

〈論 文〉

組合荷重이 작용하는 補剛平板의 最適設計 研究

元 鍾 鎭*

(1990년 4월 24일 접수)

A Study on the Optimum Design of Stiffened Plates under Combined Loads

Chong Jin Won

Key Words : Stiffened Plate(補剛平板), Combined Loads(組合荷重), Optimum Design(最適設計), Equivalent Rigidity(等價剛性), Overall Buckling(全體挫屈)

Abstract

The minimum weight design for the simply-supported eccentrically stiffened plates subjected to combined loads is studied according to the stiffening configuration. The optimal programming is accomplished by formulating the design requirements in terms of a mathematical programming problem, and by using the gradient projection algorithm. The Huber type equilibrium equation is used as the governing equation for the overall buckling. The overall buckling of stiffened plates and the local buckling of the unstiffened plate between stiffeners and the stiffeners themselves are used as behavior constraints. Results of design examples for the orthogonally stiffening case compared with those of the the other study support that the present study is feasible. Design examples for the symmetrically oblique stiffening case are presented and the results indicate that a significant improvement in design efficiency may be achieved through symmetrically oblique stiffening compared to the orthogonal stiffening under the combined loading condition.

1. 序 論

構造的 異方性을 나타내는 直交異方性板의 支配方程式으로 근사해를 얻을 수 있는 Huber형의 平衡微分方程式⁽¹⁾은 그 解의 근사성에도 불구하고 해석이 용이하므로 많은 연구자들에 의하여 補剛材가 조밀하게 배치된 補剛平板의 굽힘 및 挫屈문제에 해석에 그 정밀도의 향상을 위한 노력과 함께 적용되어 왔다^(2,3).

현재 構造要素로 많이 사용되고 있는 片面直交보강평판의 굽힘 및 좌굴해석에 사용되는 Huber형 평형미분방정식의 等價剛性에 관한 연구로는 Giencke⁽⁴⁾

의 修正圖心概念에 의한 등가강성에 관한 연구와 Hasegawa 등⁽⁵⁾이 직교보강재교차부의 영향을 고려하여 구한 평형미분방정식으로부터 판중양면의 面內合應力의 변화율이 零이라는 가정하에서 유도한 등가강성이 있으며 저자등⁽⁶⁾은 이를 임의斜交보강평판에 확장 적용하였다.

보강평판의 最適化에 관한 연구는 Catchpole⁽⁷⁾의 면내하중이 작용하는 편면중방향보강평판의 最小重量化에 관한 연구로부터 시작되었으며 Symonds⁽⁸⁾의 平面剪斷力이 작용하는 편면횡방향보강평판의 最小중량화에 관한 연구 이래로 수학적인 프로그래밍 기법을 사용한 평판에 대한 應力과 變位の 制限條件하에서의 最小중량화설계가 대부분이었다. 그러나 평판의 최적 설계는 불연속적인 판두께의 분포를 갖게 되어 대부분의 강성제한의 설계조건을

* 正會員, 國民大學校 工科大學 機械設計學科

포함하는 최적설계는 연속적인 두께의 분포보다는 보강재로 보강된 설계에 부합, 적용되어 왔다.

일반적으로 좌굴응력제한하의 보강평판의 최적설계는全體좌굴과 평판및 보강재부의 局部좌굴을 포함하는 여러가지 좌굴모드의 동시 발생시에 얻을 수 있는데 Crawford⁽⁹⁾는 단순한 방법에 의해서 좌굴모드의 동시 발생영역을 만족하는 최적설계결과를 얻으려고 노력하였으며, Schmit⁽¹⁰⁾는 좀더 엄밀하게 동시 발생영역에 도달하기 위한 수학적 프로그래밍 기법을 도입하여 組合荷重이 작용하는 편면 직교보강평판의 최적화를 시도하였다.

본 연구에서는 4변이 단순지지되고 보강재가 등간격으로 조밀하게 배치된 편면직교보강평판에 조합하중이 작용하는 경우 최소중량화에 따른 최적설계변수들을 비선형 최적화기법인 微分벡터透影法 (gradient projection method)⁽¹¹⁾에 의하여 산정한다. 설계제한조건으로 전체좌굴응력, 평판및 보강재의 국부좌굴응력, 각부의 降伏응력제한 그리고 설계변수들의 상, 하한치의 제한등을 설정하고 전체좌굴에 대한 지배방정식으로 등가의 직교이방성 평판의 좌굴에 관한 평형방정식을 사용한다. 직교보강의 경우 기존연구결과⁽¹⁰⁾와 비교, 분석하여 본 해석의 유용성을 입증하고 조합하중의 작용에 따른 대칭경사보강의 효율성도 검토한다.

2. 挫屈支配方程式

2.1 片面補剛平板의 支配方程式

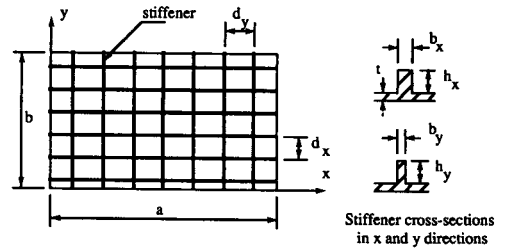
Fig. 1과 같이 직교보강 또는 대칭경사보강된 직사각형의 편면보강평판에서 Fig. 2와 같이 면내하중이 작용하는 경우에 최적화를 위한 보강평판의 전체좌굴 및 평판과 보강재부의 국부좌굴에 대한 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(1) 全體挫屈에 대한 支配方程式

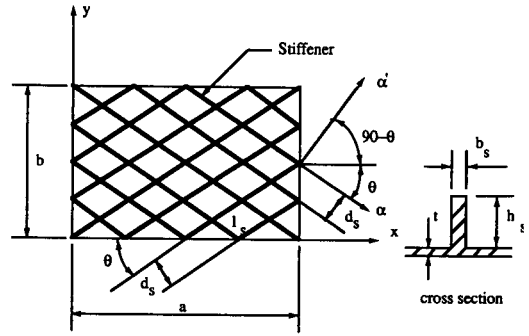
4변이 단순지지된 직사각형 보강평판에 면내하중 $\bar{N}_x, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy}$ 가 작용하는 경우에 좌굴 지배방정식은 직교이방성평판의 좌굴이론으로부터 다음과 같이 표시된다.

$$D_x W,_{xxxx} + 2HW,_{xxyy} + D_y W,_{yyyy} + \bar{N}_x W,_{xx} + 2\bar{N}_{xy} W,_{xy} + \bar{N}_y W,_{yy} = 0 \quad (1)$$

여기서 D_x 와 D_y 는 각각 x 와 y 방향으로의 등가굽힘강성(equivalent bending rigidity)을 나타내고 H 는 평판의 등기비틀림강성(equivalent torsional



(a) Orthogonally stiffened case



(b) Symmetrically stiffened case

Fig. 1 Stiffened plates with eccentric stiffeners

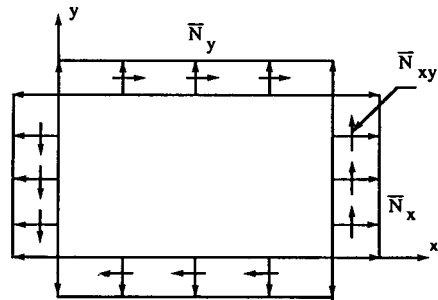


Fig. 2 Applied load sign convention

rigidity)과의 프와송의 비로 표시되는 상수를 나타내고 있으며, 직교보강과 대칭경사보강의 경우에 보강재 교차부의 영향을 고려한 강성계수로 표시된 등가강성이 부록에 각각 수록되어 있다.

4변 단순지지의 경계조건을 만족시키는 처짐함수의 가정과 함께 식 (1)로부터 면내하중의 상호작용을 나타내는 전체 좌굴관계식은 다음과 같이 표시된다⁽¹²⁾.

$$\frac{\bar{N}_x}{(N_x)_{cr}} + \frac{\bar{N}_y}{(N_y)_{cr}} + \left[\frac{\bar{N}_{xy}}{(N_{xy})_{cr}} \right]^2 = 1 \quad (2)$$

식 (2)에서 $(N_x)_{cr}$, $(N_y)_{cr}$ 및 $(N_{xy})_{cr}$ 은 각각 좌굴면내수직응력과 전단응력을 나타내며 4변 단순지지인 경우에 다음과 같이 구할 수 있다. $(N_x)_{cr}$ 과 $(N_y)_{cr}$ 은 N^x 와 N^y 를 각각 최소화시키는 x 및 y 축 방향의 좌굴半波長數 m 및 n 에 대한 $(N_x)_r$ 과 $(N_y)_r$ 로부터 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} (N_x)_{cr} &= -(N_x)_r \\ (N_y)_{cr} &= -(N_y)_r \end{aligned} \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} N^x &= \frac{(N_x)_r}{1 + \frac{\bar{N}_y}{\bar{N}_x} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\frac{n}{m}\right)^2} \\ N^y &= \frac{(N_y)_r}{1 + \frac{\bar{N}_x}{\bar{N}_y} \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{m}{n}\right)^2} \\ (N_x)_r &= \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \left[\left(\frac{bm}{a}\right)^2 D_x + 2n^2 H + \left(\frac{an^2}{bm}\right)^2 D_y \right] \\ (N_y)_r &= \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \left[\left(\frac{am}{b}\right)^2 D_y + 2m^2 H + \left(\frac{bm^2}{an}\right)^2 D_x \right] \end{aligned} \quad (4)$$

좌굴면내전단응력 $(N_{xy})_{cr}$ 은 다음과 같이 표시되는 $(N_{xy})_r$ 의 최소값으로 나타낼 수 있다.

$$(N_{xy})_{cr} = \frac{4C_a(D_x D_y^3)^{1/4}}{b^2} \quad (5)$$

여기서 C_a 는 $n=1, 2, 3$ 및 $m=q, q+1, q+2$ 즉, 대칭 및 비대칭 좌굴모드에 대하여 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} C_a &= \frac{[\phi(q+1, 2)^{1/2}] \pi^4 \left[\frac{q}{2q+1} \right]^2}{356(q+1)\beta} \left\{ \left[\frac{1}{9\phi(q, 1)} + \frac{9}{25\phi(q, 3)} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{q+2}{2q+3} \right]^2 \left[\frac{1}{9\phi(q+2, 1)} + \frac{9}{25\phi(q+2, 3)} \right] \right\}^{-1/2} \quad (6a, b) \\ C_a &= \frac{\pi^4}{356(q+1)\beta} \left\{ \left[\frac{1}{9\phi(q+1, 1)} + \frac{9}{25\phi(q+1, 3)} \right] \times \left[\frac{q^2}{(2q+1)^2 \phi(q, 2)} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{(q+2)^2}{(2q+3)^2 \phi(q+2, 2)} \right] \right\}^{-1/2} \end{aligned}$$

여기서

$$\phi = (m\beta)^4 + 2(m\beta)^2 \left(\frac{n^2}{a}\right) + n^4$$

$$\alpha = \frac{(D_x D_y)^{1/2}}{H} \quad (7)$$

$$\beta = \left(\frac{b}{a}\right) \left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{1/4}$$

(2) 局部挫屈에 대한 支配方程式

편면보강평판의 국부좌굴은 보강재사이의 평판과 보강재부의 국부좌굴로 직교보강평판과 대칭경사보강평판에 대하여 각각 다음과 같이 표시된다.

(i) 직교보강평판의 국부좌굴관계식

보강재사이의 평판은 4변 단순지지의 직사각형판으로 국부좌굴관계식은 전체좌굴관계식 (2)~(7)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (N_x)_r^{sk} &= \frac{\pi^2 D}{(d_x - b_x)^2} \left[\left(\frac{d_x - b_x}{d_y - b_y}\right)^2 m^4 + 2n^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{d_y - b_y}{d_x - b_x}\right)^2 \frac{n^4}{m^2} \right] \left(1 + \frac{b_x h_x}{t d_x}\right) \\ (N_y)_r^{sk} &= \frac{\pi^2 D}{(d_y - b_y)^2} \left[\left(\frac{d_y - b_y}{d_x - b_x}\right)^2 n^4 + 2m^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{d_x - b_x}{d_y - b_y}\right)^2 \frac{m^4}{n^2} \right] \left(1 + \frac{b_y h_y}{t d_y}\right) \\ (N_{xy})_r^{sk} &= \frac{4C_a D}{b^2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 C_a 는 식 (7)의 $\phi(m, n)$ 과 β 가 각각 다음과 같은 경우의 값을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \phi(m, n) &= \left[\left(\frac{m\bar{b}}{\bar{a}}\right)^2 + n^2 \right]^2 \\ \beta &= 1 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 \bar{a} 및 \bar{b} 는 d_x 와 d_y 중의 대, 소값을 각각 나타내고 있다.

식 (8)의 최소값들을 식 (2)에 대입함으로써 평판의 상호작용관계식을 구할 수 있다.

x 및 y 축 방향 보강재부는 3변 단순지지와 1변 자유단의 직사각형판으로 국부좌굴관계식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (N_x)_{cr}^{st} &= \frac{\pi^2 D}{t^2} \left(\frac{b_x}{h_x}\right)^2 \left[\left(\frac{h_x}{d_y - b_y}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 0.425 \right] \left(1 + \frac{b_x h_x}{t d_x}\right) \\ (N_y)_{cr}^{st} &= \frac{\pi^2 D}{t^2} \left(\frac{b_y}{h_y}\right)^2 \left[\left(\frac{h_y}{d_x - b_x}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 0.425 \right] \left(1 + \frac{b_y h_y}{t d_y}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

(ii) 대칭경사보강평판의 좌굴관계식

대칭경사보강평판의 경우 보강재사이의 평판의 국부좌굴응력 $(N_a)_{cr}^{sk}$ 과 보강재부의 국부좌굴응력

$(N_a)_{cr}^{st}$ 은 각각 다음과 같이 표시된다⁽¹³⁾.

$$(N_a)_{cr}^{sk} = \frac{4\pi^2 D}{I_s^2} \left[1 + 2.985 \Psi^2 + 2.57 \Psi^4 + 8.82 \Psi^6 - (1 + 1.957 \Psi^2 + 1.814 \Psi^4) \times \frac{I_s^2 \bar{N}_a}{4\pi^2 D} + (1.942 \Psi + 0.8681 \Psi^3 + 0.0115 \frac{I_s^2 \bar{N}_{a'}}{4\pi^2 D} \frac{I_s^2 \bar{N}_{a'}}{4\pi^2 D}) \right] \quad (11a, b)$$

$$(N_a)_{cr}^{st} = -\frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{b_s}{h_s} \right)^2 \left[t + (1 + \cos^2 2\theta) \times \frac{b_s h_s}{d_s} \right] \left[\left(\frac{h_s}{I_s} \right)^2 + 0.425 \right]$$

여기서

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\theta}{45} \right) \\ I_s &= \frac{d_s}{\sin 2\theta} \\ D &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \\ \bar{N}_a &= \frac{(\bar{N}_x \cos^2 \theta + \bar{N}_y \sin^2 \theta - \bar{N}_{xy} \sin 2\theta)t}{t + (1 + \cos^2 2\theta) \frac{b_s h_s}{d_s}} \quad (12) \\ \bar{N}_{a'} &= \frac{(\bar{N}_x \sin^2 \theta + \bar{N}_y \cos^2 \theta + \bar{N}_{xy} \sin 2\theta)t}{t + (1 + \cos^2 2\theta) \frac{b_s h_s}{d_s}} \\ \bar{N}_{a''} &= \frac{(\bar{N}_x - \bar{N}_y)}{2} \sin 2\theta + \bar{N}_{xy} \cos 2\theta \end{aligned}$$

2.2 Von Mises降伏應力

(1) 직교보강평판의 항복응력

일반적으로 彈性좌굴제한을 받는 구조요소는 이상적 탄소성 성질을 갖는 구조용재료로 가정하여 직교보강평판의 항복응력을 distorsion energy criterion으로 각각 나타내면 다음과 같다.

$$(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} = Y \quad (13)$$

식 (13)을 면내 합응력으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\left[\left(\frac{\bar{N}_x}{t + \frac{b_x h_x}{d_x}} \right)^2 - \frac{\bar{N}_x \bar{N}_y}{\left(t + \frac{b_x h_x}{d_x} \right) \left(t + \frac{b_y h_y}{d_y} \right)} + \left(\frac{\bar{N}_y}{t + \frac{b_y h_y}{d_y}} \right)^2 + 3 \left(\frac{\bar{N}_{xy}}{t} \right)^2 \right]^{1/2} = Y_{sk} \quad (14)$$

x, y 축방향 보강재부의 항복응력은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{|\bar{N}_x|}{t + \frac{b_x h_x}{d_x}} = Y_{xst} \quad (15)$$

$$\frac{|\bar{N}_y|}{t + \frac{b_y h_y}{d_y}} = Y_{yst}$$

(2) 대칭경사보강평판의 항복응력

항복응력을 distorsion energy criterion으로 나타내면 다음과 같다.

$$(\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_{a'} + \sigma_a^2 + 3\tau_{aa'}^2)^{1/2} = Y \quad (16)$$

식 (16)을 면내합응력으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$(\bar{N}_a^2 - \bar{N}_a \bar{N}_{a'} + \bar{N}_{a'}^2 + 3\bar{N}_{aa'}^2)^{1/2} / t = Y_{sk} \quad (17)$$

보강재부의 항복응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{|\bar{N}_a|}{t} = Y_{st} \quad (18)$$

3. 最適設計의 問題設定 및 數式化

3.1 最適設計技法

連續設計變數空間에서 구조물의 최적설계기법에 는 여러가지가 있는데, 문제의 非線型性, 각종 제한조건식등을 고려하여 비교적 그 일반성과 효율성이 잘 알려진 미분벡터투영법을 사용한다.

3.2 問題設定 및 數式化

본 연구에서는 目的函數로 편면보강평판의 重量을 취하고 제한조건식으로는 조합하중의 작용에 따른 전체좌굴응력, 평판 및 보강재부의 국부좌굴응력, 보강평판 및 보강재부의 von Mises항복응력등의 제한조건을 다룬다. 이들 목적함수 및 제한조건식은 설계변수의 陽函數로 그 1차미분치를 해석적으로 구하는 것이 가능하므로 별도의 敏感度解析(sensitivity analysis)은 필요치 않다.

(1) 目的函數 및 設計變數

목적함수 즉, Fig. 1과 같은 보강평판의 重量을 같은 조건하의 비보강평판의 重量으로 無次元化하여 나타내면 다음과 같다.

좌굴응력하에서 비보강평판의 두께 \bar{t} 는 식 (1) ~ (7)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{t} = \left[\frac{6(1-\nu^2)}{E} \left\{ \frac{\bar{N}_x}{N_{xcr}} + \frac{\bar{N}_y}{N_{ycr}} + \left[\left(\frac{\bar{N}_x}{N_{xcr}} \right)^2 \right. \right. \right.$$

$$+ \left. \frac{\bar{N}_y}{N_{ycr}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\bar{N}_{xy}}{N_{xycr}} \right)^2 \right]^{1/2} \Bigg\}^{1/3} \quad (19)$$

여기서

$$\begin{aligned} N_{xcr} &= \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \left[\left(\frac{bm}{a} \right)^2 + 2m^2 + \left(\frac{an^2}{bm} \right)^2 \right] \\ N_{ycr} &= \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left[\left(\frac{an}{b} \right)^2 + 2m^2 + \left(\frac{bm^2}{an} \right)^2 \right] \\ N_{xycr} &= \frac{4C_a}{b^2} \end{aligned} \quad (20)$$

직교보강평판과 대칭경사보강평판의 등가두께 t_e 는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} t_e &= t + \frac{b_x h_x}{d_x} \left(1 - \frac{b_y}{d_y} \right) + \frac{b_y h_y}{d_y} \quad (21a, b) \\ t_e &= t + \frac{2b_s h_s}{d_s} \left(1 - \frac{0.25b_s}{d_s} \right) \end{aligned}$$

식 (19), (21a,b)로 부터 목적함수 즉, 무차원화된 중량 $\bar{W}(\bar{x})$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{W}(\bar{x}) = \frac{t_e}{t} \quad (22)$$

여기서 직교보강평판과 대칭경사보강평판의 설계변수 \bar{x} 는 각각 다음과 같이 설정한다.

$$\bar{x} = (t, b_x, b_y, h_x, h_y, d_x, d_y) \quad (23a, b)$$

$$\bar{x} = (t, b_s, h_s, l_s, \theta) \quad (23a, b)$$

(2) 制限條件式

본 연구에서는 보강평판의 전체좌굴응력과 보강재사이의 평판 및 보강재부의 국부좌굴응력 제한조건 그리고 보강평판과 보강재부의 von Mises항복조건을 behaviour constraints로, 설계변수들의 상, 下限値의 제한을 side constraints로 설정하였으며, 직교보강평판과 대칭경사보강평판에서의 제한조건들을 나타내면 다음과 같다.

(i) 직교보강평판의 제한조건

(가) 보강평판의 전체좌굴

$$G(1) = \frac{\bar{N}_x}{(N_x)_{cr}} + \frac{\bar{N}_y}{(N_y)_{cr}} + \left[\frac{\bar{N}_{xy}}{(N_{xy})_{cr}} \right]^2 - 1 \leq 0 \quad (24)$$

(나) 평판의 국부좌굴

$$G(2) = \frac{\bar{N}_x}{(N_x)_{cr}^{sk}} + \frac{\bar{N}_y}{(N_y)_{cr}^{sk}} + \left[\frac{\bar{N}_{xy}}{(N_{xy})_{cr}^{sk}} \right]^2 - 1 \leq 0 \quad (25)$$

(다) x, y 축방향 보강재부의 국부좌굴

$$G(3) = \left[\frac{\bar{N}_x \left[1 + \frac{b_x h_x}{t d_x} \right]}{(N_x)_{cr}^{st}} \right] - 1 \leq 0 \quad (26)$$

$$G(4) = \left[\frac{\bar{N}_y \left[1 + \frac{b_y h_y}{t d_y} \right]}{(N_y)_{cr}^{st}} \right] - 1 \leq 0$$

(라) 보강평판의 항복

$$G(5) = \frac{Y_{sk}}{\sigma_y} - 1 \leq 0 \quad (27)$$

(마) x, y 축방향 보강재부의 항복

$$G(6) = \frac{Y_{xst}}{\sigma_y} - 1 \leq 0 \quad (28)$$

$$G(7) = \frac{Y_{yst}}{\sigma_y} - 1 \leq 0$$

(바) 설계변수의 상, 하한치

$$G(8) = 1 - \frac{t}{t_l} \leq 0$$

$$G(9) = \frac{t}{t_u} - 1 \leq 0$$

$$G(10) = 1 - \frac{b_x}{(b_x)_l} \leq 0$$

$$G(11) = \frac{b_x}{d_x} - 1 \leq 0 \quad (29)$$

$$G(12) = 1 - \frac{b_y}{(b_y)_l} \leq 0$$

$$G(13) = \frac{b_y}{d_y} - 1 \leq 0$$

$$G(14) = 1 - \frac{h_x}{(h_x)_l} \leq 0$$

$$G(15) = \frac{h_x}{(h_x)_u} - 1 \leq 0$$

$$G(16) = 1 - \frac{h_y}{(h_y)_l} \leq 0$$

$$G(17) = \frac{h_y}{(h_y)_u} - 1 \leq 0$$

$$G(18) = 1 - \frac{d_x}{b_x} \leq 0$$

$$G(19) = \frac{5d_x}{b} - 1 \leq 0$$

$$G(20) = 1 - \frac{d_y}{b_y} \leq 0$$

$$G(21) = \frac{5d_y}{a} - 1 \leq 0$$

여기서 설계변수의 첨자 l 및 u 는 각각 하한치와 상한치를 나타낸다.

(ii) 대칭경사보강평판의 제한조건

(가) 보강평판의 전체좌굴

$$G(1) = \frac{\bar{N}_x}{(N_x)_{cr}} + \frac{\bar{N}_y}{(N_y)_{cr}} + \left[\frac{\bar{N}_{xy}}{(N_{xy})_{cr}} \right] - 1 \leq 0 \quad (30)$$

(나) 평판의 국부좌굴

$$G(2) = \left[\frac{\bar{N}_a}{(N_a)_{cr}^{sk}} \right] - 1 \leq 0 \quad (31)$$

(다) 보강재부의 국부좌굴

$$G(3) = \left[\frac{\bar{N}_a \left[1 + (1 + \cos^2 2\theta) \frac{b_s h_s}{t d_s} \right]}{(N_a)_{cr}^{st}} \right] - 1 \leq 0 \quad (32)$$

(라) 보강평판의 항복

$$G(4) = \frac{Y_{sk}}{\sigma_y} - 1 \leq 0 \quad (33)$$

(마) 보강재부의 항복

$$G(5) = \frac{Y_{st}}{\sigma_y} - 1 \leq 0 \quad (34)$$

(바) 설계변수의 상, 하한치

$$G(6) = 1 - \frac{t}{t_l} \leq 0$$

$$G(7) = \frac{t}{t_u} - 1 \leq 0$$

$$G(8) = 1 - \frac{b_s}{(b_s)_l} \leq 0$$

$$G(9) = \frac{b_s}{d_s} - 1 \leq 0$$

$$G(10) = 1 - \frac{h_s}{(h_s)_l} \leq 0$$

$$G(11) = \frac{h_s}{(h_s)_u} - 1 \leq 0 \quad (35)$$

$$G(12) = 1 - \frac{l_s}{b_s} \leq 0$$

$$G(13) = \frac{51_s}{(a^2 + b^2)^{1/2}} - 1 \leq 0$$

$$G(14) = 1 - \frac{\theta}{22.5^\circ} \leq 0$$

$$G(15) = \frac{\theta}{67.5^\circ} - 1 \leq 0$$

여기서 설계변수의 첨자 l 및 u 는 각각 하한치와 상한치를 나타낸다.

(3) 目的函數 및 制限條件式의 1次微分値

목적함수 및 제한조건식의 설계변수들에 대한 1

차미분치는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$F(i) = \frac{\partial \bar{W}(\bar{x})}{\partial \bar{x}_i}$$

$$DS(i, j) = \frac{\partial G(j)}{\partial \bar{x}_i} \quad (36)$$

여기서 i 와 j 는 각각 설계변수 및 제한조건의 수를 나타낸다.

3.3 最適設計 프로그래밍

본 프로그래밍의 전체흐름도는 微分벡터 透影法에 따라 다음과 같이 작성되었다.

초기설계점에 따라 다른 局部極小點을 가질 수 있으므로 초기설계점을 변화시키면서 계산하여 비교함으로써 좋은 설계결과를 얻을 수 있다.

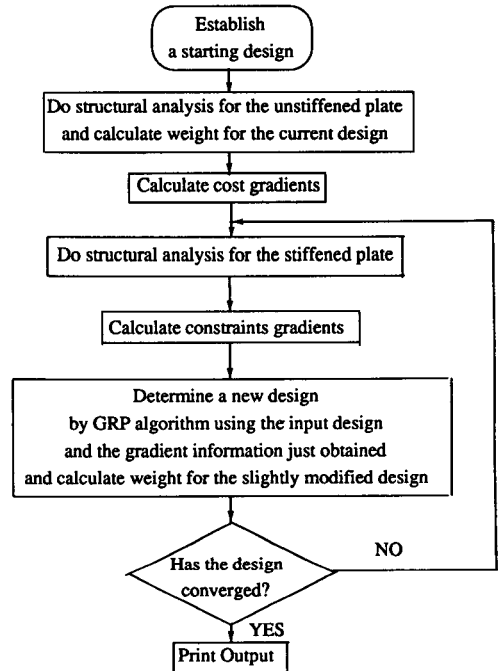
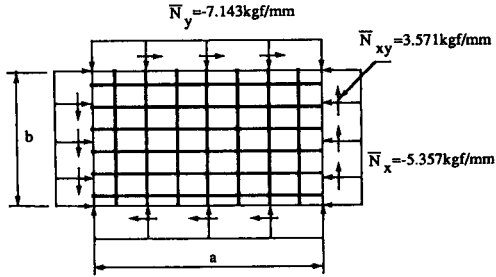


Fig. 3 Flow diagram for the optimization of stiffened plates

4. 數值例 및 結果

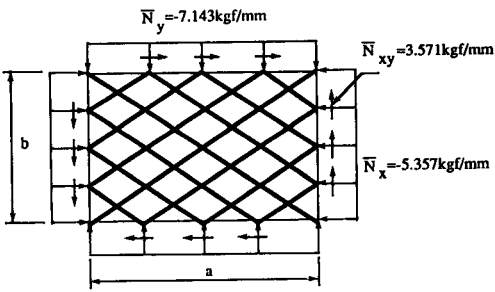
4.1 數值例

본 연구에서 얻어진 보강평판의 최적설계방법에 대한 유용성 및 정밀도를 검토하기 위하여 Fig. 4와 같이 기존의 연구⁽¹⁰⁾에서와 동일한 편면적교보강평



Case 1 ; $t + h_x(h_y) = 15.24\text{mm}$,
Case 2 ; $t + h_x(=h_y) = 20.32\text{mm}$

Fig. 4 Design examples ($a=1016\text{mm}$, $B=762\text{mm}$),



Case 3 ; $t + h_s = 15.24\text{mm}$
Case 4 ; $t + h_s = 17.78\text{mm}$
Case 5 ; $t + h_s = 20.32\text{mm}$

Fig. 5 Design examples ($a=1016\text{mm}$, $b=762\text{mm}$),

판을 설계예로 설정하였으며 대칭 경사보강평판의 최적설계를 위하여 Fig.5와 같은 보강평판을 수치예로 설정하였다. Fig. 4와 5에서 사용된 재료는 7075-T6 알루미늄으로 그 재료적 성질은 Table 1과 같다.

4.2 數值結果 및 檢討

Table 2는 Fig. 4와 같이 조합하중이 작용하는

Table 1 Material properties

Material	Property			
	$E, \text{kgf/mm}^2$	$\sigma_r, \text{kgf/mm}^2$	ν	$\gamma, \text{kgf/mm}^2$
Aluminum	7382.35	50.62	0.32	0.0000028

직교보강평판에서 판 및 보강재의 전체높이를 일정하게 구속한 상태하의 최적설계결과를 기존연구결과와 비교하여 보여주고 있다.

Table 2에서 보는 바와 같이 Case 1의 경우 전체좌굴과 판의 국부좌굴이 지배적인 제한조건으로 작용하고 있음을 보여 주고 있으며 본 연구의 최적중량이 참고문헌 (10)의 결과에 비해 약 7.6% 감소하고 있는데, 이는 본 연구결과가 판의 국부좌굴의 영향을 더 지배적으로 받고 있기 때문으로 판단된다. 참고문헌 (10)에서는 steepest descent-alternate step procedure를 사용하여 inequality-constrained optimization문제를 해석하였으며 본 연구에서의 마찬가지로 좌굴하중을 구하기 위한 상호작용 관계와 함께 전체좌굴의 모드 형상을 구하는 방법이 사용되었다. 평판 및 보강재의 전체높이의 값을 더 증대시킨 Case 2의 경우는 중량감소가 더욱 큰데(약 14.3%), 이는 보강재간격을 줄이고 보강재의 두께를 크게 감소시킴으로써 보강재의 국부좌굴의 영향이 크게 증대되었기 때문으로 판단된다. 각 경우 전체좌굴과 판의 국부좌굴의 모드현상은 모두 $m=n=1$ 의 좌굴한파장수로 이루어 진다.

Table 3는 Fig. 5의 조합하중이 작용하는 대칭경사보강평판에서 Case 1, 2, 3의 경우와 같이 판 및 보강재의 전체높이를 일정하게 구속한 상태하의 최적설계결과를 나타내고 있다.

Table 3에서 보여주는 것과 같이 조합하중이 작

Table 2 Optimum results for design examples(Case 1, 2)

Example	Design weight kgf	Variables				Constraints(%)						
		t mm	$b_x = b_y$ mm	$h_x = h_y$ mm	$d_x = d_y$ mm	$g(1)$ (m, n)	$g(2)$ (m, n) ^a	$g(3)$	$g(4)$	$g(5)$	$g(6)$	$g(7)$
Case 1	Current 7.07 (0.4) ^b	0.89	5.51	14.35	63.50	100.0 (1, 1)	100.0 (1, 1)	0.5	0.7	15.0	5.0	6.6
	Ref. 10 7.65	1.00	5.99	14.24	64.36	100.0 (1, 1)	70.1 (1, 1)	0.4	0.5	—	—	—
Case 2	Current 4.25 (0.28) ^b	0.63	1.05	19.69	30.48	100.0 (1, 1)	80.9 (1, 1)	24.3	32.4	21.7	8.0	10.8
	Ref. 10 4.96	1.14	2.15	19.18	70.38	99.6 (1, 1)	99.7 (1, 1)	7.2	9.6	—	—	—

Table 3 Optimum results for design examples(Case 3, 4, 5)

Example	Design weight kgf	Variables					Constraints (%)				
		t mm	b_s mm	h_s mm	l_s mm	θ (°)	$g(1)$ (m,n) ^a	$g(2)$	$g(3)$	$g(4)$	$g(5)$
Case 3	6.60 (0.43) ^b	0.56	0.32	14.68	5.16	22.5	100.0 (1, 1)	0.17	12.4	6.5	19.9
Case 4	4.93 (0.32) ^b	0.44	0.16	17.34	4.18	22.5	100.0 (1, 1)	0.25	44.5	8.8	25.6
Case 5	3.90 (0.25) ^b	0.17	0.13	20.15	4.39	22.5	100.0 (1, 1)	2.1	100.0	11.5	65.2

^a Indicates half wave numbers in the x, y directions.

^b Indicates the weights normalized by those of unstiffened plates.

용하는 대칭경사보강평판(Case 3, 4, 5)의 경우 모두 전체좌굴이 지배적인 제한조건으로 작용하고 있으며 판뒎 보강재의 전체높이가 증가할 수록 보강재의 국부좌굴의 영향이 증대되어 Case 5의 경우에 100%에 이른다. 이에 따른 최적중량은 비보강평판인 경우의 최적중량의 0.25배까지 감소하여 3.9~15.6kgf의 범위를 나타내고 있다. 또한, 대칭경사보강평판의 경우(Case 3, 5)가 직교보강평판의 경우(Case 1, 2)에 비해 Case 3의 경우는 약 7.1%, Case 5의 경우는 약 8.2% 정도의 최적중량의 감소를 나타내고 있는데, 이는 대칭경사보강의 경우가 직교보강의 경우에 비하여 비틀림강성이 크기 때문으로 판단된다. 대칭경사보강평판에서의 좌굴모드형상은 전체좌굴에 대하여 $m=n=1$ 의 좌굴반파장수로 이루어진다.

5. 結 論

본 연구에서는 4변단순지지의 편면보강평판(직교 및 대칭경사보강)에 조합하중이 작용하는 경우 미분벡터투영법에 의한 최적설계방법을 제시하였다.

편면보강평판의 최적설계에 대한 지배방정식으로 보강재교차부의 영향이 고려된 등가의 직교이방성 평판의 좌굴에 관한 평형방정식을 도입 사용하였으며, 보강평판의 전체좌굴, 보강재사이의 비보강평판뒎 보강재부의 국부좌굴 그리고 보강평판 및 보강재부의 von Mises의 항복응력등의 제한을 설계조건으로 설정하였다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 조합하중이 작용하는 편면보강평판의 최적화

에 따른 최적중량과 최적설계변수들을 미분벡터투영법에 의하여 구하였다.

(2) 최적화에 따른 지배적인 제한조건은 직교보강평판인 경우에는 전체좌굴과 판뒎 보강재의 국부좌굴이었으며 대칭경사보강평판의 경우의 전체좌굴과 보강재의 국부좌굴을 나타내었다.

(3) 최적화에 따른 좌굴모드형상은 직교보강평판인 경우에는 전체좌굴과 국부좌굴에 대하여, 대칭경사보강평판의 경우는 전체좌굴에 대하여 각각 $m=n=1$ 의 좌굴반파장수로 이루어진다.

(4) 최적화에 따른 대칭경사보강평판의 최적중량은 직교보강평판인 경우 비해 약 7.1~8.2(%) 작은 값을 나타내었으며 평판과 보강재의 전체높이의 증가에 따라 비보강평판의 최적중량의 0.25배까지 감소하였다.

後 記

본 연구는 한국과학재단 연구비에 의해 수행되었으며 관계제위께 깊은 감사를 드립니다.

參 考 文 獻

- (1) Huber, M.T., 1914, "Die Grundlagen einer Rationalen Berechnung der Kreuzweise Bewehrten Eisenbeton-platten, Zeitschrift des Osterr", Ingenieur und Architekten Bereines, Vol. 66, No. 30, pp. 557~564.
- (2) Plüger, A., 1947, "Zum Beulproblem der Anisotropen Rechteckplatte", Ingenieur archive, Vol. 16, pp. 111~120.

- (3) Clifton, R.J., Chang J.C.L., and Au, T., 1956, "Analysis of Orthotropic Plate Bridges", J. of Structural Div., ASCE, Vol. 89, No. ST5, Proc., Paper, 3675, pp. 133~171.
- (4) Giencke, E., 1955, Die Grundgleichungen fur die Orthotrope Platte mit Extentrishen Steifen", Stahlbau, Vol. 24, No. 6, pp. 128~129.
- (5) Hasegawa, A., Akiyama, H., and Nishino, F., 1975, "Analysis of Plate with Single-Sided Stiffeners", Trans. of JSCE, Vol. 270, pp. 23~34.
- (6) Kim C.W., and Won, C.J., 1987, "Study on the General Theory of Stiffened Plates", Transactions of the KSME, Vol. 11, No. 2, pp. 287~295.
- (7) Catchpole, E.J., 1954, "The Optimum Design of Compression Surfaces Having Unflanged Integral Stiffeners", J. of the Royal Aeronautical Society, Vol. 58, pp. 765~768.
- (8) Symonds, M.F., 1956, "Minimum Weight Design of a Simply Supported Transversely Stiffened Plates Loaded in Shear", J. of the Aeronautical Sciences. pp. 685~693.
- (9) Crawford, R.F., and Burns, A.B., 1979, "Minimum Weight Potentials for Stiffened Plates and Shells", AIAA J., Vol. 17, pp. 1379~1380.
- (10) Schmit, L.A., Kicher, T.P., and Morrow, W.M., 1963, "Structural Synthesis Capability for Integrally Stiffened Waffle Plates", AIAA J. Vol. 1, pp. 2820~2836.
- (11) Haug E.J., and Arora, J.S., 1979, "Applied Optimal Design", Wiley-Interscience, N.Y.
- (12) Lekhnitski, S.G., 1956, "Anisotropic Plates", Contribution to the Metallurgy of Steel no. 50, Am. Iron and Steel Inst.
- (13) Pappas, M., 1970, "Structural Synthesis of Thin, Cylindrical Shells with Spiral-Type Stiffeners", AIAA J., Vol. 8, pp. 1529~1530.

$$\begin{aligned}
 C_{33} &= \frac{Et}{2(1+\nu)} \\
 C_{36} &= 0 \\
 C_{44} &= D + [E'(I_x - I'_x) + EI_x]/d_x \\
 C_{45} &= \nu(D + E'\eta_x I_y/d_x) \\
 C_{55} &= D + E'I_y/d_y \\
 C_{56} &= (1-\nu)D + \frac{E}{4(1+\nu)}(J_x/d_x + J_y/d_y) \\
 C_{ij} &= C_{ji}
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 E' &= \frac{E}{1-\nu^2} \\
 C &= E't \\
 D &= \frac{E't^3}{12} \\
 e_x &= \frac{t+h_x}{2} \\
 e_y &= \frac{t+h_y}{2} \\
 I_x &= \frac{b_x h_x^3}{12} + e_x^2 b_x h_x \\
 I'_x &= \frac{b_x h_x^3}{12} + e_x^2 b_x h_y \\
 I'_y &= \frac{b_y h_y^3}{12} + e_y^2 b_y h_y \\
 J_x &= \frac{b_x^3 h_x}{3} - \frac{64 b_x^4 \tan h(\frac{\pi h_x}{2 b_x})}{\pi^5} \\
 J_y &= \frac{b_y^3 h_y}{3} - \frac{64 b_y^4 \tan h(\frac{\pi h_y}{2 b_y})}{\pi^5}
 \end{aligned} \tag{A2}$$

對稱傾斜補剛平板 :

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= C + A_{11}R_{11} \\
 C_{12} &= \nu C + 0.5A_{11}R_{12} \\
 C_{14} &= e_s A_{11}R_{11} \\
 C_{15} &= 0.5e_s A_{11}R_{12} \\
 C_{22} &= C + A_{11}R_{22} \\
 C_{24} &= C_{15} \\
 C_{25} &= e_s A_{11}R_{22} \\
 C_{33} &= \frac{Et}{2(1+\nu)} + A_{11}R_{33} \\
 C_{36} &= 2e_s A_{11}R_{33} \\
 C_{44} &= D + ER_{44} + H_1 \\
 C_{45} &= \nu D + 0.5ER_{45} - H_1 \\
 C_{55} &= D + ER_{55} + H_1 \\
 C_{66} &= (1-\nu)D + 0.5DR_{66} + H_2 \\
 C_{ij} &= C_{ji}
 \end{aligned} \tag{A3}$$

附 錄

剛性係數⁽⁶⁾

直交補剛平板 :

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= C + \eta_x [E'h_y + E(h_x - h_y)] \\
 C_{12} &= \nu(C + E'\eta_x \eta_y h_y) \\
 C_{14} &= e_y \eta_x [E'h_y + E(h_x - h_y)] + 0.5E\eta_x h_x (h_x - h_y) \\
 C_{15} &= e_y \nu E'\eta_x \eta_y h_y \\
 C_{22} &= C + \eta_y E'h_y \\
 C_{24} &= C_{15} \\
 C_{25} &= e_y \eta_y E'h_y
 \end{aligned} \tag{A1}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{Et}{(1-\nu^2)} \\
 e_s &= \frac{t+h_s}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \frac{Eh_s}{d_s} \\
A_1 &= 1 - \frac{2b_s \cos^2 2\theta}{d_s [(1+\nu) \sin^2 2\theta + 2\cos^2 2\theta]} \\
A_2 &= \frac{b_s}{d_s} \left[\cos^2 2\theta - \nu \sin^2 2\theta \right. \\
&\quad \left. - \frac{2\cos^2 2\theta}{(1+\nu) \sin^2 2\theta + 2\cos^2 2\theta} \right] \\
A_3 &= \frac{b_s \cos^2 2\theta}{d_s [(1+\nu) \sin^2 2\theta + 2\cos^2 2\theta]} \\
B_1 &= \frac{A_1}{A_1^2 - A_2^2} \\
B_2 &= \frac{A_2}{A_2^2 - A_1^2} \\
B_3 &= \frac{A_2^2 - A_3^2}{A_1^2 - A_2^2} \\
I_s &= \frac{b_s h_s^3}{12} + e_s^2 b_s h_s \\
J_s &= \frac{b_s^3 h_s}{3} - \frac{64 b_s^4 \tanh\left(\frac{\pi h_s}{2b_s}\right)}{\pi_5} \\
R_{11} &= 2(B_1 + B_2 + 2B_3) \cos^4 \theta \\
R_{12} &= (B_1 + B_2) \sin^2 2\theta \\
R_{22} &= 2(B_1 + B_2 - 2B_3) \sin^4 \theta \\
R_{33} &= 0.5 \left[(B_1 - B_2) \sin 2\theta + \frac{b_s}{2(1+\nu)d_s} \right] \sin 2\theta \\
R_{44} &= \frac{I_s R_{11}}{d_s} \\
R_{45} &= \frac{I_s R_{12}}{d_s}
\end{aligned} \tag{A4}$$

$$\begin{aligned}
R_{55} &= \frac{I_s R_{22}}{d_s} \\
R_{66} &= \frac{4I_s R_{33}}{d_s} \\
H_1 &= \frac{J_s \sin^2 2\theta}{4(1+\nu)d_s} \\
H_2 &= \frac{J_s \cos^2 2\theta}{2(1+\nu)d_s}
\end{aligned}$$

等價剛性

$$\begin{aligned}
D_x &= C_{44} + C_{42} e_{xy} - C_{41} e_x' \\
D_y &= C_{35} + C_{51} e_{yx} - C_{52} e_y' \\
H &= D_{xy} + \frac{D_1 + D_2}{2}
\end{aligned} \tag{A5}$$

여기서

$$\begin{aligned}
D_{xy} &= C_{66} - \frac{C_{36}^2}{2C_{33}} \\
D_1 &= C_{45} + C_{41} e_{yx} - C_{42} e_y' \\
D_2 &= C_{54} + C_{52} e_{xy} - C_{51} e_x' \\
e_x' &= \frac{C_{14} C_{22} - C_{13} C_{24}}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} \\
e_y' &= \frac{C_{25} C_{11} - C_{12} C_{15}}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} \\
e_{xy} &= \frac{C_{12} C_{14} - C_{24} C_{11}}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} \\
e_{yx} &= \frac{C_{12} C_{25} - C_{15} C_{22}}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2}
\end{aligned} \tag{A6}$$