

〈論 文〉

전자기 성형에서의 변형률 속도 효과 해석

곽신웅* · 신호철** · 이종수***

(1990년 2월 23일 접수)

Analysis of the Strain Rate Effect in Electro-Magnetic Forming

Sinung Kwak, Hyo-Chol Sin and Jong Soo Lee

Key Words : Dynamic Tangential Modulus(동적 변형 경화율), Dynamic Stress(동적 응력), Electro-Magnetic Forming(전자기 성형), Rate-Dependent Elasto-Plastic(변형률 속도 종속 탄소성), Strain Rate Effect(변형률 속도 효과), Visco-Plastic(점소성)

Abstract

The Strain rate effect in electro-magnetic forming, which is one of the high velocity forming methods, is studied by the finite element method in this paper. The forming process is simplified by neglecting the coupling between magnetic field and work-piece deformation, and the impulsive magnetic pressure is regarded as inner pressure load. A rate-dependent elasto-plastic material model, of which tangential modulus depends on effective strain rate, is proposed. The model is shown to well describe the transient increase of yield stresses, the decreases of the final displacement and yield stress, the decrease of the difference in the distribution of deformation along the axial direction, and the change of deformation mechanism due to strain rate effect. As a result, displacement, final deformed shape, radial velocity, deformation energy, and the changes of effective stress, effective strain and effective strain rate through plastic working are given. Based on the results, the effectiveness of this model and the strain rate effect on the deformation process of the work-piece are discussed.

기 호 설 명

E : 탄성계수
 n : 변형경화지수
 m : 변형률 속도 민감지수
 P : 자기압력
 P_t : 자기압력의 시간에 따른 변화
 P_z : 자기압력의 공간분포 비
 R_k : 준정적 유효응력에 대한 동적 유효응력의 비
 T_D : 동적 변형 경화율
 T_R : 변형률 속도 경화율

T_s : 준정적 변형 경화율
 W : 가공일
 Y : 초기 항복응력

회랍 문자

ϵ_{ij} : 변형률성분
 $\bar{\epsilon}, \epsilon$: 유효변형률, 그림에서 모두 유효 변형률을 나타냄
 $\dot{\bar{\epsilon}}, \dot{\epsilon}$: 유효변형률 속도
 $\dot{\epsilon}_0$: 기준변형률 속도
 $d\lambda$: 소성변형률 속도 성분과 편차 응력 성분간의 비례계수
 μ : 유체의 점성계수

* 정회원, 서울대학교 대학원

** 정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

*** 정회원, 국방과학연구소

- ν : 프와송비
 σ'_u : 편차응력성분
 $\bar{\sigma}, \sigma$: 유효응력, 그림에서 모두 유효응력을 나타냄

상첨자

- D : 동적 변형경화
 e : 탄성상태
 f : 제하 직전의 최종상태
 \max : 최대치
 P : 소성상태
 R : 변형률속도효과만에 의한 변형경화
 S : 준정적 변형경화

하첨자

- D : 동적응력상태
 R : 변형률 속도 효과
 S : 준정적 응력상태

1. 서 론

전자기 성형은 폭발성형(explosive forming) 및 방전가공(electro-hydraulic forming)과 더불어 대표적인 고속 성형법으로서, 성형기와 가공재 간의 접촉이 없다는 것이 특징이며, 밀봉이나 기계요소 간의 결합 등의 특수한 목적으로 자주 사용되고, 성형 시간이 짧다(100 μ sec정도)는 등의 장점을 가지고 있는 반면, 성형 효율이 낮고(10% 내외) 성형가능한 재료가 적다는 것이 단점으로 지적되고 있다⁽¹⁾.

Fig. 1은 전자기 성형의 성형 기구를 간략히 보여 주고 있다. 성형시, 직류 고전압전원으로부터 축전기(capacitor bank)에 스위치 S_1 를 닫아서 전기에너지를 충전시킨다음, 이것을 스위치 S_2 를 열고 S_2 를 닫아 고전압의 전류로 방전시켜 성형 코일(working coil)과 가공재 간의 전자기적인 반력을 일으켜서, 재료를 가공하게 된다.

전자기 성형은 성형과정 중 성형기의 전기적 성질과 가공재의 전기적, 기계적 성질이 그 사이에 형성되는 자기장을 통해 연결되어 서로간에 영향을 미친다. 전자기 성형과정에 대하여 성형기와 가공재의 결합에 대한 해석은 최근에야 비로소 시도되고 있으며, 보통은 가공재의 변형에 따른 자기장의 변화를 무시하여 단순화시켜 연구하는 것이 일반적이다.

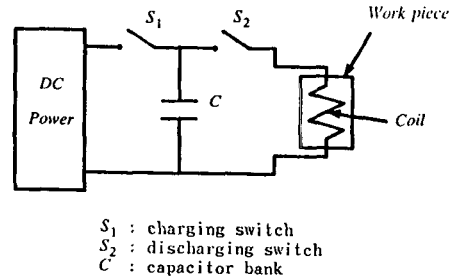


Fig. 1 Schematic representation of the forming process

전자기 성형의 성형과정 및, 불안정성에 대한 연구는 Jansen⁽²⁾, Lal⁽³⁾, Bhattacharyya⁽⁴⁾, Al-Hasani, Duncan, Johnson⁽⁵⁾, Neghishi, Suzuki^(6,8)등에 의해서 수행되었다. 성형과정에서의 변형률 속도 효과도 연구되어 이를 고려한 수치해석은 Lal⁽³⁾에 의해 수행되었으나, 고리형태의 단순한 가공재에 대해서만 이루어졌다. 한편, 유한요소 해석법을 사용한 변형해석이 Suzuki⁽⁶⁾에 의해 수행되었으며, 변형률 속도 효과를 고려한 전자기 성형의 유한요소해석도 시도되었다⁽⁹⁾.

변형률 속도 효과를 고려한 일반적인 응력 및 변형해석은 Bodner, Partom과 Merzer⁽¹⁰⁻¹³⁾, Argyris⁽¹⁴⁾, Rebelo와 Kobayashi⁽¹⁵⁾등이 비교적 많은 연구를 하였고, 최근에 와서 상당한 수의 연구가 보고되고 있다⁽¹⁶⁻²⁶⁾. 이들 연구는 가공재를 점소성재료로 취급하는 경향을 보이고 있으나, 통일된 모형을 제시하지 못하고 있다. 또한, 대부분의 연구들이 제하(unloading) 직전까지만을 다루었으며, 제하 이후 혹은 교번하중을 받는 경우에 대해 해석한 경우도, Bodner⁽¹³⁾와 Kim⁽²⁶⁾과 같이 변형률 속도가 일정한 경우에만 적용 가능하게 되어 있다.

본 논문에서는 전자기 성형법에 의한 원통형상의 가공재의 자유 확관성형 가공에 대해서 유한요소 해석법을 이용한 변형 및 응력해석을 수행하였다. 탄소성 재료모형을 확장하여 변형 경화율이 변형률 및 변형률 속도의 지배를 받는 변형률 속도 종속 탄소성 재료 모형을 도입하였고, 1차 제하 이후까지 포함하여 고속 성형시 변형률 속도 효과에 의해 발생하는 현상들에 대해서 연구하였다. 결과의 비교 및 논의를 위하여, 해석대상과 성형조건, 그리고 가공재에 작용하는 자기압력은 Suzuki의 것과

동일한 것을 사용하였다.

본 논문에서와 같이 탄소성 재료 모형을 수정하여 변형률 속도 효과를 고려하는 방법은 ADINA⁽²⁷⁾, MARC⁽²⁸⁾ 등의 상업용 유한요소 해석 패키지에서 시도되어 왔다. 그러나, ADINA에서는 1차원 트러스 요소에 대해서만 적용이 가능하고, MARC에서는 본 연구에서 유효응력에 대해 적용한 것과는 달리 각 응력성분에 대해 변형률 속도 효과를 적용하고 있으나, 제하시의 동적 응력과 준정적 응력의 불일치를 처리하지 못하는 점 등 그 적용 범위가 제한적이다.

2. 변형률 속도 종속 탄소성 재료 모형

변형률 속도의 영향을 고려하는 경우에는 가공재를 점소성 재료로 취급하는 것이 일반적인 접근방식이었으며, 이 경우 소성상태하의 고체와 유체의 유동법칙의 유사성으로부터 접근한다. 그 관계식을 살펴보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Plastic flow} & : d\epsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\lambda \\ \text{Newtonian viscous fluid} & : \dot{\epsilon}_{ij} = \sigma'_{ij} / (2\mu) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $d\lambda$ 는 비례계수이지만 재료의 변형에 따라 변화하는데 반하여, 점성계수 μ 는 재료상수이기 때문에, 이러한 접근방식에 문제가 있다고 보는 견해도 있으나, 최근의 점소성 모형들은 비선형 점성 유체 모형을 사용함으로써 이점을 충분히 고려하고 있다⁽¹⁰⁻²⁶⁾.

그러나, 해석가능 재료, 변형률 속도 및 온도의 범위가 차이가 나는 등 점소성 모형들 간에 통일성이 결여되어 일반화된 해석방법을 제시하지 못하고 있다. 더우기 점소성 모형을 사용하기 위해서는 유동성 계수(fluidity parameter)라는 부가적인 물성치의 측정을 필요로 하며, 이들은 자료집으로부터 쉽게 얻을 수 없다. 또한 전자기성형의 경우, 가공중에 온도가 상승하나 그 정도가 크지 않아 온도효과를 무시할 수 있거나, 또는 그렇지 않을 경우에도 본 논문에서 제시된 재료모형에서 변형률속도 민감지수 등을 통해 그 영향이 간접적으로 나타날 것으로 기대할 수 있다.

본 연구에서는 이상과 같은 이유에서, 점성효과에 대한 고려없이, 필요한 물성치를 쉽게 얻을 수 있고, 해석가능 재료 및 성형조건에 구애를 받지

않으며, 기존의 유한요소해석 프로그램에서 쉽게 변형하여 사용할 수 있도록, 일반적인 탄소성 모형을 확장하여 변형률 속도 효과에 의해 변형 경화율이 변화하는 변형률 속도 종속 탄소성 재료모형(rate-dependent elasto-plastic material model)을 제시하고 사용하였다.

2.1 응력-변형률-변형률 속도 관계

변형률 속도의 영향은 성형과정에서 매순간 소성상태에서의 응력이 변하는 것으로 나타나며, 대부분의 금속재료의 경우 변형률 속도의 증가에 따라 응력이 증가함을 보이나, Armco iron 등의 몇몇 재료에서는 오히려 응력이 감소함을 보인다⁽²⁹⁾. 전형적인 변형률-변형률속도-응력의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_D = K_1 \epsilon^n \dot{\epsilon}^m \quad (2)$$

또는

$$\sigma_D = K \epsilon^n (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)^m$$

- 여기서, n : 변형경화지수
- m : 변형률 속도 민감지수
- K_1, K : 재료상수
- $\dot{\epsilon}_0$: 기준 변형률 속도

변형률 속도 민감지수 m 은 변형률 속도와 온도에 따라 변하지만, 본 연구에서는 상수로 취급하였다.

위의 관계식을 그림으로 나타내면 Fig. 2 및 Fig.

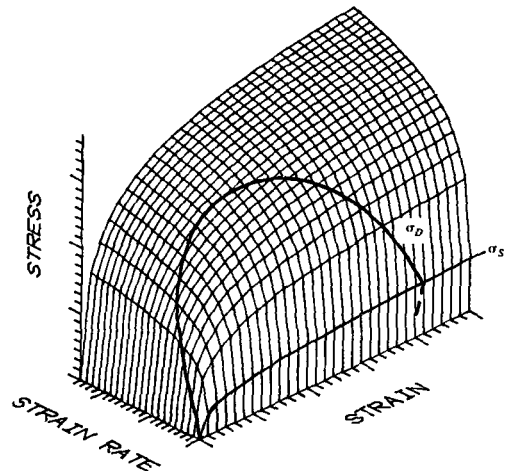


Fig. 2 Stress-strain-strain rate diagram and schematic working path

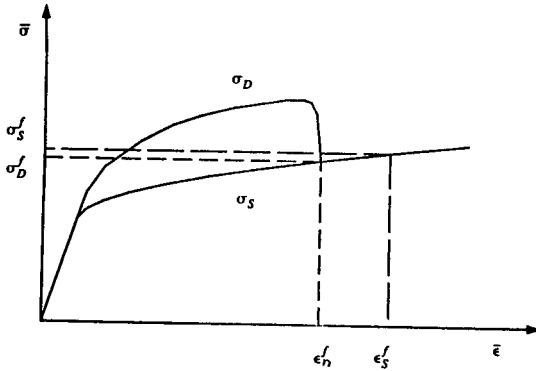


Fig. 3 Rate-dependent effective stress-strain relation through plastic working

3과 같다. Fig. 2는 가공경로를 응력-변형률-변형률 속도의 3차원 공간에 도시한 것으로, 가공이 시작되면 응력, 변형률, 변형률 속도가 모두 증가하는 방향으로 움직이면서 σ_s (준정적응력-변형률 곡선)로부터 멀어지다가, 변형률 속도가 감소하게 되면 점차 응력이 감소하면서 동적 응력의 제적 σ_D 는 σ_s 로 다가오며, 제하 개시 때 교차하게 된다. Fig. 3은 응력-변형률평면에 가공경로를 투사한 것으로 σ_D , σ_s 는 각각 동일한 가공에 대한 동적 응력 해석, 준정적 응력해석시의 응력-변형률 관계를 나타낸다.

가공과정중에는 동적 응력해석에 의한 동적 응력이 준정적 응력해석에 의한 준정적응력보다 크지만, 최종 항복응력과 영구 변형률의 경우에는 동적 응력해석에 의한 결과들이 준정적 해석에 의한 것들보다 작다.

2.2 변형률 속도 종속 변형 경화율

변형률 속도로는 유효 전변형률 속도(effective total strain rate)를 사용하였다. 변형률 속도로서 유효 소성 변형률 속도(effective plastic strain rate)를 사용하는 경우도 있으나(27), 탄성상태에서 소성상태로 넘어갈 때 변형률 속도 효과로서 생기는 탄성한계를 설명할 수 없으며(2.3항 참조), 이는 이 시점에서의 소성변형률이 0이기 때문이다.

동적 응력은 변형률과 변형률 속도의 함수로 나타낼 수 있으므로

$$\sigma_D = \sigma_D(\epsilon, \dot{\epsilon}) = \sigma_s(\epsilon)R_K(\dot{\epsilon}) \tag{3}$$

이 되고, 이의 미소변화량은 아래와 같다.

$$d\sigma_D = \frac{\partial \sigma_D}{\partial \epsilon} d\epsilon + \frac{\partial \sigma_D}{\partial \dot{\epsilon}} d\dot{\epsilon} \tag{4}$$

이것의 변형률에 관한 미분은

$$\frac{d\sigma_D}{d\epsilon} = \frac{\partial \sigma_D}{\partial \epsilon} + \frac{\partial \sigma_D}{\partial \dot{\epsilon}} \frac{d\dot{\epsilon}}{d\epsilon} \tag{5}$$

과 같이 된다. 또한, 아래의 관계식을 정의하면,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_D}{d\epsilon} &= T_D ; \\ \frac{\partial \sigma_D}{\partial \dot{\epsilon}} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\epsilon}}(\sigma_s R_K) = \frac{\partial \sigma_s}{\partial \dot{\epsilon}} R_K = T_S R_K ; \\ \frac{\partial \sigma_D}{\partial \dot{\epsilon}} &= T_R \end{aligned} \tag{6}$$

동적 변형 경화율(dynamic tangential modulus)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_D = T_S R_K + T_R \frac{d\dot{\epsilon}}{d\epsilon} \tag{7}$$

여기서 T_S 는 준정적 변형 경화율(quasi-static tangential modulus)을 의미한다. 한편, 동적 변형 경화율 혹은 변형률 속도 종속 변형 경화율(rate-dependent tangential modulus)은 변형경화만을 의미하지는 않으며 변형률 속도의 감소에 따른 변형 연화까지 포함된 개념이다. Fig. 4에 차분 형태로 동적 변형 경화율과 준정적 변형 경화율을 나타내었다.

결과적으로 식 (7)은, 변형률 속도 효과에 의한 각각의 응력성분들의 증분의 방향과 크기가 변형경화에 의한 응력성분들의 증분의 그것들과 비례함을 보이게 된다. Fig. 5에 이것을 기하학적으로 도시하였는데, OP, OS 및 PS는 각각 전단계의 동적 편차응력, 전변형률 및 소성변형률을 나타내며,

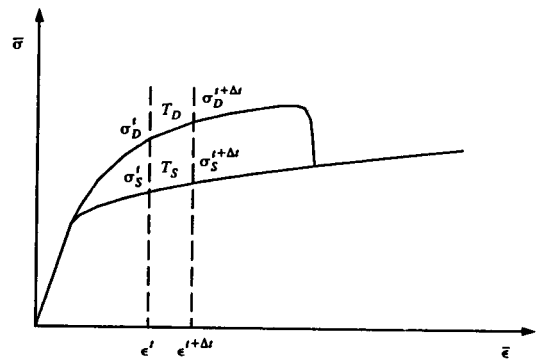


Fig. 4 Rate-independent and dependent tangential moduli, T_s and T_D , respectively

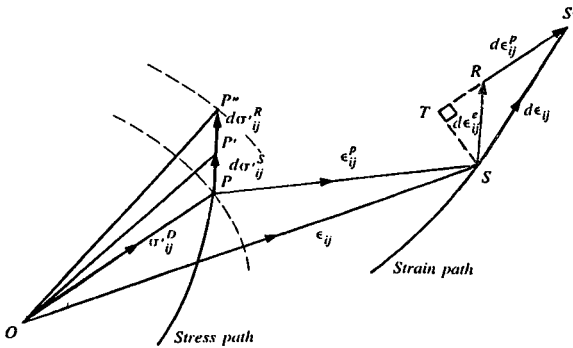


Fig. 5 Geometrical representation of strain rate effect in the deviatoric plane, based on the Prandtl-Reuss equation

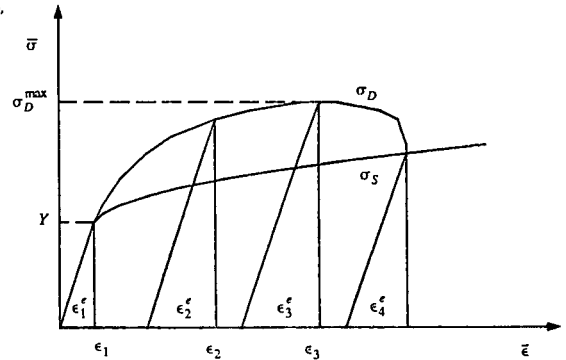


Fig. 6 Strain rate effect on the maximum elastic strain in plastic state

PP'은 변형경화만에 의한 편차응력증분, P'P''은 변형률속도효과만에 의한 편차응력증분, PP''은 전체적인 동적 편차응력증분을 나타내고, SR은 탄성 변형률증분, RS'은 소성변형률증분, SS'은 전변형률증분을 나타내며, PP''와 SR은 같은 방향과 크기를 가지고, RS'와 OP는 평행하다⁽³⁰⁾.

2.3 탄성 및 소성영역에서의 변형률 속도 효과

탄성영역에서의 변형률 속도 효과는, 탄성계수에는 영향을 주지 않고, 탄성한계를 연장시켜서 초기 항복이 증가하는 경향을 보인다. 그러나, 이 탄성한계의 증가는 일시적인 것으로, 이를 동적 탄성한계라고도 부른다⁽²⁹⁾. 이는 초소성재료에서 관찰되는 현상으로, 본 해석대상인 알루미늄에서는 나타나지 않는다고 알려져 있다. 앞에서 제시된 동적 변형경화율의 최대치는 탄성계수와 같으며, 본 연구결과에 의하면 초기항복 개시 후의 동적 변형경화율이 탄성계수와 같게 계산되어 알루미늄에서도 탄성한계 증가의 가능성을 보여 주고 있다(4, 6항 참조).

소성영역에서의 변형률 속도 효과는, 일시적인 응력의 증가외에도 탄성 변형률의 일시적인 과증가를 가져오며, 이 탄성 변형률의 과증가분은 변형률 속도의 감소에 따른 응력의 감소시 소성변형률로 전환된다. 즉, Fig. 6에 나타난 것처럼, 최대 탄성 변형률은 동적 응력이 가장 크게 될 때까지 계속 증가하다가, 그 이후에는 감소하게 되고, 그 감소분은 소성변형률의 부가적인 증가분이 된다. 즉, 최대 탄성변형률은 최대 동적 응력상태에서 최대가

되고, 소성변형률은 제하 직전이 가장 크다.

2.4 유한요소해석 프로그램

제시된 변형률 속도 종속 탄소성 재료 모형은 기존의 어떠한 유한요소해석 프로그램에도 쉽게 적용이 될 수 있다. 본 논문에서는 참고문헌 (31)과 같은 전형적인 유한요소 해석 연산법에 식 (8)과 같이 증분으로 표현된 응력-변형률 관계의 재료모형을 적용하여 프로그램하였다.

$$d\sigma_D = T_D d\epsilon \quad (8)$$

항복함수는 Mises 항복조건을, 소성유동식은 연관유동법칙을, 그리고 응력-변형률관계식은 Prandtl-Reuss식을 사용하였으며, 가공재는 등방성 재료로 가정하였고, 수식화의 편의를 위하여 재료가 등방경화하는 것으로 취급하였다. 또한, 대변형 해석을 위한 updated Lagrangian Jaumann stress rate(ULJ)를 사용하여 수식화하였으며 부록 1에 ULJ 수식을 간단히 기술하였다.

3. 유한요소해석

앞에서 기술한 바와 같이 대변형 해석의 대표적 수식인 updated Lagrangian Jaumann stress rate (ULJ)식을 사용하고, 여기에 변형률 속도 종속 탄소성 재료 모형을 첨가하여 유한요소해석을 수행하였다.

가공재료는 플립처리된 알루미늄(A 1050 TD)으로서, 기계적 성질은 아래와 같다⁽⁶⁾.

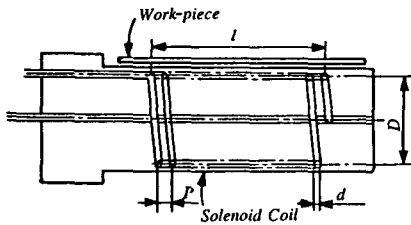
탄성 영역 : $E=7.15 \times 10^4 \text{MPa}$, $\nu=0.3$

소성 영역 : $\sigma_D = \sigma_s R_K$
 $= K(\alpha + \epsilon^p)^n R_K$
 $= K(\alpha + \epsilon^p)^n (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)^m$
 $\alpha = (Y/K)^{1/n}$, $K = 126\text{MPa}$, $Y = 8.0\text{MPa}$
 $n = 0.411$, $m = 0.005$, $\dot{\epsilon}_0 = 0.0001\text{sec}^{-1}$

Fig. 7은 본 연구의 해석대상인 전자기 성형기의 작용코일과 가공재를 보여주고 있다. 코일에 전류가 흐르게 되면 내측의 코일과 외측의 원통형 가공재 간에 전자기적인 힘이 생기게 되어 가공재가 반경 방향으로 팽창하게 된다.

가공재가 원통형상이므로 8절점 축대칭 연속체 유한요소를 사용하여 Fig. 8과 같이 나타내었다. 가공재가 하중에 대해 좌우 대칭이므로 중앙에서 한쪽 방향으로 56mm까지에 대해서만 14개의 요소로 분할하였다. 자유 확장 성형의 경우이므로 변형 제한 경계조건은 없으며, 단지 중심면에 대해서 대칭성을 부여한 경계조건을 사용하였다.

작용하중은 성형코일과 가공재 간에 발생하는 전자기 압력으로 Fig. 7과 같은 원통형의 성형코일과 가공재 사이에는 시간에 따른 압력의 변화 비율이 축방향을 따라 거의 일정하다고 알려져 있다. 가공



Work piece : length = 152 mm
 outer dia. = 90 mm
 thickness = 1 mm
 Coil : D = 82 mm, l = 80 mm
 p = 3 mm, d = 2 mm

Fig. 7 Internal solenoid coil and tubular work-piece

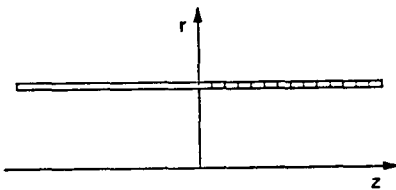


Fig. 8 Finite element model for this study. Only half of the tube is modeled by using 14 axisymmetric continuum elements due to symmetry

재의 변형에 따른 전자기 압력의 변화를 무시하였으므로 전자기 압력 $P(z, t)$ 는 따라서 $P_z(z)P_t(t)$ 로 표시할 수 있다. 이의 표현은 부록 2에 나타내었다.

시간에 따른 압력의 변화 $P_t(t)$ 는 이 이론식에 의한 값이 오차가 심하여 보통 전류의 측정치로부터 구한 자기압력을 사용하며, 축방향의 압력분포 $P_z(z)$ 는 자계의 공간분포로부터 유도된 것을 그대로 사용하는 것이 일반적이다. Fig. 9는 본 해석에 사용한 전자기 압력분포이다.

유한요소해석의 해법에 있어서는 질량효과를 고려한 동적 평형 방정식에 대한 수치해석법으로는, 수정 뉴우튼 반복법(modified Newton iteration)을 사용하였으며, 공간적분은 2차 Gauss 적분법을 사용하였다.

시간적분법으로는 implicit scheme인 Newmark 법을 사용하였으며, 시간중분 Δt 는 $0.5\mu\text{sec}$, 전체 계산단계는 600단계로 하였다. Suzuki⁽⁶⁾는 시간중분을 $0.25\mu\text{sec}$ (1200 단계)로 해석하였으나, 앞선

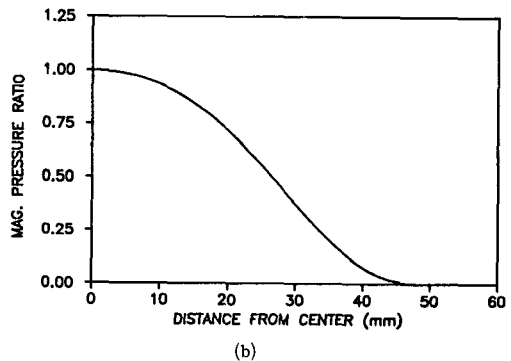
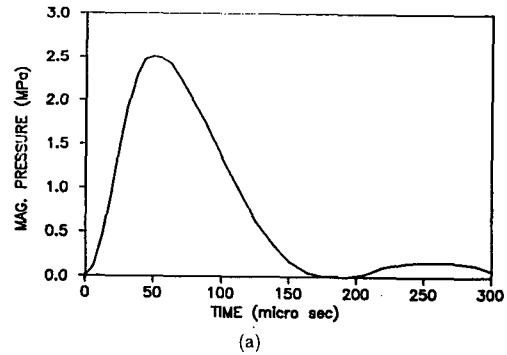


Fig. 9 (a) Pulse waveforms of magnetic pressure vs. time
 (b) Spatial distribution of magnetic pressure along z

연구에 의하면 $1\mu\text{sec}$ (300 단계)부터는 해가 수렴하는 것으로 알려져 있다⁽⁹⁾.

한편, 충격동력학적 문제를 수치해석할 경우, explicit scheme을 사용할 것을 권하고 있고⁽³²⁾, 하중이 주기적이라는 측면에서 모드 중첩법을 사용한 해석이 이루어져야 할 것으로 추측하여, 예비 해석 단계에서 별도로 explicit scheme으로는 central difference method를, 모드 중첩법으로는 determinant search법을 채용하여⁽³¹⁾ ADINA로써 계산하여 본 결과, 본 연구에서 사용한 Newmark법의 경우보다 변형이 작은 계산결과를 보여 Suzuki의 실험치와는 현격한 차이를 보였으며, 특히 모우드 중첩법을 사용한 경우는 50%정도까지의 변형감소가 나타났었다.

4. 해석결과 및 고찰

변형률 속도 효과를 더 자세히 관찰하기 위하여, 변형률속도 민감지수를 $m=0.010$, 0.020 및 0.030 으로 한 가상재료들에 대해서도 해석하여 보았다. 본 연구의 해석모형들과 VAX=11/750에서의 계산시간을 Table 1에, 전체적인 변형해석결과들 간의 비교를 Table 2에 정리하였으며, 모든 결과들은 가공재 중심부에서의 응답으로 나타내었다. 유효응력을 나타냄에 있어서, 응력의 진동현상을 효과적으로 나타내기 위하여 부호를 가지는 유효응력 표시법(signed effective stress)을 사용하여, 인장은 (+)부호, 압축은 (-) 부호로써 표시하였다.

4.1 변형률 속도 효과와 계산시간

Table 1에서 알 수 있듯이, 변형률 속도 효과를

Table 1 Model of this study

Model	Sensitivity m	Solution time (sec)	Solution time ratio (%)
1. Km0	0.000	4150	100.0
2. Km1	0.005	4235	102.0
3. Km2	0.010	4305	103.7
4. Km3	0.020	4225	101.8
5. Km4	0.030	4133	99.6

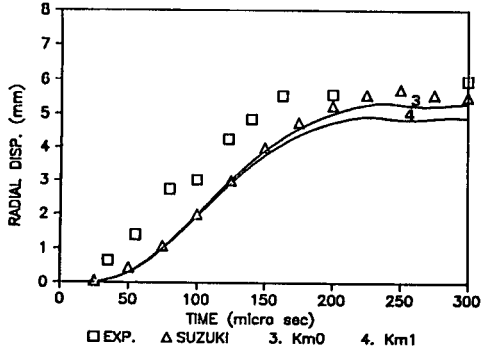
고려하는 계산부분의 첨가로 해서 변형률 속도 민감지수가 작은 경우 계산시간이 증가하게 되나, 민감지수가 커지게 됨에 따라 변형이 감소하고 이로써 수렴속도가 빨라져서 이를 고려하지 않은 경우와 차이가 없게 되며, 민감지수를 더 증가시키면 계산시간이 오히려 감소함을 보이게 된다. 계산시간이 증가하는 경우도 최대증가율이 4%미만으로 변형률속도효과 고려가 계산시간의 측면에서 별로 문제가 되지 않음을 알 수 있다.

4.2 기존연구와의 변형해석비교

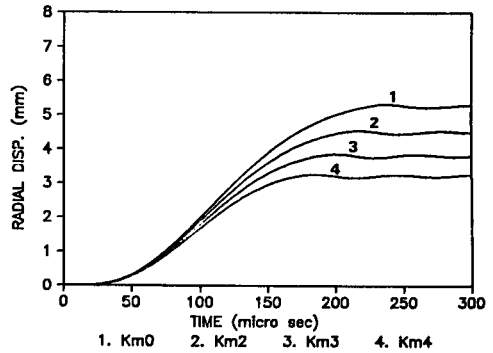
Fig. 10에서 Suzuki⁽⁶⁾의 해석 및 실험 결과와 비교하였다. 본 연구는 굽힘효과를 고려한 것으로, 이를 무시한 Suzuki의 해석보다 당연히 변형이 작게 나타났다. Suzuki의 해석결과나 본 연구중 변형률속도효과를 고려하지 않은 경우(Km0)에 대한 해석결과 모두 실험치보다 작게 나온 것은, 수치해석과정의 계산오차를 감안하더라도 유한요소해석법이 갖는 상계해법의 특성을 보여주는 일면이라 생각된다. 한편, 이들 결과는 Suzuki를 비롯한 전자

Table 2 Final displacement at the center of work-piece, compared with those of Suzuki⁽⁶⁾

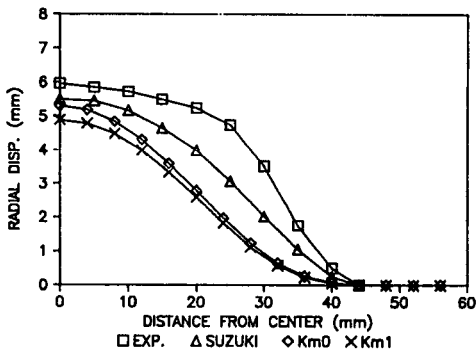
Model	Element	Bending	m	Final displacement
1. EXPERIMENT	—	—	—	5.95mm
2. SUZUKI	membrane	no	—	5.50mm
3. Km0	2-D axi.	yes	0.000	5.30mm
4. Km1	2-D axi.	yes	0.005	4.89mm
5. Km2	2-D axi.	yes	0.010	4.48mm
6. Km3	2-D axi.	yes	0.020	3.80mm
7. Km4	2-D axi.	yes	0.030	3.25mm



(a) Displacement vs. time at the center of work-piece

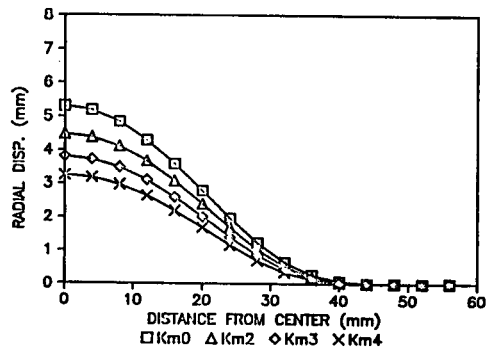


(a) Displacement vs. time at the center of work-piece



(b) Final profile of work-piece

Fig. 10 Comparison of deformation with those of Suzuki⁽⁸⁾



(b) Final profile of work-piece

Fig. 11 Reduction of deformation due to strain rate effect

기 성형 분야의 대부분의 연구자들이 전형적으로 사용하는 등가회로모형^(3~8)으로부터 산출된 전자기 압력이 실제보다 작을 수 있음을 보여 주는 것이다. 이 점에 대해서는 4.11항에서 논하고자 한다.

또한, 변형률 속도 효과를 고려한 경우 변형이 더 감소함을 보이며, 이로해서 실험치와는 더 차이가 나게 된다(Table 2). 한편, Fig. 10(b)에서 보듯이 축방향으로의 변형된 형상이 실험치와 상당한 차이를 보이고 있다. 그러나, 변형률 속도 효과에 의해서 변형, 즉 변형률 속도가 큰 중앙부의 변형이 말단부에 비해 절대적으로나 상대적으로나 더 많이 감소하며, 전체적인 형상은 오히려 실험치가 가까워짐을 보여 준다.

4.3 변형률 속도 효과와 가공재의 변형

Fig. 11에서 변형률 속도 민감도와 변형의 관계를 나타내었는데, Fig. 11(a)에서 시간이 지남에

따라 민감도의 증가에 반비례하여 변형이 감소함을 알 수 있고(Table 2), Fig. 11(b)에서 변형률 속도가 큰 중앙부가 변형률 속도가 작은 말단부보다 변형이 더 많이 감소하여 변형형상이 균일해지며, 민감도가 커짐에 따라 그 정도가 심화된다.

4.4 시간에 따른 응력 및 변형률, 변형률 속도의 변화

Fig. 12에 가공재 중심에서의 시간에 따른, 본 논문에서 정의된 표시법에 의한, 유효응력의 변화를 나타내었다. 1차 제하 이후 응력이 교번하여 인장과 압축을 반복하며, 이는 Fig. 11의 변위의 변화에서 보듯이 재료가 진동을 하고 있음을 보여준다. 1차 제하후 탄성 및 소성상태가 번갈아 나타남에도 불구하고, 기준선(응력이 0인 시간축)으로부터 이탈하는 형상이 단일한 탄성상태에서의 그것처럼 보이는 것은, 1차 제하후에도 탄성상태에서 소

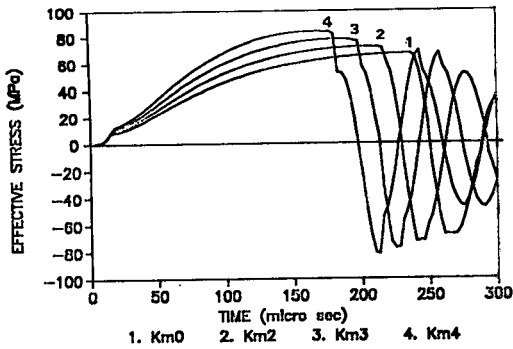


Fig. 12 Signed effective stress vs. time at the center of work-piece

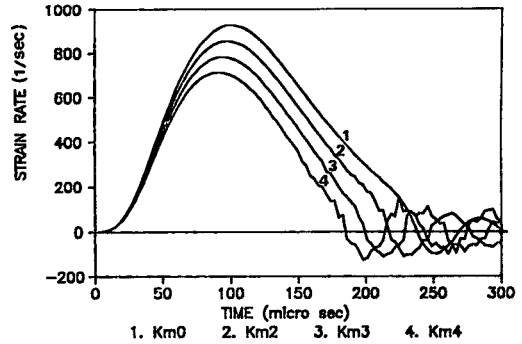


Fig. 14 Effective strain rate vs. time at the center of work-piece

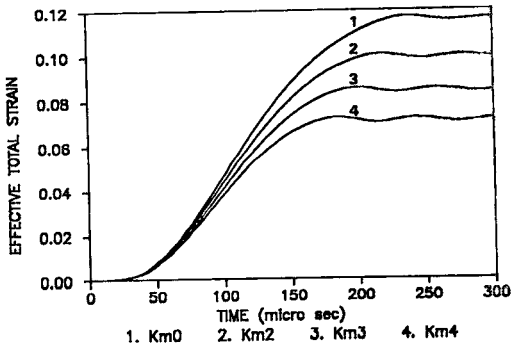


Fig. 13 Effective strain vs. time at the center of work-piece

성상태로의 천이시 탄성한계의 연장이라는 현상이 계속 나타나기 때문에 판단된다. 동적 유효응력의 절대치가 줄어들면서 다소 턱이지는 부분이 소성영역에서 탄성영역으로의 천이시점을 나타낸다.

Fig. 13과 Fig. 14에 각각 시간에 따른 유효변형률과 변형률 속도의 변화를 나타내었다. Fig. 12의 유효응력변화에 대한 이들의 영향을 관찰하면, 변형률속도 민감지수가 클수록 소성상태에서 동적응력이 변형률 속도에 민감하게 변함을 알 수 있다. 또한 초기 항복 직후에는 변형률 속도의 영향을 주로 받으며, 대략적으로 최대 변형률 속도 이후 1차 제하 직전까지는 변형률 속도보다는 변형률의 영향을 더 크게 받음을 알 수 있다. 민감지수가 높을수록 소성상태에서 변형률 속도의 영향을 많이 받는 영역이 상대적으로 늘어나서 Km4의 경우 최대응력 직후 변형률의 증가에도 불구하고 변형률 속도

의 감소에 따른 응력감소, 즉 변형연화 현상이 비교적 잘 나타나고 있다.

Fig. 12, Fig. 13 및 Fig. 14에서 나타난 바에 의하면 민감지수의 증가에 반하여 각각의 응답주기가 감소한다. 이는 변형률 속도 효과에 의해 생긴, 응력의 일시적인 과증가분으로 인한 높은 동적응력으로 해서 하중의 감소에 대해 소성응력상태를 계속유지하기 힘들게 되어, 즉 일시적이긴 하지만 민감지수가 클수록 고응력상태가 되고 고응력상태일수록 하중감소에 대해 더욱 민감해져서, 재료가 급격히 탄성상태로 강하하게 되기 때문이다.

1차 제하 이후의 변형률 속도의 관점에서는, Fig. 14의 Km4 모형이 변형률 속도에 관한 한 본 재료모형의 수치해석상의 한계로 보여진다. 이때, 변형률속도효과 크기의 척도로서 $R_K = (\sigma_0 / \dot{\epsilon}_0) / (\sigma_s / \dot{\epsilon}_s)$ 의 최대치를 사용할 수 있을 것으로 생각되며, Km4의 최대응력에서 $R_K = 1.5486$ 이므로 $R_K^{max} = 1.5$ 정도가 본 재료모형의 변형률 속도에 준거한 수치해석한계로 볼 수 있다. R_K 는 위에 나타낸 것처럼 두가지로 표현되는데, 탄성한계의 증가나 변형률속도 이력효과가 나타나는 경우는 두가지 표현법에 의한 값들이 달라지며, 여기서는 후자를 사용하여 Table 3에 각 모형의 최대응력점에서의 R_K 값들을 정리하였다.

그러나, 변형률 속도 효과에 대한 일반적인 관찰 대상영역은 소성영역이고, 소성가공의 대부분인 접촉가공시에는 1차 제하 개시까지만 다루게 되므로 실질적인 문제는 없다고 보여지며, 더우기 이는 본 재료모형 자체의 문제가 아니라 차분형태의 수치해석 프로그램상의 문제일 뿐이다.

Table 3 Maximam stress at the center of work-piece before the 1st unloading.

Model	m	σ (MPa)	ϵ	$\dot{\epsilon}$ (1/sec)	R_K	Time (μ sec)
1. Km0	0.000	67.10	0.1173	6.6	1.000	237.5
2. Km2	0.010	72.33	0.0992	178.4	1.155	203.0
3. Km3	0.020	78.24	0.0836	224.2	1.340	181.5
4. Km4	0.030	84.37	0.0706	214.5	1.549	167.0

4.5 응력-변형률-변형률 속도 공간에서의 가공경로

Fig. 15에 응력-변형률-변형률 속도 공간에서의 가공경로를 나타내었다. 재료의 변형이 시작되면서 세가지 인자가 모두 증가하는 방향으로 움직이는 궤적을 보이다가, 변형률 속도가 감소하게 되면 응력의 강하가 뒤따르게 되며, 제하에 이어 압축 상태로 변하여 변형률 속도가 음(-)이 되면서 변형률이 줄어들고 응력은 급격히 감소한다. 이후, 관성 및 탄성효과와 하중의 재부하에 의해 재료가 진동하면서 재료내부에서도 재부하 및 재제하(re-unloading)가 반복하여 일어나게 되고, 궤적은 변형률 축을 감싸듯이 돌면서 감소하는 모습을 보인다. 변형률 속도 민감지수가 커질수록 탄성한계와 동적 응력이 증가하고 변형률속도와 최종변형률이 줄어들며, 1차 제하 이후의 궤적의 진폭이 커짐을 알 수 있다.

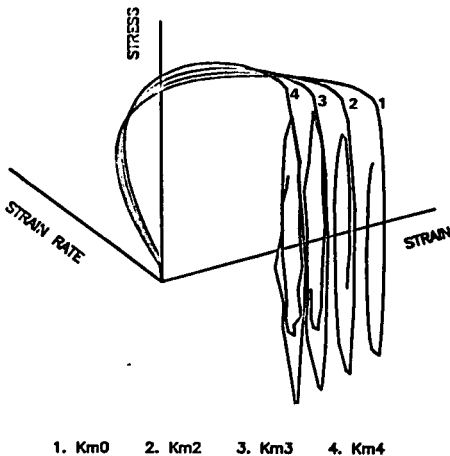


Fig. 15 Working trace in the stress-strain-strain rate space at the center of work-piece through plastic working

4.6 유효응력-유효변형률

Fig. 16에 가공재 중심부에서의 유효변형률에 따른 유효응력의 변화를 나타내고, Table 3과 Table 4에 각각 최대 동적 응력과 1차 제하시의 항복응력을 정리하였다. 변형률 속도 효과에 의한 유효응력의 일시적인 증가를 보이는 결과로, 민감지수의 증가에 따라 최대 동적 응력은 증가하고, 제하시의 항복응력은 감소하는데, 전자는 변형률 속도의 증가에, 후자는 유효변형률의 감소에 기인한다. 잔류 응력의 감소도 예상하였으나, 본 해석이 완전한 하중제하시까지 수행된 것이 아니라서 확인할 수는 없었으며, 이점은 가공재의 변형균일화에 따른 질점 상호간의 상대적인 변형률의 감소와 상관관계를 가진다.

Fig. 16에서 변형률 속도가 감소함에 따라 동적 응력이 준정적 응력-변형률 곡선이랄 수 있는 Km0의 곡선으로 접근함을 보이고 있다. 한편, 초기항복시 탄성한계가 연장되는 현상을 보이고 있어서, 이것이 알루미늄에서는 나타나지 않는다는 기존의 실험결과와 상치되는데, 이런 불일치는 실험

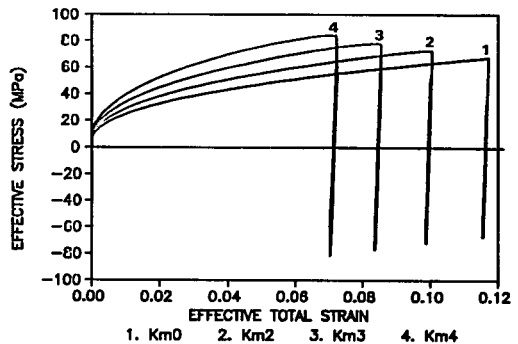


Fig. 16 Signed effective stress vs. effective strain at the center of work-piece through plastic working

Table 4 Yield stress at the center of work-piece at the onset of the 1st unloading.

Model	m	σ (MPa)	ϵ	$\dot{\epsilon}$ (1/sec)	Time (μ sec)
1. Km0	0.000	67.10	0.1173	6.61	237.5
2. Km2	0.010	62.96	0.1005	28.84	217.0
3. Km3	0.020	58.94	0.0856	45.61	199.0
4. Km4	0.030	55.04	0.0725	76.44	184.0

시 변형률 속도가 작았던 때문(보통 10sec^{-1} 미만)이 아닌가 한다. 또한, 본 연구에서는 무시하였지만, 변형률 속도 이력효과는 ‘탄성한계의 연장’ 현상이나 소성영역에서의 급격한 변형률 속도의 증가에 따라 증가된 변형경화율이 탄성한계보다는 커질 수 없다는 것이 주요 발생원인이 아닌가 한다.

1차 제하 이후, 동적 응력이 준정적 응력-변형률 관계를 나타낸다고 할 수 있는 Km0의 곡선을 탄성계수의 기울기로 뚫고 나가는 것에서, 2차 부하 이후에도 계속 탄성한계의 증가가 나타남을 확인할 수 있으며, 이는 재부하나 재료의 진동으로 인한 인장 혹은 압축이간에, 소성영역으로의 재진입시, 변형률 속도가 아직은 충분히 크기 때문이다.

가공재가 인장과 압축을 반복하면서 영구변형량이 약간 감소하는데, 이는 압축시에도 소성상태를 거치기 때문이다.

4.7 유효변형률-유효변형률 속도

Fig. 17에 변형률-변형률 속도 평면에서의 가공 재료의 거동을 도시하였는데, 민감지수가 커짐에

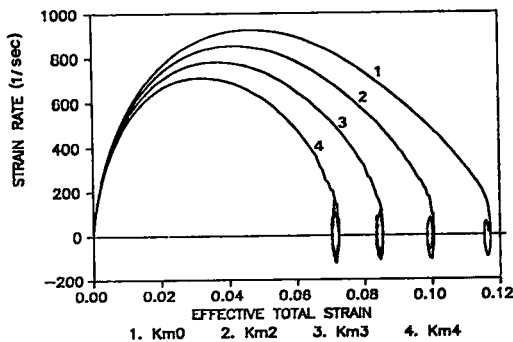


Fig. 17 Effective strain rate vs. effective strain at the center of work-piece through plastic working

따라 돼지꼬리 모양의 궤적이 축소됨을 쉽게 알 수 있다. 1차 제하 이후에는 타원모양을 이루게 되며, 더 이상의 하중이 가해지지 않는 한 나선을 이루면서 작아져서, 결국은 변형률 속도가 0이 되는 유효 변형률 축상의 한 점으로 수렴하게 되고, 반대로 하중이 증가하면 꼬리끝이 나선형으로 커지게 된다.

한편, 민감지수가 커짐에 따라 돼지꼬리끝의 타원이 커지는 것을 볼 수 있는데, 이는 재료가 일시적으로 경화되는 정도가 심해져서 재료의 진동이 심해짐을 시사한다. 상하, 좌우로의 진폭은 각각 변형률 속도의 진폭, 변형률의 진폭을 의미한다.

4.8 유효응력-유효변형률 속도

Fig. 18에 가공시 응력-변형률 속도 평면에서의 재료의 거동을 나타내었는데, 채찍을 휘두르는 형상을 하고 있으며 민감지수가 높을수록 뾰뚱한 채찍에 가깝다고 할 수 있겠다. 궤적은 원점에서 시작하여 일단 우측으로 갔다가, 시계 반대방향으로 응력축을 장축으로 하는 나선형 타원을 그리면서 작아지는 모양을 보인다. 민감지수가 커질수록 우측으로의 초기 움직임은 작아지고 위로의 상승경향(응력증가)은 뚜렷해져서, 여기서도 민감지수가 클수록 응력이 변형률 속도에 민감해짐을 보여주고 있으며, 원점주위의 궤적은 민감지수의 증가와 더불어 커진다.

한편, 앞의 4.4항에서 논한 민감지수의 증가에 따른 궤적의 요동이 증가함이 Fig. 18에서 특히 두드러져 보인다.

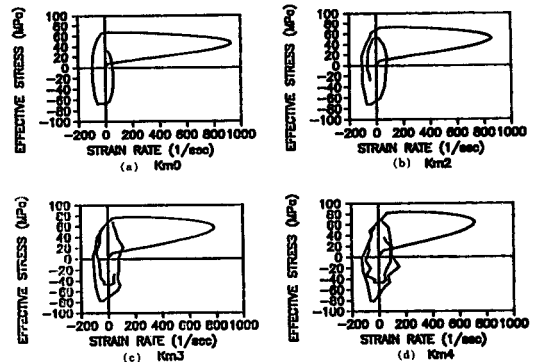


Fig. 18 Signed effective stress vs. effective strain rate at the center of work-piece through plastic working

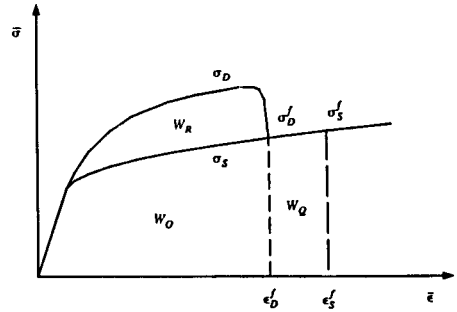
4.9 변형에너지

변형 과정 중의 가공일의 변화를 유효응력-유효 변형률 평면에 나타내면 Fig. 19와 같다. 변형률 속도에 의한 항복응력의 증가는 변형경화와는 달리, 일시적인 현상으로 축적되지 않으며, 이에 의한 가공일은 가공중에 열과 음파로서 소진된다. Fig. 19에서 W_R 이 이에 해당하며, 실제 재료가 받는 가공일, 즉 변형 에너지는 그만큼 줄게 되고, 결국 영구변형량이 작아지게 된다. 계산된 유효응력-유효변형률 간의 관계(Fig.16 참조)를 이용하여 단위체적당 변형에너지를 구할 수 있으며, Table 5에 가공재 중심부에서의 계산결과를 나타내었다. 각각의 첫번째 제하 직전까지의 변형에너지 W_D 를 보면, 민감지수의 증가에 반하여 감소한다.

한편, Fig. 16으로부터 민감지수의 증가에 따라 각각의 전체 가공일 W_D 가 감소하는데 반하여 각각의 일시적인 부가가공일 W_R 은 오히려 증가함을 볼 수 있다. 따라서, 실제영구변형량을 결정하는 W_0 는 민감지수 증가에 따라 감소하게 된다. 즉, 변형률 속도 효과에 의해, 변형률 속도가 없는 경우에 해당하는 재료의 변형에너지 W_0 가 감소하고, 이로 인해 궁극적으로 변형이 감소함을 알 수 있다 (Table 5).

4.10 변형과정의 변화

Fig. 20에 가공재 중심부의 반경방향 속도를 시간에 따라 나타내었으며, Fig. 14의 변형률 속도와 그 형상이 거의 같다. 여기서, 변형률 속도효과에 의해 변형과정(deformation mechanism) 또한 변함을 알 수 있다. 즉, 시간에 따른 반경방향속도의 양상이 변형률 속도 효과에 의해 달라지며, 주기성을 가지는 하중에 대한 응답속도의 측면에서 변형률 속도 민감지수의 증가와 더불어 속도의 진폭이



W_R : transient work
 $W_D = W_O + W_R$: dynamic work
 $W_S = W_O + W_Q$: quasi-static work

Fig. 19 Change of working energy due to strain rate effect

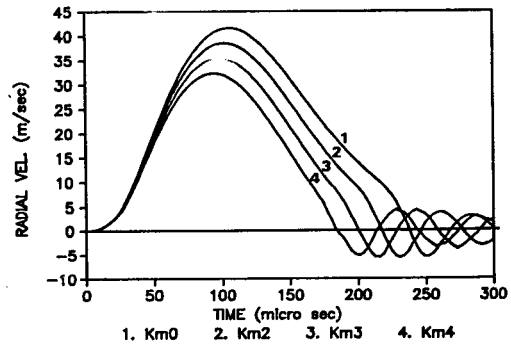


Fig. 20 Radial velocity vs. time at the center of work-piece

커지고 주기는 감소함을 보인다. 이는 점성효과로는 설명할 수가 없는 것으로서 점소성모형과는 상치되는 결과이다⁽³⁹⁾. Table 6에 이것을 정량적으로 나타내었으며, 재료의 변형 속도의 시간적 특성을 비교함으로써 변형률 속도종속 탄소성 모형과 점소

Table 5 Deformation energy per unit volume at the center of work-pice

Model	m	Deformation energy W_0 to each 1st unloading time (MJ/m ³)	W_0 to each 1st unloading time (MJ/m ³)	Each 1st unloading time (μsec)
1. Km0	0.000	5.592	5.592	237.5
2. Km2	0.010	5.257	4.460	217.0
3. Km3	0.020	4.894	3.555	199.0
4. Km4	0.030	4.515	2.810	184.0

Table 6 Radial velocity characteristics at the center of work-piece

Model	m	1st peak (m/sec)	Time (μ sec)	1st half period (μ sec)	2nd half period (μ sec)	2nd peak (m/sec)	Time (m/sec)
1. Km0	0.000	41.65	106.5	237.5	31.0	3.183	283.5
2. Km2	0.010	38.59	102.0	217.0	30.5	4.021	260.5
3. Km3	0.020	35.49	98.0	199.5	29.0	4.457	243.0
4. Km4	0.030	32.37	94.0	184.5	29.5	4.488	228.0

성모형 중 어느 것이 더 변형률 속도 효과를 정확히 묘사할 수 있는 지 판단할 수 있을 것이다.

한편, Fig. 14의 변형률 속도에서와는 달리 요동 현상이 거의 보이지 않는데, 가공재의 동적 평형방정식이 절점들에 대해서 적용되고 이 방정식에 대해서 반복법을 사용하기 때문으로, 이것을 변형률로 환산하면 요동을 보인다.

4.11 변형해석의 정확성 향상 방안

본 연구의 해석대상은 코일의 전기적 성질과 가공재의 기계적 성질이 자기장을 통해 결합되어 있어, 가공재의 변형에 따라 자기장이 변화하는 문제이다. 기존의 연구들은 변형에 따른 자기장의 변화가 전자기 압력에 큰 영향을 주지 않는다고 가정하여 해석하거나, 또는 등가회로 모형에 이를 고려하여 해석한다. 그러나 등가회로 모형에 의해 시간에 따른 자기압력 $P_z(t)$ 를 계산하기 위해서는 코일에 흐르는 전류를 측정하게 되며, 이 측정과정에서의 오차와 등가회로 모형에 따른 오차 때문에 두가지 경우 모두 정확성이 문제가 된다. 최근의 연구 결과에 의하면 자기장을 유한요소법에 의해 해석하여 자기압력을 구하면 등가회로 모형에 의한 값보다 약 15% 큰 것으로 보고되고 있다.⁽³⁴⁾

본 연구에서도 Suzuki⁽⁶⁾의 전자기 성형기의 등가회로 모형에 의한 자기압력을 사용하여 변형이 실험치보다 작게 계산되었다. Lee 등⁽³⁴⁾의 결과와 같이 자기장의 유한요소해석에 의한 자기압력의 공간 분포와 시간에 따른 변화를 작용하중으로 사용하면 실험치와 많이 근접하리라 생각된다. 한편 가공재의 변형에 따른 자기장의 변화도 유한요소법을 사용하여 해석이 가능하므로, 성형코일과 가공재간의 전자기적-기계적 결합모형에 대한 유한요소화와 가공재의 변형률 속도 효과를 고려한, 보다 나은 해석이 가능할 것으로 판단된다.

5. 결 론

동적 변형경화률을 사용한 변형률 속도종속 탄소성재료모형을 이용하여 전자기 성형시의 가공재의 거동에 대해 유한요소해석을 수행하였으며, 이로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 변형률 속도 효과에 의해 변형이 감소하고, 전체적으로 균일해짐을 알 수 있었다. 영구변형에너지는 변형률 속도 민감지수에 반비례하여 감소하며, 변형의 감소는 바로 이 영구 변형에너지의 감소에 기인한다.

(2) 변형률 속도 효과에 의해 하중에 대한 응답 주기가 짧아지고 진폭이 커지는 등, 변형과정 또한 변함을 알 수 있다. 이런 결과는 점소성모형의 시간적 진동특성과는 상반되는 형태로, 이로부터 본 연구에서 사용한 재료모형이 실제 재료의 거동을 잘 묘사할 수 있는 것으로 판단된다.

(3) 본 재료모형을 사용하여, 실제 가공과정상의 순간적인 항복응력의 증가와 최종변형의 감소 등의 재료의 거동을 잘 묘사할 수 있었으며, 점소성모형에 비해 적용가능한 재료의 범위가 넓고, 점소성모형에서 요구되는 유동성계수의 부가적인 측정치가 불필요하다.

(4) 본 연구의 재료모형을 사용할 경우, 기존의 탄소성 유한 요소해석 프로그램에 쉽게 첨가할 수 있으므로 변형률 속도 효과를 고려하기 위한, 추가적인 재료모형의 개발이 불필요하며, 계산과정의 증가에도 불구하고 계산효율에도 거의 영향을 미치지 않는다.

(5) 전자기성형의 유한요소법을 사용한 변형해석 시, 해석결과가 실험치보다 작게 나온 것에 대해서는, 추후 자체적인 실험을 병행한 보다 광범위한 연구가 진행되어야 하겠으며 자기압력도 등가회로

모형보다 유한요소해석에 의한 좀 더 실제적인 해석이 이루어져야 하겠다.

참 고 문 헌

- (1) Bruno, E.J., 1968, "High Velocity Forming of Metals", *ASTME*, pp. 155~184.
- (2) Jansen, H., 1968, "Some Measurements of the Expansion of a Metallic Cylinder with Electromagnetic Pulses", *IEEE Trans. Ind. General App.*, Vol. IGA-4, No. 4, pp. 428~440.
- (3) Lal, G.K., 1969, "The Plasto-Magneto-Dynamics of Electro-magnetic Metal Forming", Ph. D. Thesis, Waterloo University.
- (4) Bhattacharyya, B., 1975, "The Compression of Thin-Walled Tubes by Electro Magnetic Impulse", Ph. D. Thesis, Waterloo University.
- (5) Al-Hassani, S.T.S., Duncan, J.L., and Johnson, W., 1976, "The Influence of the Electrical and Geometrical Parameters in Magnetic Forming", *Advances in Machine Tool Design and Research*. pp. 1333~1347.
- (6) Negishi, H., Murata, M., Suzuki, H., and Maeda, T., 1980, "An Analysis of Forming Process for Tube Expansion: A Study of Electromagnetic Forming V", *J. of the JSTP*, Vol. 21, No. 234, pp. 642~648.
- (7) Murata, M., Negishi, H. and Suzuki, H., 1982, "An Analysis of Forming Process for Tube Expansion (Part 2) : A Study of Electromagnetic Forming VI", *J. of JSTP*, Vol. 23, No. 255, pp. 328~334.
- (8) Suzuki, H., Negishi, H., Yokouchi, Y., and Murata, M., 1986, "Free Expansion of Tube under Magnetic Pressure: A Study of Electromagnetic Forming X", *J. of the JSTP*, Vol. 27, No. 310, pp. 1254~1260.
- (9) 곽신웅, 1989, "변형률 속도 효과를 고려한 전자성형의 유한요소해석", 공학석사 학위논문, 서울대학교 대학원.
- (10) Bodner, S.R. and Partom, Y., 1972, "A Large Deformation Elastic-Viscoplastic Analysis of a Thick-Walled Spherical Shell", *J. of App. Mech.*, Sep., pp. 751~757.
- (11) Bodner, S.R. and Partom, Y., 1975, "Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials", *J. of App. Mech.*, Jun, pp. 385~389.
- (12) Bodner, S.R. and Merzer, A., 1978, "Viscoplastic Constitutive Equations for Copper With Strain Rate History and Temperature Effects", *Trans. of the ASME*, Vol. 100, pp. 388~394.
- (13) Bodner, S.R. and Merzer, A., 1979, "Analytical Formulation of a Rate and Temperature Dependent Stress-Strain Relations", *Trans. of the ASME*, Vol. 101, pp. 254~257.
- (14) Argyris, J.H. and Doltsinis, J. St., 1980, "On the Large Strain Inelastic Analysis in Natural Formulation Part II : Dynamic Problems", *Comp. methods in App. Mech. and Eng.* Vol. 21, pp. 91~126.
- (15) Rebelo, N. and Kobayashi, S., 1980, "A Coupled Analysis of Viscoplastic Deformation and Heat Transfer- I ", *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 22, pp. 699~705.
- (16) Steck, E., 1987, "Constitutive Laws for Strain Rate and Temperature Sensitive Materials", *Advanced Technology of Plasticity*, pp. 315~322.
- (17) Mahrenholtz, O. and Dung, N.L., 1987, "Mathematical Modeling of Metal Forming Processes by Numerical Methods", *Advanced Technology of Plasticity*, pp. 3~10.
- (18) 최원집, Gills, P.P., and Jones, S.E., 1988, "평면 이방성 판재의 성형한계 예측 모델", 소성변형 및 가공 심포지움, pp. 213~225.
- (19) Samanta, S.K., 1971, "Dynamic Deformation of Aluminium and Copper at Elevated Temperatures", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 19, 117~135.
- (20) Kanetake, N. and Lange, K., 1987, "Metal Flow in the Rod Extrusion of Rate Sensitive Materials", *Advanced Technology of Plasticity*, pp. 493~498.
- (21) Azushima, A. and Kudo, H., 1987, "Physical Simulation for Metal Forming with Strain Rate Sensitive", *Advanced Technology of Plasticity*, pp. 1221~1228.
- (22) Park, J.J., Oh, S.I., and Altan, T., 1987, "Analyses of Axisymmetric Sheet Forming Process by Rigid-Viscoplastic Finite Element Method", *J. of Eng. for Ind.*, Vol. 109, pp. 347~354.
- (23) Chandra, A., 1986, "A Generalized Finite Element analysis of Sheet Metal Forming with an Elastic-Viscoplastic Material Model", *J. of Eng. for Ind.* Vol. 108, pp. 9~15.
- (24) Wang, N.M., 1982, "A Rigid-Plastic Rate-Sensitive Finite Element method for Modeling Sheet Metal Forming Processes", *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, Pineridge Press., pp. 797~806.
- (25) Taylor, L.M. and Becker, E.B., 1983, "Some Computational Aspects of Large Deformation, Rate-Dependent Plastic Problems", *Comp. Methods in App. Mech. and Eng.* 41, pp. 251~277.

- (26) Kim, S.J. and Oden, J.T., 1985, "Finite Element Analysis of a Class of Problems in Finite Elastoplasticity Based on the Thermodynamical Theory in Materials of Type N", *Comp. Methods in App. Mech. and Eng.* 53, pp. 277~302.
- (27) ADINA, 1984, "Theory and Modeling Guide: Report AE 84-4", ADINA Eng. Inc., pp. 3.5
- (28) MARC, 1987, "MARC Advanced Course: Part I", MARC Analysis Research Co., pp. 3. 18~3. 20.
- (29) Bell, J.F., 1984, "Mechanics of Solids", Vol. 1, Springer-Verlag, pp. 570~666.
- (30) Chakrabarty, J., 1987, "Theory of Plasticity", McGraw Hill, p. 85.
- (31) Bathe, K.J., 1982, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hill, pp. 301~406.
- (32) MSC/NASTRAN, 1988, "MSC/NASTRAN Material and Geometric Nonlinear Analysis (Version 65)", The MacNeal-Schwendler Corporation, pp. 6.2.
- (33) Tse, F.S., Morse, I.E., and Hinkle, R.T., 1978, "Mechanical Vibration: Theory and Applications", Allyn and Bacon Inc., pp. 34~37.
- (34) Lee, Sung Ho and Lee, Dong Nyung, 1990, "A Finite Element Analysis of Electromagnetic Forming for Tube Expansion", Submitted for Publication to ASME J. of Engineering Materials and Technology.

부 록

1. Updated Lagrangian Jaumann Stress Rate Formulation⁽³¹⁾

Fig. 21의 물체에 가상일의 정리를 적용하면, 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \rho^{t+\Delta t} \ddot{u}_i \delta u_i^{t+\Delta t} dV + \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} S_{ij} \delta \epsilon_i^{t+\Delta t} \epsilon_{ij}^o dV = {}^{t+\Delta t}R$$

$${}^{t+\Delta t}R = \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} f_i^B \delta u_i^{t+\Delta t} dV + \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} f_i^S \delta u_i^S {}^{t+\Delta t}dA \quad (A.1)$$

식 (A.1)을 선형 화하면 다음과 같은 운동 방정식이 얻어진다.

$$\int_{ov}^o \rho^{t+\Delta t} \ddot{u}_i \delta u_i^o dV + \int_{t+\Delta t}^t C_{ijrs} {}^t e_{rs} \delta {}^t e_{ij}^o dV + \int_{t+\Delta t}^t \sigma_{ij} \delta {}^t \eta_{ij}^o dV = {}^{t+\Delta t}R - \int_{t+\Delta t}^t \sigma_{ij} \delta {}^t e_{ij}^o dV \quad (A.2)$$

한편, Jaumann stress rate 텐서 ${}^t \overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$ 를 사용하여

$${}^{t+\Delta t} \sigma_{ij} = {}^t \sigma_{ij} + {}^t \overset{\nabla}{\sigma}_{ij} dt + {}^t \sigma_{ip} \Omega_{pi} dt + {}^t \sigma_{jp} \Omega_{pj} dt \quad (A.3)$$

를 얻는다.
여기서,

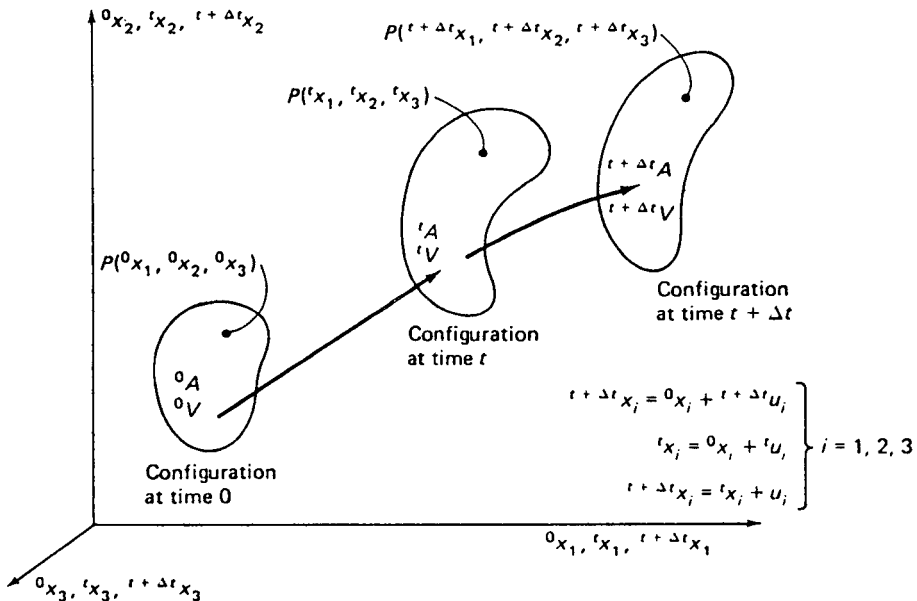


Fig. 21 Motion of body in stationary Cartesian coordinate system⁽³¹⁾

- ${}^{t+dt}\rho$: 밀도
- δu_i : 가상 변위 성분
- ${}^{t+dt}\dot{u}_{ij}$: 가속도 성분
- ${}^t S_{ij}$: 2nd Piola-Kirchhoff 응력 텐서
- ${}^t \epsilon_{ij}$: Green-Lagrange 변형률 텐서
- ${}^{t+dt}f_i^B$: 체적력 성분
- ${}^{t+dt}f_i^S$: 표면력 성분
- ${}^t e_{rs}$: 미소 변형률 텐서의 Cartesian 성분
- ${}^t \sigma_{ij}$: Cauchy 응력 텐서의 Cartesian 성분
- ${}^t S_{ij} = {}^t C_{ijrs} {}^t e_{rs}$: ${}^t S_{ij} = {}^t \sigma_{ij} + {}^t S_{ij}$
 ${}^t \epsilon_{ij} = {}^t e_{ij}$
 ${}^t \epsilon_{ij} = {}^t e_{ij} + {}^t \eta_{ij}$
- ${}^t \Omega_{ij}$: 스펀텐서의 Cartesian 성분

2. 전자기 압력^(8,9)

가공재 중심부($z=0$)에서의 자기압력의 시간에 따른 변화:

$$P_i(t) = \frac{\mu}{2} \left[\frac{i(t)}{P} \right]^2 \left[\frac{r_i}{r_o} \right]^4 \tag{A.4}$$

자기압력의 z 축을 따른 변화는, 자체의 공간 분포로

부터 유도된다.

$$P_z(z) = \frac{H_z^2}{H_o^2} \tag{A.5}$$

$$\frac{H_z}{H_o} = \frac{(r_o^2 + (l/2)^2)^{3/2}}{l} \times \left[\frac{(l/2 + z)}{(r_o^2 + (z + l/2)^2)^{3/2}} + \frac{(l/2 - z)}{(r_o^2 + (z - l/2)^2)^{3/2}} \right] \tag{A.6}$$

따라서, 자기압력분포는 다음과 같다.

$$P(z,t) = \frac{\mu}{2} \left[\frac{i(t)}{P} \right]^2 \left[\frac{r_i}{r_o} \right]^4 \frac{(r_o^2 + (l/2)^2)^3}{l^2} \times \left[\frac{(l/2) + z}{(r_o^2 + (z + l/2)^2)^{3/2}} + \frac{(l/2 - z)}{(r_o^2 + (z - l/2)^2)^{3/2}} \right]^2 \tag{A.7}$$

여기서,

- ρ : 코일의 피치
- μ : 투자율
- H_o, H_z : 코일 중심부와 z 축에서의 자계강도
- l : 코일의 축방향 길이
- r_i : 코일의 반경
- r_o : 가공재의 반경