

# 2상유동의 해석적 모델링

김 병 주

홍익대학교 기계공학과 교수



●1954년생  
●2상유동 열전달을 전공하고 2상유동 불안정성, 2상유동-유인 진동, 기포역학, 비등열전달 등에 관심을 가지고 있다.

## 1. 머리말

최근에 이르러 2상유동의 해석은 열교환계, 원유수송계, 특히 원자력발전소 경수로의 안정성과 관련하여 활발히 연구되고 있으며 다양한 개념적 모델들이 제시되고 있다. 그러나 2상유동 및 열전달의 해석은 단상유동에 비해 난해하며 그 어려움은 2상유동 내부구조의 기본성질, 즉 유동양식(flow regime)에 의해 야기된다. 상사이의 혹은 2상혼합물과 구조물사이의 전달 기구는 유동양식에 의해서 결정된다는 것이 밝혀졌으나 유동양식의 개념은 총체적 형상에 기초한 것으로 일부 매개변수에 의한 파악은 충분하지 않다. 특히 유동양식은 체적의 크기에 의해 결정될 수도 있기 때문에 기하학적으로 복잡한 계의 경우 더욱 부족하다고 하겠다.

일반적으로 2상유동의 물리적 문제는 연속체 수식화에 의한 거시적영역과 구속관계(constitutive relation)로 표시된다. 2상유동 모델은 여러 방법에 의해 개발될 수 있으나 가장 큰 어려움은 구속관계의 정립과 연관되어 있다.

대부분의 경우 새로운 상황으로 발전시킬 수 있는, 혹은 새로운 관계식의 개발을 위한 현존 관계식은 극히 제한되어 있으며 이는 가장조건하의 2상유동 예측에 대한 신뢰성이 의

문시될 수 있음을 의미한다.

본 글에서는 2상유동의 해석적 모델링에 있어서 모델의 성립 및 제시된 모델의 특성에 대해 살펴보기로 한다.

## 2. 2상유동모델의 정립

2상유동계의 중요한 특성은 상을 분리하는 계면(interface)의 존재에 있다. 계면의 기하학적 형태에 따라 2상혼합물의 유동은 여러 유동양식으로 구별된다. 유동양식에 따라 전달기구(transport mechanism)은 크게 다를 수 있으며 실제의 경우 단일계에 있어서도 둘 혹은 그 이상의 유동양식이 공존할 수도 있다. 이는 2상유동 모델링의 복잡성을 더욱 고조시키고 있다.

국부적으로 2상유동계는 수많은 이동계면에 의해 구분된 단상영역으로 구성된다. 그러므로 이론적으로는 단상유동계에 적용할 수 있는 표준평형식과 계면에 상응하는 적절한 경계조건에 의해 2상유동문제는 수식화될 수 있다.

2상유동 해석을 위한 방정식은 2상을 포함하고 고정 검사체적에 대한 적분평형법칙(integral balance law)에 의해 유도되며 일반화된 적분평형식이 식 (1)에 나타나 있다.

$$\sum_{k=1,2} \frac{d}{dt} \int V_{k(t)} \rho_k \phi_k dV$$

$$\begin{aligned}
 &= - \sum_{k=1,2} \int_{A_k(t)} \rho_k \varphi_k (\underline{U}_k \cdot \underline{n}_k) dA \\
 &+ \sum_{k=1,2} \int V_{k(t)} \rho_k \phi_k dV \\
 &- \sum_{k=1,2} \int_{A_k(t)} \underline{n}_k \underline{J}_k dA + \int_{A_I(t)} \phi_I dA \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기서  $k$ 와  $I$ 는 각 상과 계면을 나타내며  $\varphi$ 는 국소량,  $\underline{J}$ 는 유속(efflux),  $\phi$ 는 체적생성항, 그리고  $\phi_I$ 는 계면 생성항을 의미한다.  $\rho$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{n}$ 은 밀도, 속도벡터, 법선벡터,  $V$ 와  $A$ 는 체적과 면적을 나타낸다.

적분평형식은 Leibnitz Rule과 Gauss theorem에 의해 각상에 대한 체적적분식과 계면에 대한 표면적분식으로 변환되어 각상에 대한 국소순간 상방정식(local instantaneous phase equation), 식 (2)와, 계면에 대한 국소순간 도약조건(local instantaneous jump condition), 식 (3)으로 유도된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \varphi_k) + \nabla \cdot (\rho_k \varphi_k \underline{U}_k) + \nabla \cdot \underline{J}_k \\
 - \rho_k \phi_k = 0 \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1,2} \rho_k (\underline{U}_k - \underline{U}_I) \cdot \underline{n}_k \varphi_k \\
 + \underline{n}_k \cdot \underline{J}_k + \phi_I = 0 \quad (3)
 \end{aligned}$$

국소순간 상방정식의 경우 미지수의 수가 주어진 식의 수보다 많으므로 그 해석을 위하여 보조적인 구속조건을 필요로 한다. 구속조건의 설정기준은 엔트로피 부등식, 구속공리(constitutive axiom), 물질 반응에 대한 수학적 모델이며 이상물질(ideal material)의 가정하에서 구속조건은 응력텐서와 자중에 대한 기계적 구속방정식, Fourier의 전도법칙으로 표시되는 에너지 구속방정식, 열역학적 균질유체의 경우 열역학적 상태량간의 상관관계를 나타내는 상태 구속방정식으로 주어진다.

국소순간 도약조건의 해석에는 계면에 대한 경계조건이 요구되며 각 상사이의 운동학적, 역학적, 열적인 관계에 대한 제한조건과 엔트로피 부등식에서 부가되는 구속관계로부터 유도된다. 결국 이들은 계면에 대한 열적, 기계적, 그리고 화학적 경계조건으로 나타난다.

이와 더불어 요구되는 기타 외부 경계조건으로 기포 핵생성에 대한 벽면 미세구조의 영향, 외부 경계면과 각 상과의 접촉조건, 벽면에 대한 속도, 힘, 에너지평형의 경계 및 구속조건이 있다.

국소순간방정식은 거의 모든 2상유동 모델링과정의 이론적근거를 이루며 도약조건은 2상유동해석의 독특한 조건으로 지배방정식에 나타나는 상사이의 상호작용 관계를 부여하고 있다. 국소순간방정식은 기포운동이나 막유동등의 해석에 직접적으로 사용되며 기포운동의 경우 액상운동량방정식은 Rayleigh식으로 유도된다. 그러나 국소순간 변수와 이동계면에 기초한 공식화는 계면의 위치가 미지인 다경계(multi-boundary) 문제로 귀결되어 그 해를 구한다는 것은 수학적 난이성에 의해 불가능하거나 비현실적이다. 따라서 이러한 어려움을 극복할 수 있는 거시적 관찰이 요구되며 2상유동모델의 개발을 위하여 주로 세가지의 접근방법이 사용되어 왔다.

- (1) 상호작용 연속체 가정(interacting continua assumption)에 의한 혼합물모델
- (2) 검사체적에 대한 공리평형식(postulated balance equation) 설정
- (3) 평균화방법에 의한 평균화평형식(averaged balance equation)의 정립

이러한 세 접근방법에 의하면 국소순간공식화의 상세내용은 부분적으로 상실된다. 즉 계면에서의 국소순간 전달량을 고려하는 대신 유체입자의 집합적인 상호작용과 계면의 운동이 거시적으로 2상유동 공식화에 모델화된다. 그러므로 국소전달과정에 대한 기본역학의 이해와 이 전달현상의 거시적 묘사가 필수적이라 하겠다.

위에서 제시한 접근방법중 첫번째 및 두번째 접근방법은 주로 가설이나 물리적 직관, 단상유동계와의 유사성 가정등에 기초를 두고 있으며, 평균화 방법은 수학적으로 엄밀하나 지배방정식의 긴 조작을 요구한다.

첫번째 접근방법의 경우 혼합물의 각 점은 2

상에 의해 동시에 점유되며 혼합물의 열역학 및 전달상태량은 각상의 상태량과 농도에 의해 결정된다. 각 상은 주어진 질량속도로 운동하며 상들의 상호확산과정이 모델내에 포함되어 있다<sup>(1)</sup>. 이 모델은 혼합물상태량, 혼합물평형, 상간의 전달과정에 대한 가설에 그 기초를 두고 있다. 그러나 2상유동계는 변형하는 계면에 의해 구분된 유한한 단상영역으로 구성되어 있음을 고려할 때 연속체 가정의 접근방법은 고도의 분산유동의 경우를 제외하고는 근본적으로 그 개념적 불합리성을 벗어날 수 없다고 하겠다. 2상유동의 특성인 계면의 존재와 관련된 변수의 불연속성이 전 유동장에 대한 일괄적인 연속성의 가정에 의해 간과되고 있는 것이다.

두번째 접근방법은 검사체적에 대하여 질량, 운동량, 에너지 평형방정식을 정립하는 것이다. 이 방법은 혼합물, 혹은 각 상에 대하여 수행될 수 있으며 대부분의 경우 유동장은 1차원 혹은 준 1차원 문제로 고려되고 있다. 그러므로 모델은 가상계면을 가진 평행류의 두 분리된 상으로 가시화될 수 있다. 물론 상간의 전달은 이 계면을 통하여 허용된다. 방법의 단순성과 1차원 공식화의 실용성에 의해 다양한 모델들이 이 접근방법에 의해 개발되었으며 광범위하게 사용되었다<sup>(2)</sup>. 이 모델은 환상 2상유동과 같이 분리된 2상유동의 해석에 있어서 계면 전단응력 및 열전달등의 관계식이 충분하다면 정확한 해를 줄 수 있는 방법이다.

거시적 2상유동 공식화를 위한 합리적 접근방법은 적절한 평균화의 적용이다. 2상유동계에 적용할 수 있는 평균화절차는 동적문제를 공식화하기 위한 기본 물리적 개념의 측면에서 세분야로 구별된다<sup>(3)</sup>. 이들은 Eulerian, Lagrangian, 그리고, Boltzmann 통계적 평균이다. 물론 이들은 평균화 정의의 변수에 따라 세분될 수 있다. 이 중 가장 널리 사용되는 분야는 Eulerian평균화이며 Eulerian-시간 그리고 Eulerian-면적 평균화절차는 2상유동 문제의 엄밀한 공식화의 이론적 바탕을 이루고 있다. 평균화의 적용과 더불어 거시적 과정에 영

향을 미치는 교란치의 통계적 상태량이나 계면의 집합적 영향은 다양한 구속관계의 수식화로 충분히 고려되어야 한다.

단상 난류유동의 해석에 광범위하게 사용된 Eulerian-시간 평균화는 3차원 2상유동 모델의 기초이다<sup>(4)</sup>. 이 모델은 입구영역이나 압력용기 내 유동과 같이 준 1차원 접근이 부정확할 경우 유효하게 사용된다. 이러한 특수한 경우를 제외하고는 Eulerian-면적 평균화에 의해 가장 실용적인 이상유동 공식화를 수행할 수 있다<sup>(5)</sup>. 면적평균화에 의하여 유도되는 지배방정식은 준 1차원식으로 관내유동의 경우 주유동의 법선방향에 대한 변수의 정보를 잃어버리게 된다. 그러므로 벽과 유체 사이의 운동량과 에너지의 전달과정은 실험적 관계식이나 단순화된 모델로부터 명기되어야 한다. 또한 변수의 상승적의 평균치는 평균치의 상승적과 다르므로 이 양자의 차이에 대한 정보가 공식화에 주어져야 한다. 면적평균 공식화에 있어서 상대속도에 대한 상과 속도분포의 영향도 고려되어야 한다.

### 3. 2상유동의 수학적모델

2상유동의 경우 수학적모델링은 평형식, 상사이의 관련된 구속조건, 경계 및 초기조건을 포함하며 대부분의 경우 모델이 실용적이 되기 위해서 어떤 형태의 평균화가 요구된다.

2상유동의 수학적 모델링은 다음과 같은 사항에 기초를 둔다.

(1) 보존법칙 : 질량, 운동량, 그리고 에너지 평형식으로 유도되며 이는 각 상과 계면에 공히 적용된다.

(2) 유동구조에 대한 이상화 : 유동양식이나 검사체적내 유동변수의 분포등에 대한 실험적 결과를 고려한 이상화로 위상법칙(topological law)으로 유도된다.

(3) 상의 물리적 상태량과 계면에 대한 이상화 : 열역학 제 2 법칙등의 보편적 공리에 입각하거나 유효한 실험결과를 고려한 이상화로 구속법칙(constitutive law)으로 유도된다.

(4) 상 계면에서 발생하는 전달현상의 이상과 : 실험결과를 고려한 이상화로 전달법칙 (transfer law)으로 유도된다.

(5) 이론적 혹은 실험적 제한조건

평균화된 평형식에서 혼합평균량은 자체내에 유동의 정보를 내재하고 있으며 유동변수의 상승적의 평균화에 포함된 유동구조, 시간틀이나 면적을 등의 총체적양에 포함된 유동구조, 밀도나 유속등에 포함된 물리적 상태량의 특성등이 이에 해당한다. 상승적의 평균은 위상법칙에 의해 관련 종속변수의 함수로 표시된다. 즉, 공간 및 시간 상관계수에 의해 상승적의 평균치와 평균치의 상승적사이의 상관관계가 규명되어질 수 있다. 총체적양도 위상법칙에 의해 지정되며 보이드율 위상법칙은 모델링과 정에서 필수적인 역할을 수행한다. 물리적 상태량은 구속법칙에 의해 제공되며 일반적으로 평균화기호를 무시하고 구해진다.

평균화된 평형식은 지배방정식에 계면등에 대한 전달항을 포함하며 도약조건에 표면장력 등의 저장항과 계면전달항을 갖고 있다. 각 계면항은 총체적양(주로 경계면적)과 유속밀도의 상승적으로 고려되며 총체적양은 위상법칙에 의해, 유속밀도는 구속법칙에 의해 제공된다.

2상유동계의 거시적 지배방정식의 공식화는 기본적으로 단일유체모델과 2-유체모델로 양분된다. 특수한 경우에 2상혼합물은 가상의 단일 유체로 고려되는 단일유체모델로 해석된다. 모델의 평형식은 혼합물을 단상유체로 취급한 경우와 형식적으로 동일하나 가상유체의 물리적 상태량을 결정하는 데 단일유체모델의 어려움이 있다. 2상유동의 엄격한 모델은 각 상을 별개의 유체로 취급하는 2-유체모델로써 각 상에 대한 질량, 운동량, 그리고 에너지 평형식에 의해 표시된다. 그러나 평균화과정에 의해 한 상은 다른 상에 대해 완전독립적이 될 수 없으므로 평형식속에는 상호작용항이 존재한다.

### 3.1 2-유체모델

본질적으로 2-유체모델은 각상과 계면에 대

한 평형법칙에 일치하는 유일한 모델이다. 각 상에 대한 지배방정식과 계면전달조건에 의해 거시적 2상유동계가 묘사되며 상사이의 교환량도 계면에서의 평형법칙을 따르므로 국소도약 조건으로 부터 계면전달조건을 유도할 수 있다. 결국 2-유체모델은 단일유체모델에 비해 상사이의동적 상호작용 해석의 가능성과 함께 높은 정확성의 해를 줄 수 있으나 고도의 정밀한 구속방정식을 요구한다. 이 모델은 시간평균<sup>(3)</sup>, 면적평균<sup>(3)</sup>, 혹은 혼합평균<sup>(4)</sup>의 형태로 수식화될 수 있다.

시스템의 해석이나 관내유동의 경우에 유효하게 사용되는 혼합평균 2-유체모델의 상방정식과 계면 전달조건이 식 (4)~(9)에 주어졌다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\alpha_k\rho_k) + \frac{\partial}{\partial z}(A\alpha_k\rho_k w_k) - AM_{kl} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(A\alpha_k\rho_k U_k) + \frac{\partial}{\partial z}(A\alpha_k\rho_k w_k U_k) \\ & + \frac{\partial}{\partial z}(A\alpha_k P_k n_k) \\ & - \frac{\partial}{\partial z}(A\alpha_k \tau_k \cdot n_z) - A(MV)_{kl} \\ & - A(FV)_{kl} - A(FP)_{kl} \\ & - A(FV)_{kw} - A(FP)_{kw} - A\alpha_k \rho_k b = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ A\alpha_k \rho_k \left[ h_k + \frac{1}{2} U_k^2 \right] \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ A\alpha_k \rho_k w_k \left[ h_k + \frac{1}{2} U_k^2 \right] \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial z} (A\alpha_k P_k) - \frac{\partial}{\partial z} [A\alpha_k (\tau_k \cdot n_z) \cdot \\ & U_k] + \frac{\partial}{\partial z} (A\alpha_k q_k \cdot n_z) \\ & - A(MH)_{kl} - A(MC)_{kl} - A(EF)_{kl} \\ & - A(EP)_{kl} - A(EQ)_{kl} - A(EF)_{kw} \\ & - A(EP)_{kw} - A(EQ)_{kw} \\ & - A\alpha_k \rho_k U_k b = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

$$\sum_k (AM_{kl}) = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_k [A(MV)_{kl} + A(FV)_{kl} + A(FP)_{kl}] \\ & - A(I\sigma)_l = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

$$\sum_k [A(MH)_{kl} + A(MC)_{kl} + A(EP)_{kl}]$$

$$+ A(EP)_{kl} + A(EQ)_{kl}] - A(E\sigma)_l = 0 \quad (9)$$

여기서  $M$ ,  $(MV)$ ,  $(MC)$ ,  $(MH)$ 는 상변화에 의해 야기되는 계면을 통한 질량, 운동량, 운동에너지, 엔탈피전달량을 나타내며,  $(FF)$ 와  $(PP)$ 는 점선력과 법선력을 의미한다.  $(EF)$ ,  $(EP)$ , 그리고  $(EQ)$ 는 점선력과 법선력에 의한 수행일과 열교환률을,  $(I\sigma)$ 와  $(E\sigma)$ 는 표면장력구배에 의한 운동량 저장과 의한 수행일을 의미한다.  $P$ ,  $b$ ,  $h$ 는 압력, 자중, 엔탈피를 의미하며,  $a$ ,  $w$ ,  $\tau$ ,  $q$ 는 시간률, 속도, 전단응력, 열전도율을 나타낸다. 그리고 하첨자  $k$ ,  $l$ ,  $w$ 는 각 상, 계면, 벽경계면을 나타낸다.

이러한 일련의 식은 표 1에 주어진 모든 관계식이 주어질 때 마감되며 이는 모델개발의 임계 단계이다. 모델개발에서 위상, 전달, 저장법칙에 대한 정보는 대부분 미미하여 다수의 임의가정을 피할수 없으나 마감법칙(closure law)의 물리적 중요성이 망각되어서는 안된다.

표 1 마감문제 (closure problem)의 요약

종속 변수	개수	해당 방정식
$\rho_k, \underline{U}_k, h_k, p_k$	8	6 유동장 평형방정식 2 상태방정식(각 상에 하나)
$\tau_k, \hat{p}_k$	4	4 구속법칙(각 상에 둘)
$a_k$	2	1 시간률 위상법칙 1 시간률 관계( $\alpha_c + \alpha_l = 1$ )
$M_{kl}$	2	1계면평형(도약조건) 1계면전달 법칙
$(M)_{kl}, (FF)_{kl}, (FP)_{kl}$	6	1계면평형(도약조건) 5 계면운동량전달법칙
$(I\sigma)_l$	1	1계면운동량저장법칙
$(MH)_{kl}, (MC)_{kl}, (EF)_{kl}, (EP)_{kl}, (EQ)_{kl}$	10	1계면평형(도약조건) 9계면에너지전달법칙
$(E\sigma)_l$	1	1계면에너지저장법칙
$(FF)_{kw}, (EP)_{kw}, (EQ)_{kw}, (EP)_{kw}, (EQ)_{kw}$	4	4벽운동량전달법칙
	6	6벽에너지전달법칙

난류유동과 같이 유동의 미시적구조가 중요한 역할을 하는 경우에는 면적평균을 제외한 시간평균 2차원 2-유체모델이 요구된다. 이는 국소순간방정식을 적절한 시간간격에 대해 적분한 것으로<sup>(7)</sup> 단일 시간평균 평형식의 일반형이 식 (10)에, 그리고 계면전달조건이 식 (11)에 주어져 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \alpha_k \overline{\rho_k \varphi_k^x} + \nabla \cdot \alpha_k \overline{\rho_k \varphi_k \underline{U}_k^x} \\ & + \nabla \cdot \alpha_k \overline{J_k^x} - \alpha_k \overline{\rho_k \phi_k^x} \\ & = - \sum_j 1_j^{-1} (\rho_k (\underline{U}_k - \underline{U}_l) \cdot \underline{n}_k \varphi_k \\ & + J_k \cdot \underline{n}_k)_j \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sum_k (\rho_k (\underline{U}_k - \underline{U}_l) \cdot \underline{n}_k \varphi_k + J_k \cdot \underline{n}_k) = 0 \quad (11)$$

여기서 시간평균항과 계면면적집중(interfacial area concentration)은 각 상의 체류시간 간격  $T_k$ 에 의해 다음과 같이 정의되며

$$\overline{f_k^x} = \frac{1}{T_k} \int_{\tau_k} f_k(\underline{r}, t) dt \quad (12)$$

$$1_j^{-1} = (T | \underline{U}_l \cdot \underline{n}_k | j)^{-1} \quad (13)$$

상밀도함수  $X_k(\underline{r}, t)$ 에 의해 각 상에 대한 시간률은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \alpha_k(\underline{r}, t) &= \frac{T_k}{T} = \frac{1}{T} \int_{\tau_1} X_k(\underline{r}, t) dt \\ &= \overline{X_k}(\underline{r}, t) \end{aligned} \quad (14)$$

국소유동장의 미시적 유동특성은 상분포기구, 와도, 그리고 계면구조사이의 상호작용의 삼각관계에 의하여 묘사될 수 있다. 그러므로 다차원유동에 있어서 상분포의 예측은 연속적인 상의 난류특성과 관련하여 해석되어야 한다<sup>(8)</sup>. 2상유동의 경우 난류유동특성은 기포의 상대적 운동에 의한 부가적난류의 발생, 기상/액상 계면에서 속도교란에 의한 난류에너지 확산의 증가, 계면에서 기포의 에너지 투매효과 등의 영향에 의해 단상유동의 경우와 크게 다를 수 있다. 이러한 난류성분의 효과는 혼합거리의 개념, 레이놀즈응력방정식, 난류에너지 보존식, 난류확산식등을 기본 2차원 2-유체모델에 첨가 혹은 동시에 해석함으로써 고려될

수 있다<sup>(3,9)</sup>.

### 3.2 단일유체 모델(혼합물모델)

단일유체모델은 2상혼합물의 운동을 각상을 분리하여 관찰하기 보다는 혼합물 운동량방정식에 총괄적으로 고려하여 수식화 된다<sup>(4,10)</sup>. 혼합물 모델과 관련된 가장 중요한 가정은 각상의 운동량 사이에 강한 결속을 부여하는 것이며 만약 상사이에 충분한 상호작용시간이나 유동영역이 있을 때 단일유체모델은 2-유체모델의 근사형이 될 수 있다.

단일유체모델의 평형식은 각상과 계면에 대한 해당평형식을 조합하고 혼합물 변수를 정의함으로써 유도된다. 그러므로 단일유체모델의 평형식에는 계면전달항이 존재하지 않는다. 혼합물의 밀도, 압력, 엔탈피는 다음과 같이 정의될 수 있으며

$$\rho = a_c \rho_c + a_L \rho_L, \quad (15)$$

$$P = a_c P_c + a_L P_L, \quad (16)$$

$$h = \frac{a_c \rho_c h_c + a_L \rho_L h_L}{a_c \rho_c + a_L \rho_L} \quad (17)$$

혼합물의 속도는 질량기준과 체적기준의 각 경우에 대해

$$U_M = \frac{a_c \rho_c U_c + a_L \rho_L U_L}{a_c \rho_c + a_L \rho_L} \quad (18)$$

$$U = a_c U_c + a_L U_L \quad (19)$$

로 나타낼 수 있으나 일반적으로 체적기준속도가 사용된다. 따라서 혼합물의 평형식은

$$\frac{\partial}{\partial t} [A \rho] + \frac{\partial}{\partial z} [A (\rho w + a_c a_L \Delta \rho \Delta w)] = 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [A (\rho U) + a_c a_L \Delta \rho \Delta U] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \{ A [\rho w U + a_c a_L \Delta \rho (w \Delta U \\ & + U \Delta w) + a_c a_L (a_L \rho_c + a_c \rho_L) \Delta w \Delta U] \} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} (AP) n_z \\ & - A (\mathcal{I}\sigma)_1 - A (FF)_w - A (FP)_w \\ & - A \rho b = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{ A \rho h + \frac{1}{2} A [\rho U^2 + 2 a_c a_L (\Delta \rho) U \cdot \Delta U \\ & + a_c a_L (a_L \rho_c + a_c \rho_L) (\Delta U)^2] \} \\ & - \frac{\partial (Ap)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \{ A [\rho w h + a_c a_L \Delta w (\rho h_c \\ & - \rho_L h_L)] \} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} [A \{ \rho w U^2 + a_c a_L \Delta \rho (U^2 \Delta w \\ & + 2 w U \cdot \Delta U) \\ & + a_c a_L (a_L \rho_c + a_c \rho_L) [2 \Delta w U \cdot \Delta U \\ & + w (\Delta U)^2] \\ & + a_c a_L (a_L^2 \rho_c - a_c^2 \rho_L) \Delta w (\Delta U)^2 \} \\ & - A (E\sigma)_1 - A (EF)_w - A (EP)_w \\ & - A (EQ)_w - A (\rho U + a_c a_L \Delta \rho \Delta U) \cdot \\ & b = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

으로 유도되며 주된 종속변수는  $a_c$ ,  $U$ ,  $P$ ,  $h$  그리고 상간의 속도차  $\Delta U$ 이다. 평형식에 나타나는 벽전달항은 각상의 벽에 대한 전달항과 상사이의 전달항의 합으로 대부분 실험을 통하여 총괄적으로 파악된다.

여기서 상간의 운동학적, 기계적 그리고 열적 상관관계의 중요성을 엿볼 수 있다. 단일유체모델에서는 공식화과정 중 각 상에 대한 운동량방정식중 하나를 제거하였기 때문에 상간의 운동학적 상관관계, 즉 상대속도가 구속법칙으로 제공되어야 하며 상사이의 열적 상관관계도 마찬가지로 제공되어야 한다. 결국 2상유동에 대한 개념의 선택은 궁극적으로 기하학적, 운동학적, 그리고 열적상태량의 선택으로 귀결되어 이는 특수한 수학적 모델의 해를 선택하는 것과 동일하다.

상사이의 상대속도와 열적 비평형에 대한 구속방정식의 형태에 따라 여러 종류의 단일유체모델이 제시되었다. 그림 1은 부가된 속도분포에 기준한 네가지의 모델을 보여주고 있다. 각상의 속도분포에 따라 시간평균 면적률은 달리 유도되며 혼합물의 농도를 계산하는데 사용된다.

#### (1) 균질모델(Homogeneous Model)

1 차원 1 속도모델은 가장 간단한 모델로서

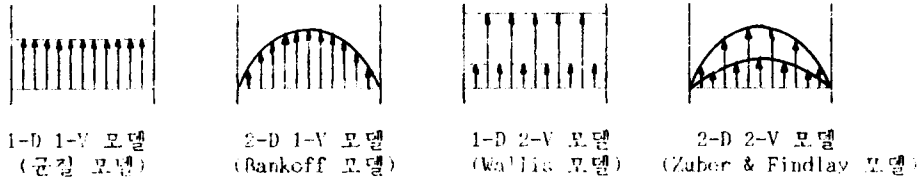


그림 1 부가된 속도 분포에 따른 모델들

균질모델에 해당한다. 2상유동계가 상변화등의 화학반응에 의해 주로 제어될 때, 상사이의 상대속도가 상대적으로 적을 때 2상의 속도는 동일하게 가정될 수 있다. 이는 분산유동의 해석에 적합한 모델로 기상의 시간평균면적률은 체적전분과 같게 된다.

$$\bar{R}_c^x = \beta \quad (23)$$

(2) 2 차원 1 속도 모델 (Bankoff Model)

혼합물의 걸보기 속도에 비해 기상의 드리프트 속도가 적을 경우에 유용한 모델로 국소 액상 및 기상속도는 같으나 속도와 시간률의 반경방향 분포는 다음과 같이 가정되었다<sup>(11)</sup>.

$$\bar{w}_c^x = \bar{w}^x = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n} \bar{w}^x \quad (24)$$

$$a_c = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n} \quad (25)$$

그러므로 시간평균면적률은 Armand 매개변수에 의해 다음 식으로 주어진다.

$$\bar{R}_c^x = K\beta \quad (26)$$

$$K = \frac{2(m+n+mn)(m+n+2mn)}{(n+1)(2n+1)(m+1)(2m+1)} \quad (27)$$

(3) 1 차원 2 속도 모델 (Wallis Model)

속도와 시간률에 대해 균일한 분포를 가정하고 상사이에 일정한 상대속도를 고려한 경우로<sup>(12)</sup> 고속 일방향유동에 유효한 모델이다. 시간평균면적률은 혼합물 체적유속 (volumetric flux,  $J$ )의 함수로 표시된다.

$$\bar{R}_c^x = \frac{\beta}{1 + \frac{(1 - \bar{R}_c^x)(\bar{w}_c^x - \bar{w}^x)}{J}} \quad (28)$$

(4) 2 차원 2 속도 모델 (Zuber and Findlay Model)

상의 분포형태에 따른 상사이의 상대속도를 고려한 모델로써<sup>(13)</sup> 중력의 영향이 중요한 경우 유효하다. 유동반전 (flow reversal), 상반류 (counter-current flow) 등에 응용될 수 있으며 2상유동계 해석을 위하여 널리 사용되고 있다. 시간평균면적률은 분포매개변수 (distribution parameter,  $C_0$ )와 가중드리프트속도 (weighted drift velocity,  $w_{ci}$ )의 함수로 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{R}_c^x = \frac{\beta}{C_0 + \bar{w}_{ci}/J} \quad (29)$$

난류성분이 고려될 때 기상의 속도는 가중 드리프트속도와 시간률확산항을 포함한 식으로 다음과 같이 표시되기도 한다<sup>(14)</sup>.

$$\bar{w}_c^x = C_0 J + \bar{w}_{ci} - \frac{\epsilon}{1 - \bar{R}_c^x} \Delta_{ii} (\alpha - \alpha_0) \quad (30)$$

열적 비평형의 영향은 기체생성물이 지정되는 현상적모델이나 양상에 대해 에너지방정식이 사용되고 계면에서의 에너지전달이 구속법칙에 의해 지정된 기계적모델에 의해 해석될 수 있다. 유동장에서 비평형현상이 발생할 경우 밀도는 이완형방정식으로 가정될 수 있다<sup>(15)</sup>.

앞에서 제시된 여러 모델중 실용적인 모델의 제 조건들이 계산되어야 할 종속변수와 함께 표 2에 주어져 있다<sup>(16)</sup>.

보이드율이나 계면면적집중은 2상유동 양식의 특성을 기술한다. 고전적인 2상유동의 기하학적 해석의 경우 계면면적집중의 개념은 명확히 소개되지 않고 있다. 대신에 이상유동양식

표 2 실용적인 2상유동 모델들 ( $p=p_c=p_L$ 로 가정)

모 델	제한성		방정식 수			계면 전달	외부 구속방정식		미지 종속변수
	수	부과내용	질량	운동량	에너지		수	구속형태	
1V1T	3	$U_c=U_c, h_L, h_c$	1	1	1	0	2	$\tau, q$	$P, U, a$
1VS1T		$U_c/U_L, h_L, h_c$					3	$\tau, q, U_c/U_L=slip$	$P, U, a$
1VD1T		$U_c-U_L, h_L, h_c$					3	$\tau, q, U_r=U_c-U_L$ or $U_{cm}=Z_c-U_m$	$P, U, a$
1VT <sub>K</sub> T <sub>sat</sub>	2	$U_c=U_L, h_L$	1	1	2	1	3	$\tau, q, q_c, E$	$P, U, a, h_L$ or $h_c$
1VST <sub>K</sub> T <sub>sat</sub>		$U_c/U_L$ , or	1	1	2		4	$\tau, q, q_c, U_c/U_L, E$	$P, U, a, h_L$ or $h_c$
1VDT <sub>K</sub> T <sub>sat</sub>		$U_c-U_L, h_c$	2	1	1		4	$\tau, q, \Gamma, U_r$ (or $U_{cm}$ )	$P, U, a, h_L$ or $h_c$
2V1T	1	$h_L, h_c$	1	2	1	2	4	$\tau_L, \tau_c, q, M$	$P, U_L, U_c, a$
1V2T		$U_c=U_L$	2	1	2		5	$\tau, q_L, q_c, \Gamma, E$	$P, U, h_L, h_c, a$
1VD2T		$U_c-U_L$	2	1	2		6	$\tau, q_L, q_c, \Gamma, E, U_r$ (or $U_{cm}$ )	$P, U, h_L, h_c, a$
2VT <sub>K</sub> T <sub>sat</sub>	0	$h_L$ or $h_c$	2	2	1	3	5	$\tau_L, \tau_c, q, \Gamma, M$	$P, U_L, U_c, a, h_L$ or $h_c$
2VT <sub>K</sub> T <sub>sat</sub>		$h_L$ or $h_c$	1	2	2		6	$\tau, \tau_c, q, q_c, M, E$	$P, U_L, U_c, a, h_L$ or $h_c$
2V2T	0	없음	2	2	2	3	7	$\tau_L, \tau_c, q_L, q_c, \Gamma, M, E$	$P, U_L, U_c, a, h_L, h_c$

기준과 양식의존형 구속방정식이 광범위하게 사용되어 왔다. 이러한 접근방법은 저유속의 과도현상이나 완전 발달조건과 같이 혼합물 모델에 의한 묘사가 충분한 경우에 적절하다. 그러나 여러 사고조건하의 과도해석을 위한 2상 유동모델의 실질적 적용측면에서 몇가지 사항을 관찰해 볼 필요가 있다. 첫째, 액상과 기상의 체적유속에 의한 유동양식 판별기준은 2-유체모델의 공식화와 일치하지 않고 있다. 2-유체모델의 경우 근본적으로 상간의 상대속도는 미지로 지배방정식으로부터 해석되어야 한다. 그러므로 보이드율은 액상이나 기상의 체적유속에 의해 계산될 수 없으며 체적유속에 기준한 유동양식은 2-유체모델에 적합하지 않다. 둘째, 사고조건하의 2상유동은 거의 과도적조건에서 발생한다. 과도적 상황의 유동양식은 완전히 발달된 경우와 판이하며 이러한 영향을 2-유체모델 공식화에 포함할 수 있는 가장 일반적인 방법은 계면면적집중에 대한 전달방정

식을 설정하는 것이다<sup>(3,17)</sup>. 이 방정식은 기포나 액적의 팽창 및 수축, 결합, 분산, 그리고 계면의 불안정성을 고려한 생성항을 포함하여야 한다.

#### 4. 맺 음 말

2상유동의 물리적 문제는 이상화된 계면형상, 경계 및 초기조건과 연속체공식화를 이용한 지배 및 구속관계에 의해 정립된다.

본 글에서는 2상유동모델의 공식화에 대한 근거와 응용의 제한성등이 제시되었다. 각 2상 유동모델들 사이에는 많은 차이점이 존재하고 이들은 모두 주어진 경우에 적절한 평균화 과정에 의해 유도되었다.

2상유동모델링의 가장 큰 어려움은 구속관계의 개발과 관련되어 있으며 실험적결과와의 순환과정을 통하여 향상될 수 있을 것이다. 구속 조건의 개발과 함께 2상유동모델링에 대한 연



구는 미시적인 동적해석을 위한 다차원 2-유체 모델과 총체적인 계의 거동해석을 위한 1차원 2-유체모델, 혹은 단일유체모델의 분야에서 계속 진행되어야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

- (1) Soo, S.L., 1967, "Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaisdell Publishing Company".
- (2) Wallis, G.B., 1969, "One-Dimensional Two-Phase Flow, McGraw-Hill Book Company".
- (3) Ishii, M., 1975, "Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow", Eyrolles, Paris.
- (4) Vernier, P. and Delhay, J.M., 1968, "General Two-Phase Flow Equations Applied to the Thermodynamics of Boiling Nuclear Reactor", Energy Primaire 4(1).
- (5) Ishii, M., 1977, "One-Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes", ANL-77-47.
- (6) Kocamustafaogullari, G., 1971, "Thermo-Fluid Dynamics of Separated Two-Phase Flow", Ph.D. Thesis, School of Mechanical Engineering, GIT, Atlanta, GA.
- (7) Delhay, J.A. and Archard, J.L., 1978, "On the Use of Averaging Operators in Two-Phase Flow Modeling", in Thermal and Hydraulic Aspects of Nuclear Reactor Safety, Vol. 1, Light Water Reactors, eds. O.C. Jones and S.G. Bankoff, pp. 289~322, ASME, New York.
- (8) Lahey, J.M., 1987, "Turbulence and Phase Distribution Phenomena in Two-Phase Flow". Proc. of 1987 ICHMT Seminar of Transient Phenomena in Multiphase Flow, Dubrovnik, Yugoslavia.
- (9) Akai, M., Inoue, A. and Aoki, S., 1981, "The Prediction of Stratified Two-Phase Flow with a Two-Equation Model of Turbulence", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 7, pp. 21~39.
- (10) Isbin, H.S. and Moen, R.H., 1954, Mosher, D.R., "Two-Phase Pressure Drop", AECU-2994, Nov.
- (11) Bankoff, S.G., 1960, "A Variable Density Single-Fluid Model for Two-Phase Flow with Particular Reference to Steam-Water Flow", J. Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 82, p265.
- (12) Wallis, G.B., 1931, "Some Hydrodynamic Aspects of Two-Phase Flow and Boiling", Int. Development in Heat Transfer, ASME, p319.
- (13) Zuber, N., 1965, Findlay, J.A., "Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems", J. Heat Transfer, Vol. 87, p453.
- (14) Carver, M.B., Tahir, A., Kiteley, J.C., Banas, A. O., Rowe, D.S., and Midvidy, W.L., 1988, "Multidimensional Simulation of the Distribution of Flow and Phase in Horizontal Bundles", Proc. NUPTHO-3, Seoul, Korea.
- (15) Boure, J.A., 1978, "Mathematical Modeling of Two-Phase flow. Its Base and Problems, A Review in Transient Two-Phase Flow", Proc. CSNI Specialists Mtg., Toronto, Vol. 1, p.85, AECL.
- (16) Fabric, S., 1976, "Review of Existing Codes for Loss-of-Coolant Accident Analysis", Advances in Nuclear Science and Technology, Vol. 20, pp.365~404.
- (17) Ishii, M. and Mishina, K., 1981, "Study of Two-Fluid Model and Interfacial Area", ANL-80-111.

