

〈論 文〉

PC를 이용한 다입력 모드해석 시스템 개발

장한기* · 박병호** · 김광준*

(1989년 12월 4일 접수)

Development of a Multi-Input Modal Analysis System Using a PC

Han-Kee Jang, Byeong-Ho Park and Kwang-Joon Kim

Key Words : Multi-Points Excitation (다점 가진), Frequency Response Function Matrix (주파수 응답함수 행렬), Multiple Coherence Function (다중 기여도 함수), Redundant Information (여분의 정보), Parameter Inconsistency (매개변수의 불일치), Input Correlaton (입력 상관도)

Abstract

A multi-input/multi-output modal analysis system is developed using a PC and its peripheral devices to estimate dynamic properties of a mechanical structure. Theoretical backgrounds for the calculation of frequency response function matrices and for the extraction of modal parameters are introduced. Some problems occurring at the stages of data acquisition and determinations of modal parameters are presented, and their treatments are proposed. Subsequently, the feasibility of the developed system is demonstrated through applications to a simulated 3-DOF system and an engine lathe.

기 호 설 명

a_i : i 번째 모드에 대한 계수

C : 감쇠 행렬

F : 가진력 벡터

F_i : i 번째 가진력 성분

f_n : 고유 진동수

G_{ij} : i 번째와 j 번째 입력 사이의 상호 스펙트럼

G_{nn} : 출력 잡음 $n(t)$ 의 자기 스펙트럼

G_{xx} : 입력 신호들의 자기 스펙트럼 행렬

G_{xn} : 입력과 출력잡음 신호 사이의 상호 스펙트럼 행렬

G_{yy} : 입력과 출력신호 사이의 상호 스펙트럼

G_{xy} : 입력과 출력신호 사이의 상호 스펙트럼 행렬

G_{yy} : 출력 $y(t)$ 의 자기 스펙트럼

G_{yy} : 출력 신호들의 자기 스펙트럼 행렬

$H, H(j\omega)$: 전달 함수

H_{ij} : i 번째 입력과 j 번째 출력 사이의 전달 함수

H_{xy} : 주파수 응답함수 행렬

K : 강성 행렬

M : 질량 행렬

$n(t)$: 출력 잡음 벡터

$N(f)$: 출력 잡음의 푸리에 변환 벡터

T_1 : 한 채널당 A/D변환시간격

T_2 : A/D변환시의 샘플링 간격

Td : 채널간의 시간지연

$x(t), y(t)$: 입력, 출력 벡터

$X(f), Y(f)$: 입력, 출력의 푸리에 변환 벡터

γ^2 : 기여도 함수

γ_{y, x^2} : 다중 기여도 함수

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 삼성종합기술원

- λ_i : i 번째 고유치
 ξ : 감쇠비
 ϕ_i : i 번째 모드 형상 벡터
 ω_i : i 번째 고유 진동수

1. 서 론

구조물의 동특성을 구하는 실험적모우드 해석법은 가진점의 수에 따라 일점가진과 다점가진으로 나눌 수 있는데, 연결 부분이 많은 대형 구조물의 경우에는, 일점 가진만으로는 가진 에너지를 구조물의 전체에 골고루 전달시키기 어려우므로, 여러 지점을 동시에 가진하는 방법을 사용하는 것이 효과적이다.

다점 가진에 의한 모우드 해석법은 또한 조화함수 입력들의 진폭 및 위상을 조절하여 구조물이 각 고유진동수에서 공조(tuning)되도록 하는 방법과, 랜덤 입력을 이용하여 구조물의 주파수 응답함수 행렬을 계산한 후 이 결과를 후처리(post-processing)하는 방법으로 나눌 수 있다^(1,2). 전자는 1960년대 이후에 주로 항공우주산업 분야에서 이용되었으며, 후자는 컴퓨터 및 신호처리 기술의 발달에 따라 1980년대 초부터 개발되어 일반화되기 시작하였다. 얻고자하는 모우드의 노우드 수에 상응하는 수의 가진기를 필요로하는 전자의방법에 비해, 최근에는, 가진 지점수를 최소화하면서 신호처리 기술에 주로 의존하는 후자방법의 보급이 증가되고 있다. 그러나 이 방법의 현실화를 위해서는 여러 벌의 입-출력 신호를 동시에 측정-처리해야 하므로, 워크스테이션(work station)급의 컴퓨터를 근간으로하는 매우 고가의 시스템에 의존해야 하는 어려움이 있다.

본 논문에서는 비교적 저가인 소형 컴퓨터(IBM-AT급) 및 주변 장치를 이용하는 다점가진 모우드해석 시스템의 개발과 관련된 신호 수집, 다차원 스펙트럼 해석법에 의한 주파수 응답함수 행렬의 계산, 곡선 피팅에 의한 후처리 문제등을 소개하고, 모의실험(simulation) 및 실제 가진실험을 통하여 개발된 시스템의 실용화 가능성을 검토하였다.

2. 다점가진 모우드해석의 이론적 배경

일반적으로 복잡한 구조물이라 하더라도, 적절한

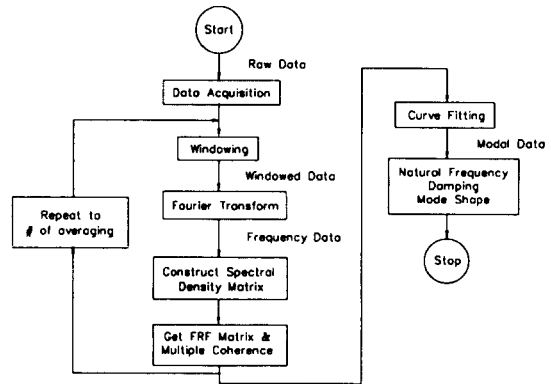


Fig. 1 Data processing in experimental modal analysis

자유도 수만큼의 질량과 이들 사이의 감쇠 및 강성의 값을 정하여 모형을 하면 동적인 거동을 나타낼 수 있게 된다. 그러나 많은 경우에 주어진 계의 모형화가 용이하지 않기 때문에, 혹은 모형화의 결과를 확인하기 위하여, 임의의 입력을 실제 구조물에 가하고 관심있는 출력을 측정하여 전달함수를 구한 뒤, 이로부터 모우드 매개변수를 추출하는 실험적인 방법을 채택하고 있다. 실험에 의해 모우드 매개변수를 구하기 위해서는 먼저 입-출력 데이터로부터 전달함수를 적절히 산정해야 하는데, 주파수 영역에서의 해석과정은 전체적인 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있으며, 이 중 몇몇 중요한 과정에 대해 설명하고자 하였다.

선형계의 주파수 응답함수 H 는, 잡음의 영향을 고려하지 않을 때, 측정된 시간 영역의 입-출력 데이터 x, y 의 푸리에 변환 X, Y 와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$Y = H \cdot X \quad (1)$$

여기서, H 는 식 (2)와 같이 정의 되는 두 신호 x 와 y 의 스펙트럼을 이용하면 입력과 출력들의 자기 및 상호 스펙트럼에 의해 식 (3)과 같이 표현된다.

$$G_{xy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \{ X^*(f) \cdot Y(f) \} \quad (2)$$

$$H = G_{xx}^{-1} \cdot G_{xy} \quad (3)$$

여기서, $*$, E 는 각각 공액 복소수와 기대값을 의미한다.

이와같이 실험데이터로부터 계산된 주파수 응답함수의 신뢰성은 다음과 같은 수식으로 나타내지는 기여도 함수로 평가하는데, 입력이 출력에 미치는 영향의 정도에 따라 0과 1사이의 값을 갖게 된다.

$$\gamma^2 = \frac{|G_{xy}|^2}{G_{xx} \cdot G_{yy}} \quad (4)$$

그러나 입력의 수가 하나 이상이 되면 스펙트럼과 주파수 응답함수가 입, 출력의 수로 그 크기가 정해지는 행렬의 형태로 구성되며 기여도 함수의 경우에 있어서는 임의의 출력에 대한 입력 전체의 기여도를 고려하는 다중 기여도 함수의 개념이 도입된다. 따라서, 신호해석 과정에 행렬기법의 사용이 필요하게 되며 이에 대해서는 3절에서 자세히 언급하였다.

모우드 매개변수의 추출은, 실험에서 구한 주파수 응답함수 H 를 계의 운동을 묘사하는 식, 즉 모우드 매개변수를 이용하여 주파수 응답함수를 나타내는 식으로 근사화하는 과정에서 이루어지게 된다. N 자유도계의 운동은, 식 (5)와 같이 시간에 대한 2차연립 상미분 방정식으로 나타낼 수 있는데, 비비례 감쇠(non proportional damping)를 가정하여 고유치 문제를풀고 직교조건을 적용하면 이론적인 전달함수를 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다⁽³⁾.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (5)$$

$$H(j\omega) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\phi_i \cdot \phi_i'}{a_i(j\omega - \lambda_i)} + \frac{\phi_i^* \cdot \phi_i^{*'}}{a_i^*(j\omega - \lambda_i^*)} \right) \quad (6)$$

- ϕ_i : i 번째 모우드 형상 벡터
- a_i : i 번째 모우드 대한 계수
- λ_i : i 번째 고유치
- j : $\sqrt{-1}$
- ω_i : 주파수 (rad/sce)
- ' : 전치 (transpose)

단일 입력의 경우에는 식 (6)의 이론적인 주파수 응답함수 행렬 H 가 $(N \times 1)$ 행벡터로 얻어지지만, 입력 지점인 q 인 다점가진 경우에는 H 가 입력의 수 q 만큼의 열로 구성되는 $(N \times q)$ 행렬이 된다. 실제로 q 개의 열 각각은 동일한 모우드 매개변수로 구성되므로 실제 실험의 경우 정보를 중복하여 구하는 셈이 된다. 따라서 이들로부터 계를 대표하는 고유진동수나 감쇠비, 또는 모우드 형상을 적절히 선정하는 과정이 요구되는데 이에 대한 구체적인 내용은 4절에서 언급하였다.

3. 다차원 스펙트럼 해석에 의한 주파수 응답 함수 행렬 계산⁽⁴⁾

행렬기법을 이용하여 동시에 측정된 복수개의 입

-출력으로부터 스펙트럼 및 주파수 응답함수 행렬을 구하는 과정은 다음과 같다.

3.1 주파수 응답함수 행렬

Fig. 2와 같이, 입력 q 개, 출력이 r 개인 선형계를 전달함수 행렬 H_{xy} 로 나타 내고, 잡음은 출력에만 존재하는 모형을 고려한다. 여기서, 출력잡음은 입력과 상호 상관이 없다고 가정한다.

이때, 입력 $x(t)$ 와 출력 $y(t)$ 및 출력 잡음 $n(t)$ 의 푸리에 변환으로 구성된 행벡터를 다음과 같이 표시하자.

$$\begin{aligned} X &= \{X_1, X_2, \dots, X_q\}' : q \times 1 \\ Y &= \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}' : r \times 1 \\ N &= \{N_1, N_2, \dots, N_r\}' : r \times 1 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, X_i, Y_i, N_i 는 각각 입력과 출력 신호 $x_i(t), y_i(t), n_i(t)$ 의 푸리에 변환이다. 이 때, 위의 벡터들을 이용하여 스펙트럼 행렬들을 구하던 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_{xx} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \{ X^*(f) \cdot X'(f) \} \\ G_{yy} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \{ Y^*(f) \cdot Y'(f) \} \\ G_{xy} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \{ X^*(f) \cdot Y'(f) \} \end{aligned} \quad (8)$$

출력에 잡음이 실린 모델의 입력과 출력 사이의 관계는 시스템 행렬 H_{xy} 를 이용하여 다음과 같은 관계식으로 표현할 수 있다.

$$Y = H'_{xy} \cdot X + N \quad (9)$$

여기서 H_{xy} 는 다음 표현과 같이

$$H_{xy} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1q} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{r1} & H_{r2} & \dots & H_{rq} \end{bmatrix} \quad (10)$$

크기가 $(r \times q)$ 인 전달함수 행렬로서 임의의 요소 H_{ij} 는 입력 x_i 와 출력 y_j 사이의 전달 함수를 의미한다. 주파수 응답함수 H_{xy} 를 구하기 위해 식 (9)

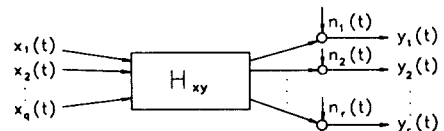


Fig. 2 Multiple input/multiple output model with output noise

를 전치하고, 양변에 $X^*(f)$ 를 곱하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$X^* \cdot Y' = X^* \cdot X' H_{xy} + G_{xn} \quad (11)$$

양변의 기대값을 취하면 행렬 형태의 다음 식이 유도되어진다.

$$G_{xy} = G_{xx} \cdot H_{xy} + G_{xn} \quad (12)$$

일반적으로, 출력 잡음과 입력은 서로 무관한 것으로 가정할 수 있으므로 G_{xn} 항은 소거되고 시스템 행렬 H_{xy} 는 측정된 신호들만의 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$H_{xy} = G_{xx}^{-1} \cdot G_{xy} \quad (13)$$

위의 과정에서, 입력간의 상관도가 큰 경우에는 입력 자기 스펙트럼 행렬이 특이(singular)하게 되어 역행렬 계산에 어려움이 있으므로 유의해야 한다.

3.2 다중 기여도 함수

다입력의 경우에는 하나의 임의의 출력 $y(t)$ 에 대한 입력전체의 영향 정도를 고려 하는데, 이를 다중 기여도 함수(multiple coherence function)라 하며 구하는 과정은 다음과 같다. 주파수 영역의 임의의 출력 $Y(f)$ 에 대한 자기 스펙트럼을 G_{yy} , 입력 $X_i(f)$ 와의 상호 스펙트럼을 G_{iy} 라 할때, 다중 기여도함수를 입력과 출력 정보만으로 표현하기 위하여 새로운 행렬 G_{yxx} 를 식 (14)과 같이 구성한다.

$$G_{yxx} = \begin{bmatrix} G_{yy} & G_{y1} & G_{y2} & \cdots & G_{yr} \\ G_{1y} & G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1r} \\ G_{2y} & G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{ry} & G_{r1} & G_{r2} & \cdots & G_{rr} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, 크기가 $(r+1) \times (r+1)$ 인 G_{yxx} 행렬의 우측 하단의 $r \times r$ 행렬은 입력 행렬 G_{xx} 임을 알 수 있다. 식(9)로부터 G_{yy} 를 유도하면 식(15)과 같이 표현되고, 이를 식 (14)에 대입하여 G_{yxx} 에 대한 행렬식(determinant)를 구입하면 식 (16)이 얻어진다.

$$G_{yy} = H_{xy}^* \cdot G_{xx} \cdot H_{xy} + G_{nn} \quad (15)$$

$$|G_{yxx}| = G_{nn} \cdot |G_{xx}| \quad (16)$$

결국, 아래 식 (17)과 같이 정의되는 다중 기여도 함수는 식 (18)을 거쳐 식 (19)와 같이 정리하면, 잡음의 항이 포함되지 않고 측정된 입, 출력 신호들만으로써의 표현이 가능하다.

$$\gamma_{y,x}^2 = 1 - \frac{G_{nn}}{G_{yy}} \quad (17)$$

$$\gamma_{y,x}^2 = 1 - \frac{G_{nn} \cdot |G_{xx}|}{G_{yy} \cdot |G_{yxx}|} \quad (18)$$

$$\gamma_{y,x}^2 = 1 - \frac{|G_{yxx}|}{G_{yy} \cdot |G_{xx}|} \quad (19)$$

4. 다점가진계의 모우드 매개변수 추출

주어진 계의 모우드 매개변수는 2절에서 언급한 바와 같이 주파수 응답함수 행렬의 한 열만으로 충분히 나타낼 수 있는데, 다점 가진의 경우에는 주파수 응답함수가 입력의 수 q 만큼의 열을 갖는 행렬로 얻어지므로 정보를 중복해서 구하는 셈이 된다. 한편, 실제 실험에서는 단일입력의 경우라 하더라도 같은 모우드의 고유 진동수나 감쇠비의 값들이, 계의 비선형성이나 잡음의 영향에 의해, 출력의 측정 지점에 따라 항상 서로 일치하지는 않는다. 이러한 어려움을 극복하기 위해서는 측정된 주파수 응답함수 행렬로부터 일치하는 (consistent) 매개변수를 산출하기 위한 적절한 방법이 요구되는데, 흔히, 한 모우드에 대한 여러개의 추정치로부터 산술평균하거나 응답 측정지점에 따른 주파수 응답함수에 대한 기여도 함수를 가중치로 하여 매개변수를 단일화하기도 한다⁽¹⁾.

본 연구에서 사용한 매개변수 추출 알고리즘은 주어진 모우드의 매개변수를 추출할 때 인접 모우드의 영향을 고려하는 ELEF 방법⁽⁵⁾을 근간으로 하는 '인접모우드의 영향을 고려한 개선된 선형 최소자승법⁽⁶⁾인데, 다입력/다출력 실험에서 얻어지는 여러 벌의 전달 함수를 각각 또는 동시에 피팅할 수 있도록 확장하였으며, 하나의 주어진 모우드에 대해 일관된 매개변수를 구하기 위해 다음의 가중치 산정방법을 첨가하였다.

임의의 i 번째 입력, j 번째 출력에 대한 주파수 응답함수 요소를 $H_{ij}(\omega)$ 라 할 때, Fig. 3과 같이

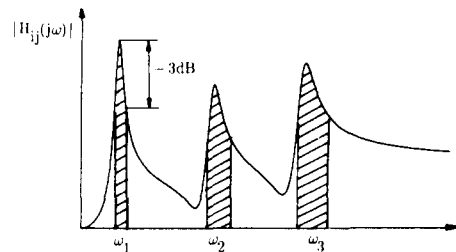


Fig. 3 Squaring of hatched area for weighting factor (ω_i ; i -th mode)

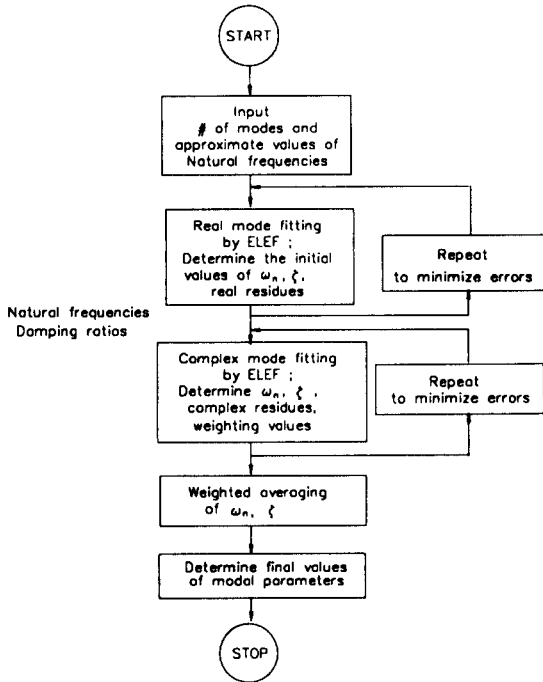


Fig. 4 Flow chart for the procedure of the estimation of modal parameters

$|H_{ij}(\omega)|$ 의 각 모우드에 대하여, 극대치의 -3dB 되는 지점으로 이루어지는 빗금친 부분의 면적을 각각 구한다. 이 면적은 각 모우드 및 입, 출력 측정 지점에 따라 변화하게 되며 임의의 모우드에 대한 출력지점별 중요도로 간주할 수 있다. 따라서 이 면적의 상대적인 비를 이용하여 고유 진동수와 감쇠비를 가중평균하여 산출하고, 단일화된 고유진동수와 감쇠비에 대해 모우드 형상을 구하게 된다. 구해진 모우드 형상은 다음 식 (20)로 정의되는 MAC(modal assurance criterion)값으로 그 신뢰도를 평가할 수 있다⁽³⁾.

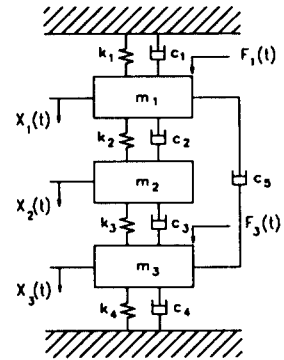
$$MAC(j,k,i) = \frac{|\phi'_{ik} \cdot \phi_{ij}^*|^2}{(\phi'_{ik} \cdot \phi_{ik}^*) \cdot (\phi_{ij} \cdot \phi_{ij}^*)} \quad (20)$$

여기서, ϕ_{ik} , ϕ_{ij} 는 각각 i 번째 모우드 형상 벡터이고 ϕ_i 의 q 개중 k 와 j 번째의 값을 나타낸다.

위에서 설명한 모우드 매개변수를 구하는 전 과정을 Fig. 4에 흐름도로 나타내었다.

5. 모의 실험

개발된 프로그램의 타당성을 검토하기 위하여,



$m_1 = 0.75$ $m_2 = 1.0$ $m_3 = 2.0$ (kg)
 $c_1 = 2.5$ $c_2 = c_3 = 0.5$ $c_4 = 2.1$ $c_5 = 0.1$ (N·sec/m)
 $k_1 = 320$ $k_2 = 410$ $k_3 = 500$ $k_4 = 1000$ (N/m)

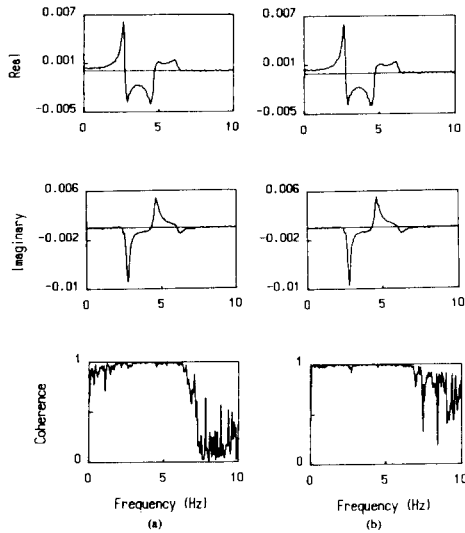
Fig. 5 3 degree of freedom discrete system model for simulation

Fig. 5와 같은 3자유도 계를 두 지점에서 가진하는 경우에 대해 모의 실험을 수행하였다.

이 3자유도계의 운동은 다음과 같이 시간에 대한 2차 상미분 방정식으로 나타내어 진다.

$$\begin{bmatrix} 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \ddot{X}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.1 & -0.5 & -0.1 \\ -0.5 & 1.0 & -0.5 \\ -0.1 & -0.5 & 2.7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 730 & -410 & 0 \\ -410 & 910 & -500 \\ 0 & -500 & 1500 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

가진력 F_1 , F_2 에는 상호 상관도가 없고 평균이 0, 분산이 각각 1.0×10^5 , 1.0×10^5 인 정규 분포를 이루는 랜덤 신호를 이용하였고, 수치적분법의 하나인 룬지-쿠타방법을 이용하여 계산된 출력에는 잡음대 신호의 rms(root mean square)비가 각각 3%, 6%가 되도록 백색 잡음을 가하여, 잡음의 크기에 따른 매개변수 결정의 정확도를 비교하고자 하였다. 이 때, 사용한 알고리즘은 IMSL 부 프로그램인 'DVERK'인데 적분간격은 계산결과와 오차에 따라 자동으로 조절되며, 샘플링 간격은 주어진 3자유도계의 최고차 고유진동수(6.16Hz)를 고려하여 0.04초로 하였으며, 입, 출력 각각에 대하여 2048개의 데이터를 준비하였다. 이 데이터에서, 512개의 자료를 한 별로 간주하고 겹침 계수(overlapping factor)를 0.5로 하여 5회의 평균을 취하여 2개의



(a) in the case of one input
(b) in the case of two inputs

Fig. 6 Frequency respons function and multiple coherence of simulation model with respect to input #1 and output #3

입력과 3개의 출력 사이의 6개의 응답함수를 계산하였다. 이어서, 두번째 입력이 0인 경우, 즉 한점 가진에 대해서도 마찬가지로 방법으로 데이터를 만들

어 3번의 주파수 응답함수를 구하였다.

입력 1과 출력 3사이의 주파수 응답함수 및 기여도 함수를, 출력 잡음이 6%인 경우의 한점가진 및 두점 가진에 대해서, 각각 Fig.6의 (a)와 (b)에 도시하였다. Table 1에는 두 경우의 응답함수를 4절에서 제시한 방법으로 곡선 피팅하여 추출한 모우드 매개변수를 참값과 비교하여 나타내었다. 그리고, 각 측정점에 따른 고유 진동수와 감쇠비 값의 일치 정도와 정확도를 보기 위해 한 점 및 두점 가진 시에 계산한 주파수 응답함수들을 한벌씩 따로 피팅하여 그 결과를 Table 2에 정리하였다. 또, 입력의 크기가 변화에 따른 매개변수 산출의 정확도를 비교하기 위하여 Table 3에는 잡음대 신호비가 각각 3%, 6%인 경우에 대한 분포를 나타내었다.

모의 실험을 통해서, 3자유도계의 한점 및 두 점 가진의 경우에 대해 주파수 응답함수를 구하고, 이를 곡선 피팅하여 매개변수를 추출하는 프로그램을 확인해보았다. 두 경우에 대한 기여도함수를 보면, 잡음이 실린 신호로부터 계산되었음에도 불구하고 관심영역인 고유 진동수 주위에서 1에 가까운 값을 보이고 있으며 특히 두 지점 가진의 경우에는 1에 근접하는 정도가 증가되었고 또한 해당 주파수 범위도 넓어졌음을 볼 수 있다.

Table 1 Modal parameters of simulation model with 6% output noise

() : % error

	Mode	Analytical value	Single input	Two input
f_n (Hz)	1	2.7574	2.7724 (0.54)	2.7554 (0.07)
	2	4.5946	4.5901 (0.09)	4.5914 (0.07)
	3	6.1583	6.1682 (0.16)	6.1677 (0.15)
ζ	1	0.03306	0.0338 (2.2)	0.0340 (2.8)
	2	0.04152	0.0419 (0.9)	0.0436 (5.0)
	3	0.03770	0.0383 (1.6)	0.0380 (0.8)
Mode shape	1	1. + j0.	1. + j0.	1. + j0.
		1.2308 + j0.0658	1.2312 + j0.0627	
		0.6835 + j0.0450	0.6914 + j0.0566	0.6825 + j0.0433
	2	1. + j0.	1. + j0.	1. + j0
		0.2553 + j0.0870	0.2599 + j0.0851	0.2611 + j0.1180
		-0.7730 - j0.0139	-0.7553 - j0.0422	-0.7899 - j0.0356
3	1. + j0.	1. + j0.	1. + j0.	
	-0.9576 + j0.1284	-0.8582 + j0.00751	-0.9725 + j0.1789	
	0.3179 - j0.0590	0.2979 - j0.0415	0.2695 - j0.0761	

Table 2 Distributions of the natural frequencies and damping ratios with respect to the measurement positions for the simulation model with 6% output noise

(a) 1st mode

		Natural freq. (Hz)		Damping ratio	
input#	#of inputs output#	1	2	1	2
		1	1	2.757	2.757
	2	2.756	2.756	0.03960	0.03805
	3	2.755	2.755	0.03923	0.03789
2	1		2.750		0.03387
	2		2.750		0.03347
	3		2.751		0.03316
Analytically estimated		2.757		0.03306	

(b) 2nd mode

		Natural freq. (Hz)		Damping ratio	
input#	#of inputs output#	1	2	1	2
		1	1	4.605	4.609
	2	4.630	4.651	0.06712	0.06586
	3	4.461	4.607	0.04209	0.04229
2	1		4.593		0.04077
	2		4.591		0.03952
	3		4.588		0.04233
Analytically estimated		4.595		0.04152	

(c) 3rd mode

		Natural freq. (Hz)		Damping ratio	
input#	#of inputs output#	1	2	1	2
		1	1	6.166	6.164
	2	6.178	6.181	0.03984	0.03899
	3	6.140	6.160	0.03586	0.03321
2	1	6.121			0.03496
	2	6.133			0.03717
	3	6.171			0.03643
Analytically estimated		6.158		0.03770	

출력 측정점에 따른 고유 진동수와 감쇠비는 차이가 Table 2에서 나타난 바와 같이, 미소하지만 발생하고 있고, 입력 수에 따라서도 발생함을 볼 수 있다. 따라서 이들 값을 단일화할 필요성이 있음을 알 수 있다. Table 1의 결과를 보면, 수치적으로 구한 매개변수와 4절에서 설명된 단일화 방안을 이용하여 얻어진 결과들이 서로 잘 일치하고 있어서 본 알고리즘은 매우 유용함을 알 수 있다.

모의실험에서는 대상이 비교적 간단하여 특별히 다점 가진의 장점이 확연하게 드러나지 않았으나 Table 3에서와 같이 매개 변수 추정의 정확도가 증가하고 있고, 기여도 함수에서 볼 수 있듯이 신호에 대한 잡음의 영향이 줄어들기 때문에 가진력의 손실이 예상되는 구조물에 대해서는 유효할 것임을 예상할 수 있다.

Table 3 Comparisons of consistency of modal parameters in the case of one and two inputs with 3% and 6% output noise for the simulation model

(a) 6% output noise

Natural frequency	Mode	Analytically estimated	Mean (experiment)	Standard deviation
Single input	1	2.757	2.756	0.0026
	2	4.595	4.565	0.0744
	3	6.158	6.161	0.0159
Two inputs	1		2.755	0.0029
	2		4.607	0.0214
	3		6.155	0.0211

Damping ratio	Mode	Analytically estimated	Mean (experiment)	Standard deviation
Single input	1	0.03306	0.03901	0.00059
	2	0.04152	0.04984	0.01224
	3	0.03770	0.03760	0.00320
Two inputs	1		0.03559	0.00212
	2		0.04510	0.00935
	3		0.03683	0.00234

(b) 3% output noise

Natural frequency	Mode	Analytically estimated	Mean (experiment)	Standard deviation
Single input	1	2.757	2.758	0.00066
	2	4.595	4.614	0.01126
	3	6.158	6.164	0.01487
Two inputs	1		2.757	0.00304
	2		4.593	0.03410
	3		6.156	0.01519

Damping ratio	Mode	Analytically estimated	Mean (experiment)	Standard deviation
Single input	1	0.03306	0.0392	0.00043
	2	0.04152	0.0492	0.01131
	3	0.03770	0.0385	0.00166
Two inputs	1		0.0364	0.00222
	2		0.0454	0.00764
	3		0.0384	0.00235

6. 선반에 대한 다점가진 모우드 실험

실험의 목적은, 본 연구에서 작성한 전산 프로그램을 기본으로 하여, IBM-AT 및 주변장치로 구성된 다입력 모우드 해석 시스템의 실제 기계구조물의 응용가능성을 보이고 수반되는 문제점을 지적하는 것이다. 실험은 가진점 선정을 위한 예비실험 후에, 한점과 두점 가진 실험을 수행하여 그 결과를 비교하였다. 해석 주파수 영역은 모우드의 수와 선반의 사용 회전수의 범위를 고려하여 0~200Hz로 하였으며 가진 위치는, 절점(nodal point)을 피하고 두 가진력이 서로 영향을 주지 않는 지점으로, 주축하단부와 공구대로 정하였다.

6.1 실험 장치 및 방법

본 실험에 사용된 구조물은 대우 범용 선반(ED-18)이며, 가진기는 Ling Dynamics 모델 520과 B&K 모델 4814를 사용하였다. 가진 신호는 독립된 신호 발생기로부터 발생되고 증폭기를 거쳐 가진기를 작동시키게 된다. 사용한 힘 변환기는 PCB 221A02, 221A04이며 민감도는 증폭기에서 조절하여 주었다. 가진 신호는 각각 200Hz의 주파수 영역을 갖는 랜덤 신호이다. 응답은 감도가 동일한 B & K 4371 가속도계 2개와 B & K 4370, 4321 가속도계를 사용하여 선반 베드면의 수평 방향의 24지점에서 측정하였다.

이상의 실험장치에 대한 계통도를 Fig. 7에 도시하였으며 Fig. 8에는 선반의 가진지점과 응답측정

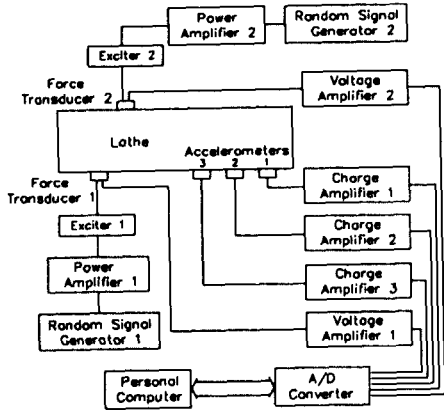


Fig. 7 The schematic diagram of the experimental setup

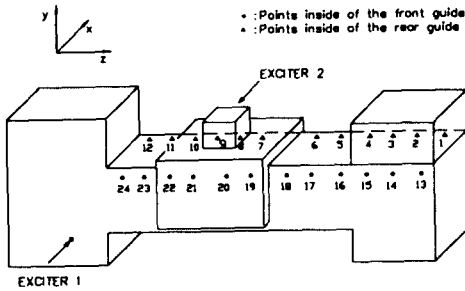


Fig. 8 The locations of the excitations and response measurements in the engine lathe (interval between the measurement points : 15cm)

지점을 나타내었다.

이상의 실험장치에 대한 계통도를 Fig. 7에 도시하였으며 Fig. 8에는 선반의 가진지점과 응답측정 지점을 나타내었다.

6.2 신호수집

모우드 해석에 기본이 되는 주파수 응답함수를 정확히 산출하기 위해서 입-출력 신호의 정확한 수집이 전제되어야 하며, 특히 위상에 관련되는 모우드 형상의 정확도를 위해서는 여러 신호에 대한 동시수집(synchronous sampling)이 중요하다. 본 절에서는 A/D변환기 한 세트보 다채널 신호를 수집함에 따른 위상오차 문제를 검토하였다.

측정된 입력 및 출력 신호의 샘플링 간격은, 주파수 영역상의 겹침(aliasing)을 고려하여 0.002초

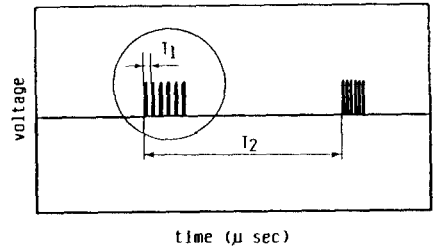


Fig. 9 Signal indication the accomplishment of A/D conversion of each channel (T_1 : conversion time for one channel, T_2 : specified sampling interval)

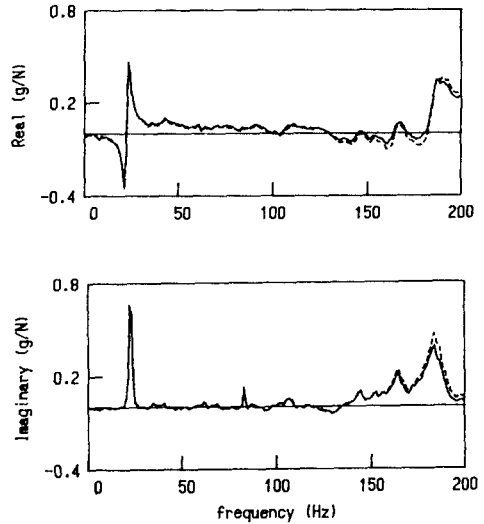


Fig. 10 The effect of non-synchronization of input/output signal at the stage of A/D conversion (straight line ; between channel #1 and channel #3) (dotted line ; between channel #1 and channel #6)

(cut-off frequency : 250 Hz)로 하였으며 A/D 변환기를 통해 소형 컴퓨터 (IBM-PC/AT)에 저장하였다.

저장된 데이터는 각 신호에 대해서 검침계수 0.5로 하고 40회 평균하여 해석 하였다. A/D변환기는 채널당 변환율이 30kHz인 Lab Master를 사용했는데 실제 사용시에는 컴퓨터와의 I/O시간이 필요하여 실제 채널당 변환율은 24kHz이었다. Fig. 9에는 6개의 채널을 사용하는 경우에 변환이 수행되는 신호를 도시하였다. 6개의 채널을 모두 변환하는 시간($6 * T_1$)은 샘플링 간격 (T_2)의 12.3%에 해당하는데, 각 신호 사이의 시간 지연에 따른 영향을 알아보기 위하여 하나의 가진신호를 A/D변

환기의 1번 채널에, 임의의 한 출력을 3번 채널과 6번 채널에 동시에 연결하여 A/D변환을 수행한 뒤, 1번 채널의 가진력에 대한 3번과 6번 채널의 응답 사이의 전달함수를 구해보았다. 결과는 Fig. 10에 두 경우의 전달함수를 각각 실선과 점선으로 표시하였는데, A/D 변환시에 채널간 시간차에 따른 오차는 고주파영역으로 감에 따라 증가하는데 이는 사용채널을 모두 변환하는데 소요되는 시간에 대해 샘플링 간격이 상대적으로 작아지기 때문이다. 이런 현상은 전체 임, 출력 신호를 동시에 수집하지 못하여 발생하게 되며 구하고자 하는 정보의 왜곡을 초래하게 된다.

입력과 출력 사이의 시간지연 (Td)을 알면, 임의의 출력신호 $y_i(t)$ 에 대하여 식 (21)과 같이 푸리에 변환 직후에 $e^{j2\pi fTd}$ 만큼의 보정을 하여 오차를 어느 정도 줄일 수 있다. 그러나 실제로는 완전하게 보상되지 않기 때문에 사용 채널의 수는 해석 주파수의 범위에 따라 제한을 받는다.

$$Y_i(f) = \left(\int_{-\infty}^{\infty} y_i(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \right) \cdot e^{j2\pi fTd} \quad (21)$$

이와 같은 문제를 근본적으로 해결하기 위해서는 변환률이 더 높은 A/D변환기를 사용하거나 동시에 신호를 측정하기 위한 방안을 고려해야 한다.

이 문제 외에도 소형컴퓨터에서는 RAM용량문제도 동시에 처리할 수 있는 임, 출력의 수가 제한되는데, RAM용량 64KB인 본 시스템에서는 주파수 영역 데이터 256개를 한벌로 볼 경우 3개의 입력과 8개의 출력을 동시에 처리할 수 있도록 작성되었다. 출력 측정지점이 24개소인 본 실험에서는 컴퓨터 용량문제와 A/D변환 문제를 고려하여 2개의 입력과 4개의 출력을 한 세트로 하여 6차례에 걸쳐 순차적으로 신호처리를 수행하였다.

6.3 실험 결과 및 고찰

주축 하단부에 대한 한점가진 실험을 먼저 수행하였으며 이 때 얻어지는 24벌의 주파수 응답함수 중에서 응답 측정지점 3에 대한 주파수 응답함수와 임/출력 사이의 기여도 함수를 Fig. 11에 나타냈다. 응답함수의 허수부분을 보면 여러개의 피크가 나타나고 있으며 20Hz, 40Hz, 160Hz 근처와 180Hz 부근에서 비교적 선명하게 피크가 나타남을 볼 수 있다. 이 때, 기여도함수는 피크 부근과 50~100Hz 영역에서 급격히 떨어짐을 확인할 수 있다.

두점 가진 실험은 앞서 언급한 바와 같이, 베드

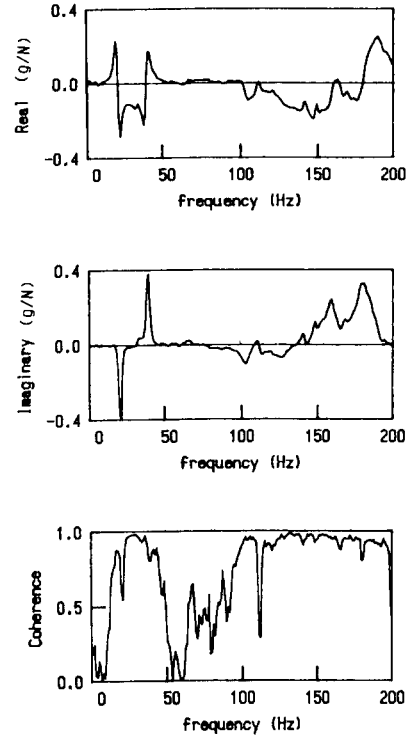


Fig. 11 Frequency response function and coherence in the case of one point excitation between output #3 and input #1

면과의 연결부에서 가진 에너지의 손실이 예상되는 공구대를 두번째 가진점으로 하여 수행하였는데 먼저 두 가진력의 특성 및 상관관계를 점검하기 위해 자기 스펙트럼과 두 신호 사이의 기여도 함수를 계산하고 Fig. 12에 그 결과를 도시하였다. 두 가진력은 상관도가 거의 없는 것으로 나타나고 있으므로 응답함수 행렬의 계산에 문제가 없다고 보여진다.

계산된 주파수 응답함수는 Fig. 3에 도시하였는데, 48벌의 주파수 응답함수들 중에서 두 입력과 응답 측정지점 3 사이의 결과이다. 입력 1에 대한 주파수 응답함수는, 관심 주파수 영역내의 피크들의 모습이 한 점 가진의 경우와 거의 유사하지만, 입력 2에 대해서는 100Hz 근처에서 새로운 피크가 선명하게 나타나는 반면 입력 1에 대한 응답함수에 존재하던 180Hz 부근의 피크는 나타나지 않음을 볼 수 있다. 결과적으로, 두 점 가진을 하면 한점 가진만으로는 나타나지 않는 모우드도 가진되어 나타나므로 다점 가진의 장점을 보이고 있으며, 아울러 기여도 함수의 값도 관심 주파수 영역에서 거의 1

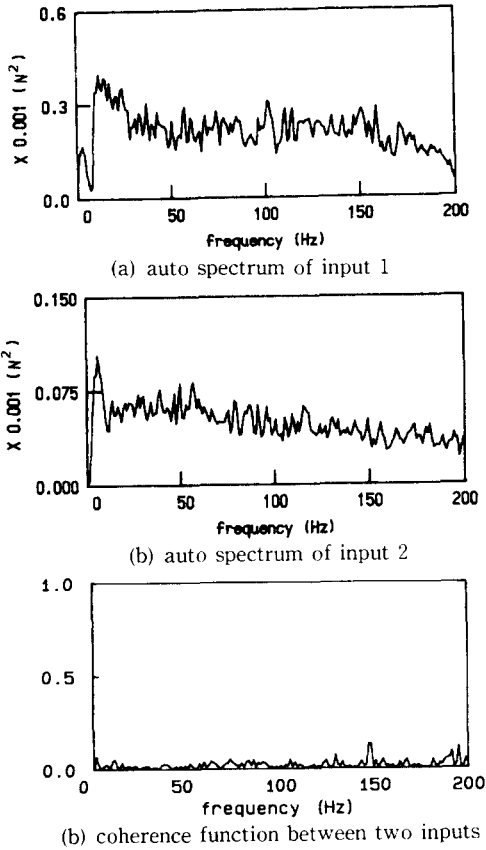


Fig. 12 Auto spectrums and coherence with respect to two input forces

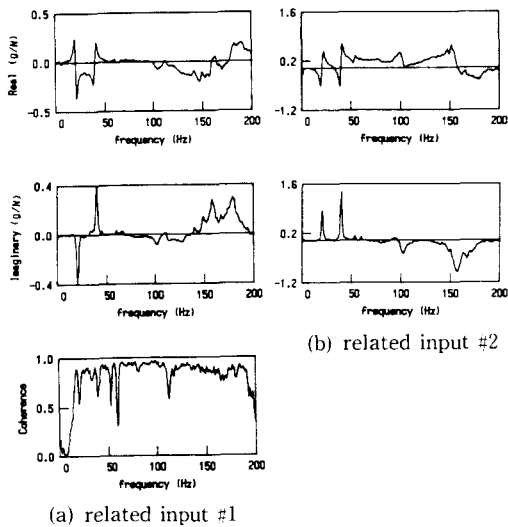


Fig. 13 Frequency response function and multiple coherence with respect to the response point #3 in the case of two point excitations

Table 4 Modal parameters of the lathe in the case of two inputs

f_n (Hz)	20.7112	39.5914	
ξ	0.03900	0.03267	
Mode shape	1	$0.1480 - j0.3954$	$-0.2124 + j0.4127$
	3	$0.1791 - j0.3682$	$-0.2160 + j0.3377$
	5	$0.1664 - j0.4219$	$-0.1422 + j0.2474$
	7	$0.1604 - j0.4800$	$-0.1213 + j0.1700$
	9	$0.1983 - j0.4461$	$-0.0875 + j0.0964$
	11	$0.2311 - j0.5006$	$-0.0722 - j0.0016$
	13	$0.1261 - j0.3457$	$-0.1659 + j0.3503$
	15	$0.2107 - j0.3784$	$-0.1580 + j0.3278$
	17	$0.1594 - j0.4582$	$-0.1294 + j0.2705$
	19	$0.1486 - j0.4452$	$-0.1048 + j0.1749$
	21	$0.2384 - j0.4689$	$-0.0942 + j0.1061$
	23	$0.2195 - j0.5506$	$-0.0694 + j0.0164$
f_n (Hz)	148.3561	158.7321	
ξ	0.01182	0.02270	
Mode shape	1	$-0.1356 + j0.1821$	$-0.0414 + j0.3695$
	3	$-0.1445 + j0.1217$	$-0.0447 + j0.2428$
	5	$-0.0958 + j0.0377$	$-0.0697 + j0.0607$
	7	$-0.0495 - j0.0534$	$-0.0267 - j0.1211$
	9	$0.0328 - j0.0913$	$0.0368 - j0.2356$
	11	$0.0715 - j0.0951$	$0.1159 - j0.2522$
	13	$-0.11455 + j0.1746$	$0.0660 + j0.4018$
	15	$-0.1473 + j0.1099$	$-0.0707 + j0.2513$
	17	$-0.1212 + j0.0158$	$-0.0870 + j0.0914$
	19	$-0.0487 - j0.0966$	$-0.0747 - j0.1483$
	21	$0.0066 - j0.1315$	$-0.0412 - j0.2416$
	23	$0.0462 - j0.1151$	$0.0472 - j0.2672$

에 가깝게 나오고 있어서 실험결과는 상당히 신뢰할 만하다고 하겠다.

본 실험에서 얻어진 주파수 응답함수를 보면 관심 주파수 영역 내에 10여개의 피크가 존재함을 알 수 있으나, 여기서는, 48번의 응답함수에서 비교적 선명하게 나타나는 4개의 피크들에 대한 모우드 매개변수를 추출하였으며 그 결과를 Table 4에 나타내었다. 또, 측정점에 따른 매개변수의 분포를 Table 5에 나타냈는데 두점 가진의 경우가 한점

Table 5 Comparisons of consistency of modal parameters in the case of one and two point excitations for the experiment

(σ : standard deviation)

	Mode	Natural freq. (Hz)	σ (Hz)
Single excitation	1	20.8891	0.4438
	2	39.0625	0.6291
	3	148.4355	0.4815
	4	158.8564	0.9207
Two point excitations	1	21.0112	0.3966
	2	39.2314	0.2368
	3	148.7561	0.4815
	4	158.7321	0.7448

	Mode	Natural freq. (Hz)	σ (Hz)
Single excitation	1	0.04153	0.00097
	2	0.03455	0.00073
	3	0.01497	0.00543
	4	0.03047	0.00787
Two point excitations	1	0.03824	0.00043
	2	0.03144	0.00078
	3	0.01304	0.00297
	4	0.02109	0.00240

가진 경우보다 분포 범위가 더 작음을 볼 수 있다. 이 결과는 기어도 함수와 더불어 대상물의 동특성을 구함에 있어서 두점가진 경우가 한점가진 경우보다 더 신뢰할 만한 결과를 나타낸다는 사실을 말해주고 있다.

베드면에 대한 모우드 형상은 두 지점 가진 경우에 대해 Fig. 14에 실수 모우드로 도시하였다. 3차원 모우드 형상을 모두 구해야 확실하게 알 수 있으나 본 실험에서 얻은 2차원 해석 결과로 보면, 첫번째와 두번째 모우드는 베드면에 직선의 형상을 유지하며 거동하는 형상을 보이고 있으며, 150Hz 부근의 두 모우드는 굽힘(bending)에 관련된 모우드라고 할 수 있겠다. 계산된 모우드 형상의 신뢰성을 확인하기 위하여, 주파수 응답함수 행렬의 두 열로부터 추출된 각 모우드에 대한 MAC(modal assurance criterion)를 계산하였으며 결과를 Table 6에 나타내었다. 대각(diagonal)성분이 0.83

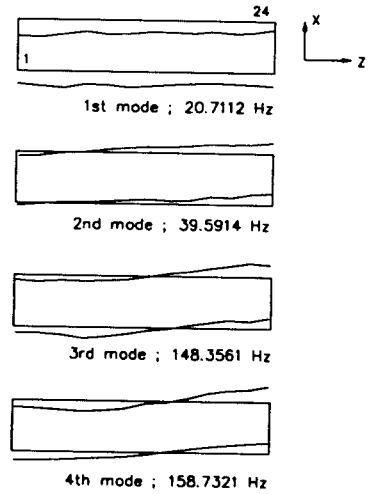


Fig. 14 Selected 4 real mode shape of the bed in the lathe

Table 6 Modal assurance criterion between two rows of frequency response function matrix

Mode#	1	2	3	4
1	0.9158	0.2739	0.1208	0.0491
2	0.2739	0.8539	0.1515	0.1071
3	0.1208	0.1515	0.8753	0.3468
4	0.0491	0.1071	0.3468	0.8371

에서 0.92사이의 값이 나오고 있어 주어진 4개의 모우드가 각각 해당 모우드임을 신뢰할 수 있다. 여기서, 150Hz근처의 3번째 및 4번째 모우드사이의 MAC값이 비교적 크게 나오고 있는데 이는 2차원 측정영역에 대한 모우드 형상이 서로 유사하기 때문이라고 할 수 있다.

7. 결 론

본 연구에서는, 다점가진 모우드해석 실험에서 측정되는 입, 출력 데이터를 수집하고 주파수 응답함수 행렬을 구한 뒤, 커브 피팅하여 모우드 매개변수를 구하는, 소형 컴퓨터 및 주변기기로 구성된, 시스템을 개발하여 3자유도 모델에 대해 모의 실험을 하여 타당성을 확인해 보았고 선반에 대한 실제 가진 실험에 적용하여 보았다.

모의실험에서, 신호 해석의 결과가 이론치와 거

의 일치하고 있어서 개발한 프로그램을 확인할 수 있었다. 이어서, 개발한 시스템을 선반에 대한 실제 가진시험에 대해 적용하여 주파수 응답함수를 구하고 모우드 매개변수를 추출하여 보았는데, 고유진동수와 감쇠비의 측정지점에 따른 분포로부터 다점가진 장점을 확인할 수 있었고, 또한, 기여도함수와 MAC에 의해 구해진 모우드 형상의 신뢰성을 뒷받침할 수 있어 개발된 시스템의 유용성 및 실용화 가능성을 확인할 수 있었다.

그러나 소형 컴퓨터에서 다입력/다출력 신호를 해석하는 경우 RAM메모리에 의해 동시에 처리할 수 있는 신호의 수가 제한되고 A/D변환 시에는 채널 간 시간 지연 문제가 있어서 이에 대한 연구와 개선이 더 필요한 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) Vold, H., Kundart, J., Rocklin, G, T., Russel, R., 1983, "A Multiple Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers", SAE Technical Paper Series 820194.
- (2) Zakeri, K., Phil, M., 1984, "Modal Analysis of Large Structures-Multiple Exciter System", B&K
- (3) Ewins, D. J., 1984, "Modal Testing: Theory and practice", Research Studies Press
- (4) Bendat, J.S. and Pierson, A. G., 1986, "Random Data: Analysis and Measurement Procedures", 2nd ed., Wiley.
- (5) Wang, S., Sato, H. and O-hori, M., 1984, "New approaches to the Modal Analysis for Machine Tool Structure", Trans. ASME, J of Engineering for Industry for Industry, Vol. 106.
- (6) 심충건, 1986, "실험적 모우드 해석에 있어서의 커브 피팅 알고리즘에 관한 연구", 한국과학기술원 생산공학과 석사학위 논문.
- (7) Brown, D.L., Allemang, R.J., Zimmerman, R., 1980, "Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis", SAE Technical Paper Series 790221.
- (8) Allemang, R. J., 1980, "Investigation of Some Multiple Input/Output Frequency Response Function Experimental Modal Analysis Techniques", Ph. D. Dissertation, Univ. of Cincinnati, Mech. Eng. Dept.
- (9) Braun, S., 1986, "Mechanical Signature Analysis, Theory and Applications", Academic Press.