

〈論 文〉

## 평면 쿠에트 유동의 난류모델에 관한 연구

김 광 용\*

(1990년 4월 17일 접수)

### On Modelling Plane Turbulent Couette Flow

Kwang-Yong Kim

**Key Words :** Plane Turbulent Couette Flow(평면 난류 쿠에트 유동), Reynolds Stress Model(레이놀즈 응력 모델),  $k-\epsilon$  Model( $k-\epsilon$ 모델), 1-Equation Model(1-방정식 모델), Turbulent Kinetic Energy(난류운동에너지)

#### Abstract

This work presents the calculations of a plane turbulent Couette flow with various turbulence models, such as one-equation model,  $k-\epsilon$  model and Reynolds stress closure models. Especially, three different types of diffusion model for Reynolds stress closure have been tested: the one is simple gradient diffusion model and the others are those driven by modelling the triple velocity correlation equation. All the diffusion models tested here for the Reynolds stress model produce results which are not much different except in the prediction of mean velocity. The Hassid-Poreh one-equation model produces more effective augmentation of turbulent kinetic energy near wall than the Reynolds stress model as well as  $k-\epsilon$  model. In this work, the developing Couette flow also has been simulated in addition to the above fully developed flow.

#### 기 호 설 명

$C_1, C_2, C'_1, C'_2, C_s$  : 모델상수들

$C_\epsilon, C'_\epsilon, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_\mu$

$D_{ijk}$  : 식 (9)내의 확산항

$f$  : 벽감쇠 함수

$h$  : 유로의 반폭(channel half width)

$k$  : 난류운동에너지 ( $1/2(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2})$ )

$\ell$  : 특성길이(length scale)

$P$  :  $k$ 의 생성률(production rate)

$P_{ij}$  :  $\overline{u_i u_j}$ 의 생성률

$P_{ijk,1}, P_{ijk,2}$  : 식 (9)내의 생성항들

$Re$  : 레이놀즈수 ( $=2h \cdot U_B/\nu$ )

$U$  : 난류평균속도

$U_B$  : 움직이는 벽면의 속도

$U_c$  : 중심선상의 유동속도

$u_\tau$  : 마찰속도 ( $=\sqrt{\tau_w/\rho}$ )

$u, v, w$  : 각각  $x, y$  및  $z$  방향 난류변동속도성분

$x, y, z$  : 각각 유동방향, 폭방향 및 측방향 좌표

$\delta_{ij}$  : Kronecker delta

$\epsilon$  :  $k$ 의 소멸률(dissipation rate)

$\epsilon_{ijk}$  : 식 (9)내의 소멸항

$\chi$  : Von Karman 상수

$\nu$  : 동점성계수(kinematic viscosity)

$\rho$  : 유체의 밀도

$\Phi_{ij,1}, \Phi_{ij,2}, \Phi_{ij,3}$  : 식 (2)내의 압력변형항들

$\Phi_{ijk}$  : 식 (9)내의 압력변형항

$\tau_w$  : 벽전단응력(wall shear stress)

\*정회원, 인하대학교 공과대학 기계공학과

### 1. 서 론

본 연구에서 대상으로 하는 난류 쿠에트(Couette)유동은 두개의 평행한 평판 사이에서 하나의 평판이 일정한 속도로 움직임에 따라 유발되는 유동으로서 평균속도장(mean velocity field)에 대해서는 이미 많은 연구들<sup>(1~6)</sup>이 수행되었다. 이 유동의 난류특성에 관해서는 Robertson과 Johnson<sup>(7)</sup>이 유동방향 난류강도(turbulent intensity)만을 측정할 바 있으며, 최근에는 El Telbany와 Reynolds에 의한 일련의 연구<sup>(8~10)</sup>에서 모든 난류응력성분들에 대한 측정치가 제시되었다. 특히, 이들이 제시한 난류운동에너지의 측정치는 유동의 중심선 근처에서 기존의 난류모델들에 의해 예측될 수 있는 수준보다 매우 낮은값을 나타내고 있음이 주목된다. 그러나 Nakabayashi 등<sup>(11)</sup>에 의한 실험에서는 이 보다 훨씬 높은 값이 측정되었으며, 이들은 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>나 Robertson과 Johnson<sup>(7)</sup>에 의한 실험에서는 실험장치의 입구부에서부터 시험부(test section)까지의 거리가 각각  $x/2h=30$ 과  $41.5$ 로서 평면 쿠에트유동이 완전히 발달되는 데 필요한 거리( $x/2h>60$ )보다는 훨씬 짧다고 주장하였다. 그러나, Nakabayashi 등<sup>(11)</sup>에 의한 난류측정치들은 레이놀즈수(Reynolds number)에 따른 상사(similarity)를 보이지 않을 뿐더러 매우 산란된 결과를 나타내고 있다.

Henry와 Reynolds<sup>(12)</sup>는  $k-\epsilon$ 난류모델을 사용한 해석적인 연구를 통해 난류운동에너지 방정식의 확산항(diffusion term)이 쿠에트 유동장내에서 항상 영이 되기 때문에 난류운동에너지는 위치에 관계없이 일정한 값을 갖는다고 밝혔다. 이는 분명히 실험적인 사실에 어긋나는 것이다. 이에 대해 Schneider<sup>(13)</sup>는 난류운동에너지방정식에 부가적인 확산항을 도입함으로써  $k-\epsilon$  모델을 수정하여 평균속도와 난류운동에너지 분포에 관한 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>의 실험치에 접근하는 좋은 결과를 얻었다. 그러나, 이 모델에서 사용한 부가적인 확산항은 실험치으로 주어야 하는 혼합거리의 구배(gradient of mixing length)를 포함하는 등 그 타당성과 보편성이 의심된다.

압력변형항(pressure strain term)에 대한 벽면의 영향을 무시한다면 레이놀즈 응력모델(Reynolds stress model)도  $k-\epsilon$  모델과 마찬가지로 균일한 난

류 운동에너지의 분포를 가져온다는 것이 본 연구에서 밝혀졌다. 벽면의 영향을 반영하는 벽감쇠함수(wal damping function)를 도입하면 벽 가까이에서 유동의 중심선쪽으로 서서히 감소하는 난류운동에너지의 변화가 생겨나나, 기존의 레이놀즈 응력모델<sup>(14)</sup>은 여전히 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>에 의한 실험에서 얻어진 중심선상의 낮은 난류운동에너지 값을 예측하지 못한다. 김광웅과 Gibson<sup>(15)</sup>은 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>의 실험치를 바탕으로 유동 중심부에서 난류운동에너지의 역확산(counter gradient diffusion)이 존재한다고 주장하였다. 그러나, 이 가설은 변동속도의 삼중적(triple velocity product)들이 측정되어야만 입증될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 레이놀즈 응력모델<sup>(14)</sup>을 비롯해 Hassid와 Poreh<sup>(16)</sup>의 1-방정식 모델과  $k-\epsilon$ 모델<sup>(17)</sup>을 사용해 난류 쿠에트 유동을 해석하였다. 특히, 레이놀즈 응력모델의 경우에는 단순구배 확산모델(simple gradient diffusion model)과 Hanjalic과 Launder<sup>(18)</sup>의 확산모델 및 Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>의 확산모델등 세종류의 확산모델을 사용해 계산결과를 비교하였다.

### 2. 난류계산모델

완전히 발달된 쿠에트 유동에 대한 운동량 방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\nu \frac{dU}{dy} - \overline{uv} = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (1)$$

윗 식은 유동장내에서 전단응력이 균일함을 나타낸다.

레이놀즈응력모델에서는 난류응력,  $-\rho \overline{u_i u_j}$ 가 각 난류응력성분에 대한 다음과 같은 방정식들로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned} \frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} = & -\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j u_k}) - \left[ \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right. \\ & \left. + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right] + \frac{P}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad (2) \end{aligned}$$

본 연구에서는 압력변형항의 모델로 Launder 등<sup>(14)</sup>과 Gibson과 Launder<sup>(20)</sup>의 모델을 채택하였다.

$$\frac{P}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,3} \quad (3)$$

여기서

$$\Phi_{ij,1} = -C_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ijk})$$

$$\Phi_{ij,2} = -C_2(P_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}P)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij,3} = & C'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left[ \overline{u_n^2 \delta_{ij}} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_i \delta_{nj}} \right. \\ & \left. - \frac{3}{2} \overline{u_n u_j \delta_{ni}} \right] f \\ & + C'_2 \left[ \Phi_{nn,2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ni,2} \delta_{nj} \right. \\ & \left. - \frac{3}{2} \Phi_{nj,2} \delta_{ni} \right] f \end{aligned}$$

위에서  $\Phi_{ij,3}$ 는 고체벽면의 영향을 반영하는 항이고,  $f$ 는 뒤에 정의될 벽감쇠함수이다. 벽 가까운 영역에는 로그법칙을 바탕으로 하는 벽함수(wall function)를 적용하였고, 레이놀즈 응력모델이 적용되는 영역에서는 난류전단응력이 일정하다고 가정하였다( $-\overline{uv} = u_\tau^2$ ).

쿠에트 유동에서는 대류항(convection term)이 무시되므로 영이 되지 않는 4개의 응력성분에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$0 = -\frac{d}{dy}(\overline{u^2 v}) + 2P - C_1 \varepsilon \left[ \frac{\overline{u^2}}{k} - \frac{2}{3} - \frac{C'_1}{C_1} \frac{\overline{v^2} f}{k} \right] - \frac{2}{3} C_2 P (2 - C'_2 f) - \frac{2}{3} \varepsilon \quad (4)$$

$$0 = -\frac{d}{dy}(\overline{v^3}) - C_1 \varepsilon \left[ \frac{\overline{v^2}}{k} - \frac{2}{3} + 2 \frac{C'_1}{C_1} \frac{\overline{v^2} f}{k} \right] + \frac{2}{3} C_2 P (1 - 2C'_2 f) - \frac{2}{3} \varepsilon \quad (5)$$

$$0 = -\frac{d}{dy}(\overline{vw^2}) - C_1 \varepsilon \left[ \frac{\overline{w^2}}{k} - \frac{2}{3} - \frac{C'_1}{C_1} \frac{\overline{v^2} f}{k} \right] + \frac{2}{3} C_2 P (1 + c'_2 f) - \frac{2}{3} \varepsilon \quad (6)$$

$$0 = -\frac{d}{dy}(\overline{uw^2}) - \overline{v^2} \frac{dU}{dy} - C_1 \varepsilon \frac{\overline{uv}}{k} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{C'_1}{C_1} f \right) + \overline{v^2} \frac{dU}{dy} C_2 \left( 1 - \frac{3}{2} C'_2 f \right) \quad (7)$$

여기서 모델상수들  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C'_1$  및  $C'_2$ 은 Gibson과 Launder<sup>(20)</sup>에 의해 추천된 각각 1.8, 0.6, 0.5 및 0.3의 값을 갖는다.

난류확산항의 모델로는 다음과 같은 Daly와 Harlow<sup>(21)</sup>의 단순구배모델이 가장 널리 사용되고 있다.

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \quad (8)$$

한편, Hanjalic과 Launder<sup>(18)</sup> 및 Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>는 복잡하지만 보다 정교한 확산모델들을 제시하였다. 이 두 모델은 모두  $\overline{u_i u_j u_k}$ 에 관한 다음의 방정식에 그 바탕을 두고 있다.

$$\frac{D \overline{u_i u_j u_k}}{Dt} = D_{ijk} + P_{ijk,1} + P_{ijk,2} + \Phi_{ijk} - \varepsilon_{ijk} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} D_{ijk} = & -\frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \overline{u_i u_j u_k u_l} + \frac{P}{\rho} \overline{u_j u_k \delta_{il}} \right. \\ & \left. + \frac{P}{\rho} \overline{u_k u_i \delta_{jl}} + \frac{P}{\rho} \overline{u_i u_j \delta_{kl}} \right. \\ & \left. - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_l} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{ijk,1} = & \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_k u_l}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{u_i u_l}}{\partial x_l} \\ & + \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_l}}{\partial x_l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{ijk,2} = & -\left[ \overline{u_i u_j u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \overline{u_j u_k u_l} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \right. \\ & \left. + \overline{u_k u_i u_l} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} \right] \end{aligned}$$

$$\Phi_{ijk} = \frac{P}{\rho} \left[ u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right]$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijk} = & 2\nu \left[ \overline{u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_j}{\partial x_l}} + \overline{u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_l}} \right. \\ & \left. + \overline{u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}} \right] \end{aligned}$$

$D_{ijk}$ 는  $\overline{u_i u_j u_k}$ 의 확산항이며, 생성항(production term)인  $P_{ijk,1}$ 과  $P_{ijk,2}$ 는 각기 난류운동과 평균속도장에 의한 생성을 나타낸다.  $\Phi_{ijk}$ 와  $\varepsilon_{ijk}$ 는 각기 압력변형항과 소멸항을 나타낸다. Hanjalic과 Launder<sup>(18)</sup>는  $\varepsilon_{ijk}$ 와  $P_{ijk,2}$ 을 무시하였고,  $\overline{u_i u_j u_k u_l}$ 을 제외한 모든 확산항을 무시하였다. 아울러,  $\overline{u_i u_j u_k u_l}$ 은 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j u_k u_l} = & \overline{u_i u_j} \cdot \overline{u_k u_l} + \overline{u_i u_k} \cdot \overline{u_j u_l} \\ & + \overline{u_i u_l} \cdot \overline{u_k u_j} \end{aligned} \quad (10)$$

난류응력  $\overline{u_i u_j}$ 에 관한 방정식에 포함된 압력변형항( $\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2}$ )과 같이  $\Phi_{ijk}$ 도 역시 두가지의 항으로 분리될 수 있다. 그 하나는 난류운동내의 상관관계에 의한 항( $\Phi_{ijk,1}$ )이고 다른 하나는 난류운동과 평균속도장 사이의 상관관계에 의한 항( $\Phi_{ijk,2}$ )이다. Hanjalic과 Launder<sup>(18)</sup>는  $\Phi_{ijk,2}$ 를 생략하고,  $\Phi_{ijk}$ 를 다음과 같이 가정하였다.

$$\Phi_{ijk} = -\frac{1}{C_s} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j u_k} \quad (11)$$

Hanjalic과 Launder<sup>(18)</sup>의 가정들을 종합하면 식(9)로부터 다음과 같은 표현이 얻어진다.

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\varepsilon} G_{ijk} \quad (12)$$

여기서

$$G_{ijk} = \overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}$$

Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>는 위의 모델에  $P_{ijk,2}$ 와  $\epsilon_{ijk}$ 를 포함시켰다. 이들은  $\epsilon_{ijk}$ 를 다음과 같은 단순구배형으로 나타내었다.

$$\epsilon_{ijk} = -C'_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} [\overline{u_k u_l} \delta_{ij} + \overline{u_j u_l} \delta_{ki} + \overline{u_i u_l} \delta_{jk}] \quad (13)$$

이 식을 사용하면 Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>의 확산 모델은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\epsilon} [G_{ijk} + \epsilon_{ijk} - P_{ijk,2}] \quad (14)$$

평면 쿠에트유동에 대해 윗식은 다음과 같이 나타낸다.

$$-\overline{u^2 v} = C_s \frac{k}{\epsilon} \left[ 2 \overline{uv^2} \frac{dU}{dy} + \overline{v^2} \frac{d u^2}{dy} - C'_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{v^3} \frac{d\epsilon}{dy} \right] \quad (15)$$

$$-\overline{v^3} = C_s \frac{k}{\epsilon} \left[ 3 \overline{v^2} \frac{dv^2}{dy} - 3 C'_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{v^3} \frac{d\epsilon}{dy} \right] \quad (16)$$

$$-\overline{uv^2} = C_s \frac{k}{\epsilon} \left[ \overline{v^2} \frac{d w^2}{dy} - C'_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{v^3} \frac{d\epsilon}{dy} \right] \quad (17)$$

$$-\overline{uv^2} = C_s \frac{k}{\epsilon} \left[ \overline{v^3} \frac{dU}{dy} + \overline{uv} \frac{d v^2}{dy} - C'_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{uv} \frac{d\epsilon}{dy} \right] \quad (18)$$

난류운동에너지의 소멸율(dissipation rate)인  $\epsilon$ 에 관한 방정식은 Lsauder 등<sup>(14)</sup>에 의해 제안된 모델을 바탕으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0 = \frac{d}{dy} \left[ C_\epsilon \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} \frac{d\epsilon}{dy} \right] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (19)$$

본 연구에서는  $\epsilon$ 의 생성항(우변의 둘째항)에 대한 Zeman과 Lumley<sup>(22)</sup>의 모델도 아울러 시험해 보았다.

Hanjalic과 Launder<sup>(18)</sup>는 컴퓨터를 이용한 최적화(computer optimization)를 통해 모델상수로  $C_s=0.08$ 과  $C_\epsilon=0.13$ 을 선택하였다. 그러나 본 연구에서는 Launder 등<sup>(14)</sup> 및 Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>가 사용한 보다 큰 값인  $C_s=0.11$ 과  $C_\epsilon=0.15$ 를 사용하였다. Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>는 그들의 확산 모델에  $C_s$ 를 0.075로 줄여 사용하였으나, 본 연구에서는  $C_s=0.11$ 을 그대로 사용하였다. Dekeyser와 Launder는  $C'_\epsilon$ 을 0.2로 놓았다. 그러나 본 연구에서는  $C_\epsilon$ 과  $C'_\epsilon$ 은  $C_\epsilon=3C'_\epsilon/2$ 의 관계를 만족하여야 하므로,  $C'_\epsilon=0.2$ 는 일반적으로 사용되는  $C_\epsilon=$

0.13~0.18과 부합되지 않음을 알았다. 따라서 본 연구에서는  $C'_\epsilon=0.1$ 을 채택하였다. 한편 단순구배 확산모델에서는 모델상수로  $C_s=0.22$ 와  $C_\epsilon=0.18$ 이 사용되었다.

압력변형항에 대해 벽면의 영향을 반영시켜주는 벽감쇠함수  $f$ 는 Launder 등<sup>(14)</sup>에 의해  $\ell/y$ 에 비례하는 것으로, 즉  $f=\alpha\ell/y$ 로 가정되었다. 여기서 특성길이  $\ell$ 은  $k^{3/2}/\epsilon$  이고, 상수  $\alpha$ 는  $P=\epsilon$ 이 성립하는 벽 가까운 영역에서 1의 값을 갖도록 정해진다. 따라서  $f$ 는 다음과 같다.

$$f = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\chi y \epsilon} \quad (20)$$

여기서  $\chi$ 는 Von Karman 상수로 0.41이고,  $C_\mu^{1/2}=0.26$ 이 벽 근처에서 적절한 난류수준을 유지시키기 위해 사용된다. 두 평판 사이의 2차원 유동에서 두 벽면의 영향을 감안하기 위해 Launder 등<sup>(14)</sup>은 다음과 같이 두 벽면의 효과를 단순 중첩하는 식을 제안하였다.

$$f = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\chi \epsilon} \left[ \frac{1}{y} + \frac{1}{2h-y} \right] \quad (21)$$

그러나, 압력구배가 없는 완전히 발달된 쿠에트유동의 계산에 있어서는  $f$ 값이 난류운동에너지의 계산치에 매우 민감한 영향을 미쳤으며, 식 (21)의 사용은 유동중심부에서  $f$ 가 1을 크게 초과하는 타당치 못한 결과를 초래하였다. 이러한 점을 개선하기 위해 본 연구에서는 다음과 같은 수정식을 사용하였다.

$$f = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\chi \epsilon} \left[ \frac{\left(1 - \frac{y}{2h}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{y}{2h}\right)^2}{2h-y} \right] \quad (22)$$

이는 Gibson과 Rodi<sup>(23)</sup>가 개수로유동에 대해 적용한 식과 유사한 바가 있다.

본 연구의 초기단계에서는 Hassid-Poreh<sup>(16)</sup>의 1-방정식모델과 표준  $k-\epsilon$  모델<sup>(17)</sup>이 쿠에트 유동의 해석에 적용되었다. Hassid-Poreh의 1-방정식모델은 이미 Gibson 등<sup>(24)</sup>에 의해 사용되어 강한 가속이 있는 경우를 제외한 각종 경계층 유동들에 대해 만족스런 결과를 보여줌이 밝혀졌다. 이 모델을 사용하기 위해서는 유동의 특성길이(length scale)를 미리 설정해 줄 필요가 있는데, 본 연구에서 Reichardt<sup>(1)</sup>가 평면 쿠에트유동에 대해 제안한 특성길이를 사용하였다.

$$\ell = \chi y \left(1 - \frac{y}{2h}\right) \quad (23)$$

본 연구에서 사용된 Hassid-Poreh 1-방정식모델의

모델상수들은 Gibson등<sup>(24)</sup>에 의해 사용된 값과 동일한 값을 갖는다.

### 3. 결과 및 검토

Henry와 Reynolds<sup>(12)</sup>의 해석결과와 같이 표준  $k-\epsilon$ 모델과 벽감쇠함수를 무시한 ( $f=0$ ) 레이놀즈 응력모델의 계산결과는 공히 균일한  $\overline{uv}/k$ 의 분포를 보여준다(Fig. 1). 한편, Hassid-Poreh<sup>(16)</sup>의 1-방정식모델은 벽 가까운 곳의 난류 수준을 비교

적 정확히 예측하고 있다. 그러나, Fig. 1에 나타난 바와 같이, 위의 세 모델에 의한 계산은 모두 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>의 실험치에 비해 유동 중심부의  $-\overline{uv}/k$ 를 매우 낮게 예측하고 있다. Fig. 2는 동일한 모델들에 의해 계산된 난류운동에너지의 생성률을 실험치와 비교하고 있다.

레이놀즈 응력모델에 대한 세 가지 확산모델의 시험결과가 Fig. 3에서 7까지에 나타나 있다. 여기에는 공히 식 (21)로 주어지는 벽감쇠함수가 사용되었다. 이 그림들에 나타난 바와 같이 확산모델의

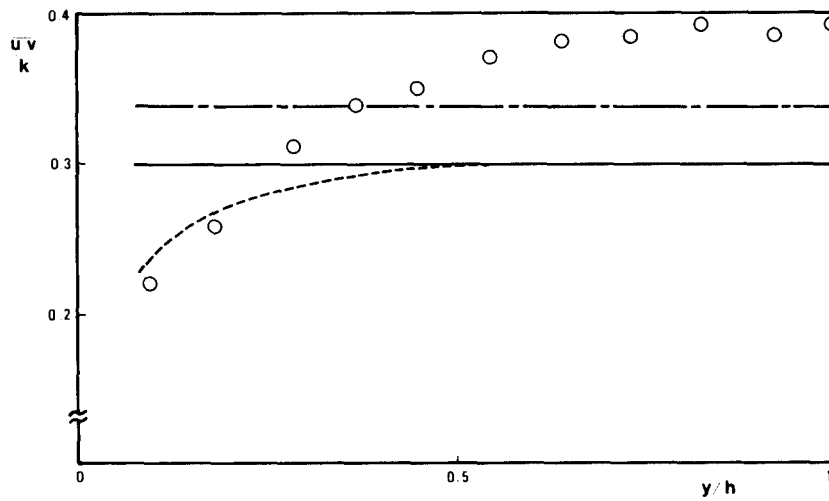


Fig. 1 Distributions of  $-\overline{uv}/k$  (○, experiment of El Telbany and Reynolds<sup>(10)</sup>, ·····, Hassid-Poreh 1-equation model, —,  $k-\epsilon$  model, - - - - -, Reynolds stress model with  $f=0$ )

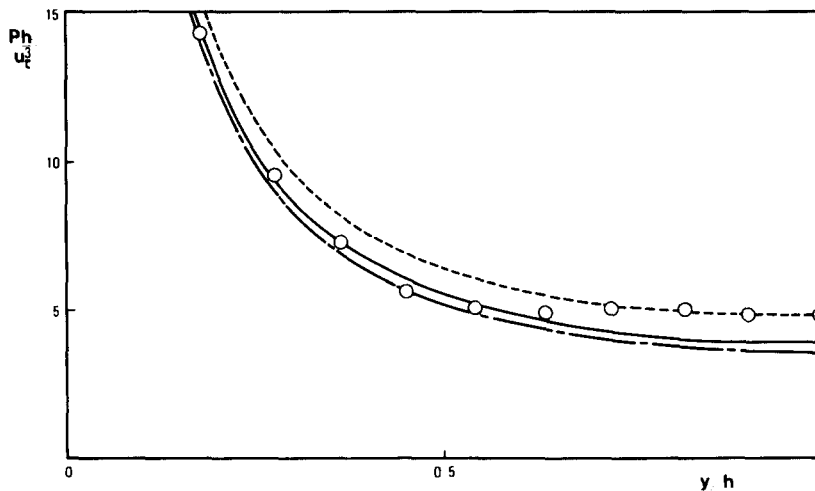


Fig. 2 Distributions of Production Rate of  $k$  (Symbols are same as in Fig. 1)

변경이 난류특성치들의 분포에 큰 영향을 미치지 못함을 알 수 있다. 벽감쇠함수를 도입한 경우에도  $-\overline{uv}/k$ 의 계산치들은 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>의 실험치와 벽근처와 중심부에서 큰 차이를 나타내고 있다. 그러나 Fig. 4와 5에 나타난 바에 의하면 계산된 난류강도들과 전단상관계수 (shear correlation coefficient)는 벽근처 영역을 제외하고는 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>의 실험치와 Nakabayashi등<sup>(11)</sup>의 실험치 사이에 위치함을 알

수 있다. Zeman과 Lumley<sup>(22)</sup>의  $\epsilon$ 의 생성항에 대한 모델은 기존의 모델에 비해 계산결과에 있어 별 차이를 나타내지 못하였다. 이는 개수로 유동의 경우<sup>(23)</sup>와 상반되는 결과이다. 한편, 평균속도와 난류 운동에너지의 생성율(평균속도구배에 비례)의 계산에 있어서는 Dekeyser와 Launder의 모델이 다른 확산모델들에 비해 실험치에 가깝게 접근하는 결과를 보여주고 있다(Fig. 6과 7). 이상의 결과들을 종합할때, Gibson<sup>(25)</sup>이 주장하는 바와 같이 역확산

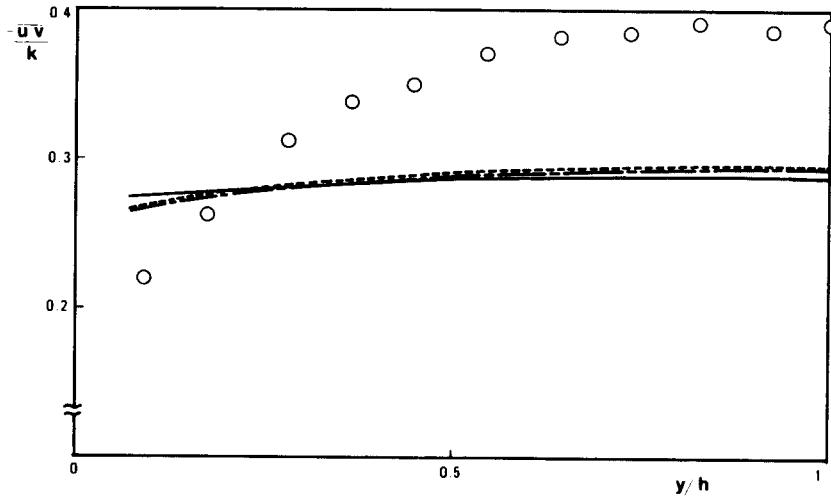


Fig. 3 Distributions of  $-\overline{uv}/k$  (○, experiment of El Telbany and Reynolds,....., Reynolds stress model with simple gradient diffusion model, ----, with Hanjalic and Launder's diffusion model, — — —, with Dekeyser and Launder's diffusion model

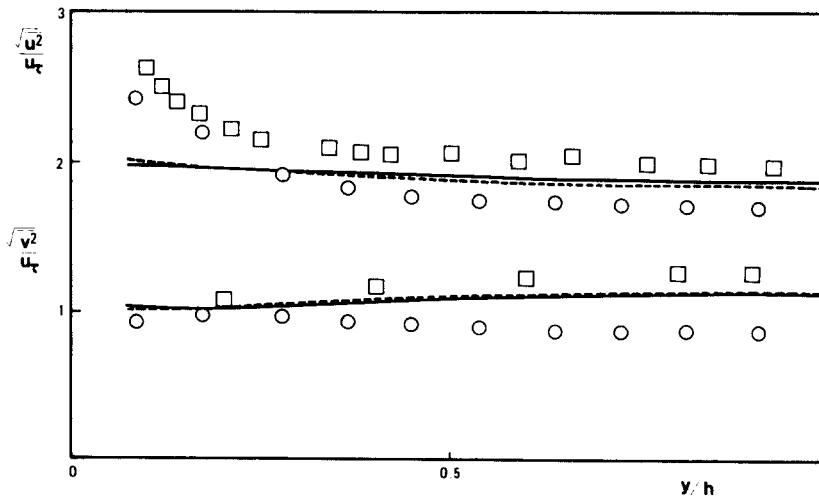


Fig. 4 Distributions of Turbulent Intensities (○, experiment of El Telbany and Reynolds( $Re=5.7 \times 10^4$ ), □, experiment of Nakabayashi et al. ( $Re=2 \times 10^4$ ), Symbols for prediction are same as in Fig. 3)

(counter gradient diffusion)에 의해  $P/\varepsilon$ 이 유동 중심부에서 2내지 3정도로 커지고 이에 따라 난류 운동에너지가 중심부에서 현저히 감소하는 현상은 본 연구에서 사용한 확산모델들에 의해서는 나타나지 않고 있다.

이미 언급한 바와 같이, Nakabayashi등<sup>(11)</sup>은 El Telbany와 Reynolds<sup>(10)</sup>의 실험이 유동이 완전히 발달하지 못한 비교적 짧은 거리 ( $x/2h=30$ )에서 이루어졌다고 주장하고 있다. 이를 밝히기 위해서는 Reynolds<sup>(26)</sup>가 필자에게 제안한 바와 같이, 실험에서와 같은 상황을 수치적으로 재현시키는 것이

필요하다고 생각되었다. 즉, 두 평행한 평판(하나의 평판은 일정속도를 갖음)사이에서 발달되어가는 2차원 유동을 계산해 볼 필요가 있었다. 이를 위해 본 연구에서는 GENMIX 코드<sup>(27)</sup>를 수정하여 사용하였다. 여기에서, 모든 난류치의 입구조건은 균일 [ $(\sqrt{u^2})_{in}/U_B=2 \times 10^{-2}$ ]하다고 가정하였다. 평균 속도분포에 대한 입구조건으로는 균일한 분포와 정지된 평판 사이의 완전 발달된 분포등 두가지를 시험하였다. Fig. 8에서와 같이 단순구배확산모델을 사용한 레이놀즈 응력모델에 의한 계산결과는 평균 속도에 대한 입구조건에 따라 크게 차이가 남을 알

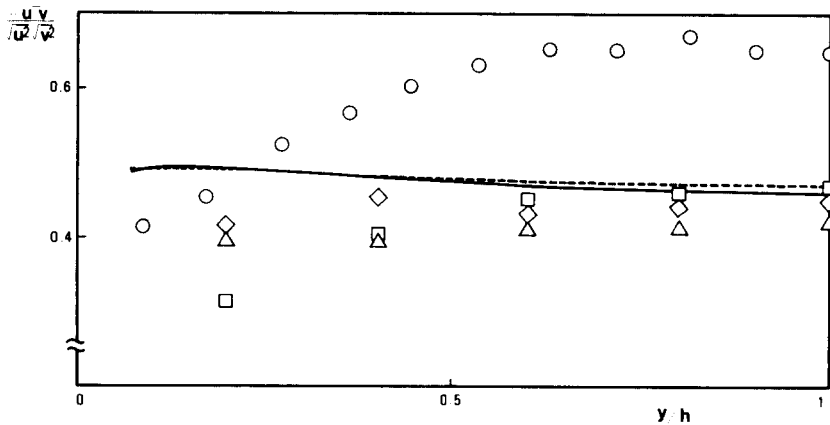


Fig. 5 Distributions of Shear Correlation Coefficient (○, experiment of El Telbany and Reynolds( $Re=5.7 \times 10^4$ ), △, ◇, □, experiments of Nakabayashi et al. ( $Re=2.0 \times 10^4$ ,  $1.5 \times 10^4$ ,  $1.0 \times 10^4$ , respectively), Symbols for prediction are same as in Fig. 3)

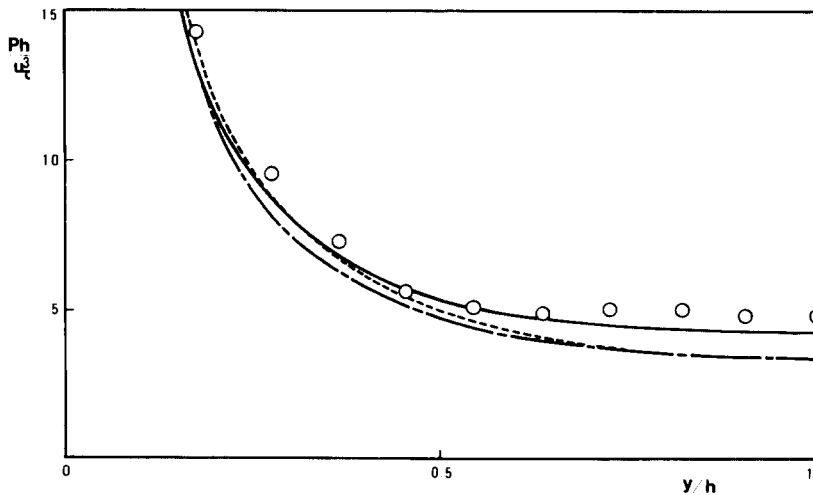


Fig. 6 Distributions of Production Rate of  $k$  (Symbols are same as in Fig. 3)

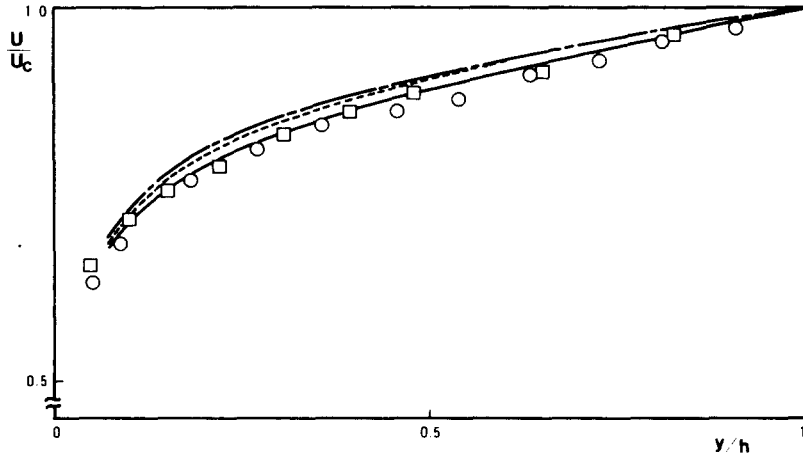


Fig. 7 Distributions of Mean Velocity (□, experiment of Reichardt<sup>(1)</sup> ( $Re=6.8 \times 10^4$ ), ○, experiment of El Telbany and Reynolds ( $Re=5.7 \times 10^4$ ), Symbols for predictions are same as in Fig. 3)

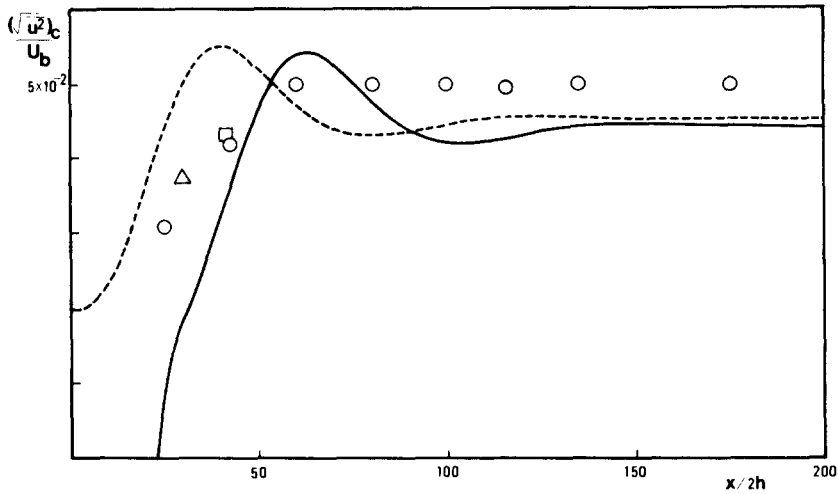


Fig. 8 Developments of Turbulent Intensity on Centerline (○, experiment of Nakabayshi et al. ( $Re=1.0 \times 10^4$ ), △, experiment of El Telbany and Reynolds ( $Re=5.7 \times 10^4$ ), □, Robertson and Johnson<sup>(7)</sup> ( $Re=2.8 \times 10^4$ ), —, Reynolds stress model with uniform inlet velocity, ·····, with fully developed inlet velocity)

수 있다. 유동이 완전히 발달되기 이전까지는 대류 항(convection term)의 비대칭으로 인한 유동구조의 비대칭이 지속되었다. 입구조건으로 균일한 평균속도 분포를 사용할 경우에는 계산치가  $x/2h=150$  정도에서 완전발달에 이르렀으며, 이때의 결과는 완전히 발달된 유동의 해석과 같은 결과를 보였다. 그러나 완전발달된 속도분포를 입구조건으로 사용할 경우에는 미소한 비대칭성이  $x/2h=150$  이

후에도 남았다. 따라서, 현재와 같이 측정된 입구 조건이 각 실험치에 대해 주어지지 않은 상태에서 유동이 발달되어 가는 과정을 정확히 예측하기는 힘들다.

#### 4. 결 론

평면 쿼에트 유동에 대해 El Telbany 와



Reynolds<sup>(10)</sup>가 제시한 측정치를 대상으로 수치해석을 시도하였으나 측정된 난류운동에너지의 정당성을 입증할 만한 계산결과는 얻어지지 않았다. 레이놀즈 응력모델에 대해 세가지의 확산모델들을 시험해 본 결과 난류운동에너지를 비롯한 난류특성치들의 계산에서는 결과치의 차이가 크지 않았다. 그러나, 정교한 Dekeyser와 Launder<sup>(19)</sup>의 확산모델이 평균속도분포에서 실험치에 가장 접근하는 결과를 보였다. Hassid-Poreh<sup>(16)</sup>의 1-방정식모델은 레이놀즈응력모델과  $k-\epsilon$  모델에 비해 벽으로 접근할수록 증가하는 난류운동에너지의 크기를 효과적으로 예측하였다. 단, 유동 중심부에서는  $k-\epsilon$  모델과 동일한 결과를 보였다. 레이놀즈 응력모델에서 벽감쇠함수의 크기는 난류강도의 크기에 민감한 영향을 나타내었으며, 두 벽면의 영향을 단순히 중첩하는 방식은 불합리하다는 것이 밝혀졌다. 난류 쿠테트 유동에 대한 난류모델의 개발은 난류변동속도의 삼중적들을 포함한 보다 폭 넓고 정확한 실험치에 바탕을 두고 이루어져야 할 것이며, 레이놀즈응력 모델에서 압력변형항에 대한 벽면의 영향을 반영하는 방식도 개선되어야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

- (1) Reichardt, H., 1956, "Über die Geschwindigkeitsverteilung in Einer Geradlinigen Turbulenten Couettestromung", Z. Angew. Math. Mech., Vol. 36, pp. 26~29.
- (2) Reichardt, H., 1959, "Gesetzmäßigkeiten der Geradlinigen Turbulenten Couettestromung", Max Planck Institut für Stromungsforschung, Mitteilung Nr. 22.
- (3) Leutheusser, H.J. and Chu, V.H., 1971, "Experiments on Plane Couette Flow", J. of Hydraulic Division, Proc. ASCE, Vol. 97, pp. 1269~1284.
- (4) Hai, S.M., 1976, "Pressure Development in the Entrance Region and Fully Developed Region of Generalized Channel Turbulent Flows", ASME J. of Applied Mechanics, Vol. 43, pp. 13~19.
- (5) Szeri, A.A.A., Yates, C.C., and Hai, S.M., 1976, "Flow Development in Parallel Plate Channel", ASME J. of Lubrication Technology, vol. 98, pp. 145~156.
- (6) Missimer, J. R. and Thomas, L.C., 1983, "Analysis of Transitional and Fully Turbulent Plane Couette Flow", ASME J. of Lubrication Technology, Vol.

- 105, pp. 364~366.
- (7) Robertson, J. M. and Johnson, H.F., 1970, "Turbulence Structure in Plane Couette Flow", J. of Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, Vol. 96, pp. 1171~1182.
- (8) El Telbany, M.M.M. and Reynolds A.J., 1980, "Velocity Distribution in Plane Turbulent Channel Flows", J. of Fluid Mechanics, Vol. 100, pp. 1~29.
- (9) El. Telbany, M.M.M. and Reynolds, A.J., 1981, "Turbulence in Plane Channel Flows", J. of Fluid Mechanics, Vol. 111, pp. 283~318.
- (10) El Telbany, M.M.M. and Reynolds A.J., 1982, "The Structure of Turbulent Plane Couette Flow", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol. 104, pp. 367~372.
- (11) Nakabayashi, K., Kitoh, O., Iwata, H., Kato, E. and Uehara, T., 1987, "Basic Study on Turbulent Lubrication", Trans. of JSME, Series B, Vol. 54, No. 499, pp. 547~552 (in Japanese).
- (12) Henry, F.S. and Reynolds, A.J., 1984, "Analytical Solution of Two Gradient Diffusion Models Applied to Turbulent Couette Flow", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol. 106, pp. 211~216.
- (13) Schneider, W., 1988, "On Modelling the Transport of Turbulent Kinetic Energy in Couette Flow", GAMM Conf., Vienna, also ZAMM (to be published).
- (14) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J. of Fluid Mechanics, Vol. 68, pp. 537~566.
- (15) Kim, K. Y. and Gibson, M.M., 1989, "Turbulent Couette Flow", 7th Symposium on Turbulent Shear Flows, Stanford Univ., Open Forum No. 8.
- (16) Hassid, S. and Poreh, M., 1975, "A Turbulent Energy Model for Flows with Drag Reduction", ASME, J. of Fluids Engineering, pp. 234~241.
- (17) Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flow", Comp. Meth. in Appl. Mech., and Eng., Vol. 3, p. 269.
- (18) Hanjalic, K. and Launder, B.E., 1972, "A Reynolds Stress Model of Turbulence and Its Application to Thin shear Flows", J. of Fluid Mechanics, Vol. 52, pp. 609~638.
- (19) Dekeyser, I. and Launder, B.E., 1983, "A Comparison of Triple-Moment Temperature-Velocity Correlations in The Symmetric Heated Jet with Alternative Closure Models", Symposium on Turbulent shear Flows, Karlsruhe, pp. 14.2~14.8.
- (20) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, "Ground

- Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer". *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 86, pp. 491~511.
- (21) Daly, B.J. and Harlow, F.H., 1970, "Transport Equations in Turbulence", *Physics of Fluids*, Vol. 13, p. 2634.
- (22) Zeman, O. and Lumley, J. L., 1976, "Modelling Buoyancy-Driven Mixed Layers", *J. of Atmospheric Science*, Vol. 33, p. 1874.
- (23) Gibson, M.M., and Rodi, W., 1989, "Simulation of Free Surface Effects on Turbulence with a Reynolds Stress Model". To be published in *Journal of Hydraulic Research*.
- (24) Gibson, M.M., Spading, D.B., and Zinser, W., 1978, "Boundary-Layer Calculations Using The Hassid-Poreh One-Equation Energy Model", *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 5, p. 73.
- (25) Gibson, M.M., 1988, "Analysis of Turbulent Couette Flow with a Reynolds Stress Model", Report FS/88/54, Mech. Eng. Dept., Imperial College, London.
- (26) Reynolds, A.J., Personal Communication, Feb. 1989.
- (27) Patankar, S.V. and Spalding, D.B., 1970, "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers", Intertext, London, 2nd ed.