과 分散은 式(64)와 같은 交通類와 速度의 關係式으로 求해진다.(29, 30)

$$V = a - bf \dots\dots\dots (64)$$

〈表 2〉 Sioux-Falls네트워크의 각 링크別 特性值

LINK#	NODE a	NODE b	TIME	CAP	LINK#	NODE a	NODE b	TIME	CAP
1	1	2	6.00	26.	39	13	24	4.00	5.
2	1	3	4.00	23.	40	14	11	4.00	5.
3	2	1	6.00	26.	41	14	15	5.00	5.
4	2	6	5.00	5.	42	14	23	4.00	5.
5	3	1	4.00	23.	43	15	10	6.00	14.
6	3	4	4.00	17.	44	15	14	5.00	5.
7	3	12	4.00	23.	45	15	19	3.00	16.
8	4	3	4.00	17.	46	15	22	3.00	10.
9	4	5	2.00	18.	47	16	8	5.00	5.
10	4	11	6.00	5.	48	16	10	4.00	5.
11	5	4	2.00	18.	49	16	17	2.00	5.
12	5	6	4.00	5.	50	16	18	3.00	20.
13	5	9	5.00	10.	51	17	10	8.00	5.
14	6	2	5.00	5.	52	17	16	2.00	5.
15	6	5	4.00	5.	53	17	19	2.00	5.
16	6	8	2.00	5.	54	18	7	2.00	23.
17	7	8	3.00	8.	55	18	16	3.00	20.
18	7	18	2.00	23.	56	18	20	4.00	23.
19	8	6	2.00	5.	57	19	15	3.00	16.
20	8	7	3.00	8.	58	19	17	2.00	5.
21	8	9	10.00	5.	59	19	20	4.00	5.
22	8	16	5.00	5.	60	20	18	4.00	23.
23	9	5	5.00	10.	61	20	19	4.00	5.
24	9	8	10.00	5.	62	20	21	6.00	5.
25	9	10	3.00	14.	63	20	22	5.00	5.
26	10	9	3.00	14.	64	21	20	6.00	5.
27	10	11	5.00	10.	65	21	22	2.00	5.
28	10	15	6.00	14.	66	21	24	3.00	5.
29	10	16	4.00	5.	67	22	15	3.00	10.
30	10	17	8.00	5.	68	22	20	5.00	5.
31	11	4	6.00	5.	69	22	21	2.00	5.
32	11	10	5.00	10.	70	22	23	4.00	5.
33	11	12	6.00	5.	71	23	14	4.00	5.
34	11	14	4.00	5.	72	23	22	4.00	5.
35	12	3	4.00	23.	73	23	24	2.00	5.
36	12	11	6.00	5.	74	24	13	4.00	5.
37	12	13	3.00	26.	75	24	21	3.00	5.
38	13	12	3.00	26.	76	24	23	2.00	5.

여기서 a, b는 양의 상수로 나타낼수 있고, 平均値에 관해서 $S\sqrt{f}$ 를 交通類(f)에서의 표준편차를 취하면 속도(V)의 범위는

$$V = a - bf \pm S\sqrt{f} \dots\dots\dots(65)$$

로 나타낼 수 있다. 즉,

$$V \pm S\sqrt{(a-v)b} \dots\dots\dots(66)$$

로 되고, 이것을 通行時間으로 고치면

$$\left[60 / (V \pm S\sqrt{(a-v)b}) \right] \text{ min/km} \dots\dots(67)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 V는 측정된 速度이고 a, b는 速度와 交通類의 相關關係에서 얻어진 상수이고, S는 편차의 정도를 나타내는 係數이다. 本 研究에서는 便宜를 위해 事

例地域을 두개의 지역으로 區分하여 다음과 같이 사용했다.

$$\text{地域 I : } V = (-0.0275)f + 60 \dots\dots\dots(68)$$

$$(E(V) = 18.7\text{km/hr})$$

$$\text{地域 II : } V = (-0.0225)f + 72 \dots\dots\dots(69)$$

$$(E(V) = 35.2\text{km/hr})$$

여기서 地域 I 은 業務中心區域으로(Central Business District)으로 (그림2)에서 마디 18, 8, 16, 9, 10을 나타내고 地域 II 는 外廓地域으로 나머지 부분을 나타낸다.

各 模型의 比較는 첫째 Wardrop의 균형 상태로의 접근 程度에 대한 尺度가 되는 數學的 模型에서의 目的函數의 값, 各 反復段階에서 총 할당되는 交通量의 變化量, 컴퓨터 計算時間, 황금분할탐색(Golden Section Search)에서의 加重值값의 變化 정도와 최종 반복단계에서 할당되는 각 링크別 通行量으로 했다. 다음 <表 3>, <表 4>, <表 5>는 각각 確定的 平衡 通行 配分模型, 로짓型 確率的 平衡 通行 配分模型, 프로빗型 確率的 平衡 通行 配分 模型의 각 반복 段階別 計算時間(CPU), 가중치 값, 총 할당되는 X Volume 값, Y Volume 값과 目的 函數값을 나타낸다.

<表 3> 확정적 平衡 通行 配分 模型의 結果值

iteration	CPU	LAMBDA	XVOL	YVOL	OBJ FUNC
0	0.66	0.30814	884	1291	7306.24
1	0.6	0.22227	1010	1077	6016.35
2	0.66	0.19138	1025	988	5673.17
3	0.6	0.3109	1018	946	5302.6
4	0.61	0.18573	995	972	5089.56
5	0.6	0.46144	991	873	4784.59
6	0.61	0.15733	937	955	4644.06
7	0.6	0.25761	940	915	4560.05
8	0.61	0.15541	933	899	4503.14
9	0.6	0.25546	928	890	4445.89
10	0.61	0.11098	918	908	4416.81
11	0.6	0.23797	917	890	4376.47
12	0.6	0.09629	911	897	4357.55
13	0.6	0.26467	909	867	4326.3
14	0.61	0.09015	898	916	4309.81
15	0.6	0.22673	900	870	4290.42
16	0.61	0.08405	893	910	4280.27
17	0.6	0.147	894	874	4270.47
18	0.61	0.0793	891	889	4264.56
19	0.6	0.13503	891	872	4256.28
20	0.61	0.05728	889	913	4252.32

<表 4> 로짓型 確率的 平衡 通行 配分 模型의 結果值

iteration	CPU	LAMBDA	XVOL	YVOL	OBJ FUNC
0	1.76	0.25472	1135	1322	10939.81
1	1.75	0.31474	1183	1112	7636.87
2	1.66	0.20482	1160	1036	6824.12
3	1.59	0.49543	1135	981	5794.7
4	1.65	0.23333	1059	957	5349.3
5	1.59	0.27935	1035	933	5104.12
6	1.65	0.2506	1006	941	4910.73
7	1.64	0.29995	990	874	4733.48
8	1.6	0.13921	955	958	4661.89
9	1.59	0.2908	956	872	4565.37
10	1.6	0.13503	931	927	4507.69
11	1.65	0.39081	931	872	4421.7
12	1.64	0.09528	908	956	4389.2
13	1.6	0.14818	912	871	4366.42
14	1.59	0.14808	906	915	4343.33
15	1.66	0.16225	908	870	4323.19
16	1.59	0.11074	901	867	4308.13
17	1.66	0.11583	898	889	4297.58
18	1.59	0.10195	897	871	4288.55
19	1.59	0.14954	894	887	4276.67
20	1.59	0.06196	893	880	4271.53

<表 5> 프로빗型 確率的 平衡 通行 配分 模型의 結果值

iteration	CPU	LAMBDA	XVOL	YVOL	OBJ FUNC
0	1.91	0.2937	1132	1249	12102.5
1	1.92	0.32221	1166	1090	8548.82
2	1.81	0.20775	1142	1000	7669.38
3	1.82	0.44511	1112	949	6690.48
4	1.81	0.23389	1040	945	6186.71
5	1.82	0.37884	1017	924	5842.64
6	1.81	0.14361	982	920	5696.09
7	1.8	0.36241	973	881	5500.91
8	1.81	0.15192	940	936	5397.44
9	1.82	0.37194	939	869	5283.15
10	1.81	0.11493	913	935	5231.87
11	1.76	0.21791	916	905	5189.61
12	1.81	0.14626	913	881	5152.62
13	1.82	0.11126	909	885	5133.78
14	1.81	0.15631	906	889	5110.89
15	1.87	0.12843	903	871	5090.74
16	1.81	0.15524	899	878	5071.58
17	1.87	0.07563	896	907	5062.34
18	1.77	0.10488	897	872	5053.35
19	1.8	0.09647	894	889	5044
20	1.81	0.14892	894	866	5032.74

먼저 目的 函數값은 確定的 平衡 通行 配分인 경우에는(式70)이고, 확률적 平衡 通行 配分인 境遇에는(式71)이 사용되었다. 즉

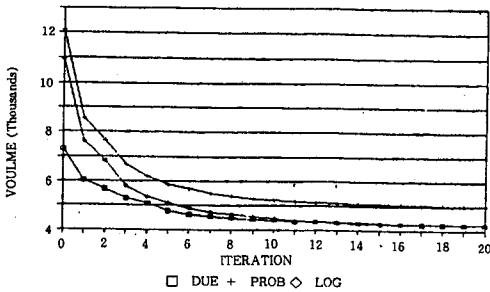
$$Z(x) = \sum_a \int_0^{v_a} S_a(X) dx \dots\dots\dots(70)$$

여기서 V_a 는 링크a의 通行量, S_a 는 링크a의 容量 抵抗 函數이다.

$$Z(X) = -\sum_a q_a E[\min\{C_a^r\} | C^{rs}(x)] + \sum_{K \in R} C^K(x)$$

$$\sum_a X_a t_a(X_a) - \sum_a \int_0^{X_a} t_a(w) dw \dots (71)$$

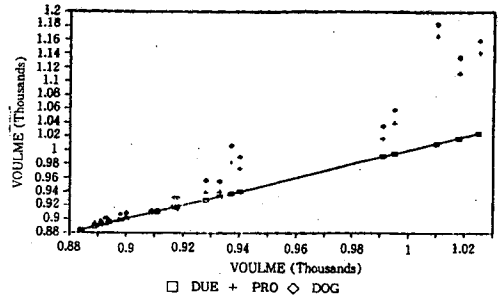
여기서 q_a 는 $r-s$ 의 통행량, C_a^r 는 인지 비용, X_a 는 링크 a 의 통행량, $t_a(X_a)$ 는 링크 a 의 통행시간, $t_a(w)$ 는 링크 a 의 용량 저항 함수이다. 따라서 (그림3)의 각 모델의 목적 함수값의 변화는 각 모델이最適均衡값에 도달하는 정도에 대한 성능의 비교보다는 점차 평형점에 도달하는 지표로 고려하는게 좋을 것이다. 20번 반복할때 확정적 균형 통행 배분 모델은 4252.32분으로 접근하고 있고, 로짓형 확률적 균형 통행 배분 모델은 4271.53분, 프로빗형 확률적 균형 통행 배분 모델은 5032.74분으로 수렴한다. 여기서 각 모델마다 균형점이 다른 이유는 확률적 모델의 분산에 있어서 인지 통행시간(Perceived Travel Time)의 편차 때문인것 같다.



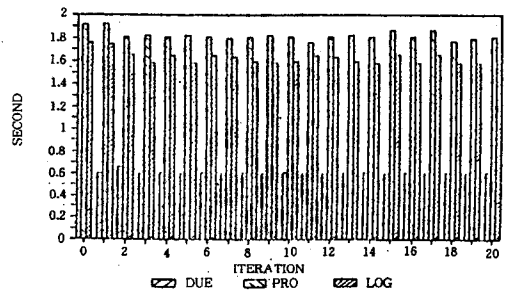
(그림 3) 각 모델의 목적 함수값의 변화圖

각 반복 단계에서 총 할당되는 교통량의 변화량은 (그림 4)에 나타나며 確定的 平衡 통행 배분 모델은 889 로짓형 확률적 平衡 통행 배분 모델은 893, 프로빗 모델의 경우는 894로 접근하여 각 모델이 平衡點에 도달함을 알수 있다.

각 모델의 計算時間의 변화는 (그림 5)에 나타난다. 確定的 平衡 통행 배분 모델의 計算 時間은 20회 적용시 12.8秒로 접근하고



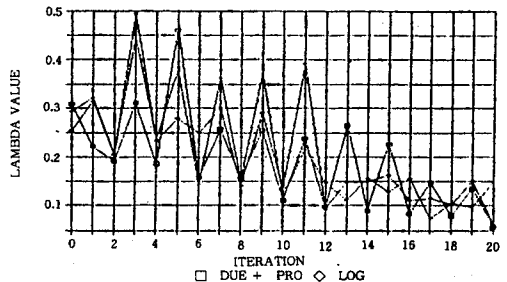
(그림 4) 각 모델의 反復段階別 총 할당량의 변화圖



(그림 5) 각 모델의 反復段階別 計算時間의 변화圖

있으며, 로짓형 확률적 平衡 통행 배분 모델은 34.24초 프로빗형 확률적 平衡 통행 배분 모델은 38.27秒로 되었다.

加重值의 변화는 (그림 6)에 나타나는 것처럼 20회 반복할 때 確定的 平衡 配分 모델, 로짓형, 프로빗형 확률적 配分 모델이 각각 0.05728, 0.06196, 0.14892값으로 수렴했다.



(그림 6) 각 모델의 反復段階別 가중치값의 변화圖

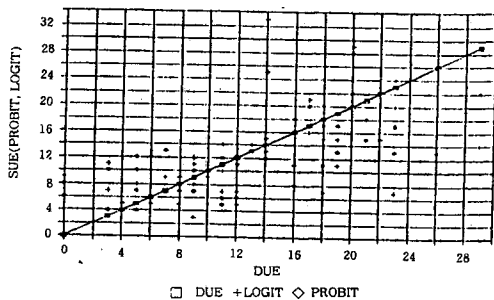
각 모델의 20회 반복 단계에서의 링크별로 할당된 통행량은 <表 6>에 나타난다. 이것을 確定的 平衡通行 配分模型을 기준으로 나타내면 (그림 7)과 같다. 또한 確定的 平衡通行配分과 로짓型的 關係, 確定的 平衡通行配分과 프로빗型的 關係를, 회귀식으로 나타내면 다음 결과와 같다. 여기서 주목해야 할 것은 R²의 값이 각각 0.296007, 0.469097로 매우 相關關係가 높지 않다는 것이다. 이 결과는 Sheffi et al.(1981)에서 밝힌 바와 같이 “混雜이 심하지 않는 곳에서는 확정적 模型과 確率的 模型의 결과가 相異하고, 반면 混

雜이 심한 피크시에서의 결과는 두 모델의 결과가 비슷하다”는 것이다. 事例地域이 混雜이 심하지 않다는 점에서 이 결과는 매우 만족스럽다. 게다가, 이승재(1990) 論文에서 피크시에 서울시 네트워크로 模型을 적용한 결과는 R²값이 로짓型과 확정적 模型이 0.911906이었고 프로빗型과 확정적 模型이 0.923832이었던 점을 감안하면 Sheffi et al. (1981) 論文의 결과와 일치한다. 따라서 확률적 模型의 適用은 實行되는 費用을 고려할 때 혼잡이 심하지 않은 곳에 적용을 하는 것이 바람직할 것 같다. 또한 프로빗型과 로짓

<表 6> 각 모델의 20회 반복 단계에서의 링크별로 할당된 통행량

NODE A	NODE B	DUE	LOGIT	PROBIT	NODE a	NODE B	DUE	LOGIT	PROBIT
1	2	5	8	4	1	3	7	9	7
2	1	4	5	4	2	6	6	8	5
3	1	9	11	7	3	4	19	11	13
3	12	8	9	8	4	3	14	13	13
4	5	23	7	17	4	11	6	13	5
5	4	18	17	17	5	6	3	3	10
5	9	26	10	13	6	2	4	5	5
6	5	9	3	9	6	8	7	9	13
7	8	18	11	11	7	18	22	23	15
8	6	12	7	12	8	7	18	19	11
8	9	5	12	5	8	16	0	0	8
9	5	14	20	15	9	8	10	9	5
9	10	29	14	22	10	9	23	20	23
10	11	18	15	20	10	15	20	29	28
10	16	16	11	11	10	17	8	8	8
11	4	6	5	5	11	10	14	33	25
11	12	10	10	10	11	14	11	7	6
12	3	16	8	8	12	11	3	11	10
12	13	13	13	13	13	12	13	14	13
13	24	11	10	11	14	11	14	16	12
14	15	3	7	4	14	23	9	12	10
15	10	17	16	20	15	14	6	19	12
15	19	17	21	20	15	22	19	15	17
16	8	0	9	6	16	10	16	12	16
16	17	11	11	12	16	18	23	13	13
17	10	8	8	8	17	16	12	11	11
17	19	10	10	10	18	7	21	15	15
18	16	23	24	17	18	20	21	18	18
19	15	16	18	18	19	17	10	10	9
19	20	5	10	10	20	18	20	20	22
20	19	5	7	7	20	21	6	6	6
20	22	8	7	7	21	20	5	8	7
21	22	5	10	10	21	24	7	7	13
22	15	19	17	19	22	20	8	5	7
22	21	5	5	12	22	23	18	8	4
23	14	9	9	8	23	22	18	2	7
23	24	11	14	5	24	13	11	11	11
24	21	6	14	12	24	23	12	5	6

型 模型의 R²의 결과는 0.576253이었다.



〈그림 7〉 20回 反復時 링크別로 할당된 各 模型의 關係圖

〈表 7〉 各 模型의 回歸分析結果

Regression Output (DUE, LOGIT)

Constant	5.695877
Std Err of Y Est	5.036642
R Squared	0.296007
No. of Observations	76
Degrees of Freedom	74
X Coefficient(s)	0.490255
Std Err of Coef.	0.087890

Regression Output: (DUE, PROBIT)

Constant	4.594493
Std Err of Y Est	4.016105
R Squared	0.469097
No. of Observations	76
Degrees of Freedom	74
X Coefficient(s)	0.566686
Std Err of Coef.	0.070081

Regression Output: (LOGIT, PROBIT)

Constant	3.323938
Std Err of Y Est	3.587982
R Squared	0.576253
No. of Observations	76
Degrees of Freedom	74
X Coefficient(s)	0.697023
Std Err of Coef.	0.069482

VI. 結論 및 課題

都市交通需要 豫測에서 가장 커다란 指標로 利用되는 것이 路線配分이다. 이 段階에서 計劃家는 正確하게 車輛이 얼마나 路線에

配分되는가를 알 수 있게 되며, 이러한 配分量에 따라 적정하게 計劃을 樹立하게 된다. 따라서 지금까지 많은 交通專門家들과 數學者들은 通行配分模型이 正確한 豫測力을 갖게 하기 위해 努力해 오고 있다. 처음에는 直觀的인 方法을 利用하여 主먹구구식으로 通行配分模型을 만들어 오다가, 最近에는 體系的인 方法을 利用하여 數學的으로 正確한 解를 찾으려고 努力하고 있다. 무엇보다도 豫測의 信賴度를 높이기 위해서는 模型이 現實에 맞게 構成되어야 한다. 따라서 많은 交通需要 豫測家들은 Wardrop의 路線配定の 原理를 假定하고 있다. 이 原理에서는 모든 通行者는 가장 最小의 經路를 택하여 通行을 하게 되며, 窮極의으로는 어떤 通行者도 路線을 바꾸어서 通行時間을 줄일 수 없게 되는 平衡狀態에 到達한다는 것이다. 그러나 지금까지는 通行者가 通行費用을 認識할 때 모든 情報를 알고 있고 個別行態가 通行者마다 모두 같아 通行費用이 모든 사람에게 있어 均一하다고 假定하고 問題를 풀어왔다. 그러나 模型이 좀더 現實에 맞기 위해서는 通行費用의 認識 및 個別行態가 通行者마다 다르다고 해야한다. 本 研究에서는 模型이 現實에 좀더 맞게 하기 위해 通行者가 通行費用을 認識할 때 個別行態와 情報의 不足으로 通行者마다 다르다고 假定했으며, 이를 模型에 反映하기 위해 確率의 分布 函數를 平衡通行 模型에 結合시켰다.

이 研究에서는 確率의 平衡通行 配分을 各 路線의 代案別로 獨立的으로 看做하는 로짓型 選擇配分模型과 相互關聯의으로 看做하는 프로빗型 選擇配分模型으로 分類하여 比較하였다. 比較方法으로는 먼저 平行模型의 數學的 構成式을 세우고, 이 式이 Wardrop의 1次 原理인 使用者 最適狀態인지 보인 다음, 求해진 解가 全體 最適(Global Optimum)인지 보이기 위한 解의 유일성을 證명한 후, 各 模型의 알고리즘을 考察하였다.

確率의 平衡通行配分 模型에서 必要한 通

행인지 費用의 確率의 分布는 交通類와 速度의 關係로 導出했으며, 適用地域인 Sioux-Falls 네트워크를 2가지 地域으로 區分하여 比較하였다. 각 模型의 比較尺度로는 目的函數 값, 加重值 값, 計算時間, 總 割當되는 通行量의 變化와 각 링크別 配定된 通行量이었다. 適用結果는 sheffi et al.(1982)의 論文에서 提案한 適用結果와 類似하게 되어 確定的 模型과 確率的 模型에 있어서 差異가 났다.

通行配分模型의 適用時 나타난 問題點 및 限界點은 다음과 같다. 첫째, Sioux-Falls 네트워크의 각 링크別 特性值에 대한 資料의 不足과 각 通行者마다의 認知通行時間에 대한 概略의 假定이었다. 둘째, Sioux-Falls 街路網에 맞는 링크容量 抵抗函數의 形態 및 適正 媒介變數에 대한 資料가 不足했고, 實測 링크別 配分通行량이 없어서 어떤 模型이 가장 正確한 豫測力이 있는지 把握하지 못한다는 것이다.

그러나 이러한 問題點 및 限界點에도 不拘하고, 각 模型이 동일한 與件에서 比較되었으므로 比較結果의 誤差는 큰 誤謬가 없는 것으로 생각된다.

앞으로의 研究課題로는 다음과 같다. 첫째, 確率的 平衡模型中 프로빗型과 로짓型 模型의 計算費用 및 正確도에 대한 研究와 프로빗 模型의 媒介變數의 精算에 대한 研究가 必要하다. 둘째, 確率的 平衡模型의 安定度에 대해 研究를 하여 어떠한 起終點 通行量에 대해서도 均衡點에 到達하는지 밝힐 必要가 있다. 셋째, 模型의 結果比較에서 示唆하는 바와 같이 어느 정도의 混雜狀態에서 確率的 平衡通行配分을 使用하는 것이 確定的 平衡通行配分模型을 使用하는 것보다 더 正確하고 有利한가를 分析할 必要가 있다. 넷째, 個別行態方式 模型과 宗別 集團模型方式를 混合하는 次元에서의 研究로는 混雜區間이 있을 경우를 考慮하는 模型, 起終點 通行量이 變化하는 狀態라고 假定하는 可變需要 模型, 각 時點이 變化하는 過程이라고 假定하

는 動的配定模型, 出發時間을 전날의 經驗에 비추어 調整하는 出發時間 調整模型 (Departure Time Adjustment Model) 등이 있다.

參 考 文 獻

1. 임강원, “都市交通計劃—理論과 模型—”, 서울대학교 出版部, 1986.
2. 이승재, “確率的 平衡通行配定 模型에 관한 研究”, 서울대학교 環境大學院 碩士學位論文, 1990.
3. 김익태, “路線配定 模型의 比較에 관한 研究—Frank—Wolfe Algorithm을 中心으로”, 서울대학교 環境大學院 碩士論文, 1989.
4. 전경수, “交通網 平衡理論을 應用한 結合模型의 開發”, 大韓交通學會誌, 第七卷二號, pp. 45~52, 1989.
5. 조중래, 이현구, “네스티드 로짓模型을 利用한 쇼핑 通行行態 分析研究”, 大韓交通學會誌, Vol. 7., No. 1, 1989.
6. Beckman, M. J., C. B. McGuire and C. B. Winsten, “Studies in the Economics of Transportation”, New Haven: Yale Univ. Press, 1956.
7. Clark, C. E., “The Greatest of a Finite Set of Random Variables”, Operations Research 9(2), 1961.
8. Daganzo, C. F., F. Bouthelier and Y. Sheffi, “Multinomial Probit and Qualitative Choice”, Transportation Science 11 (4), 1977.
9. Daganzo, C. F., “On the Traffic Assignment Problem with Flow Dependent Costs”, Transportation Research 11(6), 1977.
10. Daganzo, C. F., “Unconstrained Extremal Formulation of some Transportation Equilibrium Problems”, Transportation Science, 1982.
11. Daganzo C. F. and Y. Sheffi, “On Stoch-

- astic Model of Traffic Assignment", *Transportation Science*, 1977.
12. Fisk, C. "Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment", *Transportation Research*, 1980.
 13. Dafermos, S. C. and F. T. Sparrow, "The Traffic Assignment Problem for a General Network", *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 37B, 91~118.
 14. Hamdy A. Taha, "Operations Research", Macmillian Co., 1982.
 15. Hillier and Lieberman, "Introduction to Operations Research", 3th Edition, Holden-day.
 16. Horowitz, J. L., J. M. Sparmann, and C. F. Daganzo, "An Investigation of the Accuracy of the Clark Approximation for the Multinomial Probit Model", *Transportation Science* 16(3), 1982.
 17. LeBlanc, L., "Mathematical Programming Algorithms for Large Scale Network Equilibrium and Network Design Problems", PhD thesis, Industrial Engineering Dept. Northwestern Univ., 1973.
 18. LeBlanc, L., E. K. Morlok and W. P. Piers kalla "An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem", *Transportation Research* 9, pp. 309~318, 1975.
 19. Leventhal, T. L., G. L. Nemhauser and L. E. Trotter, "A Column Generation Algorithm for Traffic Assignment", *Trans. Sci.*, 7, 1973.
 20. Louviere, J. and R. J. Meyer, "A Composite Attitude-Behavior Model of Traveler Decision Making, TR, Vol. 15B. No. 5, 1981.
 21. McFadden, "The Measurement of Urban Travel Demand," *J. of public Economics*, 1974.
 22. M. P. Santos and M. G. Braga, "Research Trends in Urban Transport Science", TR, Vol. 22., 1988.
 23. Stopher, P. R. and Meyburg A., "Urban Transportation Modelling and Planning", Lexington Books, 1975.
 24. Sheffi, Y., "Urban Transportation Networks", Prentice-Hall, 1985.
 25. Sheffi Y. and C. F. Daganzo, "Computation of Equilibrium Over Transportation Networks: The Case of Disaggregate Demand Models", *TS*, 14(2), 1980.
 26. Sheffi, Y. and W. B. Powell, "A Comparison of Stochastic and Deterministic Traffic Assignment over congested Networks", TR, 1981.
 27. Smith, M. J. "The Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibria", TR, 1979.
 28. Wardrop, J. G., "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research", *Proceedings of Institution of Civil Engineers*, 1952.
 29. Young, W., "The Distribution of Speeds in Parking Facilities", *Traffic Engineering Control*, 1986.
 30. Jackson, W. Burke, "An Empirical Study of Travel Time Variability and Travel choice Behavior", *TS*, 1982.
 31. Mirchandani, P. and H. Soroush, "Generalized Traffic Equilibrium with Probabilistic Travel Times and Perceptions", *TS*, Vol. 21, 1987.