

〈論 文〉

# 레이트 자이로를 이용한 유연한 로봇팔의 진동제어에 관한 연구

임준영\* · 박인오\*\* · 오준호\*\*

(1990년 5월 29일 접수)

## A Study on the Active Vibration Control of the Flexible Robot Arm Using a Rate Gyro

Jun Young Lim, In Oh Park and Jun Ho Oh

**Key Words :** Position Control(위치제어), Flexible Robot Arm(유연한 로봇팔), Rate-Gyro(레이트 자이로), State Feedback(상태 제환), Kalmann Filter(칼만 필터), Optimal Control(최적제어).

### Abstract

The end tip position control of a flexible robot arm has been presented by utilizing the feedback signal from the rate-gyro mounted at the end tip. Kalmann filter and the state feedback gains were determined by optimal sense based upon the parameter from the geometrical and electrical data of the flexible arm system. The simulation and experiment were performed and it has been proved that implementation of the rate-gyro drastically improves the performance.

### 1. 서 론

최근, 상업적인 응용에서나 우주 혹은 원자력산업과 같은 특수환경하에서 이용되는 로봇의 고속화 경량화 위치 결정 정도 향상 및 성력화를 위해 유연한 로봇 팔에 관한 연구가 진행되고 있다. 그러나 유연한 로봇팔은 강성의 부족으로 위치 결정시에 진동이 발생한다. 특히 길이가 단면에 비해 상대적으로 긴 매니플레이터 또는 무거운 부하중을 취급하는 경우에는 제어계가 이에 충분히 대응하지 못하면 과도한 진동이 발생하게 된다. 따라서 매니플레이터가 위치잡기에 긴 시간이 걸리므로 작업 효율 및 위치정밀도가 저하된다. 따라서 고속 정밀한 위치제어를 실현하기 위하여, 매니플레이터의

선단부가 계획된 경로를 추적하는 동안 선단부의 위치제어뿐만 아니라 운동시발생하는 진동을 능동적으로 제어할 필요가 있다.

최근에 이와같은 문제에 대하여 많은 연구가 활발하게 이루어지고 있다<sup>(1-9)</sup>. Kanoh와 Lee<sup>(1,2)</sup>는 유연한 매니플레이터의 진동을 스트레인 게이지를 이용하여 측정하였다. 스트레인 게이지를 모터축 근방에 설치하고 부하중량을 집중질량으로 모델링하여 로봇 매니플레이터의 진동을 제어하였다. 그러나 로봇팔의 제어에 있어서 선단(end effector)의 위치를 제어하는 것이 목적이므로 센서를 매니플레이터의 선단에 설치하여 선단에서의 위치, 속도 혹은 가속도를 직접 측정하고 이들을 제어하는 것이 바람직하다. 이와같은 요구에 따라 Cannon<sup>(3)</sup>은 선단의 위치와 관절의 회전량을 측정하고 관측기의 입력으로 사용하여 로봇 팔을 능동적으로 제어하였다. 그러나 이러한 경우 선단의 위치를 측정

\* 정회원, 중소기업진흥공단

\*\* 정회원, 한국과학기술원 생산공학과

하기 위하여 광학계 등 매우 복잡한 센서시스템이 필요한 단점이 있다. 한편, Kotnik, Yurkovich 그리고 Ozguner<sup>(4)</sup>는 매니플레이터의 선단의 가속도를 측정하여 출력을 제한함으로써 일축의 유연한 매니플레이터의 진동을 성공적으로 제어하였다. 그러나 매니플레이터의 유연성을 고려한 가속도제한의 안정성이 증명되지 않았다.

일반적으로 선단의 위치제어를 위해서는 선단의 위치를 직접 측정하는 것이 가장 효과적일 수 있으나 센서계가 복잡하고 비싼 단점이 있다. 그리고 가속도계를 이용한 진동측정은 센서계가 간단하고 진동측정이 편리한 장점이 있으나 가속도는 위치량을 두번 미분한 정보이므로 선단의 위치제어에 정보손실이 있으며 로봇팔이 느린 가속도 운동을 할 경우 정밀한 측정이 상대적으로 어렵고 잡신호에 민감하게 된다. 이러한 경우에는 가속도량 대신 각속도량을 측정하는 것이 보다 효과적이 된다. 또한 각속도의 측정은 위치측정보다 훨씬 간단하고 가속도보다는 풍부한 정보를 제공한다. 따라서 본 연구에서는 선단의 각속도를 측정하여 제한함으로써 유연한 로봇팔의 진동을 억제함과 동시에 선단의 위치를 제어하고자 한다. 선단에 레이트 자이로를 설치하여 선단의 각속도를 측정하였다. 레이트 자이로는 이미 비행체의 제어에 널리 사용되고 있는 정밀 각속도 센서로 소형이면서 가벼워 회전 진동측정이 매우 쉽고 편리한 장점이 있다. 또한 유연한 로봇팔을 선단에 집중질량이 있는 오일러보로 가정하여 모델링을 하였으며, 실험에서는 1차진동 모드까지만 고려하였다.

## 2. 모델링

### 2.1 유연한 매니플레이터의 모델링

Fig. 1은 선단에 진동센서로써 점질량  $m_e$ 로 가정한 레이트 자이로가 설치된 일축의 매니플레이터를 나타내고 있다.  $J_o, \tau, \rho, a, EI$ , 그리고  $L$ 은 각각 구동기의 관성모멘트, 토크입력, 링크의 단위길이당 질량, 단면적, 굽힘강성계수, 그리고 링크의 길이를 나타낸다. 수직방향에 대한 진동과 축방향에 대한 변위를 무시하고 평행점 근처에서 작은 변위에 대해서 고려하면 다음과 같은 편미분 방정식 및 경계조건을 얻을 수 있다<sup>(1)</sup>:

$$\rho a(\ddot{y} + x\ddot{\theta}) + EIy'''' = 0 \quad (1)$$

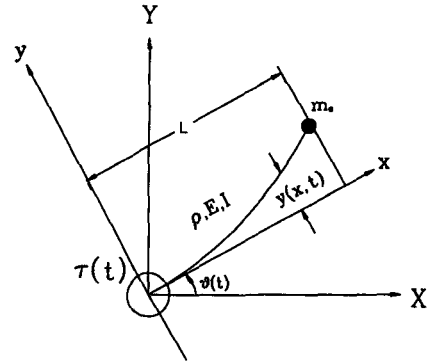


Fig. 1 Modelling of the flexible robot arm

$$J_r \ddot{\theta} + \int_0^L \rho a x \ddot{y} dx + m_e L \ddot{y}(L, t) = \tau \quad (2)$$

$$m_e [L \ddot{\theta} + \ddot{y}(L, t)] - EI y''''(L, t) = 0 \quad (3)$$

$$y(0, t) = 0$$

$$y'(0, t) = 0$$

$$y''(L, t) = 0$$

여기서

$$J_r = J_o + \int_0^L \rho a x^2 dx + m_e L^2 \quad (4)$$

이와같은 경계치 문제의 해를 얻기 위해 다음과 같이 해를 가정한다.

$$\theta(t) = q_1(t) + \sum_{i=2}^{\infty} b_i q_i(t) \quad (5)$$

$$y(x, t) = \sum_{i=2}^{\infty} V_i(x) q_i(t) \quad (6)$$

여기서  $q_i(t), V_i(x)$ 는 각각 주좌표와 고유함수를 나타낸다. 또한  $b_i$ 는 다음의 식을 만족하는 상수이다.

$$J_r b_i = \int_0^L \rho a x V_i(x) dx + m_e L V_i(L) \quad (7)$$

식 (5)와 식 (6)을 식 (1), (2), (3)에 대입하고 탄성 모드에 의한 자유진동만을 고려하여 ( $q_1(t) = 0$ )식을 전개하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$J_r \ddot{q}_i(t) = \tau \quad (8)$$

$$\ddot{q}_i(t) \delta_{ij} + \omega_j^2 q_j \delta_{ij} = b_j \tau \quad (9)$$

여기서

$$b_j = EI V_j''(0) / (\omega_j^2 J_o) \quad (10)$$

는 시스템의  $j$ 번째 고유진동수이다. 한편, 이론적으로는 무한개의 진동모드를 갖지만 실제로

구동기와 센서는 고차모드에 응답할 수 없으므로 고차모드는 실질적으로 제어문제에서 제외할 수 있다. 중요한 처음  $n$ 개의 진동모드만을 고려하여 상태변수를 다음과 같이 정의한다.

$$Z^t = [q_1 \dot{q}_2 \dots q_n \dot{q}_1 \dot{q}_2 \dots \dot{q}_n]$$

식 (8)과 (9)을 상태방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{Z} = AZ + B\tau \tag{11}$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_n & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_n = \text{diag}[-\omega_i^2], i=1,2,\dots,n$$

$$B = [0 \dots 0 \ 1/J_r \ b_2 \ b_3 \dots b_n]^t$$

로봇 매니플레이터에는 엔코더와 선단부의 각속도를 측정하는 레이트 자이로가 설치되어 있다. 그러므로 엔코더와 레이트 자이로의 출력방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$y = CZ \tag{12}$$

여기서

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & b_2 + V'_2(L) & \dots \\ 1 & b_2 & b_3 & \dots & b_n & 0 & 0 & \dots \\ & & & & b_n + V'_n(L) & & & \\ & & & & 0 & & & \end{bmatrix}$$

식 (11), (12)로부터 계가 가관측하고 가제어함을 알 수 있다.

### 2.2 서보 시스템 설계

입력전류에 비례하는 토크를 얻는 것이 본 서보의 목적이다. 그런데 아마추어 전류는 아마추어 전압에서 역기전력에 의한 전압강하를 뺀 전압에 대하여 변화하므로 명령신호에 정확히 비례하는 전류를 얻는 것은 불가능한 일이므로 전류제환에 의하여 전류응답을 매우 빠르게 함과 동시에 정상상태에서의 오차를 가능한 작게 하여, 결과적으로 전류오차가 기계부 동력학에 대한 영향을 무시할 수 있도록 하는 방법을 채택하였다. 이 경우 속도제환을 제외한 나머지 부분의 블록선도는 Fig. 2와 같으며 전류오차에 의해 발생하는 토크는 유연한 로봇 팔의 외란에 포함시켜서 위치제어기 설계시에 외란토크를 제거하도록 하였다. 입력전압  $V(s)$ 와

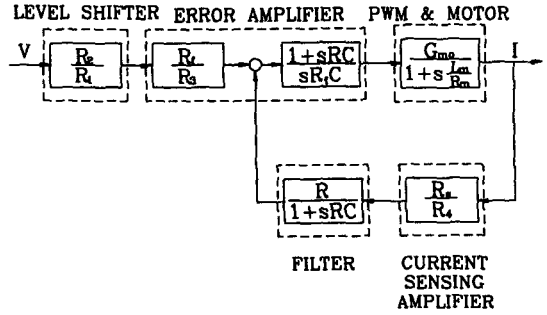


Fig. 2 Block diagram of motor driver

출력전류  $I(s)$ 와의 전달함수  $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{G_{mo} R_2 R_4 (1+sR_f C_f)}{R_1 R_3 (R_4 R_f C_f C_s^2 + R_4 C_s + R_s G_{mo})}$$

$$= \frac{G_{mo} \times 0.048 (1+0.47 \times 10^{-4} s)}{0.106 \times 10^{-7} s^2 + 0.188 \times 10^4 s + R_s G_{mo}}$$

$$\approx 0.048/R_s \tag{13}$$

여기서  $R_1=12K, R_2=7.2K, R_3=5K, R_f=1K, R_4=400, C=C_f=47nF, R_s=0.5, RC=L/R$

### 2.3 전체시스템의 모델링

서보를 포함한 유연한 로봇팔의 모델을 첫번째 모드만을 고려하면

$$\ddot{q}_1 = (1/J_r) \{- (B + K_v K_a) \dot{q}_1 - K_v K_a b_2 \dot{q}_2 + K_v K_a u\} \tag{14}$$

$$\ddot{q}_2 = -K_v K_a b_2 \dot{q}_1 - \omega_2^2 q_2 - K_v K_a b_2^2 \dot{q}_2 + K_v K_a b_2 u \tag{15}$$

여기서

$$K_a = 0.048/R_s$$

모터 드라이브를 포함한 전체의 제어 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{Z}(t) = \Psi Z(T) + \Phi u(t) \tag{16}$$

$$y(t) = HZ(t) \tag{17}$$

여기서

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{B + K_v K_a}{J_r} & \frac{K_v K_a b_2}{J_r} \\ 0 & -\omega_2^2 & -K_v K_a b_2 & -K_v K_a b_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = [0 \ 0 \ K_v K_a / J_r \ K_r K_a b_2]^t$$

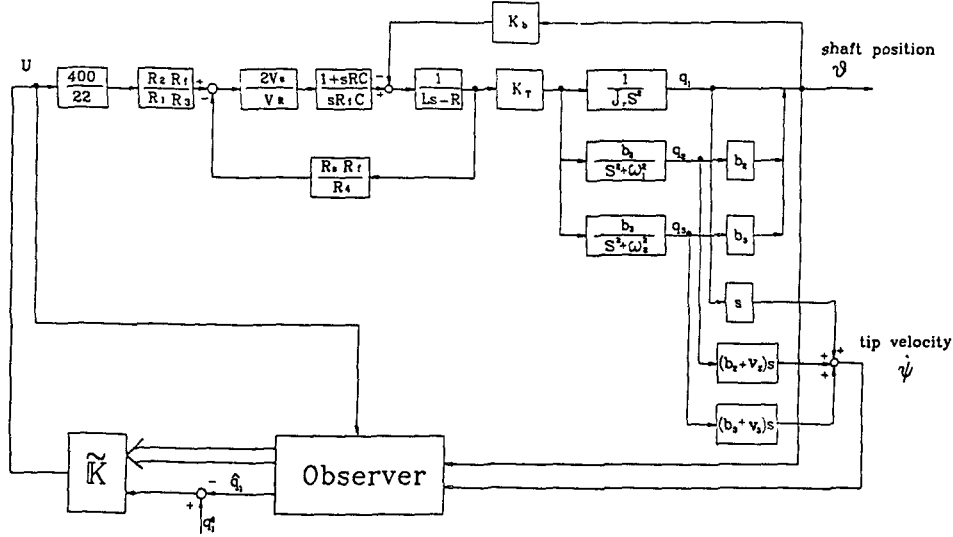


Fig. 3 Block diagram of the control system

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & b_2 + V'(L) \\ 1 & b_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이 계는 가관측하고 가제어하다. Fig. 3은 모터 드라이브를 포함한 전체계 (total system)의 블록선도이다. 최적제어 이론을 이용한 제어기 및 관측기 설계시 계의 모델식 (16), (17)을 이산시간계로 표시하면 이산시간계에 대한 제어 및 관측기 이론을 적용한다.

### 3. 최적 제어

제어모드부에 대한 이산화된 상태방정식의 최적 제어입력  $u(k)$ 를 결정하기 위하여 다음과 같이 성능지수를 잡았다.

$$J_n = \sum_0^n (Z'QZ + Ru^2) \quad (18)$$

여기에서  $Q$ 는 상태변수와 관련된 가중행렬이며  $R$ 은 입력과 관련된 가중치이다. 성능지수를 최소화하는 최적제어입력  $u(k)$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$u(n-m) = -K(n-m)Z(n-m), 0 \leq m \leq n \quad (19)$$

최적제어 계수행렬  $K(k)$ 는 다음과 같은 단말조건과 차분방정식에 의해 결정된다.

$$K(n) = 0 \quad (20)$$

$$P(n) = Q \quad (21)$$

$$K(n-m) = [\Phi^t P(n-m+1) \Phi + R]^{-1} \Phi^t P(n-m+1) \Psi \quad (22)$$

$$P(n-m) = \Psi^t P(n-m+1) [\Psi - \Phi K(n-m)] + Q \quad (23)$$

$n$ 이 무한대로 커지면  $P(n-m+1)$ 를 다음과 같이 정의하면

$$\hat{P} = \lim_{n \rightarrow \infty} P(n-m+1) \quad (24)$$

$P$ 는 다음의 로그 리카티방정식의 해이며

$$\hat{P} = \Psi^t \hat{P} \Psi + Q - \Psi^t \hat{P} \Phi [\Phi^t \hat{P} \Phi + R]^{-1} \Phi^t \hat{P} \Psi \quad (25)$$

정상상태 최적제어행렬  $K$ 는  $P$ 을 식 (22)에 대입하여 구하게 되며, 따라서 정상상태 최적제어입력  $u(k)$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$u(k) = -KZ(k) \quad (26)$$

$Q$ 에 대한  $R$ 의 가중치는 과도한 입력신호를 피하는 범위에서 실험적으로 결정하였다. 모터드라이브에서의 전기적 잠음과 감속기에서의 쿨롱 마찰력 등이 계의 잠신호로 작용하게 된다. 이러한 잠신호의 영향에 대한 최적 관측기를 설계하기 위하여 다음과 같은 예측형 정상 상태 칼만 필터를 도입하였다.

$$\hat{Z}(k+1) = \Psi \hat{Z}(k) + \Phi u(k) + K_s(y(k) - H\hat{Z}(k)) \quad (27)$$

정상상태 예측형 정상상태 칼만필터의 이득  $K_s$ 는 다음과 같이 구한다.

$$K_s = \Psi FH'(N + HFH')^{-1} \quad (28)$$

$$F = W + \Psi F \Psi' - \Psi FH'(N + HFH')^{-1} HF \Psi' \quad (29)$$

칼만필터 설계시 각 상태변수 및 출력에 대한 잡신호 상호분산 행렬  $W$ ,  $N$ 은 각각 2장의 수학적 모델을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 결정하였다.

### 4. 실험 및 결과

#### 4.1 실험장치

Fig. 4는 실험장치의 블럭 선도를 나타낸다. 유연한 로봇 팔은 두께 1.5mm, 높이 30mm, 길이 1m의 스테인리스 강으로 제작하였다. 허브의 구동은 기어비가 50 : 1이고 정격출력이 13.6W인 하모닉 기어구동 DC모터에 의해 이루어진다. 유연한 로봇 팔 선단에는 레이트 자이로와 센서앰프가 장착되어 있고 관절부 모터축에는 광엔코더가 설치되어 있다. 광엔코더는 1회전당 1000펄스의 정밀도를 갖는다. 레이트 자이로는 영국항공공사 제품으로 +100deg/sec 내의 범위에서 40mvolts/(deg/sec)의 민감도를 갖는다. 레이트 자이로의 신호와 엔코더의 펄스가 제어용 컴퓨터 IBM-AT에 입력되고 제어입력은 D/A 변환기를 통하여 모터 드라이브의 입력단에 애널로그전압 형태로 출력된다. 이때 샘플링 시간은 진동계의 1차 진동모드의 공진 주파수가 1.1Hz인 것을 감안하여 20ms로 하였다.

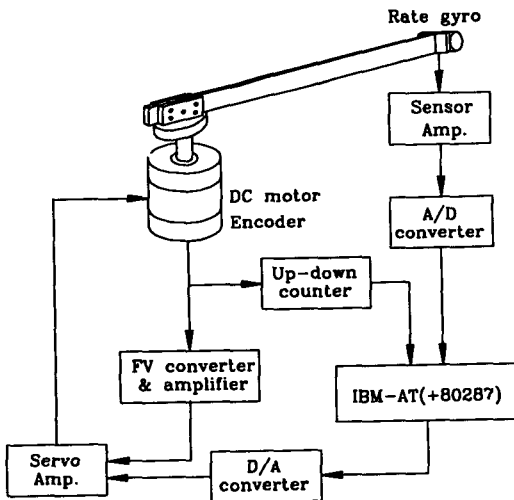
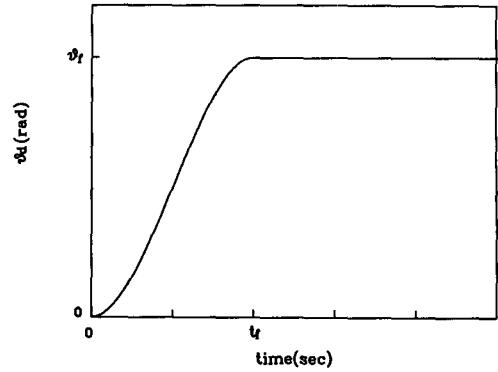


Fig. 4 Experimental setup



$$\dot{\theta}_d = \begin{cases} \theta_r(t/t_r)^2(3-2(t/t_r)), & t/t_r < 1 \\ \theta_r & t/t_r > 1 \end{cases}$$

Fig. 5 Smooth cubic function

모터 드라이브의 입력단에 인가되는 전압이 제어초기에 급격히 걸리면 드라이브에서 포화현상이 생길 뿐만 아니라 고차모드의 진동을 유발하게 되므로 이를 피하기 위하여 다음과 같은 함수를 통하여 제어 스피로버(control spillover)를 방지하도록 하였다(Fig. 5).

$$\theta_d(t) = \begin{cases} \theta_r & t/t_r > 1 \\ \theta_r(t/t_r)^2(3-2(t/t_r)), & t/t_r \leq 1 \end{cases}$$

여기에서  $\theta_r$ 는 목표회전각,  $t_r$ 는 목표회전 완료시간을 나타낸다.

#### 4.2 시뮬레이션 및 실험결과

먼저 시스템 모델링의 적합성을 보이기 위하여 개회로 실험을 수행하였다. Fig. 6(a)는 레이트 자이로에 의해 측정된 로봇 팔의 선단의 개회로 임펄스 응답 결과이다. 진동의 제1 모드(1.1Hz)와 제2 모드(7.9Hz)가 관찰 되었으며, 제2 진동 모드의 경우 1초 이내에 감쇠 소멸하고 있고 주진동 모드인 1차 모드는 매우 느리게 감쇠하고 있음을 알 수 있다. 이에 해당하는 시뮬레이션 결과는 Fig. 6(b)에 보이고 있다. 시뮬레이션에서는 1개의 진동 모드만을 고려 하였으며 앞의 실험결과와 매우 잘 일치하고 있음을 관찰할 수 있다. 이는 곧 유연한 로봇팔의 모델이 적합함을 나타내는 것이다.

레이트 자이로에 의한 폐회로 제어결과는 Fig. 7에 나타내었다. Fig. 7에서는 행렬  $Q$ 와  $R$  그리고  $t_r$ 의 변화에 따른 제어결과이다. Fig. 7(a), (b)는 목표회전 완료시간  $t_r$ 를 0.8초로 하였고 관절을 2

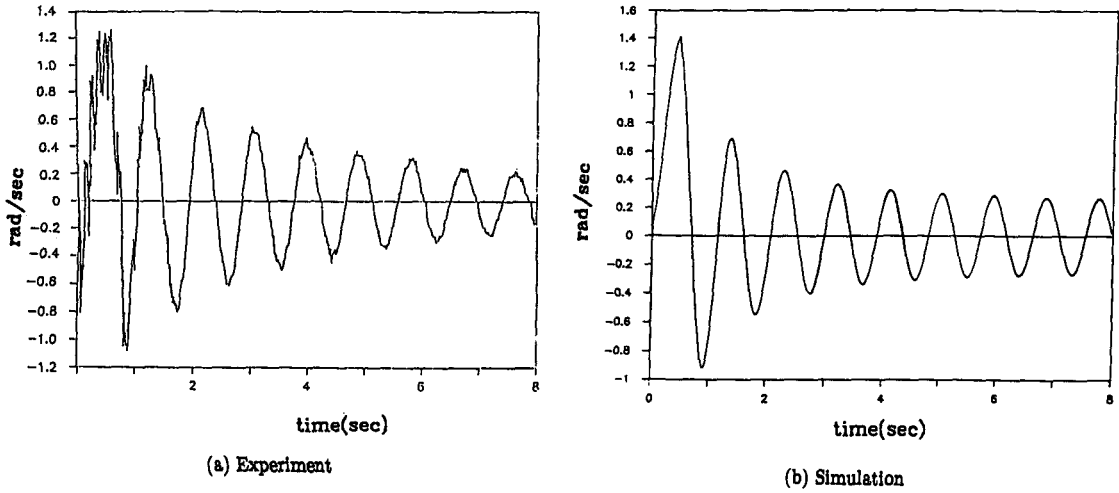


Fig. 6 Impulse response of the flexible arm without control

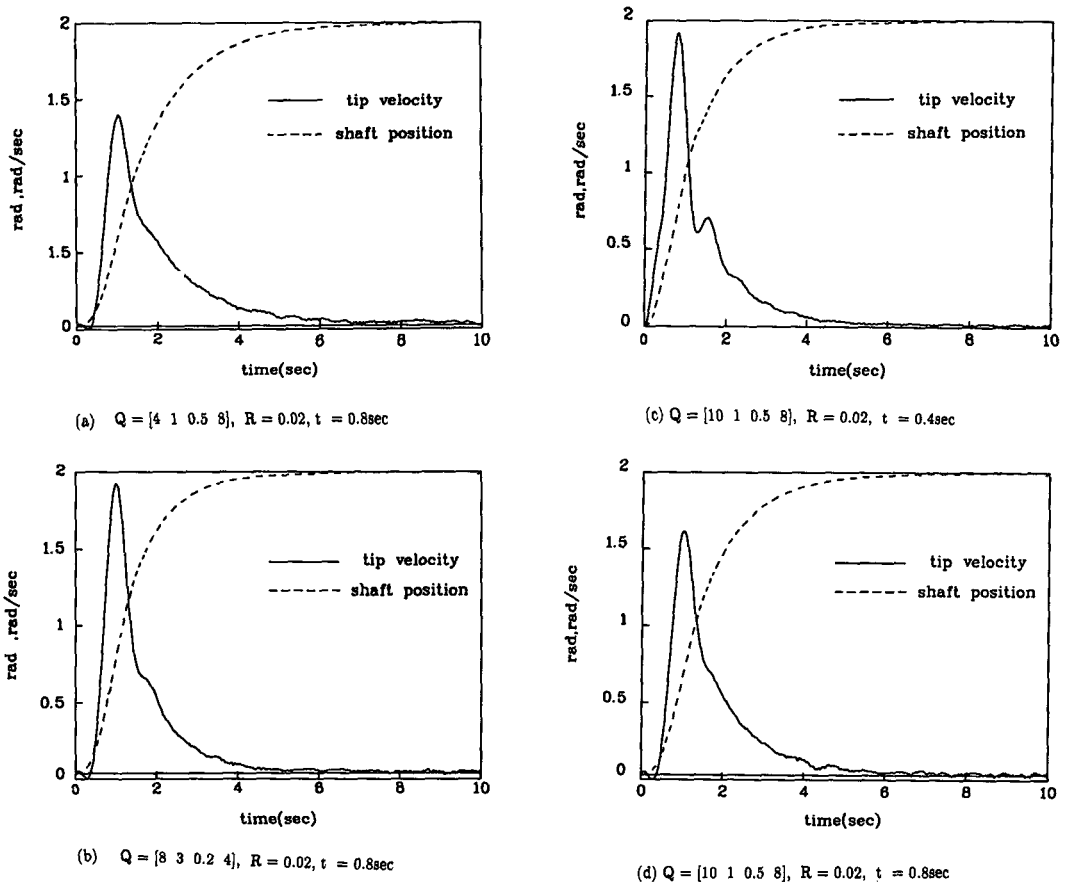


Fig. 7 Step response of the flexible arm with control

라디안 회전시키기 위한 계단입력이 참고입력(reference input)으로 사용되었다. 그림에서 나타나듯이 강제운동의 가중치가 클수록 시스템의 응답이 빨라지고 진동모드의 가중치가 커지는 경우 느린 응답을 보이는 경향을 나타내었으며 두 경우 모두 유연한 로봇 팔의 진동을 효과적으로 제어하는 동시에 관절의 위치제어도 빠르게 이루어 졌다. Fig. 7(c), (d)은 목표회전 완료시간  $t_f$ 의 변화에 대한 제어결과이다. Fig. 7(c)는  $t_f$ 가 0.4초인 경우로 빠른 응답을 보이나 제어초기에 제어입력이 커지게 되어 회전하는 동안 상대적으로 큰 진동이 발생하였다. Fig. 7(d)는  $t_f$ 가 0.8초인 경우로 0.4초일 때와 비교하여 회전하는 동안 느리지만 좀 더 안정한 제어결과를 보였다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 선단의 각속도를 측정하여 계관함으로써 유연한 로봇팔의 진동을 억제함과 동시에 선단의 위치를 제어하였다. 유연한 로봇팔을 탄성계로 모델링하고 선단에 집중질량이 있는 오일러보로 가정하고 유한차분화하여 상태방정식을 구하였다. 선단의 각속도만을 고려하는 경우는 가관측하지 못하나 관절의 회전각을 추가하여 고려해두면 가제어함을 알 수 있었다. 이를 이산화하여 이산시간계 모델에 대한 최적제어문제를 실험적으로 고찰하였다. 시뮬레이션과 실험결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 제1 진동 모드만을 고려하여 개회로 실험을 한 결과 시뮬레이션과 실험결과가 매우 잘 일치하였다. 이는 본 연구에서 사용한 유연한 로봇 팔에 대한 모델링 기법이 타당하였음을 나타낸다.

(2) 관절부의 회전각과 선단의 각속도를 관측기의 입력으로 사용한 최적제어는 선단의 위치제어와 병행하여 선단의 진동을 효과적으로 억제하여 유연한 로봇팔의 위치정밀도를 크게 향상시켰다.

(3) 로봇 팔의 선단의 각속도가 유연한 로봇 팔의 진동 제어에 매우 유용하다는 것이 실험적으로 증명되었다.

## 참 고 문 헌

- (1) Lee, H.G., Kanoh, H., Kawamura, S., Miyazaki, F. and Arimoto, S., 1987, "Stability Analysis of a One Link Flexible Arm Control by a Linear Feedback Law", Proc. of IMACS/IFAC, Oct., pp. 23~30.
- (2) Kanoh, H. and Lee, H.G., 1985, "Vibration Control of One Link Flexible Arm", Prec. of 240th Conference on Decision and Control, Dec., pp. 1172~1177.
- (3) Cannon, Jr. R. and Schmitz, E., 1984, "Initial Experiments on the End Point Control of a Flexible One Link Robot", Int. J. of Robotics Research, Vol. 3, pp. 62~75.
- (4) Kotnik, P., Yurkovich, S. and Ozguner, U., 1988, "Acceleration Feedback Control of a Flexible Manipulator Arm", J. of Robotic System, Vol. 5, No. 3, pp. 181~196.
- (5) Sakawa, Y., Matsuno, F. and Fukushima, S., 1985, "Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm", J. of Robotic System, Vol. 2, No. 4, pp. 453~472.
- (6) Sakawa, Y. and Matsuno, F., 1986, "Modeling and Control of a Flexible Manipulator with a Parallel Drive Mechanism", Int. J. Control, Vol. 44, No. 2, pp. 299~313.
- (7) Fukuda, T., 1985, "Flexibility Control of Elastic Robotic Arms", J. of Robotic System, Vol. 2, No. 1, pp. 73~88.
- (8) Wang, W.J., Lu, S.S. and Hsu, C.F., 1989, "Experiments on the Position Control of a One Link Flexible Robot Arm", IEEE Trans. on Robotics and automation, Vol. 5, No. 3, pp. 373~377.
- (9) 김승호, 박력성, 하영균, 박영필, 1988, "유연한 로봇 조작기 진동의 다입출력 최적제어", 1988년도 대한기계학회 추계학술대회, pp. 404~409.