

〈論 文〉

2차원 직선 정지 익렬에서의 비점성 천이음속유동에 관한 수치적 해석

최인환* · 이진호** · 조강래**

(1990년 3월 12일 접수)

Numerical Analysis of 2D, Steady, Inviscid Transonic Flow Through Stationary Compressor Cascade

I.H. Choi, J. Lee and K.R. Cho

Key Words: Time-Marching Method(시간진행법), Finite Volume Method(유한체적법), Stationary Compressor Cascade(정지압축기익렬), Transonic Flow(천이음속유동)

Abstract

Time-Marching methods solving Euler equations are used for calculation of two-dimensional, steady, inviscid flow through a stationary compressor cascade. Calculation method is based on the Denton's opposed difference scheme. A smoothing in the axial direction is used to increase the stability of solution. The computational grid consists of quadrilateral elements, one of which has four nodes at each corner and the grid points on the upper periodic boundaries are located one pitch away from those on the lower boundaries to satisfy the periodicity condition. Results of calculation show good agreement with other computational and experimental results, proving that the present method of calculation should be applied with confidence for the cascade flow with shock wave.

1. 서 론

축류 터보 기계의 성능과 효율을 향상시키려는 노력은 항공산업의 발달과 함께 꾸준히 진행되어 왔다. 그러한 노력의 한가지가 터보 기계의 익렬 내부유동을 수치적으로 해석하는 안정하고 타당한 방법을 개발하는 것이었다. 익렬 내부유동의 수치 해석은 터보 기계의 성능과 효율을 예측하는데 필수적으로 이용되며 또한 실험으로는 해석하기 어려운 문제에 대하여 모의실험을 할 수 있기 때문에 시간과 경비를 절약할 수 있는 장점을 가지고 있

다. 그러나 기하학적으로 복잡한 모양과 큰 유동 속도를 가지는 익렬 내부의 유동을 수치적으로 해석하는 데에는 많은 어려움이 따른다. 따라서 이러한 어려움을 극복하기 위하여 점성의 효과 및 여러 가지 손실로 인한 영향 등을 무시하거나 단순화시킨 접근방법이 많이 사용되고 있다.

날개표면의 얇은 경계층 내부를 제외한 대부분의 유동영역을 비점성 유동영역이라고 가정하여 접근하는 비점성유동 해석방법은 점성유동 해석방법보다 경제적이며 수치해석하는데 편리하여 현재 많이 이용되고 있으며 보다 정확한 해를 구하기 위하여 점성의 효과를 고려할 필요가 있을 때에는 점성영역인 경계층 지역과 비점성영역인 경계층을 제외한 지역을 따로 분리하여 반복계산하는 방법이 이용되

* 정회원, 연세대학교 대학원

** 정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

기도 한다.

비점성유동 해석방법에는 사용되는 기본방정식에 따라 포텐셜 방정식해법, 유동함수 방정식해법, 오일러 방정식해법 등으로 분류된다.

포텐셜 방정식해법은 유동이 비회전이라는 가정 하에서 정의되므로 큰 엔트로피 변화를 초래하는 충격파의 전후 유동해석에는 해의 타당성이 유지되기 힘들며 방정식의 형태도 아음속과 초음속의 경우에 대하여 각각 타원형과 쌍곡선형으로 변하기 때문에 아음속과 초음속이 공존하는 천이음속영역에서의 해석에는 특별한 방법이 필요하게 된다. 반면에 오일러 방정식해법의 경우는 방정식이 아음속이나 초음속에 대하여 항상 쌍곡선형을 유지하므로 특별한 처리가 없어도 자동적인 충격파의 파악이 가능하고 비회전 유동이라는 가정을 포함하고 있지 않기 때문에 가장 합리적인 해석방법으로 평가되고 있다⁽¹⁾.

시간진행법을 이용하여 오일러 방정식을 수치해석하는 방법에는 유한 차분법과 유한 체적법이 있다⁽²⁾. 전자의 경우는 좌표변환이라는 수학적 조작을 통하여 물리적 유동영역을 직각사각형의 수치해석영역으로 바꾸어 해석하는 것이 일반적이며 따라서 격자계를 생성시키는 특별한 방법과 복잡한 수학적 차분기법이 필요하게 되고 상대적으로 많은 기억용량을 확보하여야 한다. 이에 반하여 후자의 유한체적법의 경우는 기본방정식이 검사체적에 해당하는 격자에 대한 질량, 운동량 및 에너지의 보존식으로 나타내어지며 대부분 수치해석영역은 물리적 유동영역과 일치하게 되어 격자의 배치가 직접 이 물리적 유동영역에서 이루어지므로 격자모양의 선택이 보다 자유로와 지고 복잡한 수학적 개념보다는 직관적인 물리적 개념의 이해가 더욱 필요하게 된다. 또한 기본방정식이 보존형으로 나타내어지므로 매 계산 단계마다 질량, 운동량 및 에너지의 보존을 쉽게 만족시켜 줄 수 있다는 장점을 가지고 있다. 그러나 본 연구에서와 같이 외재적인 (explicit) 방법을 이용할 때에는 계산방법이 단순한 반면에 해의 안정한 수렴을 위해서 시간간격이 CFL 조건에 의해서 제한을 받게되므로 해가 완전히 수렴되기 위해서는 많은 반복계산이 필요하게 되는 단점이 있다. 이 문제는 더욱 빠른 컴퓨터의 등장과 새로운 계산기법의 개발로 인하여 극복되고 있으며 현재 유한체적법을 이용한 시간진행법은 2차원 및 완전 3차원 익렬유동 해석의 오일러방정식

해법 가운데 많이 쓰여지고 있다.

현재까지의 시간진행법을 이용한 2차원 유동해석 연구를 살펴보면 1971년 McDonald는 육각형 격자를 이용하여 적분형태의 오일러 방정식으로 익렬유동을 해석하였으며, 1973년 Gopalakrishnan은 McCormack기법을 이용하여 물리적 유동영역을 직사각형의 수치해석영역으로 좌표변환시켜서 유한 차분형태의 오일러 방정식을 풀었으며 1976년 Veuillot⁽³⁾은 McCormack 기법으로 적분형태의 오일러 방정식을 풀어 수치해석을 하였다. 1977년 Erdos⁽⁴⁾는 유한차분법을 이용하여 익렬내부의 비정상 유동에 대하여 수치해석을 하였으며 1976년 Denton^(5,6)은 McDonald 방법을 개선하여 육각형이 아닌 좀 더 간단한 사각형격자를 사용하고 opposed difference scheme을 적용하여 기존방법의 정확성을 높이며 계산시간도 단축시켰다. 그러나 이 방법은 해의 정확성을 높이기 위해 모든 유동 상태량들에 대하여 수정계수를 사용해야 하는 문제점이 있었으므로 1982년 Denton⁽²⁾은 새로운 격자를 사용하여 종래의 방법에서 사용된 고계의 수정계수를 부과하지 않고도 정확성과 계산속도를 증가시킬 수 있는 개선된 방법을 제시하였다⁽⁷⁾.

본 연구는 Denton이 제시한 개선된 시간진행법을 이용하여 2차원 직선 정지 익렬의 유동해석 프로그램의 개발을 목적으로 하고 있으며 기존 프로그램의 안정성과 수렴의 개선에 역점을 두고 진행하였다. 수치계산 결과는 타당성을 입증하기 위하여 실험결과 및 Braembussche⁽⁸⁾의 특이점법 수치계산 결과와 비교 검토 하였으며 충격파가 존재하는 천이음속의 유동에 대하여 수치계산을 실시하였다.

2. 이 론

2.1 기본방정식

2차원 비점성 유동해법을 위한 기본방정식은 연속방정식 및 점성효과를 무시한 운동량방정식과 에너지방정식들로 이루어진다. 이 식들을 직교좌표계에 대하여 보존형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uH \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho w \\ \rho v^2 + P \\ \rho vH \end{bmatrix}$$

익렬을 지나는 유동은 완전기체로 가정되므로 위 식들은 아래와 같은 완전기체 관계식들과 함께 풀리게 된다.

여기서 H 와 E 는 각각 단위 질량당의 정체엔탈피와 내부에너지를 나타낸다.

$$\begin{aligned} H &= C_p T + \frac{1}{2} V^2 \\ E &= C_v T + \frac{1}{2} V^2 \\ P &= \rho RT \end{aligned} \quad (2)$$

식 (1)을 하나의 격자에 대하여 적분하면

$$\int_v \frac{\partial U}{\partial t} dv + \int_v \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) dv = 0 \quad (3)$$

Green-Gauss 정리를 이용하여 식 (3)을 정리하고 한 격자에 대하여 부피와 단면적에 대한 적분을 수행하면 다음과 같이 나타낼 수 있다..

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \sum_n (F \, dA_x + G \, dA_y) \quad (4)$$

여기서 dA_x , dA_y 는 각 격자의 x 축과 y 축으로의 투영면적을 나타내며 방향이 안쪽을 향하게 될 때 양의 값을 가지게 된다. n 은 하나의 격자를 구성하는 면의 수를 표시하며 본 연구에서와 같이 2차원 유동해석일 경우는 4가 된다. 식 (4)를 이용하여 식 (1)의 2차원 연속식, x 및 y 방향의 운동량 식, 에너지 식을 검사체적에 해당하는 한 격자에 대하여 시간단계 Δt 동안의 질량, x 및 y 방향의 운동량 및 에너지의 보존식형태로 다시 나타내면 다음과 같이 정리된다.

$$\Delta \rho = \sum_n (\rho u \, dA_x + \rho v \, dA_y) \Delta t / \Delta v \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta(\rho u) &= \sum_n ((P + \rho u^2) \, dA_x \\ &\quad + \rho v \, dA_y) \Delta t / \Delta v \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Delta(\rho v) = \sum_n (\rho v \, dA_x + (\rho v^2 + p) \, dA_y) \Delta t / \Delta v \quad (7)$$

$$\Delta(\rho E) = \sum_n (\rho u \, H \, dA_x + \rho v \, H \, dA_y) \Delta t / \Delta v \quad (8)$$

위 식들은 직접 수치계산에 이용된다. 단 식 (8)의 에너지식의 경우는 2차원 유동의 해석에서 $H = \text{constant}$, 즉 정체엔탈피는 일정하다는 가정으로

대치될 수 있다. 이러한 가정은 비정상 유동을 해석할 때에는 적용할 수 없지만 정상 단열 유동의 해석인 경우에는 타당하게 사용할 수 있다.

2.2 격자계 구조 및 생성

격자는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 피치방향의 선과 준유선방향의 선들로 이루어진다. 이 격자들은 수치해석 영역인 전유동 영역에 걸쳐 배치되어 격자계를 생성하게 되는데 Fig. 2는 격자계의 한 예를 보여주고 있다.

격자계를 생성할 때 격자의 배치는 해의 안정성에 영향을 미칠 수 있으므로 Fig. 2에서 볼 수 있는 바와 같이 상태량의 급속한 변화가 예상되는 날개의 앞부분과 끝부분에서의 격자는 다른 부분에 비하여 조밀하게 배치되어야만 정확한 해를 구할 수 있다. Fig. 2와 같은 격자계는 터보기계의 수치해석에 일반적으로 쓰이고 있는 격자계로써 격자계의 생성이 매우 쉽고 단순한 장점이 있으나 날개 앞부분과 같은 곳에서는 격자모양이 심하게 찌그러지게 되므로 상대적으로 축방향의 거리가 짧아지고 상태량이 크게 변화하기 때문에, 해의 정확도가 떨어지는 단점이 있다. 이런 단점을 보완하기 위하여 되도록이면 격자를 이루는 준유선 방향선과 피치방향의 선들이 직교하도록 하는 방법들이 사용되기도 하는데 이러한 방법들 역시 주기성 경계조건을 적용하기가 어려워지는 문제점을 안게 된다.

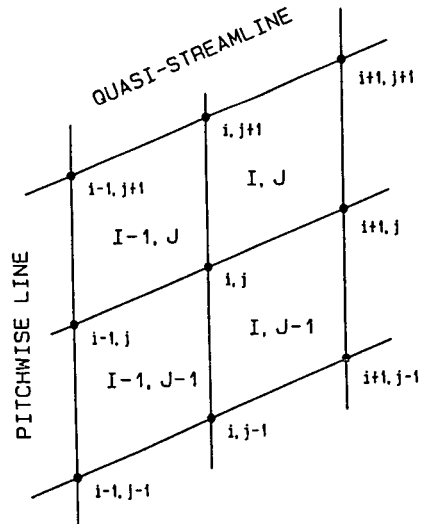


Fig. 1 Grid and nodes

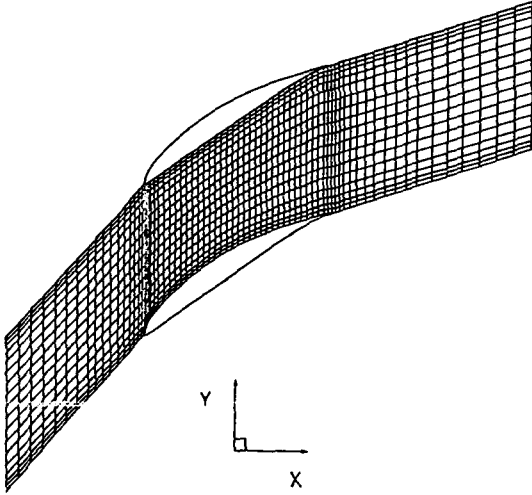


Fig. 2 Computational mesh for NACA65(12A10) 10 compressor cascade

격자점들은 격자들의 각 모서리에 위치하게 되며 유동의 상태량들은 이 격자점들에 저장된다. 각 면을 통과하는 질량, x 방향 및 y 방향 운동량 플럭스들은 면의 양 끝점에 저장된 유동 상태량들의 평균값을 이용하여 구하며 이 값들을 이용하여 식 (5), (6), (7)들을 풀어서 각각의 변화량 $\Delta\rho$, $\Delta\rho_u$, $\Delta\rho_v$ 값들을 얻게 된다. 이 변화량 값들은 다시 각 격자점으로 분배되어 새로운 상태량 값들을 생성하게 되는데 변화량의 분배방법은 해의 안정한 수렴에 커다란 영향을 미치게 된다. 본 연구에서 사용된 분배방법은 다음절에서 보다 자세한 언급이 되어 있다.

2.3 해석 기법

본 연구에서 사용되는 수치적 기법은 Denton의 A기법인 opposed difference scheme에 기초한 다⁽²⁾.

2.2절에서 설명한 바와 같이 한 시간 간격을 통하여 격자의 각 면을 통과하는 플럭스들은 그 면에 관계되는 격자점들에 의해서 구하여지며 그 플럭스들은 모두 합하여져서 해당하는 격자의 상태량들의 변화량들을 계산하는데 이용되어진다. 정상상태에 도달하게 되면, 각 격자점에 축척되어 있는 상태량으로부터 구한 각 면에서의 플럭스들의 합이 0이 되어야 각 보존식들을 만족하게 되므로 다음 식이

성립한다.

$$\sum_{n=1}^4 (\text{플럭스}) = 0 \quad (9)$$

면을 통과하는 각 플럭스들은 그 면에 관계되는 격자점들에서의 상태량 값들로부터 구하게 되는데 그 방법에는 여러가지가 있을 수 있다. 대표적인 방법을 들면

$$F_{\text{face}} = \frac{1}{2}(\rho u_{i,j} + \rho u_{i,j+1}) \quad (10)$$

$$F_{\text{face}} = \frac{1}{2}(\rho_{i,j} + \rho_{i,j+1}) \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{i,j+1}) \quad (11)$$

여기서 앞쪽 방법보다는 뒤쪽 방법이 더욱 안정하다는 것을 계산과정을 통하여 알 수 있었다.

위 과정을 통하여 구한 플럭스들은 식 (5), (6), (7), (8)에 의해서 각 변화량 값들을 구하는데 쓰이며 계산된 변화량들은 다시 각 격자점들에게 분배된다. 이때 모든 변화량 $\Delta\rho$, $\Delta\rho_u$, $\Delta\rho_v$ 는 상류 쪽에서 하류 쪽으로 분배된다. 분배방법은 각 플럭스들의 합이 영이 되는 수렴된 해의 정상상태에는 영향을 미치지 못하지만 수렴되는 과정에서는 해의 안정성에 매우 큰 영향을 미치게 된다.

Fig. 1에서와 같은 격자구조를 볼 때 하류 쪽 격자점 (i, j) 의 상태량 값들은 윗쪽 상류 격자 $[I-1, J]$ 의 변화량 값 반쪽과 아래쪽 상류 격자 $[I-1, J-1]$ 의 변화량 값의 반을 합한 값에 의해서 새로운 상태량 값으로 수정되게 된다. 밀도 ρ 를 예들 들어 설명하면 다음과 같다.

$$\rho_{i,j}^{\text{NEW}} = \rho_{i,j}^{\text{OLD}} + \frac{1}{2}(\Delta\rho_{i-1,j-1} + \Delta\rho_{i-1,j}) \quad (12)$$

그러나 이에 반해서 압력은 거꾸로 하류 쪽 면에서 계산된 값이 상류 쪽 면에 작용하도록 하므로써 계산오차를 수정할 수 있도록 하였다. 격자내에서 x 방향으로 속도가 크게 증가되었을 경우 증가된 속도는 격자를 빠져나가는 질량이 많아지게 하는데 기여하게 되며 따라서 밀도는 감소하게 되고 감소된 밀도는 압력을 작아지게 하므로 결과적으로 감소된 압력이 상류 쪽 격자면에 작용하도록 하므로써 처음에 계산된 x 방향의 속도를 수정하여 주게 되는 것이다.

격자점 (i, j) 에서의 실제 압력 P_A 는 다음과 같이 구한다.

$$P_{A,i,j} = P_{i+1,j} + CF_{i,j} \quad (13)$$

실제 압력은 하류쪽 압력과 보정값 CF 를 더한 값이며 CF 는 매 시간 단계에 다음과 같이 보정된다.

$$CF_{i,j}^{NEW} = (1 - RF)CF_{i,j}^{OLD} + RF \frac{1}{2}(P_{i-1,j} + P_{i+1,j}) \quad (14)$$

여기서 RF 는 relaxation factor로써 본 연구에서는 0.02값을 주었다.

위의 과정을 통하여 새롭게 구하여진 각 격자점들의 상태량 값들은 smoothing이라는 과정을 거치게 된다. smoothing을 하는 이유는 두가지가 있다. 첫째 이유는 피치 방향으로 격자의 갯수보다 격자점의 수가 하나 더 많기 때문에 최종적인 해는 처음에 가정한 값들에 종속되기가 쉽기 때문이다. 따라서 매 시간단계마다 모든 독립유동 상태량들은 다음과 같은 과정을 통하여 피치방향으로 smoothing하게 된다.

$$\rho_{i,j}^{NEW} = (1 - SF)\rho_{i,j}^{OLD} + SF \frac{1}{2}(\rho_{i,j+1}^{OLD} + \rho_{i,j-1}^{OLD}) \quad (15)$$

두번째 이유는 해의 안정한 수렴에 있다. 이번에는 smoothing 과정이 축방향으로 이루어진다.

$$\rho_{i,j}^{NEW} = (1 - SFA)\rho_{i,j}^{OLD} + SFA \frac{1}{2} \times (\rho_{i-1,j}^{OLD} + \rho_{i+1,j}^{OLD}) \quad (16)$$

여기서 SF , SFA 는 각 방향의 smoothing factor이며 본 연구에서는 각각 0.03, 0.04의 값을 주었다.

2.4 경계 조건

경계조건은 유동입구조건, 유동출구조건, 날개표면의 벽면조건, 주기성 조건등 크게 4가지로 나누어진다.

유동 입구에서는 세가지 조건이 외부에서 주어지게 되고 한가지 조건이 내부점들로부터 구하여진다. 정체압력과 정체온도 그리고 유동각이 경계조건으로 주어지게 되며 정압(static pressure)은 준유선 방향을 따라 아래와 같은 조건을 부과하므로써 구하게 된다.

$$\frac{\partial P}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial s^2} = 0 \quad (17)$$

여기서 s 는 준유선 방향의 길이를 나타낸다. 여

기서 구한 압력은 정체압력과 정체온도와 함께 유동입구에서의 속도를 계산하는데 이용된다. 유동출구에서는 정압이 주어지게 되며 나머지 값들은 내부점들로부터 외삽되어진다.

날개표면에서의 경계조건은 쉽고 단순해 보이지만 사실은 정확하게 만족시키기 매우 어렵다. 벽면은 유동이 통과할 수 없으므로 벽면에 접한 격자에 대하여 각 변화량 값들을 계산할 때 연속식의 경우 벽면을 통과하는 질량플럭스는 없어지게 되며 운동량 방정식의 경우는 벽면을 통과하는 플럭스가 단순히 압력에 의한 힘의 향으로 대체되게 된다. 벽면요소에서 구한 운동량들은 벽면을 통과하는 유동성분이 없다는 조건을 만족하지 못하므로 익 표면상에서의 속도를 익 표면에 수직인 성분과 평행한 성분으로 구분하여, 수직성분을 제거함으로써 이상과 같은 조건을 만족시킨다. 그러나 벽면에 수직인 방향으로의 속도를 강제적으로 없애줌으로써 벽면에 바로 인접한 격자에서의 운동량 보존식이 인위적으로 파괴되어 날개 앞부분과 같이 급격한 기울기를 가지는 벽면에서는 쉽게 밀도의 축적이 일어나 해가 발산하는 경우가 발생하기도 하는데 적절한 격자배치와 축방향으로의 smoothing을 통하여 이러한 해의 발산을 방지하였다.

동일한 익형이 같은 기하학적 배치하에 일정한 피치간격을 유지하고 있음을 나타내는 주기성 조건은 상류 및 하류 경계 준유선상의 격자점을 내부점으로 간주하고, 같은 피치선상의 두 경계 준유선상의 점에서 상태량을 평균하여 만족시킬 수 있다. 따라서 주기성 조건은 Kutta 조건을 자연히 만족하게 한다.

2.5 수렴 및 안정성

매 시간단계마다 이전 단계의 값들을 가지고 직접 해를 구하는 외재적 시간진행법은 프로그램의 작성이 용이한 장점이 있는 반면 안정한 수렴을 위해서 시간간격이 제한을 받기 때문에 해를 구하기 위해서는 상대적으로 많은 횟수의 반복계산을 실행해야만 한다. 시간간격은 CFL 조건이라고 불리우는 아래와 같은 조건에 의하여 정하여진다.

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{C + V_x} \quad (18)$$

여기서 Δx 는 축방향으로 격자의 간격이 제일 작은 것을 기준으로 삼으며 C 는 유동입구에서의 음

속, V_x 는 전유동장을 통하여 예상되는 가장 빠른 값의 축방향 속도이다. 따라서 적절하지 못한 격자 배치나 지나치게 큰 시간간격은 해의 안정성에 나쁜 영향을 끼치게 된다.

수치계산 해의 수렴판정은 다음과 같은 판별 기준을 가지고 하였다.

$$\epsilon > \text{Max} \left| \frac{\rho u_{i,j}^{NEW} - \rho u_{i,j}^{OLD}}{\rho u_{i,j}^{OLD}} \right| \quad (19)$$

3. 결과 및 고찰

본 연구에 사용된 계산영역은 Fig. 2에 나타나 있는 바와 같이 정지하여 있는 2차원 압축기 익렬 내부이다. 날개설치각 γ 는 32.9deg., 절현비(t/c)는 0.667이며 압축기 날개는 NACA65(12A10)10을 사용하였다.

Fig. 2의 격자계는 실제 계산에 쓰여진 것으로서 79×18 개의 격자점들로 이루어져있으며 날개 앞부분과 뒷부분 및 날개 표면에서의 격자점들은 다른 곳들보다 상대적으로 밀집되게 배치되어져 해의 안정성 및 정확성에 기여하도록 하였다.

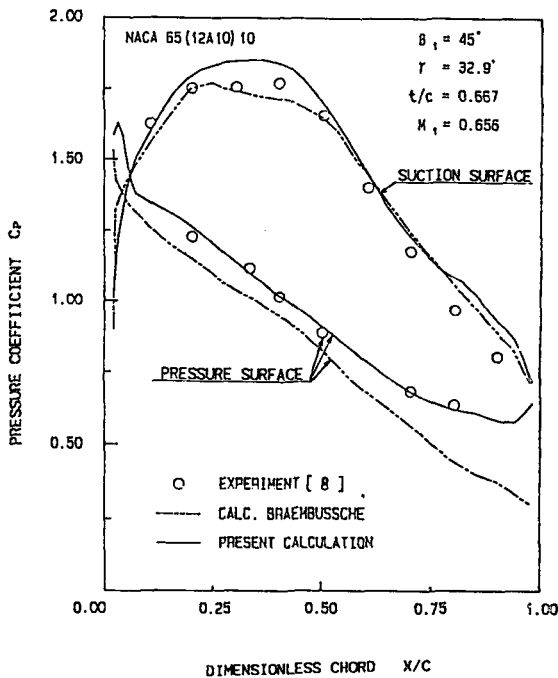


Fig. 3 Comparison of experimental and calculated results for NACA65(12A10)10 compressor cascade

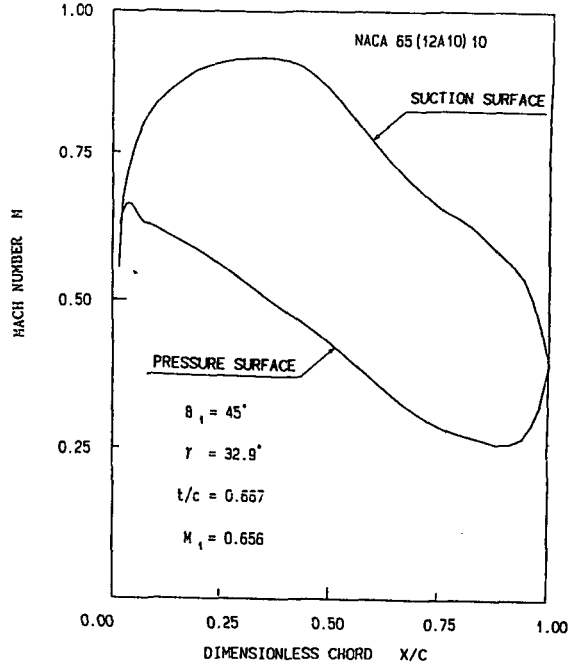


Fig. 4 Blade surface Mach number ; $M_1=0.656$

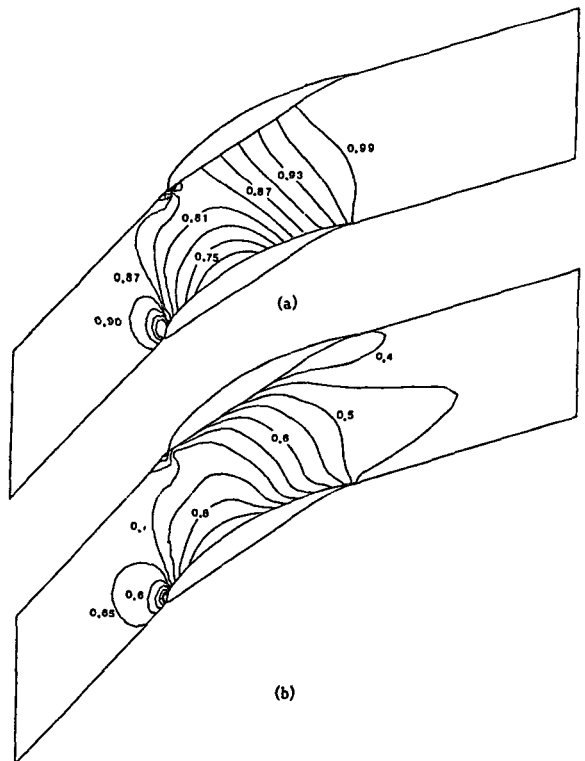


Fig. 5 (a) Contours of static pressure ratio P/P_2 and (b) Contours of Mach number ; $M_1=0.656$, $\gamma=32.9\text{deg.}$, $\beta_1=45\text{deg.}$

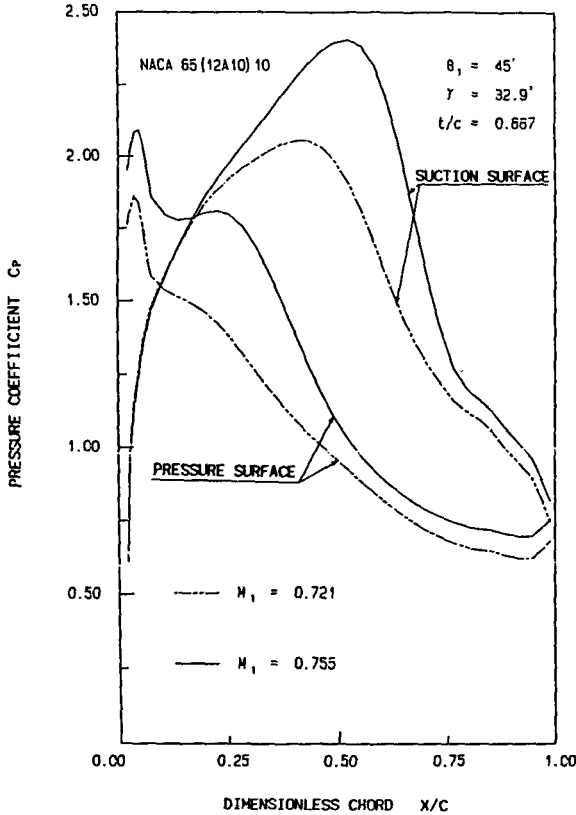


Fig. 6 Blade surface pressure coefficient; $M_1=0.721$ and $M_1=0.755$

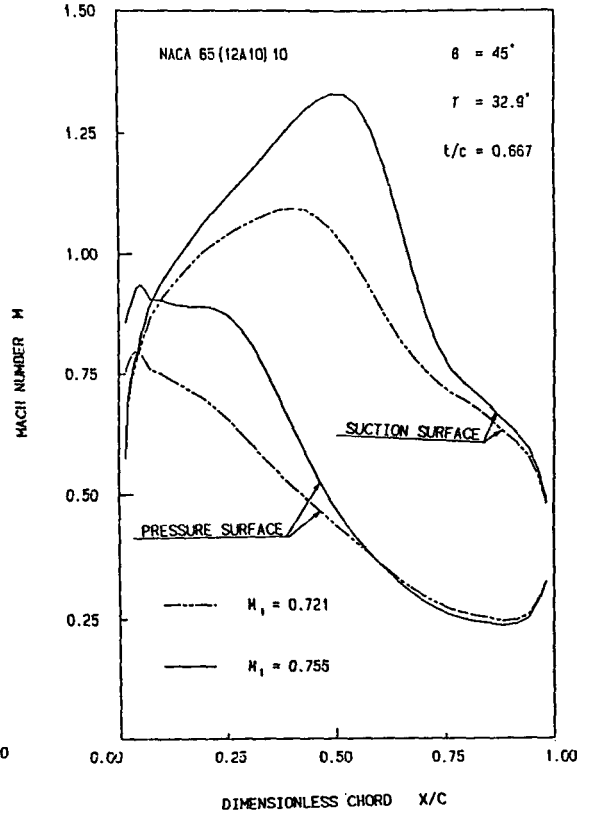


Fig. 7 Blade surface Mach number; $M_1=0.721$ and $M_1=0.755$

해의 수렴여부를 판정하기 위한 식 (19)의 ϵ 값은 0.1×10^{-5} 으로 하였으며 계산은 SUN3/60컴퓨터를 이용하였다. 출구에서의 압력 P 가 감소할수록, 즉 입구에서의 마하수가 증가할수록 해의 수렴속도는 감소하는 영향을 보이며 대부분 수렴은 8000내지 11000번의 반복계산후에 이루어지게 된다. 수렴에 도달하는 반복계산횟수는 사실 ϵ 값이나 시간간격 Δt 에 의해 좌우되어 지며 본 수치계산에서는 Δt 를 CFL조건에 따라 0.7×10^{-6} 을 주었다.

먼저 시간진행법을 이용한 수치계산의 타당성을 검토하기 위하여 계산결과를 Braemussche의 특이점법을 이용한 계산결과 및 실험에 의한 결과⁽⁸⁾와 비교하였다.

경계조건으로 입구에서의 마하수는 0.656, 입구 유동각은 45deg.를 주었으며 날개설치각 γ 및 t/c 는 앞에서 설명한 바와 같이 각각 32.9deg., 0.667값을 가지도록 하였다. 실제 수치계산에서는 입구에서의 마하수는 경계조건으로 준것이 아니라

출구에서의 경계조건인 P_2 에 의하여 계산결과로써 구하여지게 된다. 본 계산에서는 출구압력 P_2 를 보정하여 $M_1=0.656$ 이 되는 $P_2=85750 Pa$ 값을 구하였다.

계산결과는 아래와 같이 정의되는 압력계수를 가지고 비교하였다.

$$C_p = \frac{P_{01} - P}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} \quad (20)$$

Fig. 3에서 볼 수 있듯이 본 계산의 날개표면의 압력계수 분포는 Braemussche의 특이점법 계산결과보다 실험값에 더 근접하게 일치하고 있음을 보여주고 있다. 수렴은 9870회의 반복계산후에 이루어졌으며 각 방향의 smoothing factor SF, SFA는 각각 0.025~0.035, 0.035~0.045 사이값을 가질 때 계산결과가 실험결과와 잘 일치한다는 것을 알 수 있었다.

같은 계산결과에 대하여 Fig. 4는 날개표면에서

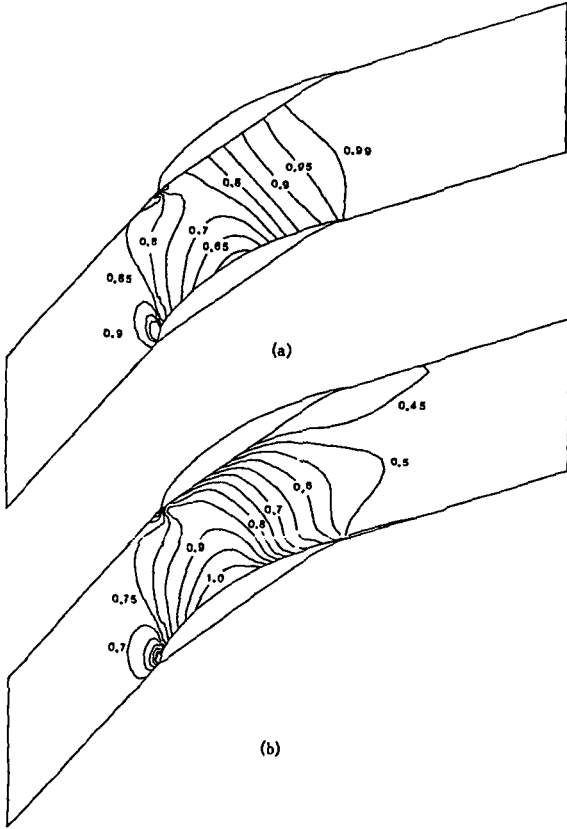


Fig. 8 (a) Contours of static pressure ratio P/P_2 and (b) Contours of Mach number; $M_1=0.721$, $\gamma=32.9\text{deg.}$, $\beta_1=45\text{deg.}$

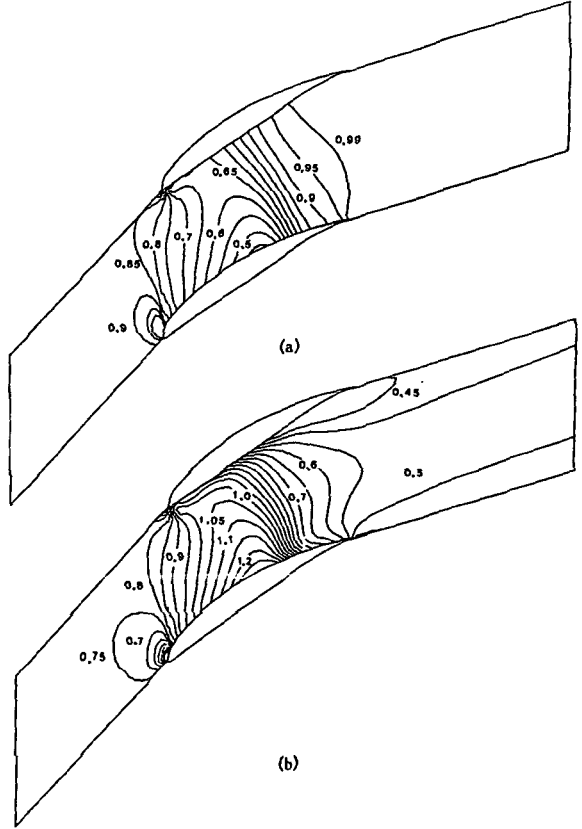


Fig. 9 (a) Contours of static pressure ratio P/P_2 and (b) Contours of Mach number; $M_1=0.755$, $\gamma=32.9\text{deg.}$, $\beta_1=45\text{deg.}$

의 마하수 분포를 나타내고 있으며 Fig. 5는 등압력선 및 등마하선들을 보여주고 있다. 등압력선은 각 지점압력의 출구압력에 대한 비로 나타내었는데 등마하선의 분포와 비슷함을 알 수 있다. 유동은 날개의 35% 부근에서 최고 속도를 가지는 아음속 유동으로 전 날개표면에 대하여 엔트로피의 변화가 거의 없게 된다. 이와 같이 타당성이 입증된 계산 방법으로 아음속뿐만 아니라 초음속도 함께 존재하는 천이음속 유동에 대한 수치해석을 하였다.

출구에서의 압력을 각각 $P_2=82000\text{ Pa}$, $P_2=19500\text{ Pa}$ 로 낮춤으로써 입구에서의 마하수를 증가시켜 $M_1=0.721$, $M_1=0.755$ 인 유동을 발생시켰다. 각 경우에 대하여 날개표면의 압력계수 분포 및 날개표면의 마하수 분포는 Fig. 6, Fig. 7에 나타나 있다. 입구 마하수가 0.721인 경우와 0.755인 경우 모두 익렬내부에는 초음속이 존재하게 된다. 따라

서 충격파의 존재가 예상되며 Fig. 6의 압력계수 분포를 살펴보면 각각 부압면의 50%와 60%근처에서 압력계수값이 급격하게 감소하는 것을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 Fig. 7의 날개표면의 마하수 분포에서도 비슷하게 나타나며 Fig. 8, Fig. 9의 각 경우에 대한 등압력선과 등마하선들을 비교해보면 보다 뚜렷하게 보여진다. 물론 입구 마하수가 0.721인 경우는 0.755인 경우에 비하여 압력계수나 마하수가 감소하는 기울기가 작으면 등압력선이나 등마하선들의 배치도 입구마하수가 0.755인 경우에 훨씬 더 밀집되게 나타난다. 이러한 결과는 Fig. 10에서도 볼 수 있는 바와 같이 엔트로피의 변화량을 계산하여보면 보다 분명하게 설명된다. 입구마하수가 0.721인 경우는 익현장의 약 50%에서 엔트로피의 증가를 보여주고 있으며 입구마하수가 0.755일때는 약 60%에서 앞의 경우보다 더욱 많은

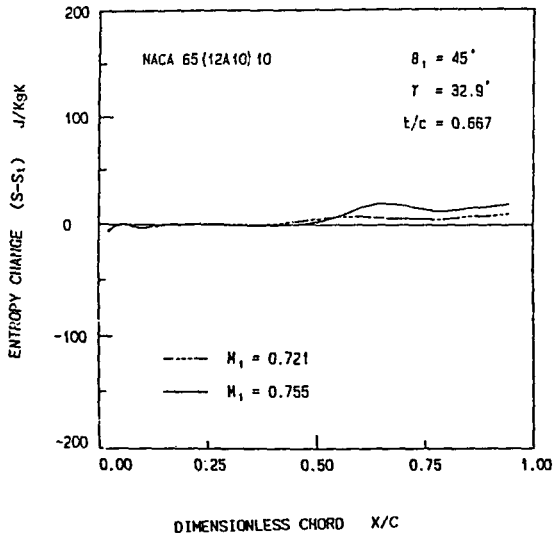


Fig. 10 Entropy change on the blade suction surface; $M_1=0.721$ and $M_1=0.755$

양의 엔트로피증가를 나타내고 있다.

따라서 입구마하수가 0.721인 경우에는 익현장의 약 50%에서 0.755인 경우에는 약 60%에서 모두 충격파를 발생시키고 있으며 앞의 경우가 약한 강도의 충격파를 가지게 됨을 예측할 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 정지하고 있는 2차원 압축기 익렬내부의 비점성 유동을 Denton의 시간진행법에 의한 유한 체적법으로 해석하였다. 계산결과를 기존의 계산결과 및 실험값과 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Denton의 A기법에 기초한 본 시간진행법의 유동해석은 기존의 계산결과 및 시험값과 비교하여 볼 때 잘 일치하므로 계산방법의 타당성이 입증되었다.

(2) 피치방향의 smoothing뿐만 아니라 축방향으로의 smoothing factor를 도입함으로써 수렴의 안정성이 크게 향상되었다.

(3) 각 격자점들로부터 상태량 값들을 평균하여 구하는 방법과 상태량 값들이 급변하는 날개 앞부분에서의 적절한 격자 배치는 해의 정확성과 안정성에 영향을 미치게 된다.

후 기

이 논문은 한국과학재단의 1989년 목적기초연구비에 의해 이루어진 연구결과의 일부로서 관계기관에 심심한 감사의 뜻을 포함합니다.

참 고 문 헌

- (1) Denton, J.D., 1985, "Solution of the Euler Equation for Turbomachinery Flows", Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery, Volume 1, pp. 283~347.
- (2) Denton, J.D., 1983, "An Improved Time Marching Method for turbomachinery Flow Calculation", Trans. ASME, J. Eng. for Power, Vol. 105, pp. 514~524.
- (3) McDonald, P.W., 1971, "The Computation of Transonic Flow Through Two Dimensional Gas Turbine Cascades", ASME Paper No. 71-GT-89.
- (4) Gopalakrishnan, S., 1973, "Fundamentals of Time Marching and Application of the Time Dependent Technique of Turbomachinery Cascade", VKI Lecture Series 59.
- (5) Veuillot, J.P., 1976, "Calculation of Quasi-3D flow in a Turbomachine Blade Row", ASME Paper 76-GT-56.
- (6) Braembussche, R.A., 1973, "Calculation of Compressible Subsonic Flow in Cascades with Varying Blade Height", Trans. ASME, J. Eng. for Power, pp. 345~351.
- (7) Holmes, D.G., Tong, S.S., 1985, "A Three-Dimensional Euler Solver for Turbomachinery Blade Rows", Trans. J. Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 258~264.
- (8) Denton, J.D., 1976, "Extension of The Finite Area Time Marching Method to Three Dimension", VKI Lecture Series 84, Transonic Flows in Axial Turbomachinery.
- (9) Denton, J.D. and Singh, U.K., 1979, "Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation", VKI Lecture Series. Transonic Flows in Turbomachinery.
- (10) Arts, T., 1985, "calculation of Three-Dimensional, Steady, Inviscid Flow In a Transonic Axial Turbine Stage", Trans. ASME, J. Eng. for Gas turbine and Power, Vol. 107, pp. 286~292.
- (11) Hodson, H.P., 1985, "An Inviscid Blade-to-Blade Prediction of a Wake-Generated Unsteady Flow",

- Trans. ASME, J. Eng. for Gas Turbine and Power, Vol. 107, pp. 337~344.
- (12) Van Hove, W., 1984, "Calculation of Three-Dimensional Inviscid, Rotational Flow in Axial Turbine Blade Rows", Gas turbines and Power, Vol. 106, pp. 430~436.
- (13) 이경찬, 1988, 8, "Time Marching방법을 이용한 축류 터어보 기계의 익렬 유동 해석", 연세대학교 기계공학과 석사학위논문.
- (14) 광용민, 1989, 3, "시간진행법에 의한 B-B 2차원 유동해석", 연세대학교 기계공학과 석사학위논문.