

〈論 文〉

## 복사가 수축 확대 노즐의 벽면에서 열전달과 벽마찰에 미치는 효과

강신형\* · 이준식\* · 김성훈\*\*

(1990년 7월 10일 접수)

### Effects of Radiation on Wall-Friction and Heat-Transfer in a Convergent-Divergent Nozzle

Shin Hyoung Kang, Joon Sik Lee and Sung Hoon Kim

**Key Words :** Compressible Boundary Layer(압축성 경계층), Nozzle(노즐), Mean Beam Length(평균광로), Gas Radiation(가스복사)

#### Abstract

Effects of radiation on the wall-friction and heat transfer in the convergent and divergent nozzle of a rocket motor are investigated in the present paper. Radiative heat transfer cools down the core gas, and the decrease in the gas temperature reduces the convective heat transfer on the wall. Radiation heat transfer is estimated by using mean-beam-length approach and core flow is assumed to be one-dimensional isentropic. The compressible thermal boundary layer is solved by a finite difference method. The Cebeci-Smith eddy viscosity model is adopted for the present study. Convective heat transfer is reduced at the throat of the nozzle and is almost compensated with an increase in radiative transfer. In the sequel total heat transfer rate is slightly reduced. However, radiation heat transfer is dominant in the converging part of the nozzle.

#### 기 호 설 명

<p><math>A</math> : 노즐의 단면적</p> <p><math>c_p</math> : 정압비열</p> <p><math>M</math> : 마하수</p> <p><math>p</math> : 정압</p> <p><math>p_0</math> : 정체 압력</p> <p><math>P</math> : 노즐단면의 접수면적</p> <p><math>q_c</math> : 대류 열전달률</p> <p><math>q_r</math> : 복사 열전달률</p> <p><math>q_t</math> : 전체 열전달률</p> <p><math>r</math> : 반경방향 좌표</p>	<p><math>T_g</math> : 가스 온도</p> <p><math>T_0</math> : 정체 온도</p> <p><math>T_w</math> : 노즐 벽면 온도</p> <p><math>u, v</math> : <math>(s, y)</math> 방향의 평균속도</p> <p><math>\vec{v}</math> : 밀도-속도 상관량을 포함한 <math>y</math> 방향 속도 성분</p> <p><math>V</math> : 노즐 단면에서 1차원 평균속도</p> <p><math>s, y</math> : 노즐 벽에 고정된 좌표계</p> <p><math>\alpha_g</math> : 가스의 흡수율</p> <p><math>\gamma</math> : 비열비</p> <p><math>\varepsilon</math> : 와점성계수</p> <p><math>\bar{\varepsilon}</math> : 와열전도계수</p> <p><math>\varepsilon_g</math> : 가스의 방사율</p> <p><math>\rho</math> : 밀도</p> <p><math>\sigma</math> : Stefan-Boltzmann 상수</p>
--	---

\*정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과  
\*\*서울대학교 대학원

## 1. 서 론

로켓 추진모터의 설계와 주변 장치의 설계를 위해서는 노즐 벽에서의 압축성 열경계층의 신빙성 있는 해석이 요구된다. 그러나 실제로 노즐 내의 유동은 화학반응을 계속하는 연소가스가 고온 고압의 상태로 분출되고, 노즐 벽면이 용발 또는 연소 마모하게 된다. 따라서 노즐의 열유체역학적인 성능을 합리적으로 예측하는 매우 어렵다. 1965년까지의 노즐 내의 열경계층에 관한 연구현황이 Bartz<sup>(1)</sup>의 논문에서 잘 요약되었으며, 주로 적분방정식에 의한 해석방법과 이의 응용 및 문제점들이 지적되었다. 이후 Boldman<sup>(2)</sup>, Harris and Blanchard<sup>(3)</sup> 등 많은 연구가 진행되어 왔다. 이와 관련하여 국내에서도 벽면조도와 분출이 노즐 벽면에서 마찰과 열전달에 미치는 영향을 강신형과 김성훈<sup>(4)</sup>이 연구하였다. 자세한 현황은 여기서는 생략한다. 이 연구를 통해서 벽면의 조도가 상당한 영향을 갖는 변수임을 보였다. 실제로 이외에도 고온의 내부 연소 가스로부터의 복사에 의해 열전달 효과가 노즐 벽면에서 상당히 존재하리라 생각된다.

복사열전달은 전도열전달과는 달리 확산적으로 이루어지는 미분현상이 아니고 원거리에서 작용하는 적분현상이므로 지배방정식은 고차 비선형 적분방정식으로 주어지고, 매질의 기하학적 형상과 방향에 따라서 그 해가 상당히 달라진다. 또한 기체의 경우 대부분 공학적 시스템의 온도 범위에서 복사 물성치가 복사의 진행방향과 파장에 따라서 불연속적인 특성을 나타낸다. 혼합 기체의 경우 구성물의 성분비에 따라서 다르며, 이에 관한 실험 자료가 충분치 않은 상태이다. 따라서 물리적 현상의 수학적 모델링 과정에서 여러가지 가정과 단순화가 필요하다. 실제로 대류를 포함하는 열전달 시스템에서 유동해석을 위한 유한차분법과 병행한 연구가 많이 이루어 졌으며, 그 중에서도 적분방정식으로 변환하는 근사방법이 널리 사용되고 있다.

그러나 노즐 내에서는 노즐 벽면 근처의 얇은 열경계층을 제외한 대부분의 노즐 단면에서 균일한 온도 분포를 나타내며 또한 복사열전달이 체적적인 현상이므로 비록 경계층 영역에서 온도구배가 존재하더라도 경계층 영역의 가스가 차지하는 체적은

노즐 내의 가스 전체의 체적에 비해 대단히 작으므로 노즐 내의 가스전체가 방사하는 복사에너지와 비교할 때 무시할 수 있다. 따라서 복사전달방정식을 직접 해석하는 방법은 본 연구의 경우에는 효율적이지 못하다.

본 연구에서는 경계층 해석 방법의 범위 내에서 복사열전달의 영향을 고려하는데 있어서 매질의 광학적 두께가 얇다고 가정하여 매질 내부에서의 자체적인 복사열의 흡수는 무시하고, 가스의 방사에너지가 모두 벽으로 전달된다고 가정하였으며 복사전달량은 평균광로(mean beam length)를 고려한 가스방사율을 도입하여 복사전달량을 계산하였다.

먼저 가스로부터 벽면으로의 복사열전달에 의한 노즐 코어에서의 가스 온도강하를 고려한 코어 내의 압축성 유동을 1차원적으로 계산한다. 여기서 구한 압력과 온도는 경계층 유동 해석의 경계조건이 되므로 복사가 노즐 벽에서 대류열전달에 미치는 효과를 구할 수 있다. 이때 가스 내에서의 자체 흡수는 무시되므로 복사열전달에 의한 최대의 효과가 된다. 한편 복사에 의한 열전달량과 대류에 의한 열전달량을 합하여 전체적인 복사의 효과를 추정할 수 있다.

## 2. 지배방정식과 경계조건

노즐 내의 유동을 축대칭으로 생각하고 Fig. 1에서와 같이 노즐 벽을 따른 거리를  $s$  이에 수직인 방향의 거리를  $y$ 라고 하여  $(s, y)$  좌표계를 설정한다. 이때 압축성 난류 경계층 유동의 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(4)</sup>.

연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial s}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(r\rho v) = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{dp}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( r \bar{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

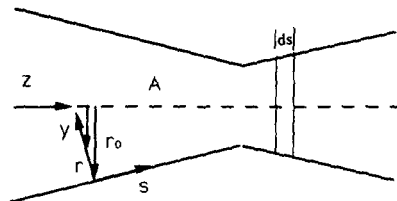


Fig. 1 Nozzle configuration and coordinate system

에너지 방정식

$$\rho \left( u \frac{\partial}{\partial s} (c_p T) + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} (c_p T) \right) = u \frac{dp}{ds} + \bar{\epsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( r \bar{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y} (c_p T) \right) \quad (3)$$

여기서 Cebeci-Smith<sup>(5)</sup>의 와점도와 와열전도도 모델을 채택하였다. 한편 밀도는 이상 기체의 상태 방정식을 채택하였고 점성계수는 Sutherland Law로 변한다고 가정하였다. 자세한 내용은 참고문헌(4)에 기술되어 있다. 코어에서 속도와 온도가 주어지면 이는 위 경계층 방정식의 경계조건이 된다.

노즐을 통과하는 연소 가스가 서론에서 언급한 대로 광학 두께가 얇다고 가정하면 코어에서 자체 복사에너지의 흡수는 무시되고, 모든 복사 에너지는 벽에 직접 전달된다고 볼 수 있다. 이때 노즐 코어에서 노즐 단면적의 변화와 열전달량을 고려하여 압축성 유동 속도와 온도의 변화를 1차원적으로 해석할 수 있다. 복사에 의한 열손실은 노즐 내의 정체 온도  $T_0$ 를 감소시키고, 이 때 마하수, 압력 및 온도의 변화는 다음식으로 구할 수 있다<sup>(6)</sup>.

$$\frac{dM}{M} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{M^2 - 1} \frac{dA}{A} - \frac{(\gamma M^2 + 1) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}{2(M^2 - 1)} \frac{dT_0}{T_0} \quad (4)$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{\gamma M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} - \frac{\gamma M^2 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}{1 - M^2} \frac{dT_0}{T_0} \quad (5)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{(\gamma-1) M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} + \frac{(1 - \gamma M^2) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}{1 - M^2} \frac{dT_0}{T_0} \quad (6)$$

여기서 마찰손실은 고려하지 않았다.

기체의 복사열방사는 체적적인 현상이므로 노즐 내에서의 복사전달은 축대칭으로 가정하더라도 엄밀하게는 2차원으로 취급되어야 한다. 그러나 경계층영역을 제외한 대부분의 단면에서 온도가 균일하며 본 연구에서는 코어 가스 유동의 복사열손실에 의한 온도 강하를 구하여 노즐 벽면 근처에서의 경계층에 대한 온도 경계조건으로 부과함으로써 복사 열전달의 효과를 정성적으로 고찰하는 것이 주목적임으로 1차원으로 가정하였다. 또한 가스의 미소체적과 노즐의 미소 표면간의 복사전달을 Zonal 방법으로 보다 정확히 계산할 수 있으나 기하학적인 형상이 단순하지 않아서 아직까지 이러한 형상에

대한 Zonal 방법은 개발되어 있지 않으므로 노즐 내의 기체를 노즐의 길이 방향으로 미소체적으로 나누고 이 미소체적에서 방사되는 기체 복사는 이 체적을 둘러싸고 있는 표면으로 직접 전달된다고 가정하였다. 기체 복사는 입체각  $4\pi$ 방향으로 방사되나 평균적으로 이 위치에서의 기체로부터 다른 위치의 노즐 표면으로 방사되는 양과 다른 위치의 기체로부터 이 위치의 표면으로 방사되는 양이 서로 상쇄되는 효과를 가지므로 이러한 가정에 따른 오차는 작을 것으로 생각된다.

위에서 언급한 바와 같이 복사전달을 단순화하면 복사에 의한 열전달률  $q_r$ 은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$q_r = \sigma (\epsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_w^4) \quad (7)$$

여기서  $\alpha_g$ 는 온도가  $T_w$ 인 벽면에서 방사되는 복사 에너지에 대한 기체의 흡수율이며,  $\epsilon_g$ 는 기체의 방사율이고,  $\sigma$ 는 Stefan-Boltzmann 상수이다. 여기서  $\epsilon_g$ 는 온도, 압력, 및 노즐의 평균광로  $L_e$ 의 함수이다<sup>(7)</sup>. 본 연구에서는 가스에 의한 복사흡수량은 무시하여  $\alpha_g = 0$ 으로 하였다.

벽면에서 복사 열전달량을 구하면 노즐 코어에서의 정체 온도는 다음과 같이 구한다.

$$\rho A V c_p dT_0 + q_r P ds = 0 \quad (8)$$

여기서  $P$ 는 노즐 단면의 접수 길이이다.

이와 같이 노즐 코어 내에서 복사 열전달에 의한 효과를 고려하여 압력과 온도의 변화를 구하고, 이를 열경계층계산의 경계조건으로 사용하면, 복사 열전달이 대류 열전달에 미치는 영향을 구할 수 있다. 이때 전체 열전달률  $q_t$ 은 복사에 의한 열전달률  $q_r$ 과 대류에 의한 열전달률  $q_c$ 의 합으로 된다.

### 3. 수치계산 예 및 검토

전 절에서 기술한 노즐 내에서 복사가 노즐 벽에서 열경계층의 형성에 미치는 영향은 실제로 많은 변수에 의존한다. 본 연구에서는 실제 특정한 추진 모터에서 사용하고 있는 치수의 노즐을 선택하고, 노즐 입구, 즉 연소실의 정체온도  $T_0$ , 정체압력  $P_0$  및 가스의 방사율  $\epsilon_g$ 를 전체 성능에 영향을 주는 주요 변수로 보고 이들을 몇 가지 변화 시켜서 그 영향을 검토하였다. 우선 기본 노즐로서 Fig. 2에 나타난 치수의 노즐을 선택하였다. 수축부의 길이가 설계의 요구조건에 의해서 확대부보다 긴 형태의 노즐이다.

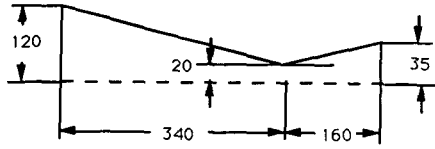


Fig. 2 Configuration of the convergent-divergent nozzle

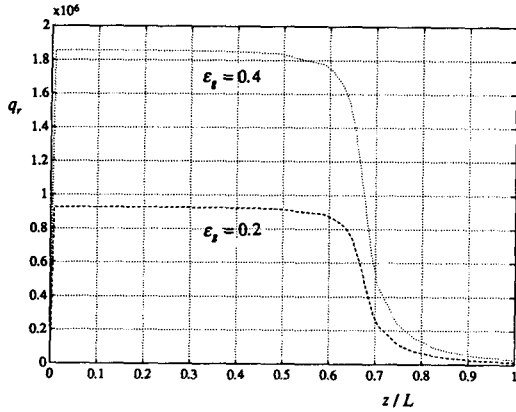


Fig. 3 Estimated distributions of the radiative heat transfer rate on the wall;  $T_o=3000K$ ,  $p_o=30$  atm

$T_o$ 는 3000K, 2000K,  $p_o$ 는 30 및 10 기압,  $\epsilon_g$ 는 0.0, 0.2 및 0.4의 경우에 대하여 계산을 수행하였다.  $\epsilon_g$ 가 0인 경우는 가스가 복사에 관여하지 않는 경우이고 그 외의 값은 실제 연소가스의 가스 방사율의 범위를 포함하는 값으로 선택한 것이다. 노즐 벽은 공히 온도가 500K로 일정하게 유지되어 있다고 생각하였다.

먼저  $T_o$ 가 3000K이고  $p_o$ 가 30기압인 경우 복사에 의해서 벽면으로 열전달되는 양을 Fig. 3에 나타내었다. 열전달량은  $\epsilon_g$ 에 비례하여 이루어지고 있으며, 수축부에서 높은 값을 유지하다가 확대부에서는 급히 줄어든다. 이는 Fig. 4에 나타낸대로 Ma수가 증가하면서 정체온도가 확대부에서 급격히 감소하기 때문이다. 또한 수축부 내에서의 복사 열전달량은 비교적 균일한 분포를 나타내고 있는데 이는 가스가 축방향으로 진행되는 동안 국소적인 체적의 감소로 인한 복사열전달의 감소는 대단히 작음을 의미하며 수축부에서의 축방향으로의 압력 증가에 의한 국소적인 방사율의 증가를 고려하지 않고  $\epsilon_g$ 를 평균광로를 기준으로 산정하여 계산하여도 타당함을 의미한다. 열전달에 의해서 Ma수가

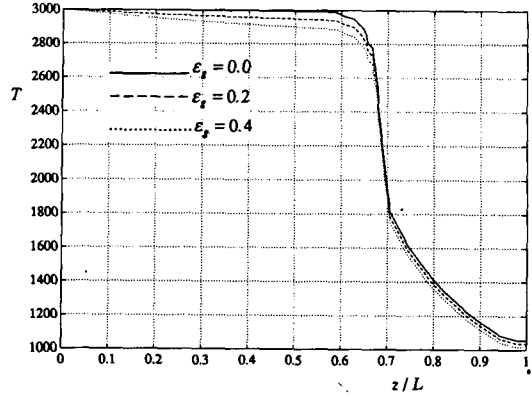


Fig. 4 Calculated distributions of the static temperature in the core;  $T_o=3000K$ ,  $p_o=30$ atm

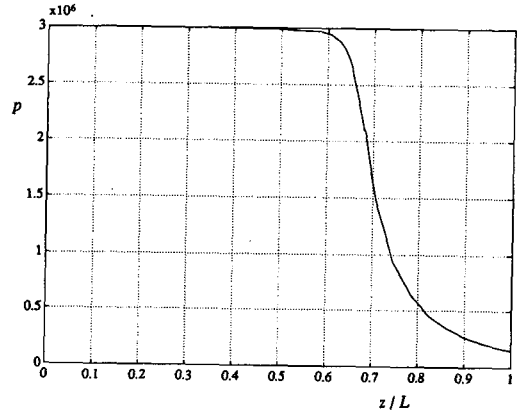


Fig. 5 Calculated distributions of the static pressure in the core;  $T_o=3000K$ ,  $p_o=30$ atm

1.0이 되는 위치는 미소하나마 목의 상류에서 발생한다. 이때 정압의 분포를 Fig. 5에 나타내었다. 코어유동은 등엔트로피 과정이라고 보았기 때문에 압력은 하류로 가면서 감소하지만, 복사 열전달에는 관계가 없다. 마찰저항계수와 St수는 무차원화된 변수로서 복사열전달량에 따라 큰 변화를 보이지 않는다. 이러한 복사열전달의 결과 코어에서 온도는 감소하고, 이로 인하여 대류에 의한 열전달량은 감소하리라 예상할 수 있다.

대류 열전달량의 변화를 Fig. 6에 나타내었다. 목에서 열전달률은  $\epsilon_g$ 가 0.0, 0.2, 0.4로 변함에 따라 각각  $2.29, 2.23, 2.17 \times 10^7$ 이다. 이는 복사를 고려하지 않은 경우에 비하여 2.6% 및 5.2% 감소를 의미한다. 목에서 복사 열전달률이 0.0, 0.032, 0.063  $\times 10^7$ 임을 고려하면, 실제로 전체 열전

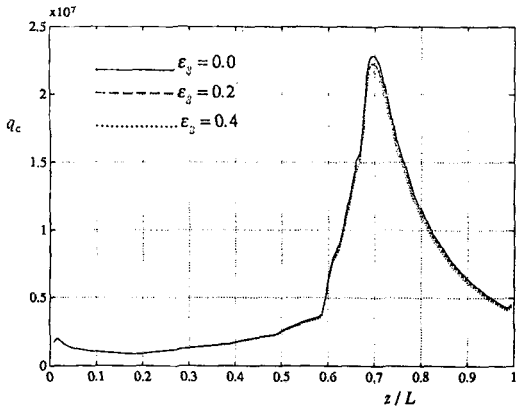


Fig. 6 Calculated distributions of the convective heat transfer rate on the wall;  $T_o=3000K$ ,  $p_o=30$  atm

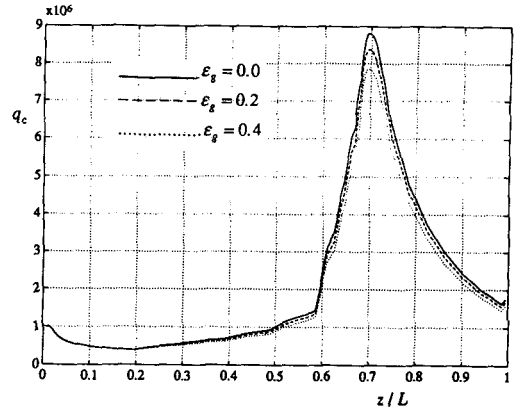


Fig. 8 Calculated distributions of the convective heat transfer rate on the wall;  $T_o=3000K$ ,  $p_o=10$  atm

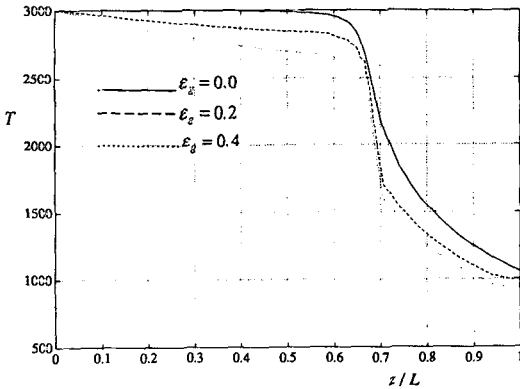


Fig. 7 Calculated distributions of the static temperature in the core;  $T_o=3000K$ ,  $p_o=10$ atm

달률은 1~2% 감소함을 나타낸다. 이러한 결과는 목 근처에서 복사 열전달의 증가는 대류열전달의 감소와 서로 상쇄되어 실제로는 중요하지 않음을 나타낸다. 그러나 수축부에서는 상대적으로 정체온도가 높기 때문에 복사 열전달률이 대류 열전달률에 비해서 1~2배 많음을 알 수 있다.

연소실의 압력이 10기압일 때의 계산 결과를 Fig.7에 나타내었다. 주어진 목의 면적으로 흐르는 최대 질량률은 연소실의 압력에 비례하고, 온도의 제공근에 반비례한다. 따라서 압력을 10기압으로 하면 30기압의 경우보다 질량률이 1/3이 되고 따라서 레이놀즈수가 1/3 정도 감소한다. 이 때에는 상대적으로 복사에 의한 노즐 내의 온도의 감소가 상당히 크다. 이에 따라서 목에서 대류에 의한 열전달률은 Fig. 8에 나타낸 대로  $\epsilon_g$ 가 0.0, 0.2, 0.4

로 변함에 따라 각각  $0.881, 0.838, 0.786 \times 10^7$ 이다. 즉 복사에 의해서 수축부에서 가스가 상당히 냉각되기 때문에 대류 열전달은 상당히 감소한다. 이때 복사에 의한 열전달량은 앞서의 경우와 거의 같으므로 전체 열전달률은 2~5% 정도 감소하였음을 나타낸다. 그러나 이때에도 수축부에서는 대류에 의한 열전달률이 상대적으로 작기 때문에 복사에 의한 열전달이 2~4배 많음을 알 수 있다. 한편 연소실의 온도를 낮추었을 경우에는 상대적으로 레이놀즈 수가 증가하고 복사열전달이 감소하기 때문에 복사의 효과는 줄어든다. 물론 온도를 높이는 경우에는 흐르는 질량률의 감소와 복사량의 증가가 동시에 이루어 지기 때문에 복사의 영향이 커진다.

#### 4. 결 론

이상 로켓 추진 노즐내의 열전달에 복사가 미치는 영향을, 평균광도를 도입하고 복사에 의해서 코어의 온도가 감소함이 대류열전달에 미치는 영향을 압축성 열경계층 계산을 통해서 정성적으로 예측하여 연구하였다. 이 연구 결과를 다음과 같이 요약한다.

(1) 노즐에서 열전달이 가장 많이 이루어지는 목 근처에서는 복사에 의한 열전달이 상대적으로 크지 않으며, 복사에 의한 열전달의 증가는 수축부에서 가스를 냉각시키기 때문에 목에서 대류 열전달을 감소시킨다. 이 때문에 상당한 부분은 상쇄되어 전 열전달률은 오히려 감소한다.

(2) 가스의 온도가 상대적으로 높은 수축부에서는 복사 열전달이 많으나 이에 따른 대류 열전달량의 변화는 크지 않다. 그러나 대류 열전달에 비하여 복사열전달이 상당히 크기 때문에 수축부의 벽 내부 온도의 분포가 민감한 설계에서는 복사열전달을 보다 정확하게 고려하여야 한다.

(3) 연소실의 압력이 감소하고, 온도가 증가할수록 주어진 노즐의 질량유량이 감소하고, 이에 따라서 복사가 대류열전달에 미치는 영향이 증가한다.

(4) 본 연구에서 채택한 방법은 추진 노즐의 설계 단계에서 쉽게 적용할 수 있다고 생각되며 좀더 엄밀한 계산결과와 비교될 수 있는 상대적 근거가 된다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Bartz, D.R., 1965, "Turbulent Boundary Layer Heat Transfer from Rapid Accelerating Flow of Rocket Combustion Gases and Heated Air", *Advances in Heat Transfer*, Vol.2, Academic Press.
- (2) Boldman, D.R., 1972, "Prediction of Local and Integrated Heat Transfer in Nozzle Using an Integral Turbulent Boundary Layer Method", NASA TN D-6595.
- (3) Harris, J.E. and Blanchard, D.K., 1982, "Computer Program for Solving Laminar, Transitional, or Turbulent Compressible Boundary Layer Equations for Two Dimensional and Axisymmetric Flow", NASA TM-83207.
- (4) 강신형, 김성훈, 1989, "벽면 조도와 분출이 수축 확대 노즐의 마찰계수와 열전달에 미치는 영향", 대한기계학회논문집, 제 13 권, 제 6 호, pp. 1282~1291.
- (5) Cebeci, T. and Smith, A.M.O., 1976, *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press.
- (6) Saad, M.A., 1985, *Compressible Fluid Flow*, Prentice-Hall Inc..
- (7) Siegel, R. and Howell, J.r., 1981, *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGraw-Hill.

(1) Bartz, D.R., 1965, "Turbulent Boundary Layer Heat