

〈論 文〉

열간 반경 단조의 2차원 유한요소해석

박치용* · 조종래* · 양동열*

(1990년 7월 2일 접수)

Two-Dimensional Finite Element Analysis of Hot Radial Forging

Chi Young Park, Jong Rae Cho and Dong Yol Yang

Key Words : Thermo Viscoplastic Finite Element Analysis(열 점소성 유한요소 해석), Hot Radial Forging(열간 반경단조), Superposition of Material Properties(재료 물성치의 중첩), Contact Treatment for Heat Transfer(열전달을 위한 접촉처리), Temperature Distribution(온도분포)

Abstract

The study is concerned with the two-dimensional thermo-viscoplastic finite element analysis for radial forging as an incremental forging process. The deformation and temperature distribution of the workpiece during radial forging are studied. The analysis of deformation and the analysis of heat transfer are carried out for simple upsetting of cylinder by decoupling the above two analyses. A method of treatment for heat transfer through the contact region between the die and the workpiece is suggested, in which remeshing of the die elements is not necessary. Radial forging of a mild steel cylinder at the elevated temperature is subjected to the decoupled finite element analysis as well as to the experiment. The computed results in deformation, load and temperature distribution are found to be in good agreement with the experimental observations. As an example of viscoplastic decoupled analysis of hot radial forging, forging of a square section into a circular section is treated. The stresses, strains, strain rates and temperature distribution are computed by superposing material properties as the workpiece is rotated and forged incrementally. It has been thus shown that proposed method of analysis can be effectively applied to the hot radial forging processes.

기 호 설 명

c : 비열
 f_i : 금형과 소재간의 마찰력 성분
 H' : 가공 경화율
 h : 대류 열전달 계수
 h_{lub} : 금형과 공작물 사이의 열전달 계수

J : 일의 열당량
 K^* : 벌칙 상수 (penalty constant)
 K_1 : 열전도도 (conductivity)
 k^* : 변형 에너지가 열로 변환되는 비율
 k : 전단 항복 응력
 L_c : 금형과 소재의 표면에서 절점사이의 실제 거리
 m : 마찰 상수

*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

- Q, q : 열 유량
 T_e : 분위기 온도 (ambient temperature)
 T_s : 표면 온도
 T_d : 공작물과 접하는 면의 금형 온도
 T_w : 금형과 접하는 면의 공작물 온도
 v_a, V_s : 금형과 소재간의 상대속도 및 벡터
 α : 비정상 상태의 가공경화를 고려한 수식화에 쓰이는 상수
 Δt : 비정상 상태의 단계당 시간 간격
 $\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}$: 유효 변형도 및 변형도율
 $\dot{\epsilon}_v$: 체적 변형도율 (volumetric strain rate)
 $\bar{\sigma}$: 유동 응력 (flow stress)
 $\sigma_{ij}, \sigma'_{ij}$: 응력 텐서 및 편차응력 텐서
 ρ : 밀도
 ϕ : Boltzmann 상수
 ν : 표면 방사율 (emissivity)

참 자

- w : 소재 (workpiece)
 d : 금형 (die)
 1, 2 : 선요소에서의 양단절점

1. 서 론

소성 가공은 소재의 손실을 최소로 줄이면서 어떤 원하는 형상의 제품을 가공하는 방식이다. 소성 가공의 일종인 단조는 열간이나 냉간 상태에서 각각 행하여 질 수 있다. 냉간 가공은 재결정 온도 이하에서 가공하는 방법으로 주로 실온 (room temperature)에서 가공하며 제품의 치수 정밀도가 높은 공정이다. 그러나 강 (steel)과 같은 대부분의 금속이 상온에서는 변형 응력이 크고 소성 변형을 받으면 가공경화를 일으키게 되므로 어느 정도 이상의 크기를 가진 제품의 소성 가공을 하기 위해서는 프레스의 용량에 제한을 받게 된다. 열간 단조 공정은 재결정 온도 이상에서 가공하는 방법으로 재료가 풀림 (annealing) 작용으로 연화되기 때문에 가공이 용이한 방법이다.

단조 공정 방법의 근사적인 해를 얻기 위한 해석적인 방법으로는 광범위한 적용이 가능하고, 특히 복잡한 경계, 이방성 재료의 성질등을 다룰 수 있기 때문에 강력한 수치방법으로 인정받는 유한 요소법 (finite element method)이 널리 쓰이고 있다. 단조 공정에 유한 요소법을 사용함으로써 국부적인

균열이나, 기계적 성질을 예측하는 국부의 응력이나 변형도를 정확히 예측할 수 있으며 단조 공정의 개선 및 금형 설계를 위한 자료를 얻을 수 있다.

유한 요소법을 이용한 열간 단조 공정을 해석하는 방법에는 점소성해석 (viscoplastic analysis)과 이 점소성 해석에 온도 해석을 목적으로 열역학적인 이론을 도입한 열점소성 해석 (thermo-viscoplastic analysis) 방법이 있다.

(열) 점소성 해석은 시간에 종속적인 재료거동에 대해서 만족스런 수식화를 이루기 위하여 재료의 변형도율 (strain rate) 효과를 고려함으로써 일반화된 이론을 바탕으로 해석하는 것이다.

점소성 및 열 점소성 해석 방법에는 점-탄소성 (elastic-viscoplastic)과 강-점소성 (rigid-viscoplastic) 해석으로 나눌 수 있다. 점-탄소성 유한 요소 해석은 세부적인 재료의 성질과 정확한 해를 얻을 수 있다는 장점이 있으나 매 변형 단계마다 탄성영역의 계산을 요구하고, 항복 상태에 도달하였는가를 검토해야 하는 등 많은 계산 시간을 요구할 뿐만 아니라 비정상 상태 (non-steady state)의 문제를 해석하는데 있어서 변형 증분량을 크게 할 수 없다는 단점이 있다. 강-점소성 유한요소해석은 비정상상태의 문제를 해석하는데 변형 증분량을 크게 할 수 있으며 계산 시간이 상대적으로 짧고 해의 수렴성이 좋아서 금속 성형 공정 해석에 주로 쓰이게 된다.

열간 단조 공정에 있어서 온도 분포의 해석에는 1975년 Lahoti와 Altan⁽¹⁾이 유한차분법으로 축대칭 압축 문제를 해석한 이래 1978년 Nagpal등⁽²⁾이 링 압축문제 (ring compression)와 업셋 단조 (upset forging) 문제를 해석하였다.

그후 1980년에는 Rebelo와 Kobayashi^(3,4)가 재료 내부의 전위이론을 이용하여 열역학적인 접근 방법을 점소성 유한요소해석에 도입하여 단조 문제의 온도를 해석하였다. 같은 방법으로 Park⁽⁵⁾은 콤프레서 디스크 단조 (compressor disk forging)시 조직 변화에 따른 온도 분포를 검토하였다. Dadras등⁽⁶⁾과 Semiatin등⁽⁷⁾은 유한차분법을 이용하여 다이와 소재사이의 열전달 계수를 구하는 방법을 도입하여 축대칭 문제를 해석하였다. 유한 차분법을 이용한 온도 분포 해석은 Mahrenholtz 등⁽⁸⁾과 Rowe등⁽⁹⁾에 의해서 해석 되어졌으나 임의 곡면의 3차원형상으로 확장시키는 데 문제점을 내포하고 있다. Chenot등^(10,11)은 Norton-Hoff의 관계식을 이용하

여 열간 단조문제를 3차원으로 확장시켜 커넥팅 로드(connecting rod)의 단조를 부분적으로 해석하였으나 금형의 온도분포는 해석하지 않았다.

임의 곡면을 가진 재료나 금형 형상의 열전달 문제 해석은 아직도 개선의 여지를 내포하고 있다.

사회가 점차 고도화되어짐과 함께 다품종 중소량 생산의 방향으로 나아감에 따라 다품종 중소량 생산에 유리한 점진적 성형의 방법이 각광을 받고 있다. 특히 자유단조에서 반경 단조(radial forging)는 실제 산업 현장에서 많이 쓰임에도 불구하고 해석적 시도가 부족한 실정이다.

1976년 Lahoti 등⁽¹²⁾에 의해 슬랩 방법(slab method)으로 튜브(tube) 또는 로드(rod)를 해석하여 하중과 재료 유동에 영향을 주는 인자를 조사하였으며 Paukert와 Lange 등⁽¹³⁻¹⁵⁾은 변형가시화(visioplasticity)방법을 이용해서 반경 단조를 해석하고 공정에 영향을 미치는 여러 인자들을 조사한 바 있다. Rodic 등⁽¹⁶⁾은 원형봉의 반경 단조 공정에 있어서 탄소성 재료에 대한 유한 요소 모델링을 제안하였다. 여기서는 변형에 의한 온도 상승을 고려하였으나 온도 분포를 해석하지는 않았다.

본 연구에서는 열간 반경단조를 해석하는데 있어서 재료의 변형 해석은 강-점소성해석법으로 해석하고 온도분포도 유한 요소법으로 해석한다.

변형 해석은 임의의 곡면 형상을 가진 문제를 해석한 방법⁽⁷⁾을 도입하여 해석하고 온도 분포해석에 있어서는 금형을 매 단계마다 격자 재구성하지 않고 금형과 재료의 접촉 절점들의 어긋난 경우에도 적용할 수 있는 열전달 계산 방법을 제시한다. 이와같이 임의의 곡면 형상을 가진 문제의 온도 분포 해석을 가능하게 하여 금형의 열전달 특성을 고려한 금형의 초기격자(mesh)를 구성할 수 있게 한다. 또한 변형과 온도의 해석을 매단계마다 비연계화 시키는 방법⁽¹⁸⁾을 도입하여 사용하였다. 개방형 단조(open die forging)와 유사한 공정을 가지는 상하 평면인 두 금형에 의한 반경 단조의 해석을 하기 위해서 먼저 봉재의 단면을 평면 변형 문제로 가정하고 해석한뒤 실험과 비교하여 프로그램의 타당성을 검증한다.

상하 두 금형에 의한 타격의 중첩을 행하여 원형 봉재단면을 사각형 단면으로 변화시켜 보았다. 또한 사각 단면을 가진 재료를 회전시키면서 가공하는 공정을 해석함으로써 평면 변형의 중첩하에서 반경 단조의 해석을 가능하게 한다.

2. 이론 해석

2.1 변형 해석

소성(plasticity)의 영향은 하중의 경로에 따라 달라지는 반면에, 점성(viscosity)의 영향은 시간의 변화율에 따라서 달라진다. 점소성 이론은 이러한 점성과 소성의 영향을 동시에 고려함으로써 하중의 내력/loading history)과 시간의 변화율을 고려하는 것이다.

본 논문에서는 열간상태의 재료유동을 해석하기 위해 하중의 내력과 시간의 변화율을 고려한 점소성이론을 도입하였다.

방정식을 유도하는 데 있어서 소재는 강-소성체(rigid-plastic)로 탄성 변형을 무시하며, 등방성(isotropic)이고 von Mises 항복 조건을 따르고, 변형중에 체적 변화는 없다고 가정한다. 또한 금형은 완전강체로서 변형하지 않는다고 가정하고, 비압축성 조건을 만족하기 위해 벌치상수(penalty constant) K^* 를 도입한 변분식은 다음과 같이 나타난다⁽¹⁸⁾.

$$\int_V (\bar{\sigma} + \alpha \Delta t \dot{\epsilon} H') \delta \dot{\epsilon} dV + K^* \int_V \dot{\epsilon} \nu \delta \dot{\epsilon} \nu dV - \int_{S_f} (f_i + \alpha \Delta f_i) \delta v_i dS = 0 \quad (1)$$

식 (1)에서 $\alpha=0$ 로 놓으면 시간 t 에 대한 변분 방정식인데 α 및 가공 경화 계수 H' 를 도입한 이유는 Kim과 Yang⁽¹⁹⁾의 제안으로 수치 해석에 해의 수렴성이 좋기 때문이다.

변형도율이 영(zero)이거나 그 근처일때는 수치적으로 불안(numerically illconditioned)하므로 유효 변형도율이 $\dot{\epsilon}_0$ (보통 10^{-5} 정도)보다 작으면 구성 방정식을 다음과 같이 수정하여 사용한다⁽²⁰⁾.

$$\sigma_{ij}' + \alpha \Delta \sigma_{ij}' = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma} + \alpha \Delta t \dot{\epsilon} H'}{\dot{\epsilon}_0} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (\dot{\epsilon} \leq \dot{\epsilon}_0) \quad (2)$$

금형과 소재의 마찰을 고려할 때는 마찰면에서 상대 운동이 없는 중립점(neutral point)에서의 특이성(singularity)을 피할 목적으로 다음식을 사용한다⁽²¹⁾.

$$f = -\frac{2}{\pi} m k \tan^{-1} \frac{|V_s| t}{u_0} \quad (3)$$

여기서 m 은 마찰상수, k 는 전단 항복응력, V_s 는 금형 면에 대한 소재의 상대 속도이고, u_0 는 $|V_s|$ 보다 훨씬 작은 양(positive)의 상수이며, t 는 V_s 방향으로의 단위벡터이다.

식 (2), 식 (3)을 식 (1)에 대입한 변분식을 m 개의 요소와 n 개의 절점으로 요소분할화하여 나타낸 뒤, 한 요소내부의 속도장을 보간함수를 이용하여 나타내면 비선형연립방정식이 되어서이데 이를 Newton-Raphson 반복방법을 이용하여 계산하였다⁽²²⁾.

2.2 온도의 해석

강-열점소성 해석에 있어서 연속체 역학(continuum mechanics)에 몇가지 열역학 이론을 도입하여 사용되어져 왔으나 실제로 일반적인 문제에 적용하고 해석하는데 어려운 점이 있다.

본 논문에서는 열역학 제 1 법칙과, 소성변형으로 발생하는 에너지의 5~15%가 전위밀도를 증가시키고 나머지가 열로 발생된다는 실험결과⁽²³⁾를 이용한 열 평형 방정식⁽³⁾을 도입하였다.

$$K_1 T_{,ii} - \rho c \dot{T} + k^* \bar{\sigma} \dot{\epsilon} = 0 \tag{4}$$

여기서, 변형에너지가 열로 변화되는 비율을 나타내는 K^* 값은 0.85와 0.95사이에 존재하는데, 본 논문에서는 중간값으로 가정하여 0.9를 사용하였다⁽⁵⁾.

강-열점소성에 대한 경계치 문제는 열 평형 방정식으로부터 다음과 같은 경계조건을 갖는다.

(i) 자유 표면(free surface)에서

$$\text{대류 열 유량 : } q_n^* = h(T_e - T_s) \tag{5}$$

$$\text{복사 열 유량 : } q_n^* = \varphi \nu (T_e^4 - T_s^4) \tag{6}$$

(ii) 금형과 소재의 접촉면에서

$$\text{전도 열 유량 : } q_n^* = h_{lub}(T_a - T_w) \tag{7}$$

$$\text{마찰 열 유량 : } q_n^* = mkv_a/J \tag{8}$$

여기서 h_{lub} 는 윤활로 인한 열전달 계수, v_a 는 금형과 소재의 상대속도이고 J 는 열의 일당량이다. 응력 변형도의 관계식에서 유효 응력이 실험적인 자료로부터 얻어진 변형도, 변형도율, 온도의 함수로 가정하고, 경계조건을 적용하여 변분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\int_V K_1 T_{,i} \delta T_{,i} dV + \int_V \rho c \dot{T} \delta T dV - \int_V k^* \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \delta T dV - \int_{S_q} q_n \delta T dS = 0 \tag{9}$$

식 (9)의 변분식을 n 개의 절점과 m 개의 요소로 하여 요소 분할화시키면, 절점의 좌표, 온도, 및 온도의 변화량 등을 보간함수를 이용하여 나타내어 정리하면 다음과 같은 간단한 벡터형으로 나타낼 수 있다⁽¹⁸⁾.

$$KT + C\dot{T} - Q - Q_n = 0 \tag{10}$$

여기서, Q_n 은 경계조건을 나타내는 열유동 벡터이며

$$Q_n = \int_{S_r} q_n^* N dS + \int_{S_o} q_n^* N dS + \int_{S_d} q_n^* N dS + \int_{S_f} q_n^* N dS \tag{11}$$

로 나타내어 진다.

비정상 상태의 변형 과정은 어떤 주어진 시간 t 에서 강-점소성 방정식으로 부터 얻어진 속도장과 변형도율을, 매 변형 단계마다 시간의 미소 증분량인 Δt 동안 속도와 변형도율이 불변이라고 가정하고, 적분함으로써 얻어진다.

반면, 열 평형 방정식으로부터 온도 T 를 계산하기 위해서는 시간 $t=0$ 의 초기 조건으로부터 시작하여 원하는 시간에 이르기까지 미소단계를 진행시키면서 계산한다.

매 시간 단계내에서 어떤 증감시간 $t_0 = t_0 + \theta \Delta t$ 에서 T, \dot{T} 를 차분화하여 선형화하면 다음과 같다.

$$\dot{T}_0 = \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \tag{12-a}$$

$$T_0 = (1 - \theta) T_n + \theta T_{n+1} \tag{12-b}$$

$$Q_0 = (1 - \theta) Q_n + \theta Q_{n+1} \tag{12-c}$$

윗 식을 식 (10)에 대입하면 다음과 같다.

$$\left[\theta K + \frac{1}{\Delta t} C \right] T_{n+1} = \left[-(1 - \theta) K + \frac{1}{\Delta t} C \right] T_n + (1 - \theta) Q_n + \theta Q_{n+1} \tag{13}$$

여기서, θ 는 증분항의 크기를 조절하는 중요한 인자이며 0과 1사이에 존재한다. 안정성(stability)만족시키기 위해서는 0.5이상 이어야 하는데, 본 연구에서는 진동과 안정성을 고려하여 $\theta=0.75$ 를 사용하였다⁽²⁴⁾. 또, 수렴성의 판별은 $\|\Delta T\|/\|T\| \leq \epsilon$ 로 하였다. 여기서 $\|T\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n T_i^2}$ 이다. 본 논문에서 ϵ 는 10^{-5} 의 값을 사용하였다.

2.3 온도 해석에서의 열전달 경계조건들의 적용

소재나 금형의 표면으로부터 대기로의 복사, 대류에 의한 열전달경계 조건을 적용시키는데는 큰 어려움이 없으나, 소재와 금형이 접촉하는 경계에서 열전달 경계조건을 적용시키는데는 매단계마다 소재가 변형하기 때문에 이에 대한 주의가 필요하

다. 소재의 변형으로 인해, 소재와 금형의 접촉면에서 절점이 서로 일치하지 않는 경우에 열의 이동을 해석하기 위해서는, 매단계마다 금형격자를 재구성해야하는 번거로움이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위해서 금형과 소재의 두 절점이 서로 일치하지 않는 경우에도 열전달을 해석할 수 있게 할 필요성이 있다. 또한 소재가 변형하여 금형에 접촉하게 되는 경우나, 금형의 형상이 곡면인 경우에도 적용할 수 있게 하기 위하여 열의 유동이 존재하는 경계요소에 선요소(line element)를 정의하였다.

자유표면에서의 복사 및 대류에 의한 절점 열유량은 다음과 같이 표현되어진다.

(i) 대류열 유량

$$Q_1 = Q_2 = \frac{L_t}{2} h (T_e - T_s) \quad (14)$$

(ii) 복사열 유량

$$Q_1 = Q_2 = \frac{L_t}{2} \phi \nu (T_e^4 - T_s^4) \quad (15)$$

여기서,

$$L_t = 2|J| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

로서 실제 절점 거리를 나타낸다.

금형과 소재의 접촉면에서 전도에 의한 열유량 및 마찰열 발생량은 각절점에 대하여 다음과 같이 각각 표현되어진다.

(iii) 전도열 유량

소재 선요소의 절점에 해당하는 금형 선요소의 임의 위치에서의 열 유량을 금형 선요소의 두 절점으로 보간(interpolation)시켜서 금형을 격자 재구성(remeshing)하지 않고서도 임의 곡면의 열전달을 구할 수 있게 되었다.

금형과 소재의 절점이 일치 하지 않는 경우, 소재 선요소의 두절점 위치에서의 일반적인 열유량은 다음과 같이 나타낸다.

$$Q_1 = \frac{1}{8} h_{lub} L_t [(A_d - A_w) \{ (L_1 - 2L_2 + L_3) r_{w_1} + (L_1 - L_2) r_{w_2} \} + 2(-A_d r_{d_1} + A_w r_{w_1} + T_{d_1} - T_{w_1})(L_1 + L_2)] \quad (16-a)$$

$$Q_2 = \frac{1}{8} h_{lub} L_t [(A_d - A_w) \{ (L_1 - 2L_2 + L_3) r_{w_2} + (L_1 - L_3) r_{w_1} \} + 2(-A_d r_{d_1} + A_w r_{w_1} + T_{d_1} - T_{w_1})(L_1 + L_2)] \quad (16-b)$$

여기서,

$$L_1 = (s_2 - s_1)$$

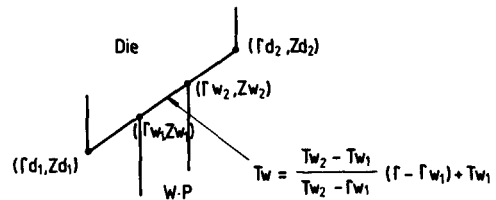
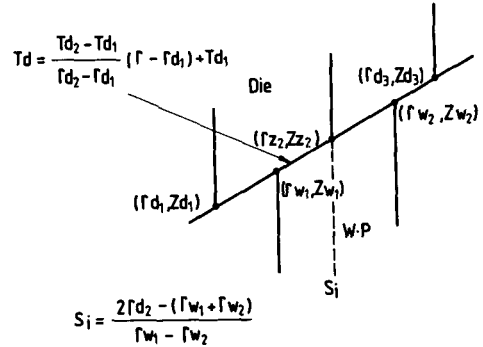


Fig. 1 Contact treatment in thermal analysis

$$L_2 = (s_2^2 - s_1^2)$$

$$L_3 = (s_2^3 - s_1^3)$$

$$A_d = \frac{T_{d_2} - T_{d_1}}{r_{d_2} - r_{d_1}}$$

$$A_w = \frac{T_{w_2} - T_{w_1}}{r_{w_2} - r_{w_1}}$$

이고 s_1, s_2 는 국부 절점 좌표계에서의 좌표를 나타내고 A_w, A_d 는 금형과 소재의 선요소에서 온도 기울기를 나타낸다. Fig. 1은 두 절점이 어긋난 경우를 도식적으로 표현하고 있으며 첨자 w, d 는 각각 소재와 금형을 나타내고 있다.

(iv) 마찰에 의한 열 발생

$$Q_{f1} = \frac{L_t}{6J} \left(\frac{m\bar{\sigma}}{3} \right) (2u_1 + u_2) \quad (17-a)$$

$$Q_{f2} = \frac{L_t}{6J} \left(\frac{m\bar{\sigma}}{3} \right) (u_1 + 2u_2) \quad (17-b)$$

로 표현되어 지며

이때

$$u_1 \cdot u_2 \geq 0 \text{ 이면 } u_1 = |u_1|, u_2 = |u_2| \text{ 이며,}$$

$$u_1 \cdot u_2 < 0 \text{ 이면 } u_1 = |u_2 - u_1|, u_2 = 0 \text{ 이다.}$$

여기서 u_1, u_2 는 소재 선요소 절점 1, 2에서의 금형 접선방향으로의 속도성분을 나타내고, Q_{f1}, Q_{f2} 는 소재 선요소의 절점 1, 2에서의 발생 열량이다.

2.4 공작물 회전의 중첩(Superposition)

반경 방향의 단조 가공은 2개 또는 그 이상의 금형으로 반복적 타격을 가함과 동시에 공작물을 회전시키면서 원하는 형상을 만드는 방법으로 금형의 형상과 갯수 및 가공순서 여하에 따라서 원형(circular), 사각형(rectangular), 팔각형(hexagonal) 단면등의 여러형상으로 제품을 만드는 가공 방법이다.

반경 단조 가공을 해석하는데 있어서는 공작물의 회전에 의한 여러번의 타격을 중첩해서 해석해야 하고, 또한 둘 이상의 금형이 상하좌우 등에서 동시 타격이 이루어지는 것을 해석해야 한다. 공작물의 회전에 의한 해석의 중첩도 금형이 고정된 위치에서 타격을 가하고 공작물을 임의의 각도로 회전시켜 해석하는 방법과 공작물을 고정시킨채 금형의 타격위치를 이동시켜가면서 타격하는 것으로 하여 해석하는 방법이있다. 본 연구에서는 가공의 실제성을 살려서 공작물을 회전시키면서 타격하는 해석 방법을 선택하여 계산했다. 또한 해석의 초보적 단계로서 상하 평행으로 놓인 평면의 두 금형만으로서의 타격에 의한 가공을 해석하였다.

공작물의 회전에 의한 변형 및 정보의 중첩은 소재의 모든 절점좌표를 공작물의 도심을 중심으로 회전시킴으로써 행하여졌다. (Fig. 2)

공작물 절점좌표의 위치 벡터 (x,y)도심의 좌표 O(m,n)에 대한 회전은 다음 식에 의하여 행하여진다⁽²⁵⁾.

$$[X, Y] = [x, y, 1] \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서,

$$d_{21} = -m(\cos\theta - 1) + n(\sin\theta)$$

$$d_{22} = -m(\sin\theta) - n(\cos\theta - 1)$$

도심에 대한 절점좌표의 회전으로 각요소가 가지

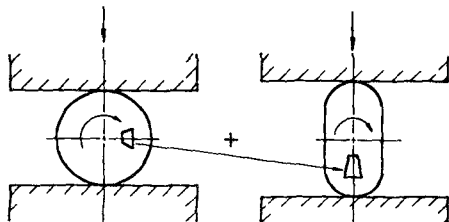


Fig. 2 Superposition of the properties due to rotation of the workpiece

고 있는 중첩에 필요한 정보는 그대로 유지된채 다음 타격을 위한 초기치로써 사용되어졌다. 따라서 온도 및 유효 변형도등의 중첩이 효과적으로 이루어졌다.

3. 실험

실험은 램(ram)의 속도가 10mm/sec인 400톤(ton) 용량의 유압 프레스(Wilson Co.)를 이용하였으며 상하 금형의 평면으로써 SNM 8을 사용하였다.

그리고 실험중인 하중(load)을 위해서 로드셀(load cell)을 MTS 180-14에 의해 보장한 다음 램과 상부 금형 사이에 설치하였다. 금형의 행정에 따른 변위 측정을 하기위하여는 변위 측정기(LVDT)를 램에 부착하여 하강량을 체크(check)하였다.

또한, 금형과 소재의 온도 분포를 측정하기 위하여 K-타입(type)의 온도 센서(thermocouple)을 금형의 중심 하단부에 공작물의 중심 및 가장자리에 심고서 변형중의 온도를 측정하였다.

정보(data)의 수집은 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 로드 셀과 변위 측정기에서 나오는 전압을 증폭기(BAM, Vishy Instrument Co.)에서 증폭시킨 다음 Lab Master(Scientific Solution Inc.)를 이용하여 디지털(digital) 신호로 바꾸어 XT-개인용 컴퓨터(personal computer)에서 보정 및 기록하게 하였다.

또한 온도 센서에서 나오는 전류는 Lab Master를 통하여 증폭 및 디지털 변환을 한뒤 컴퓨터에서 보정 기록하게 하였다. 실험 방법은 공작물에 심겨진 온도 센서를 통해 공작물의 온도가 섭씨 1000℃를 유지할때 가열로에서 시편을 꺼내어 실험을 실시하였다.

먼저 한쪽 방향으로 한번의 타격을 가하는 방법

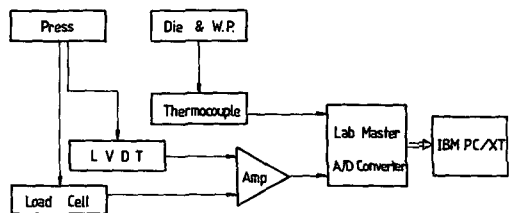


Fig. 3 Schematic diagram for experimental data acquisition system

Table 1 Thermal properties and heat transfer coefficients(SM15C, SNCM8)

Coeff	k (N/sec · °C)	ρc (N/mm ² · °C)	h (N/sec mm °C)	h_{lub} (N/sec mm °C)	ϵ
DIE (SNCM 8)	27.8	4.08	0.003	15.0	0.6
W.P. (SM15C)	36.8	4.0			

을 37%, 43%에 대해서 행하여 하중, 변위, 온도 등을 측정하였다. 또한, 첫번째 타격에서 22.5%를 압하한뒤 공작물을 90°회전시켜 다시 35% 압하하는 방법을 행하여 단면이 원형인 시편을 사각형으로 만드는 실험을 행하고 각각의 측정값을 측정하였다.

또한 이때 사용된 소재의 재료는 SM15C (AISI1015)이며, 금형의 재료는 SNCM8을 사용하였다. 소재와 금형의 열특성 및 열전달계수는 Table 1에 나타나 있다⁽²⁶⁾.

4. 결과 및 토론

4.1 실험과의 비교 검토

단면이 원형인 실린더를 (1)압하량 37%와 43.5%로써 측면에서 한번 타격을 가한 경우와 (2) 첫 타격에서 22.5% 그리고 2번째 타격에서 35%의 압하량을 가지게 하여 사각으로 만든 경우를 실험과 이론의 비교를 통하여 이론의 타당성을 검증하고자 한다. 실린더의 지름과 길이의 비(l/d)가 6~7이상이어야 중심부에서 평면변형도로 가정할 수 있음에도 불구하고 실험을 행함에 있어 실험의 편의성과 상하 금형제작의 제약때문에 $l/d=3$ 정

도로 실험하였다. 이로 인하여 정확한 평면 변형의 실험조건을 만족시키지 못하고 있다.

이론적 계산에 사용된 소재와 금형사이의 마찰계수는 열간 상태를 고려하여 $m=0.2$ 를 선택하였다. 일반적으로 열간 가공의 해석시 응력은 온도, 유효 변형도, 유효 변형도율등에 의해서 영향을 받으나 상당히 큰 유효 변형도 범위 내에서는 가공 경화에 의한 효과와 풀림에 의한 효과에 의해 유효 변형도 변화에 의한 영향을 무시할 수 있다. 따라서 본 논문에서 사용된 재료의 구성방정식은 온도 및 유효 변형도율만의 함수로서 가정하고 계산하였다.

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(T, \bar{\epsilon}) \quad (19)$$

열간상태에서 온도에 따른 소재의 응력과 변형도율의 특성을 Table 2에 나타내었다⁽²⁷⁾.

또한 온도 계산에 있어서는, 변형중의 온도 측정을 위해서 소재가 금형에 의해 변형이 시작되는 순간의 온도를 초기온도로 가정하고서 계산한 것과 실제 측정된 온도를 비교하였다. 가열로(electric furnace)로부터 금형으로 이동시의 대류에 의한 열전달과 금형에서 대기상태시의 열전달을 고려하여 계산시에 사용된 소재의 초기온도는 중심부(p2점)가 983.5°C, 금형쪽의 외곽부(p1점)가 951.6°C 그리고 대기쪽 외곽부(p3점)가 945.8°C였다. 측정점인 p1점, p2점, p3점의 공작물에서의 위치는 Fig. 5에 나타나 있고, 금형의 초기 온도 및 대기 온도는 12°C였다.

압하량 43.5%에서 금형과 소재의 측정점에서의 온도변화 및 작용하중의 변화를 Fig. 4~6 각각 나타내었다. 상부금형의 중심하단부에서 4mm되는 곳의 변형량에 따른 온도분포가 Fig. 4에 나타나 있는데 변형이 적을때는 거의 일치하다가 변형이 증가되어지고 온도가 상승하여짐에 따라서 실험과 이론의 차이가 벌어짐을 볼 수 있는데 이는 이론에

Table 2 Stress strain-rate properties of SM15C given with respect to the temperature

Temp(°C)	Stress $\bar{\sigma} = c(\dot{\epsilon})^n$ (KN/mm ²)	
	c	n
600	276	0.121
800	148.4	0.104
1000	127.9	0.015
1200	46.9	0.169

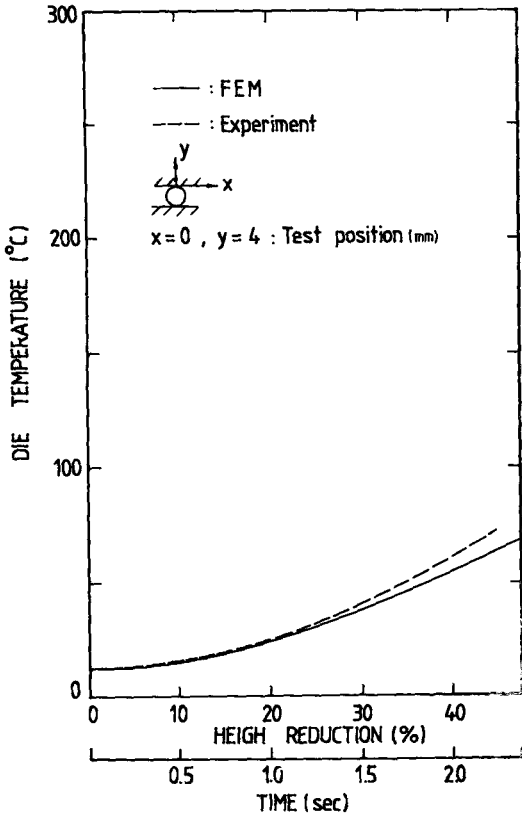


Fig. 4 Comparison of local temperature change with increasing height reduction between computation and experiment in the die

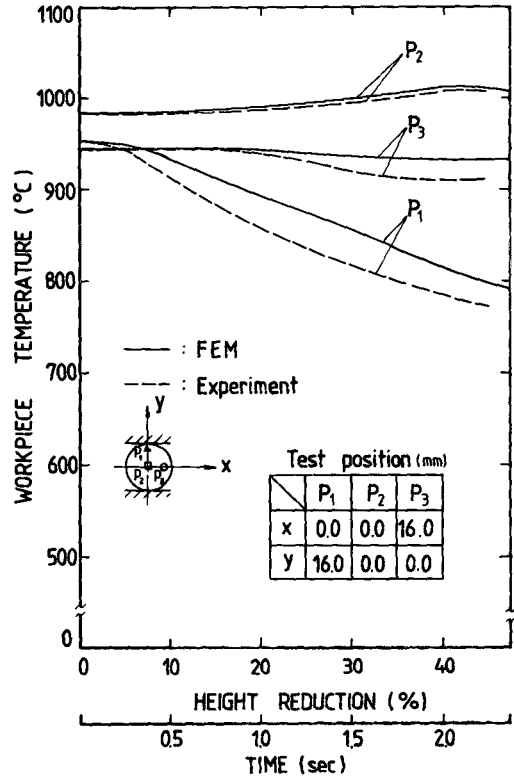


Fig. 5 Comparison of local temperature change with increasing height reduction between computation and experiment in the workpiece

서 계산상의 편의 때문에 금형 크기를 제한하였으 며 이로 인해 열소산체 (heat sink)의 축소로 근형 으로부터 소산되는 열이 작게 산정되는데 원인이 있는 것으로 판단되었다. 이와 같은 영향으로 Fig. 5에서 금형과 접촉부의 근처 (P1점)에서 이론이 실험 보다 높게 온도가 나타나는 것을 볼 수 있다.

또한 소성변형에 의한 열 발생의 영향을 알 수 있는 중심부 (P2점)의 온도는 변형이 진행되어짐에 따라 증가하다가 2초 (sec)를 지나면서 부터 온도구 배에 의해 열이 금형과 대기로 유출되어짐에 의해 정체 상태를 보이다가 미소하게 감소되어짐을 알 수 있다.

실험과 이론의 하중변화 곡선 (Fig. 6)은 실험이 이론보다 약 20% 정도 높게 나타났는데 이는 앞에서 기술한 바와같이 실험이 편면변형 상태가 이루어지지 않았고 고온에서의 물성치에 대한 정확한 결여 때문에 발생한 차이 등이 복합된 것으로 분석

할 수 있다. 이와 동일한 효과가 소재의 변형된 형 상에서도 나타났는데 변형된 형상의 비교인 Fig. 7에서 볼 수 있듯이 변형이 진행됨에 따라 실험에서 단면이 줄어드는 것을 발견할 수 있다. Fig. 7은 지름이 40mm인 봉재를 세가지 경우에 대해서 실험과 계산에 의한 변형 형상을 비교한 것인데 상당히 일치함을 볼 수 있다. Fig. 8에서 유효변형도를 본포는 X자형 띠의 형태를 관찰할 수 있다. 이로 부터 알 수 있듯이 중심부분과 X자형 양끝을 잇는 띠영역에서 재료의 변형이 극심하다. 온도의 분포 형태는 Fig. 9에 나타나 있는데 2번의 타격에 의해 온도의 떨어짐을 관찰할 수 있다.

이상과 같이 실험과 이론의 비교로부터 (열) 강-점소성 유한요소해석의 타당성을 확인할 수 있었고 재료의 실제 거동과 성질들을 정확히 예측하기 위해서는 엄밀한 조건하에서의 실험과 동시에 고온 물성치에 대한 정확한 정보가 필요함을 알 수 있었다.

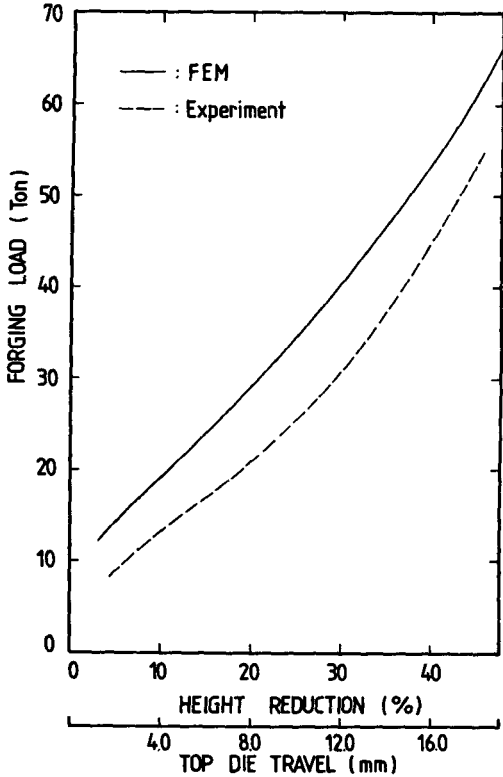
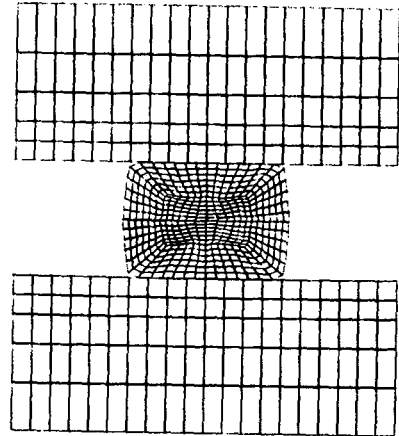
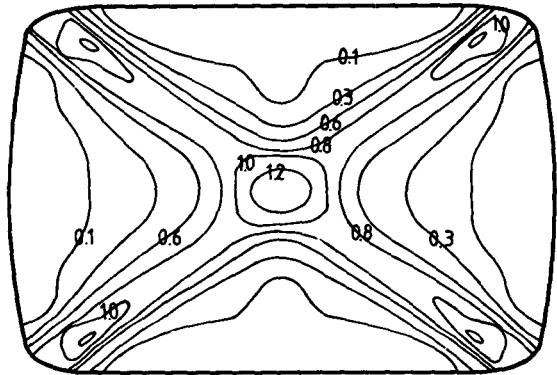


Fig. 6 Comparison of forging load between computation and experiment

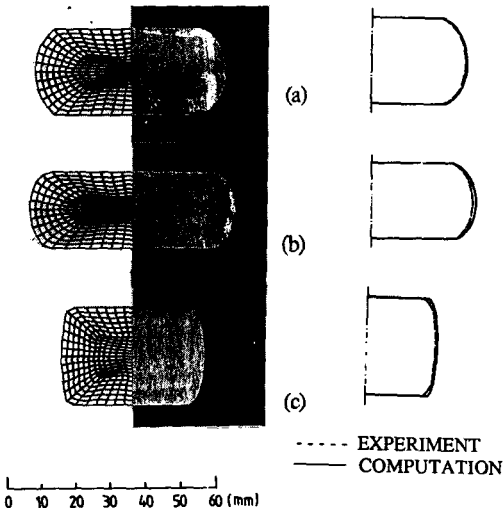


(a) Deformed configuration



(b) Distribution of the effective strain rate

Fig. 8 Deformed configuration and distribution of the effective strain rate in experiment at the consecutive height reduction of the effective strain rate in experiment at the consecutive height reduction of 22.5% and 35% after 90°C rotation



(a) At the height reduction of 37%
 (b) At the height reduction of 43.5%
 (c) At the height reduction of 22.5% and 35% after 90°C rotation

Fig. 7 Comparison of the deformed pattern between computation and experiment at three chosen steps of the height reduction of 37%, 43.5% and 22.5% and 35% after 90°C rotation

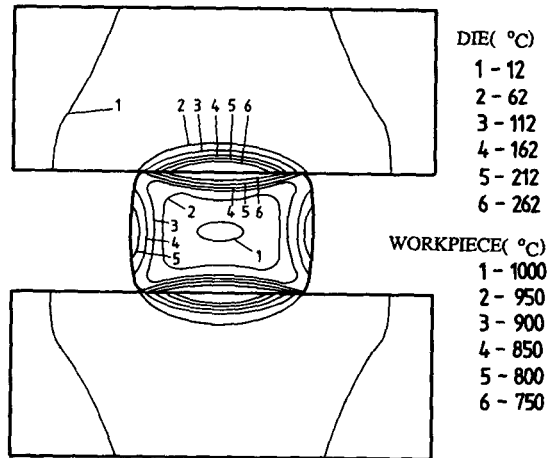
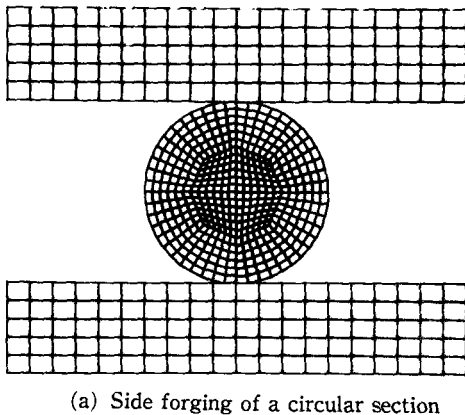


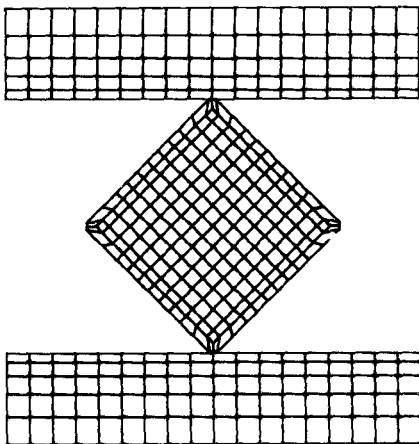
Fig. 9 Distribution of temperature in experiment at the consecutive height reduction of 22.5% and 35% after 90° rotation

4.2 반경 단조

단면이 원형인 봉재를 사각형으로 만드는 공정의 해석과 사각 단면의 형상을 갖는 소재를 원형으로 만드는 공정을 해석하기 위한 소재의 초기 격자 및 금형의 격자를 Fig. 10에 나타내고 있다. 반경 단조시 임의의 방향에서의 타격에 의해 해석중에 대칭성이 깨어지기 때문에 소재의 단면 형상이 대칭임에도 불구하고 소재의 전단면을 해석 하였다. 단면이 원형인 봉재를 해석하기 위해 사용되어진 소재의 절점 및 요소의 수는 각각 457개, 432개 이며 상하 금형의 격자 및 요소의 수는 각각 126개, 100개이다. 사각 단면의 형상을 갖는 소재를 해석하기 위한 소재의 격자 및 요소의 수는 각각 217개, 192개이며 금형에서는 각각 114개, 90개 이다. 이때



(a) Side forging of a circular section



(b) Side forging of a square section

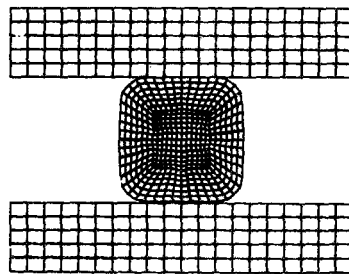
Fig. 10 Initial finite element meshes for the workpiece and the die

해석에 사용된 재료의 물성치 및 열전달계수등은 실험과의 비교를 위한 계산시의 값과 동일하게 사용하였다.

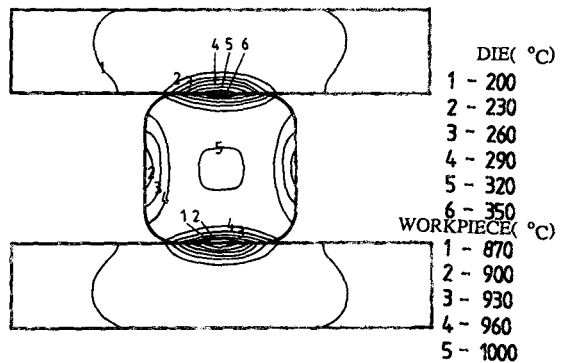
Fig. 11은 원형 단면의 봉재를 먼저 20%의 높이 감소율(압하량 8mm)로 타격한 후 90° 회전시켜 다시 20%의 높이 감소율(압하량 8.9mm)로 타격하여 정사각형 단면으로 하였을 때의 변형된 형상과 소재 및 금형의 초기온도를 각각 1000°C, 200°C로 했을 때의 온도분포를 나타내고 있다.

Fig. 11(a)에서 원형 단면의 봉재를 정사각형 단면으로 만들때 회전에 의한 2번의 타격을 동일한 감소율로 함으로써 정사각형에 가까운 형상을 얻을 수 있었다.

Fig. 11(b)에서는 소재와 금형과의 접촉부에서 온도의 변화가 심한 양상을 뚜렷이 알 수 있다. 또한, 소재로부터 금형으로의 열유동은 소재와 금형의 각각의 전도 열전달계수, 소재와 금형사이의 윤활등에 의한 대류 열전달계수에 의해 크게 영향을

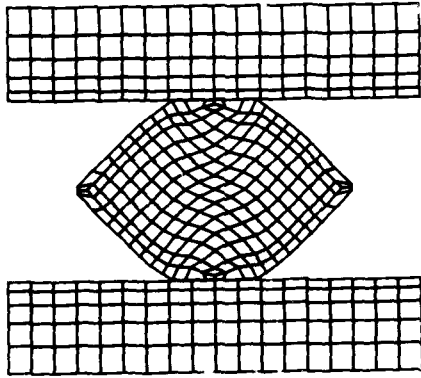


(a) GRID DISTORTION

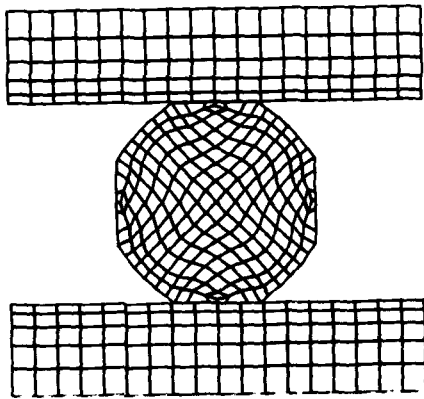


(b) TEMPERATURE DISTRIBUTION

Fig. 11 Deformed configuration and distribution of temperature at the consecutive height reduction of 20% and 20% after 90° rotation in forging of a square section



(a) At the height reduction of 30% after the 1st stroke



(b) At the height reduction of 28% after the 2nd stroke

Fig. 12 Deformed configuration after the 2nd strokes for making a circular section

받고 있음을 계산의 수행을 통해 알 수 있었다.

Fig. 12(a)는 사각 형상의 소재를 단면 감소율 30%(압하량: 16.54mm)로 타격하였을때의 변형 형상을 나타내고, Fig. 12(b)는 소재를 90°회전시켜서 두번째 타격을 가하여 단면 감소율 28%(압하량: 16.7mm)로 되었을때 정팔각형 단면으로 형상이 변화된 것이다.

첫 타격후 유효 변형도율분포를 Fig. 13에 나타내었다. 중심부에서와 금형과 소재의 접촉면 외곽부에서 유효 변형도율이 크게 나타남을 볼 수 있다. 좌우측 모서리 부분과 금형과 소재 접촉부의 중심 부분에서는 강제 영역부가 나타남을 알 수 있다. 또한 유효 변형도율이 큰 부분에서 변형에 의한 발생열이 크기 때문에 Fig. 14에서보는 바와 같

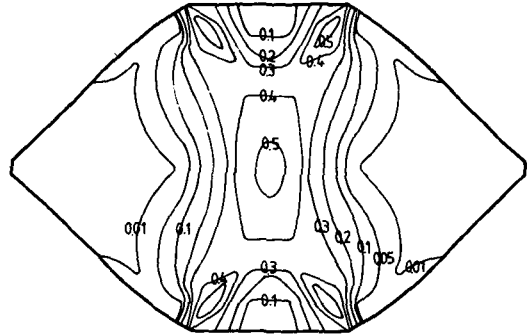


Fig. 13 Distribution of the effective strain rate at the height reduction of 30% after the 1st stroke

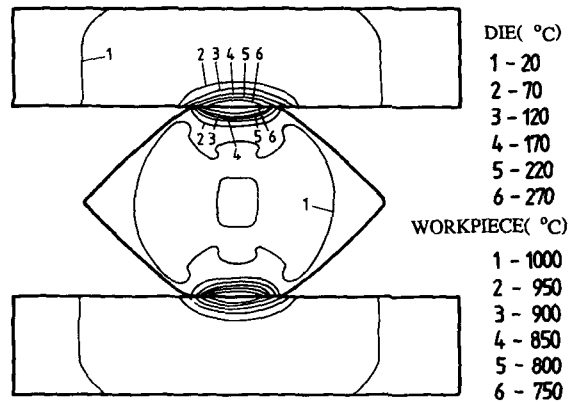


Fig. 14 Distribution of temperature at the height reduction of 30% after the 1st stroke

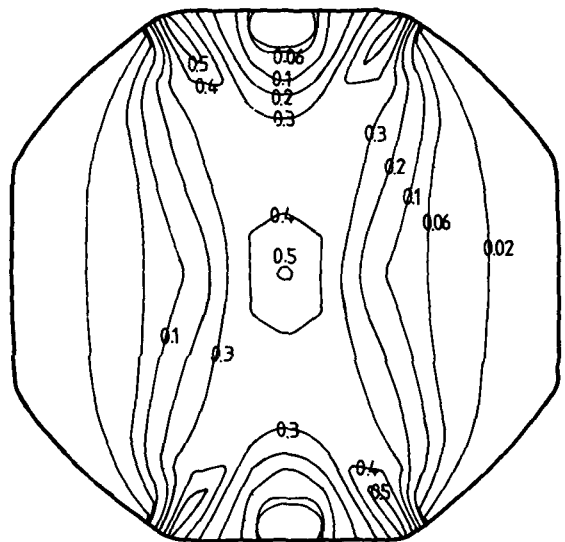


Fig. 15 Distribution of the effective strain rate at the height reduction of 28% after the 2nd stroke

이 중심 부분과 금형과 소재의 접촉 경계 외곽부에서 온도가 높게 나타났다. 이로부터 변형에 의해 발생하는 열은 유효변형도율에 비례함을 알 수 있다.

2번째 타격에 의한 유효 변형도율의 분포를 Fig. 15에 나타내었다. 첫번째 타격과 비슷한 분포 양상을 보이고 있으나 첫번째 타격보다는 중심 부분보다 X자형 띠의 양끝단에서 더 큰 유효 변형도율분포를 나타내고 있다.

Fig. 16은 두번째 타격후의 온도 분포를 나타내고 있는데 첫번째 타격시 금형과 접촉했을 부분이 중심부와의 온도 구배로 인해 중심으로 부터 열이 전달되어 온도가 상승되어졌다. 또한, X자형 띠 형태로 유효 변형도율이 크게 나타남과 비례적으로 온도가 높게 나타났다.

Fig. 17는 두번의 타격에 의해서 형성된 팔각형 단면을 가진 소재를 각 모서리 방향으로 타격할때의 형상 변화들이다. 타격의 순서는 타격 방향에 대한 형상의 비대칭성으로 인해 타격시 소재의 회전에 의한 비틀림을 방지하기 위해서 우측 모서리와 좌측 모서리를 번갈아가면서 타격하였다.

매 타격시의 높이 감소율은 타격의 순서대로 0.40%, 0.46%, 0.43%, 0.46%였으며 높이 감소량은 각각 1.9mm, 2.2mm, 2.0mm, 2.2mm였다. 최종 타격(6번째 타격)후의 단면 형상이 거의 원형으로 되어졌다. 원형화의 정도를 알아보기 위해, 진원도를 반지름의 최대 편차와 평균 반지름의 비(ratio)로서 정의하고서 조사해 보니 약 5.7%의 오차를 갖고 있었다. 이는 계산시 소재의 불균형 형상으로 인한 격자의 뒤틀림과 매타격시 높이 감

소율의 불균일성의 효과가 중복되어 나타난 것으로 판단된다. 이때 최소 반지름으로서 진원의 형상을 이루기 위해 후가공으로 손실되는 소재 재료의 손실률은 약 4.39%이다. 동일한 높이 감소율로서 타격순서를 변경해 가면서 해석하여 각각의 공정순서에 의한 최종 형상에의 영향이나 재료내부 성질의 변화등을 조사함으로써 최적의 공정을 선택할 수 있는 자료를 얻을 수 있겠다.

Fig. 18은 최종 변화된 형상에서의 온도 분포를 나타낸 것이다. 매 타격에 의한 온도의 증첩 현상과 표면과 중심부와의 온도 구배로 인한 표면 온도의 상승 효과를 확인할 수 있었고 또한 변형이 심한 부분에서는 변형에 의한 온도 상승에 의해 초기 온도에서 온도의 떨어짐이 거의 없는 것이 확인되고 있다.

Fig. 19에는 타격의 증첩에 의한 유효 변형도의

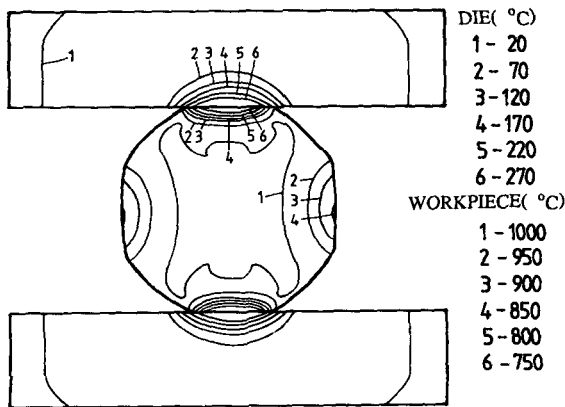


Fig. 16 Distribution of temperature at the height reduction of 28% after the 2nd stroke

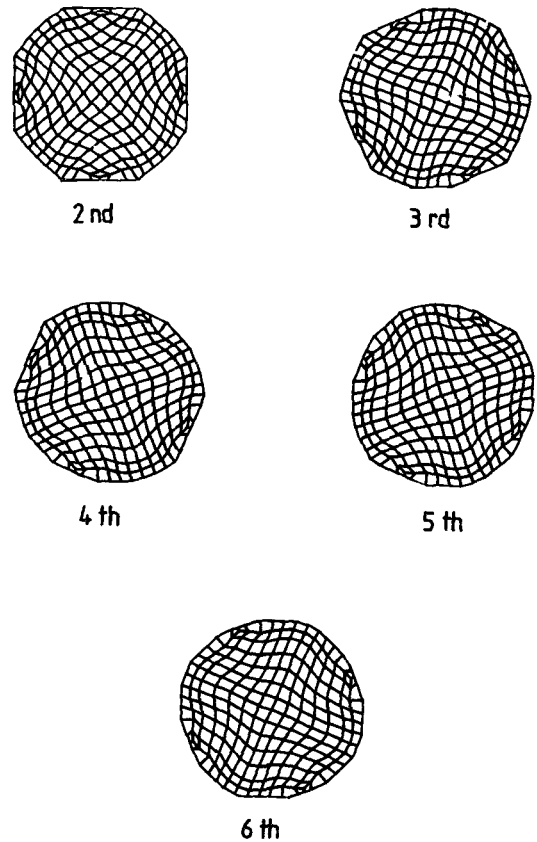


Fig. 17 Change of grid patterns from the 3rd stroke to the 6th (final) stroke

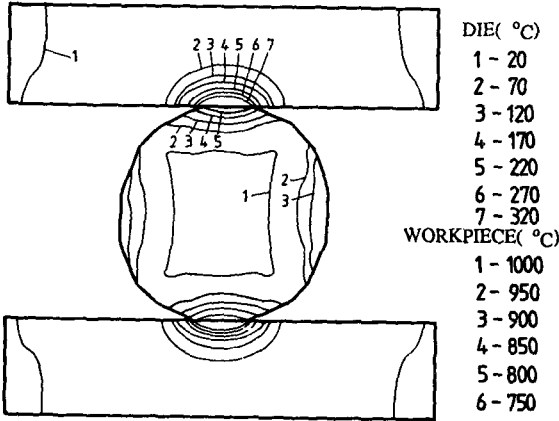


Fig. 18 Distribution of temperature after the final stroke for side forging of a circular section

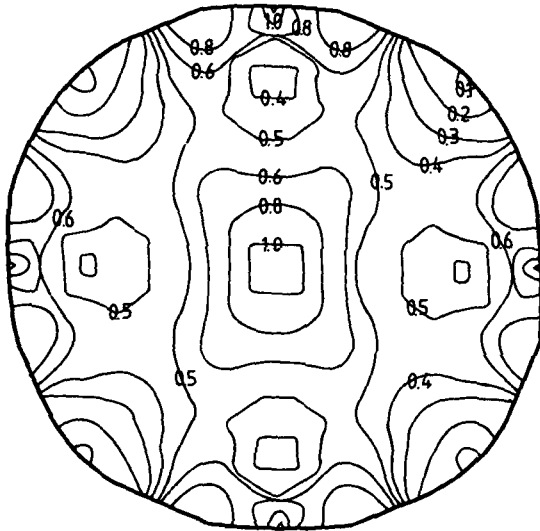


Fig. 19 Distribution of the effective strain after the final stroke for side forging of a circular section

증첩현상을 나타내기 위한 그림으로 유효 변형도의 분포 상태를 잘 나타내고 있다. 유효 변형도의 국부적인 편차가 존재하지만, 전체적으로 균일하게 분포되어져 있고 강도가 균일한 재료를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 본 논문에서는 응력이 온도와 유효 변형도만의 함수이기 때문에 유효 변형도가 계산에는 영향을 미치지 않는다. 그러나, 유효 변형도의 효과를 고려하는 경우의 해석에 있어서도 증첩의 효과를 선명하게 볼 수 있기 때문에 본 논문의

기법이 유효하게 적용될 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

열간 반경 단조를 2차원 상태하에서 사각 단면의 각재(角材)를 원형화시키는 문제해석과 함께 원형 단면을 가진 봉재를 해석하고 실험을 실시한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 금형과 소재사이의 열전달 문제를 처리할때 금형과 소재의 절점이 어긋난 경우에도 적용할 수 있는 방법을 제시함으로써 매 변형 단계시 금형의 격자를 재구성하지 않고서도 계산할 수 있기 때문에 임의의 접촉 형상의 열전달 계산을 가능하게하며, 금형의 열전달 특성에 맞게 초기 격자를 구성할 수 있게 되었다.

(2) 원형 단면 봉재의 실험과 이론해석의 비교로부터 변형 형상, 소재와 금형의 온도변화 및 하중이 잘 일치하여 프로그램의 타당성을 확인하였고 온도해석에서 실제현상과 더 근접하는 계산을 위해서는 금형의 열소산체 성질을 고려하여 금형의 실제 형상을 계산에 포함시켜야 한다.

(3) 사각단면 각재의 해석에서 유효 변형도율이 큰 부분에서 온도가 높게 나타나는 것의 관찰을 통해 유효 변형도율과 열 발생에 의한 온도의 상승은 비례함을 확인할 수 있었다.

(4) 각재를 봉재로 만드는 반경 단조에서 소재에 연속적인 타격이 가해질 때 소재 중심 부위의 온도는 초기온도가 유지되어지고, 경계로 통해서도 타격시의 금형과의 접촉부를 제외하고는 열 구배에 의해 균일한 온도분포를 가짐을 알 수 있다.

(5) 개발된 열간 반경단조 프로그램이 냉간 해석에서도 가능하기 때문에 연속 작업으로 반경 단조를 할 경우 냉간이나 온간의 해석에 대해서도 물성치의 누적을 해석할 수 있고, 매 타격의 위치 및 타격당 변화량을 제어함으로써 제품의 형상 및 물성치를 제어할 수 있다.

이상과 같은 결론으로부터 연속적 타격으로 가공할때 온도와 변형해석을 증첩에 의해서 가능하게 됨으로 인해 반경단조의 실제공정의 설계를 위한 기초자료를 제공하여 줄 수 있다.

더 정확한 해석을 위해서는 타격 전후의 열 유동 해석과 함께 금형과 소재의 온도에 큰 영향을 미치는 윤활면의 대류 열전달계수와 소재의 고온 물성치를 정확하게 아는 것이 중요하다.

참 고 문 헌

- (1) Lahoti, G.D. and Altan, T., 1975, "Prediction of Temperature Distributions in Axisymmetric Compression and Torsion", *Trans. ASME, J. of Eng. Mat. and Tech.*, Vol. 97, pp. 113~120.
- (2) Nagpal, V., Lahoti, G.D. and Altan, T., 1978, "A Numerical Method for Simultaneous Prediction of Metal flow and Temperatures in Upset Forging of Rings", *Trans. ASME, J. of Eng. for Ind.*, Vol. 100, pp. 413~420.
- (3) Rebelo, N. and Kobayashi, S., 1980, "A Coupled Analysis of Viscoplastic Deformation and Heat Transfer-I: Theoretical Considerations", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 22, pp. 699~705.
- (4) Rebelo, N. and Kobayashi, S., 1980, "A Coupled Analysis of Viscoplastic Deformation and Heat Transfer- II : Application", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 22, pp. 707~718.
- (5) Park, J.J., 1982, "Application of the Finite Element Method to Metal Forming Problems", Ph. D. dissertation, Univ. of California, Bekeley.
- (6) Dadras, P. and Wells, W.R., 1984, "Heat Transfer Aspects of Nonisothermal Axisymmetric Upset Forging", *Trans. ASME, J. of Eng. for Ind.*, Vol. 106, pp. 187~195.
- (7) Semiatin, S.L., Collings, E.W., Wood, V.E. and Altan, T., 1987, "Determination of the Interface Heat Transfer Coefficient for Non-isothermal Bulk-forming Processes", *Trans. ASME, J. of Eng. for Ind.*, Vol. 109, pp. 49~57.
- (8) Mahrenholtz, 1985, "Thermomechanical Analysis of Heat Forming Processes Through Combines approach FEM/FDM", *Simulation of Metal Forming Processes by the Finite Element Method(SIMOP - I)*, Proceedings of the 1st Int. Workshop, Stuttgart, June 3, pp. 19~50.
- (9) Pillinger, L., Hartley, P., Sturgess, C.E.N. and Rowe, G.W., 1988, "Finite Element Modelling of Metal Flow in Three Dimensional Forming", *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol. 25, pp. 87~97.
- (10) Surdon, G. and Chenot, J.L., 1987, "Finite Element Calculation of Three Dimensional Hot Forging", *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol. 24, pp. 2107~2117.
- (11) Soyris, N., Cescutti, J.P., Coupez, T., Brachotte, G. and Chenot, J.L., 1988, "Three Dimensional Finite Element Calculation of the Forging of a Connecting Rod", *Modelling of Metal Forming Processes*, pp. 227~236.
- (12) Lahoti, G.D. and Altan, T., 1976, "Analysis of the Radial Forging Process for Manufacturing Rods and Tubes", *Tran. ASME, J. of Eng. for Ind.*, Vol. 98, pp. 265~272.
- (13) Lange, K., 1985, "NC-Radial Forging-A New Concept in Flexible Automated Manufacturing of Precision Forgings in Small Quantities", *Proc. of the 1st Int. Mach. Tool Des. and Res. Conf.*, Birmingham, pp. 22~26.
- (14) Paukert, R., 1984, "Material Flow in Radial Forging- I, II", *Wire*, Vol. 34, pp. 177~179, Vol. 35, pp. 292~295.
- (15) Paukert, R., 1983, "Investigations into Metal Flow in Radial Forging", *CIRP Annals*, Vol. 32/1, pp. 211~214.
- (16) Rodic, T., Stok, B., Gologrnac, F. and Owen, D.R. J., 1987, "Finite Element Modelling of a Radial Forging Process", *Advanced Tech. of Plasticity*, Vol. II, pp. 1065~1072.
- (17) Yoon, J.H. and Yang, D.Y., 1988, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Three-Dimensional Forging by Considering Friction on Continuous Curved Dies with Initial Guess Generation", *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 30, pp. 887~898.
- (18) 조종래, 박치용, 천명식, 윤정호, 양동열, 1990, "2차원 열간단조에서의 변형과 온도의 연계해석과 비 연계해석 비교", *대한기계학회논문집*, 제14권, 제4호, pp. 839~849.
- (19) Kim, Y.J. and Yang, D.Y., 1985, "A Formulation for Rigid-Plastic Finite Element Method Considering Work-hardening Effect", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 27, pp. 487~495.
- (20) Osakada, K., Nakano, J. and Mori, K., 1982, "Finite Element Method for Rigid-Plastic Analysis of Metal Forming Formulation for Finite Deformation", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 24, pp. 459~468.
- (21) Chen, C.C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression", *Application of Numerical Methods to Forming Processes*, ASME, AMD-28, pp. 163~174.
- (22) 이낙규, 윤정호, 양동열, 1989, "강소성 유한요소법을 이용한 냉간단조 금형 및 가공공정 해석", *대한기계학회논문집*, 제13권, 제6호, pp. 1070~1081.
- (23) Greenfield, P. and Bever, M.B., 1956, "The Evolution of the Energy Stored by a Gold Silver Alloy Cold-Worked at-195°C and at Room Temperature", *ACTA Met.*, Vol. 4, pp. 433~443.
- (24) Huebner, K.H. and Tornton, E.A., 1982, *The*

Finite Element Method for Engineers, John Wiley and Sons, New York.

(25) Rogers David, F. and Adams Alan, J., 1976, Mathematical Elements for Computer Graphics, McGraw-Hill.

(26) Purdue Research Foundation, 1972, Thermo-

physical Properties of Matter, The TPRC Data Series, Purdue Research Foundation.

(27) Altan, T. and Boulger, F. W., 1973, "Flow Stress of Metals and Its Application in Metal Forming Analysis", Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 95, pp. 1009~1019.