

<論 文>

光彈性 直交異方性體의 物性値와 應力 프린지치 簡易 測定法

黃 在 錫\* · 李 廣 浩\*\*

(1989년 10월 13일 접수)

The Simple Measurement of Physical Properties and Stress Fringe Value for Photo-Elastic Orthotropic Material

Jai-Sug Hawong and Kwang-Ho Lee

**Key Words :** Orthotropic Materials(직교 이방성체), Photoelastic Experiment(광탄성 실험), Basic Physical Properties(기본 물성치), Basic Stress Fringe Value(기본 응력 프린지치), Photo-Elastic Orthotropic Material(광탄성 직교이방성체)

Abstract

The various composite materials have been developed with the development of high strength material and the increasement of composite material usage. Therefore many researchers have studied about the stress analysis and the fracture mechanics for composite materials through the experiment or the theory. Among the experimental methods, the photoelastic experiments have been used for the stress analysis of the isotropic structures or the anisotropic structures. To analyze the stresses in the orthotropic material with photoelastic experiment, the basic physical properties ( $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ ) and the basic stress fringe values ( $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$ ) are needed, therefore the relationships between the basic physical properties and the stress fringe values were derived in this paper. When the stress fringe value is very large, it was assured by the experiment that the relationships are established both in the room temperature and in the high temperature ( $T = 130^\circ\text{C}$ ). Therefore the basic physical properties can be obtained from the relationships by measuring stress fringe values instead of measuring the basic physical properties.

1. 서 론

최근 높은 강도의 재료개발과 더불어 항공기, 선박 등 여러 분야에 복합체의 사용증가로 다양한 복합재료가 개발되어 왔다. 그러므로 복합체의 응력 해석<sup>(1)</sup> 및 파괴역학<sup>(2)</sup> 등에 대하여 실험적으로나 이론적으로 연구되어 왔다. 특히 직교이방성체의 파괴역학적인 문제를 광탄성 실험<sup>(3,4)</sup>으로 하고자 할 때는 직교 이방성체의 기본물성치( $E_L$ ,  $E_T$ ,

$G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ )와 응력 프린지치( $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$ )를 측정하지 않으면 안 된다. 그러므로 이 기본 물성치를 측정하는 데는 스트레인 게이지의 사용<sup>(5)</sup>, 모아레 방법<sup>(6,7)</sup>, 홀로그래피 간섭법<sup>(8,9)</sup>, 초음파 방법<sup>(10,11)</sup> 등이 있다. 이 가운데서도 주로 스트레인 게이지를 사용하여 물성치를 측정하여 왔다. 그리고 이방성체를 광탄성 실험으로 해석하는 방법은 투과용 광탄성 실험법<sup>(12,13,14)</sup>, 입사법(oblique incidence noe method)<sup>(15)</sup>, 산란광법<sup>(16)</sup>, 반사법(birefringent coating method)<sup>(17,18)</sup> 등이 있다. 이러한 방법에 의하여 직교이방성체를 응력해석하기 위해서는 3개의 응력 프린지치(stress fringe value :  $f_L$ ,  $f_T$ ,

\*정회원, 영남대학교 공과대학 기계공학과

\*\*정회원, 한국조폐공사 주화부

$f_{LT}$ ) 혹은 3개의 변형률 프린지치(strain fringe value :  $f_{\epsilon L}$ ,  $f_{\epsilon T}$ ,  $f_{rLT}$ ) 등이 필요하다. 3개의 응력 프린지치를 측정하기 위하여 일반적으로 응력-광법칙(stress-optic law)<sup>(19,20)</sup> 등을 사용하고 그리고 3개의 변형률 프린지치를 측정하기 위하여서는 변형률-광법칙(strain-optic law)<sup>(21,22,23,24)</sup> 등을 사용하여왔다. 변형률 프린지치는 화이버의 체적 비율이 많으나 적으나 응력 프린지치와 직교이방성체의 기본 물성치로 구성되어 있으므로 무엇보다도 직교이방성체를 광탄성 실험으로 하고자 할 때는 기본 물성치나 기본 응력 프린지치가 필요하다. 이러한 기본 물성치나 기본 응력 프린지치 중에서  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $f_L$ ,  $f_T$  등의 측정은 별로 어려움이 없고 측정하는 데도 오차가 크게 발생하지 않는다. 그러나 직교 이방성체의 횡탄성 계수( $G_{LT}$ )와 횡 응력 프린지치( $f_{LT}$ ) 등을 측정하는 데는 시험편 고정단(end-constraint)<sup>(25,26)</sup>의 영향에 의하여 많은 오차가 발생한다. 그러므로 Iosipescu의 전단 시험법을 개량한 장치<sup>(27)</sup>와 Arcan 전단 시험법<sup>(28)</sup>을 사용하여 직접 측정된 응력 프린지치( $f_{LT}$ )와 Sampson의 응력-광법칙에 의하여 구한  $f_{LT}$ 와 서로 비교하여 Sampson의 응력-광법칙이  $f_{LT}$ 를 간접적으로 측정하는데 사용할 수 있는가를 확인한다. 그리고 직교 이방성 재료를 광탄성 실험에 의하여 해석하는 경우에 필요한 기본물성치와 응력 프린지치 관계를 구하여 이 관계가 상온과 고온에서도 성립하는가를 확인하고 또 직접 물성치를 측정하는 대신에 각 물성치에 대응되는 응력 프린지치에 의하여 물성치를 구하는 방법을 개발하는데 이 연구의 목적을 둔다.

## 2. 기초 이론

### 2.1 이방체의 물성치 관계식

모든 방향에 따라 다른 성질을 가지는 이방체가 이방성을 균일하게 내포하고 Hooke의 법칙이 성립하면 방정식 (1)의 관계식이 성립한다<sup>(29)</sup>.

$$\epsilon_{ij} = \sum_{j=1}^6 a_{ij} \sigma_j \quad (1)$$

$$a_{ij} = a_{ji} \quad (i, j=1, 2, 3, \dots, 6)$$

평면응력상태에서 평형방정식을 만족하는 Airy의 함수  $U(x, y)$ 와 평면상태의 변형률 적합조건식을 이용하여 이방성체의 평면문제에 대한 변형률 적합조건식의 편미분 방정식을 방정식 (2)와 같이 얻을 수 있다<sup>(30)</sup>.

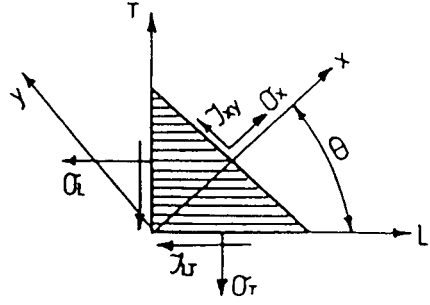


Fig. 1 The relationship between elastic symmetric axis and reference axis

$$a_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (2)$$

연산자(operator)  $D_j = \frac{\partial}{\partial y} - \mu_j \frac{\partial}{\partial x}$ 을 사용하면 방정식 (2)는 특성방정식 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$a_{11} \mu_j^4 - 2a_{16} \mu_j^3 + (2a_{12} + a_{66}) \mu_j^2 - 2a_{26} \mu_j + a_{22} = 0 \quad (3)$$

Fig. 1에서 보듯이  $\theta=0^\circ$ 인 경우 즉 이방성 주축과 좌표축이 일치하는 경우  $a_{16}=a_{26}=0$ 가 된다. 이 경우의 방정식 (3)은 방정식 (4)로 변경된다.

$$a_{11} \mu_j^4 + (2a_{12} + a_{66}) \mu_j^2 + a_{22} = 0 \quad (4)$$

직교 이방체의 주축과 좌표축  $x, y$ 축이 일치하는 경우 탄성계수  $a_{ij}$ 는 방정식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$a_{11} = \frac{1}{E_L}, \quad a_{12} = -\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T},$$

$$a_{22} = \frac{1}{E_T}, \quad a_{66} = \frac{1}{G_{LT}} \quad (5)$$

만약에 임의 좌표축  $x$ 가 직교 이방성체의 주축  $L$ 에 대해  $\theta$ 만큼 경사진 경우에는 방정식 (4)는 다시 방정식 (6)으로 된다.

$$a'_{11} \mu_j^4 - 2a'_{16} \mu_j^3 + (2a'_{12} + a'_{66}) \mu_j^2 - 2a'_{26} \mu_j + a'_{22} = 0 \quad (6)$$

이때  $a'_{ij}$ 는 방정식 (7)로 나타낼 수 있다.

$$a'_{11} = \frac{\ell^4}{E_L} + \frac{m^4}{E_T} + \ell^2 m^2 \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \quad (7a)$$

$$a'_{12} = \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \ell^2 m^2 - \frac{\nu_{LT}}{E_L} \quad (7b)$$

$$a'_{22} = \frac{m^4}{E_L} + \frac{\ell^4}{E_T} + \ell^2 m^2 \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \quad (7c)$$

$$a'_{16} = -\left[2\left(\frac{m^2}{E_T} - \frac{\ell^2}{E_L}\right) + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L}\right)(\ell^2 - m^2)\right] \ell m \quad (7d)$$

$$a'_{26} = -\left[2\left(\frac{\ell^2}{E_T} - \frac{m^2}{E_L}\right) - \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L}\right)(\ell^2 - m^2)\right] \ell m \quad (7e)$$

$$a'_{66} = 4\left(\frac{1}{E_T} + \frac{1}{E_L} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} - \frac{1}{B_{LT}}\right) \ell^2 m^2 + \frac{1}{G_{LT}} \quad (7f)$$

이때  $\ell = \cos\theta$ ,  $m = \sin\theta$

방정식 (4), (5), (6)에서 알 수 있듯이 직교 이방성체는 기본 물성치  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ 만 알면 방정식 (4), (6)의 특성근  $\mu_j$ 를 알 수 있다. 이  $\mu_j$ 는 직교이방성체의 구조물의 응력분포를 응력집중이나 파괴역학적인 관점에서 해석하고자 할 때 반드시 필요한 것이다. 그러므로 특히  $E_L$ ,  $E_0$ ,  $G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ ( $\nu_{TL}$ )등을 직교 이방성체의 기본물성치라 한다.

### 2.2 물성치와 응력 프린지치(Stress Fringe Value)의 상사성

등방체의 광탄성 재료인 경우 응력 프린지치와 물성치는 모든 방향에 일정하지만 복합체에는 방향에 따라 물성치와 응력 프린지치가 다르다. 그러므로 직교 이방성체의 기본 물성치( $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ )와 응력 프린지치( $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$ )의 측정은 Fig. 2 처럼 한다. 그러나 변형률과 응력 프린지치는 각각 분리하여 측정하여야 한다. 응력 프린지치와 물성치는 Fig. 2의 기본 물성치와 응력 프린지치의 모델에서 각각 측정되어지는 무늬차수, 변형률 그리고 작용하는 하중을 방정식 (8)과 (9)에 적용하여

얻을 수 있다.

$$f_L = \frac{\sigma_L \cdot t}{n_L}, \quad f_T = \frac{\sigma_T \cdot t}{n_T}, \quad f_{LT} = \frac{2\tau_{LT} \cdot t}{n_{LT}} \quad (8)$$

$$f_\theta = \frac{\sigma_\theta t}{n_\theta}, \quad (f_{LT})_\theta = \frac{2\tau_{xy} \cdot t}{n_{xy}}$$

여기에서  $n$ 은 무늬차수,  $t$ 는 시편의 두께를 나타낸다.

$$E_L = \frac{\sigma_L}{\epsilon_L}, \quad E_T = \frac{\sigma_T}{\epsilon_T},$$

$$G_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{\epsilon_1 - \epsilon_2}$$

$$E_\theta = \frac{\sigma_\theta}{\epsilon_\theta}, \quad G_\theta = \frac{\tau_{xy}}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = \frac{\tau_{xy}}{\epsilon_{\theta+\frac{\pi}{4}} - \epsilon_{\theta+\frac{3}{4}\pi}} \quad (9)$$

$$\nu_{LT} = \frac{-\epsilon_T}{\epsilon_L}, \quad \frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T},$$

$$\nu_\theta = -\frac{\epsilon_{\theta-\frac{\pi}{2}}}{\epsilon_\theta} \quad (10)$$

방정식 (8), (9), (10)을 보면 광탄성 성질을 가진 직교 이방성체의 응력 프린지치  $f_L$ ,  $f_\theta$ ,  $f_{LT}$ 는 탄성계수  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ 와 상사하며 일정한 관계가 있다고 생각할 수가 있다<sup>(31)</sup>.

### 2.3 응력 프린지치와 물성치와의 관계

방정식 (8)에서 무늬차수  $n$ 과  $n_{LT}$ 는 화이버의 무늬차수와 모재의 무늬차수 합으로 나타낼 수 있다.

$$n = n_f + n_m = \sigma_f \cdot t_f / f_f + \sigma_m \cdot t_m / f_m$$

$$n_{LT} = n_{fLT} + n_{mLT} = 2r_f \cdot t_f / f_f + 2r_m \cdot t_m / f_m \quad (11)$$

$$(t_f/t = V_f, \quad t_m/t = V_m)$$

여기에서  $t_f$ 와  $t_m$ 는 화이버와 매트릭스가 판 전체 두께에 차지하는 두께이며 이것을 전체두께  $t$ 에 대한 비율 체적비율로 바꾸면 각각  $t_f/t = V_f$ 와  $t_m/t = V_m$ 로 바꾸어 진다. 이 관계식과 방정식

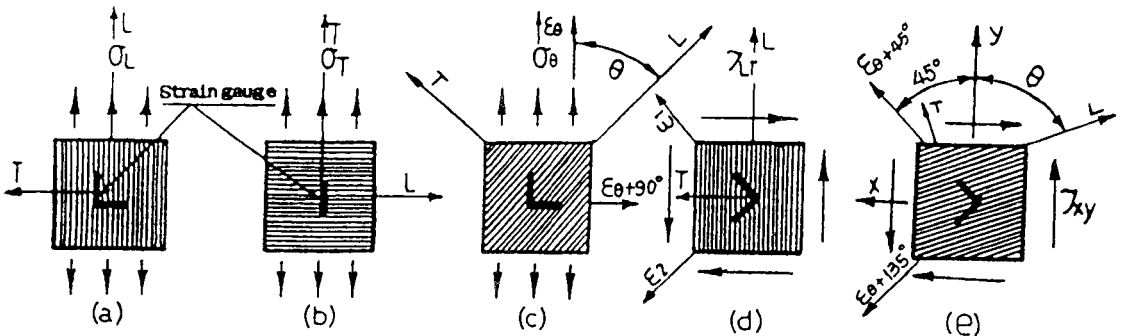


Fig. 2 Model for the basic physical properties and the basic stress fringe value

(11)을 방정식 (8)에 적용하면 방정식 (12)가 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 f_T &= E_T \cdot \varepsilon_T / [(1/f_f) \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \cdot V_f \\
 &\quad + (1/f_m) \cdot E_m \cdot \varepsilon_m \cdot V_m] \\
 f_L &= E_L \cdot \varepsilon_L / [(1/f_f) \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \cdot V_f \\
 &\quad + (1/f_m) \cdot E_m \cdot \varepsilon_m \cdot V_m] \\
 f_\theta &= E_\theta \cdot \varepsilon_\theta / [(1/f_f) E_f \cdot \varepsilon_f \cdot V_f \\
 &\quad + (1/f_m) E_m \cdot \varepsilon_m \cdot V_m] \\
 f_{LT} &= 2G_{LT} \cdot \gamma_{LT} / [(1/f_f) \cdot 2G_f \cdot \gamma_f \cdot V_f \\
 &\quad + (1/f_m) 2E_m \cdot \varepsilon_m \cdot V_m] \\
 f_{xy\theta} &= 2G_\theta \cdot \gamma_\theta / [(1/f_f) 2G_f \cdot \gamma_f \cdot V_f \\
 &\quad + (1/f_m) 2E_m \cdot \varepsilon_m \cdot V_m] \quad (12)
 \end{aligned}$$

본 연구에서 개발된 CFEC(Copper Fiber Epoxy Composite)<sup>(32)</sup>은 화이버의 응력 프린지치가 무한대인 경우에 해당하며 모재가 화이버를 둘러 싸고 있으므로 복합체의 변형률이나 모재의 변형률은 같다고 볼 수 있으므로 방정식 (12)는 방정식 (13)가 된다.

$$f_L = \frac{E_L \cdot f_m}{E_m \cdot V_m} \quad (13a)$$

$$f_T = \frac{E_T \cdot f_m}{E_m \cdot V_m} \quad (13b)$$

$$f_\theta = \frac{E_\theta \cdot f_m}{E_m \cdot V_m} \quad (13c)$$

$$f_{LT} = \frac{G_{LT} \cdot f_m}{G_m \cdot V_m} \quad (13d)$$

$$(f_{LT})_\theta = \frac{G_\theta \cdot f_m}{G_m \cdot V_m} \quad (13e)$$

방정식 (13)은 화이버의 응력 프린지치가 무한히 큰 경우에 사용될 수 있는 물성치와 응력 프린지치의 관계를 나타낸 식이다<sup>(33)</sup>. 그리고  $f_L$ 과  $f_T$ 는 Fig. 2의 (a)와 (b)에서 스트레인 게이지(strain gauge)가 붙지 않는 상태에서 가하는 하중과 발생하는 무리차수로서 쉽게 측정할 수 있으나  $f_{LT}$ 는 Fig. 2의 (d)처럼 순수 전단 하중을 가하기가 어렵고 번거롭다. 그러므로  $f_{LT}$ 는 방정식 (14)를 사용하여 구할 수 있다<sup>(20)</sup>.

$$\begin{aligned}
 f_\theta &= f_L [(\cos^2 \theta - \frac{f_L}{f_T} \sin^2 \theta)^2 \\
 &\quad + (\frac{f_L}{f_{LT}})^2 \sin^2 2\theta]^{-\frac{1}{2}} \quad (14)
 \end{aligned}$$

즉 Fig. 2의 (a)와 (b)에서  $f_L$ 과  $f_T$ 를 측정하고 또 Fig. 2의 (c)에서  $\theta=45^\circ$ 인 경우  $f_{45}$ 를 측정한다. 그리고  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$ 를 방정식 (14) 대입하여 간접적으로  $f_{LT}$ 를 구한다. 그리고 방정식 (7f)의  $a_{66}$ 가  $1/G_\theta$ 에 해당하므로 방정식 (7f)을 방정식 (13e)에

대입하면  $(f_{LT})_\theta$ 를 구할 수 있고 방정식 (15)로써 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (f_{LT})_\theta &= \frac{f_m}{G_m V_m} \\
 &\times \left[ \frac{1}{4 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \ell^2 m^2 + \frac{1}{G_{LT}}} \right] \quad (15)
 \end{aligned}$$

방정식 (15)에 방정식 (13)을 대입하면  $(f_{LT})_\theta$ 는 물성치와 응력 프린지치의 관계식으로 나타낸 방정식 (16)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (f_{LT})_\theta &= 1/G_m \left[ \frac{4}{E_m} \left( \frac{1}{f_T} + \frac{1}{f_L} + \frac{2\nu_{LT}}{f_L} \right) \ell^2 m^2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{G_m} \left( \frac{4\ell^2 m^2}{f_{LT}} - \frac{1}{f_{LT}} \right) \right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

방정식 (15)와 (16)은 Fig. (2e)의 경우를 간접적으로 구하는 식이다. 광탄성 성질을 가지는 직교이방성체의 기본물성치와 모재의 물성치를 알면 방정식 (15)으로서 간접적으로  $(f_{LT})_\theta$ 를 구할 수 있다. 그리고 광탄성 성질을 가지는 직교이방성체의 기본 응력 프린지치와 모재의 물성치를 알면 방정식 (16)으로서  $(f_{LT})_\theta$ 를 구할 수 있다. 복합체의 물성치는 화이버의 물성치와 모재의 물성치로서 방정식 (17)처럼 나타낸다<sup>(34)</sup>.

$$E_L = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad (17a)$$

$$E_T = \left[ \frac{E_f + E_m + (E_f - E_m) V_f}{E_f + E_m - (E_f - E_m) V_f} \right] E_m \quad (17b)$$

$$E_{45} = \left[ \frac{E_f + E_m + 0.707(E_f - E_m) V_f}{E_f + E_m - 0.707(E_f - E_m) V_f} \right] E_m \quad (17c)$$

방정식 (17a)와 (17b)는 마이크로메카닉스(micromechanics)면에서 유도된 복합체의 물성치를 나타내고 방정식 (17c)는 화이버 방향에서 하중 방향이  $45^\circ$ 인 경우의 탄성계수를 나타내며  $V_f$ (화이버의 체적비율)항에  $\cos 45^\circ = 0.707$ 배한 실험식이다. 방정식 (17) 방정식 (13)에 대입하면 방정식 (18)이 얻어진다.

$$f_L = \frac{(E_m \cdot V_m + E_f \cdot V_f) f_m}{E_m \cdot V_m} \quad (18a)$$

$$f_T = \frac{(E_m + E_f + (E_f - E_m) V_f) f_m}{(E_m + E_f - (E_f - E_m) V_f) V_m} \quad (18b)$$

$$f_{45} = \frac{(E_m + E_f + 0.707(E_f - E_m) V_f) f_m}{(E_m + E_f - 0.707(E_f - E_m) V_f) V_m} \quad (18c)$$

$$f_{LT} = f_L \left[ \left( \frac{f_L}{f_{45}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{f_L}{f_T} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (18d)$$

방정식 (18a), (18b), (18c)는 물성치와 응력

프린지치와의 관계를 나타내고, 방정식 (18d)는 방정식 (14)에서  $f_{\theta} = f_{45}$ 를 대입하여 구한 식으로  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$ 와  $f_{LT}$  관계를 나타내고 있다. 응력 프린지치로서 물성치를 구하는 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다.

첫번째 경우로서는 복합체의 모재의 세로탄성계수  $E_m$ 가 응력 프린지치  $f_m$ 을 알고 있을 때 복합체의 응력 프린지치  $f_L$ 만 측정하면 방정식 (13a)에서  $E_L$ 을 구할 수 있다. 그리고  $E_L$ 을 방정식 (17a)에 대입하여  $E_T$ 를 구하고 이렇게 구한  $E_m$ ,  $E_T$ 를 방정식 (17b), (17c) 및 방정식 (18a), (18b), (18c)에 대입하여  $E_T$ 와  $E_{45}$  그리고  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$  등을 각각 구할 수 있다. 이때 구한  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$ 을 방정식 (18d)에 대입하면  $f_{LT}$ 도 구할 수 있고, 이것을 다시 방정식 (13d)에 대입하면  $G_{LT}$ 를 구할 수 있다. 그러므로 광탄성 실험을 직교이방성체의 광탄성 감도  $f_L$ 만 측정하면 위의 과정을 거쳐  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $E_{45}$ ,  $G_{LT}$ ,  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$  등의 물성치와 광탄성감도를 구할 수 있다.

두번째의 경우에는 복합체의 모재의 세로탄성계수  $E_m$ 과 화이버의 세로 탄성계수  $E_f$ 를 모르는 경우에는 우선 스트레인 게이지(strain gauge)로 화이버 방향의 시편의 세로 탄성계수  $E_L$ 과 프와송의 비  $\nu_{LT}$ 를 측정하고 응력 프린지치  $f_L$ 를 측정한다. 이렇게 측정된  $E_L$ 과  $f_L$ 을 방정식 (13a)와 (17a)에서  $E_m$ ,  $E_T$ 를 구하고 방정식 (17b), (17c) 및 (18)에 대입하여  $E_T$ ,  $E_{45}$ ,  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$ 를 구한다. 이것을 방정식 (18d)에 대입하여  $f_{LT}$ 를 구하고 다시 (13d)식에 대입하여  $G_{LT}$ 를 구한다. 그러면 직교이방성체를 광탄성 실험으로 해석코져 할 때 필요한  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ 와 응력 프린지치  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$  등을 얻을 수 있다. 그리고 방정식 (7)에 (13)식을 대입하면 방정식 (19)가 얻어진다.

$$a'_{11} = \frac{f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{\ell^4}{f_L} + \frac{m^4}{f_T} \right) + \frac{f_m}{V_m} \left( \frac{1}{G_m f_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_m f_L} \right) \ell^2 m^2 \quad (19a)$$

$$a'_{12} = \frac{f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{1}{f_L} + \frac{1}{f_T} + \frac{2\nu_{LT}}{f_L} \right) \ell^2 m^2 - \frac{f_m}{V_m} \left( \frac{\ell^2 m^2}{G_m f_{LT}} + \frac{\nu_{LT}}{E_m f_L} \right) \quad (19b)$$

$$a'_{22} = \frac{f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{m^4}{f_L} + \frac{\ell^4}{f_T} \right) + \frac{f_m}{V_m} \left( \frac{1}{G_m f_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_m f_L} \right) \ell^2 m^2 \quad (19c)$$

$$a'_{16} = - \left[ \frac{2f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{m^2}{f_T} - \frac{\ell^2}{f_L} \right) + \frac{f_m}{V_m} \left( \frac{1}{G_m f_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_m f_L} \right) (\ell^2 - m^2) \right] \ell m \quad (19d)$$

$$a'_{26} = - \left[ \frac{2f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{\ell^2}{f_T} - \frac{m^2}{f_L} \right) - \frac{f_m}{V_m} \left( \frac{1}{G_m f_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_m f_L} \right) (\ell^2 - m^2) \right] \ell m \quad (19e)$$

$$a'_{66} = \frac{4f_m}{E_m V_m} \left( \frac{1}{f_T} + \frac{1}{f_L} + \frac{2\nu_{LT}}{f_L} \right) \ell^2 m^2 - \frac{f_m}{G_m V_m} \left( \frac{\ell^2 m^2}{f_{LT}} - \frac{1}{f_{LT}} \right) \quad (19f)$$

방정식 (19)는 탄성계수  $a_{ij}$ 를 모재의 물성치와 응력 프린지치의 관계식으로 나타낸 식이며 모재의 응력 프린지치  $f_m$ 을 알 때 직교이방성체의 프와송비  $\nu_{LT}$ 를 측정과 동시에 세로 탄성계수  $E_L$ 을 측정하고 응력 프린지치  $f_L$ 만 측정하면 탄성계수  $a'_{ij}$ 의 모든 값을 방정식 (19)로서 구할 수 있다.

그리고 화이버 방향에 대한 하중방향이  $\theta$ 인 물성치  $E_{\theta}$ ,  $G_{\theta}$ ,  $\nu_{\theta}$ 는 방정식 (20), (21), (22) 등으로 나타낼 수 있다. 이때  $\frac{1}{E_{\theta}}$ ,  $\frac{1}{G_{\theta}}$ 은 방정식 (7)의  $a'_{11}$ 와  $a'_{66}$ 에 해당된다.

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{\ell^4}{E_L} + \frac{m^4}{E_T} + \ell^2 m^2 \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \quad (20)$$

$$\frac{1}{G_{\theta}} = 4 \left( \frac{1}{E_T} + \frac{1}{E_L} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \ell^2 m^2 + \frac{1}{G_{LT}} \quad (21)$$

$$\nu_{\theta} = \frac{\frac{\nu_{LT}}{E_L} (1 + \tan^4 \theta) + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} \right) \tan^2 \theta}{\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} \tan^4 \theta + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \tan^2 \theta} \quad (22)$$

방정식 (20), (21), (22)에 방정식 (13)을 대입하면  $E_{\theta}$ ,  $G_{\theta}$  및  $\nu_{\theta}$  등은 물성치와 응력 프린지치의 관계식으로 나타낼 수 있고, 방정식 (23), (24), (25)가 얻어진다.

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{\ell^4}{f_L} + \frac{m^4}{f_T} \right) + \frac{f_m}{V_m} \left( \frac{1}{G_m \cdot f_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_m \cdot f_L} \right) \ell^2 m^2 \quad (23)$$

$$\frac{1}{G_{\theta}} = \frac{4f_m}{E_m \cdot V_m} \left( \frac{1}{f_T} + \frac{1}{f_L} + \frac{2\nu_{LT}}{f_L} \right) \ell^2 m^2 - \frac{f_m}{G_m \cdot V_m} \left( \frac{4\ell^2 m^2}{f_{LT}} - \frac{1}{f_{LT}} \right) \quad (24)$$

$$\nu_{\theta} = \left[ \frac{\nu_{LT}}{E_m f_L} (1 + \tan^4 \theta) + (1/G_m - 1/E_m f_L) \right]$$

$$-1/E_m f_i \tan^2 \theta] / [\frac{1}{E_m} (\frac{1}{f_L} + \frac{1}{f_T} \tan^4 \theta) + (1/G_m f_{LT} - \frac{2\nu_{LT}}{E_m f_L}) \tan^2 \theta] \quad (25)$$

방정식 (23), (24), (25)에서 알 수 있듯이 모재의 물성치와 응력 프린지치 및 복합체의 응력 프린지치만 알면 물성치  $E_\theta$ ,  $G_\theta$ ,  $\nu_\theta$  등을 구할 수 있다. 그리고  $E_\theta$ 는 방정식 (13c)에 (14)를 대입하여 얻은 방정식 (26)에서도 구할 수 있다.

$$E_\theta = \frac{E_m \cdot V_m}{f_m} f_L [(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \frac{f_L}{f_T})^2 + (\frac{f_L}{f_{LT}})^2 \sin^2 2\theta]^{-\frac{1}{2}} \quad (26)$$

그리고 방정식 (27), (28), (29)는 Dally가 유도한 응력 프린지치  $f_L$ ,  $f_T$  및  $f_{LT}$ <sup>(35)</sup>를 나타내는 식이다.

$$f_L = [V_f + V_m \frac{E_m}{E_f} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m}] f_f \cdot f_m / [V_f \cdot f_m + V_m f_f \frac{E_m}{E_f} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m}] \quad (27)$$

$$f_T = [V_f^* + V_m^* \frac{E_m^*}{E_f^*} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m}] f_f \cdot f_m / [V_f \cdot f_m + V_m \cdot f_f \frac{E_m^*}{E_f^*} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m}] \quad (28)$$

$$f_{LT} = [V_f^* + (G_m^*/G_f^*) V_m^*] f_f f_m / [V_f f_m + V_m f_f (G_m^*/G_f^*)] \quad (29)$$

여기서

$$E_m^* = E_m / (1 - \nu_m^2)$$

$$G_m^* = G_m / (1 - 2\nu_m^2 / (1 - \nu_m))$$

$$E_f^* =$$

$$\frac{E_m^* + 2V_f^*(E_f - E_m^*)}{1 + [2V_f^*(1 - 2V_f^*)/E_m^* E_f] \{(E_f - E_m^*)^2$$

$$- (\nu_m E_f - \nu_f E_m^*)^2\}}$$

$$G_f^* = G_m^* G_f / (G_f + 2V_f^*(G_m^* - G_f))$$

$$V_f^* = \sqrt{V_f/\pi}, \quad V_m^* = 1 - V_f$$

방정식 (27), (28), (29)에 화이버의 응력 프린지치가 무한히 큰 조건을 대입하여 구하면 방정식 (27), (28), (29) 등은 각각 방정식 (30), (31), (32) 등으로 변화된다. 방정식 (30), (31), (32) 등은 방정식 (13a), (13b), (13d)와 방정식 (18a), (18b), (18d) 등과 각각 비교될 수 있다.

$$f_L = \left( V_f + V_m \frac{E_m}{E_f} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m} \right) f_m / \left( V_m \frac{E_m}{E_f} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m} \right) \quad (30)$$

$$f_T = \left( V_f^* + V_m^* \frac{E_m^*}{E_f^*} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m} \right) f_m / \left( V_m \frac{E_m^*}{E_f^*} \frac{1 + \nu_f}{1 + \nu_m} \right) \quad (31)$$

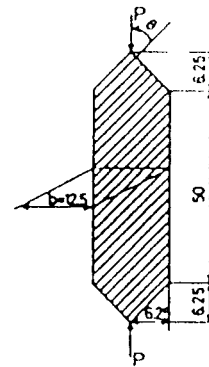
$$f_{LT} = \left( V_f^* + V_m^* \frac{G_m^*}{G_f^*} \right) f_m / \left( V_m \frac{G_m^*}{G_f^*} \right) \quad (32)$$

그리고 본 연구에서 고안한 방정식 (13)과 방정식 (18)의  $f_L$ ,  $f_T$  및  $f_{LT}$  등을 Dally의  $f_L$ ,  $f_T$  및  $f_{LT}$  등과 각각 비교하여 보면 Dally의 식에서는 모재와 화이버의 물성치를 모르면 응력 프린지치를 알 수 없고, 또한 응력 프린지치를 알아도 복합체의 물성치를 구할 수 없으나 본 연구에서 고안한 방정식은 모재와 화이버의 물성치를 몰라도 앞의 설명처럼 복합체의 세로 탄성계수  $E_L$ 과 응력 프린지치  $f_L$  모재의 응력 프린지치  $f_m$ 만 측정하면 모재와 화이버의 물성치를 알 수 있고 복합체의 물성치  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ 와 응력 프린지치  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{LT}$  등도 알 수 있다.

### 3. 실험장치 및 실험방법

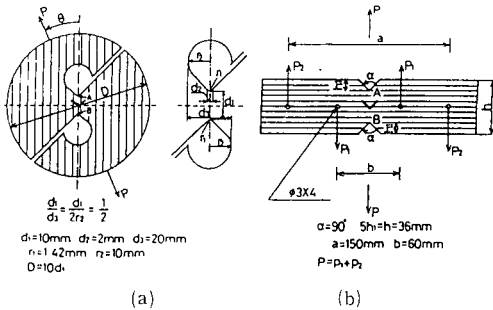
본 실험에 사용된 광탄성 복합체는 본 시험에서 개발된 CFEC이고 이 재료는 이미 투과용 광탄성 실험의 모델의 재료로 사용될 수 있다는 것이 확인되었다<sup>(32)</sup>. 그리고 이때 사용된 시편의 화이버의 직경은 0.5, 0.8, 1.0, 1.5mm이고 체적비율은 1.34, 5.5, 6.5, 14.1% 등이다.

본 실험에서는 응력 프린지치  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$  등을 측정하기 위해서 Fig. 3과 같이 CD(Compressed Diamond)시편을 사용하였고  $f_{LT}$ ,  $(f_{LT})_\theta$  등을 측



Compressed Diamond(CD)

Fig. 3 Test specimen for stress fringe value



(a) Arcan Circular Disk (ACD)  
(b) Developed Iosipescu Shear Test (DIST)

Fig. 4 Test specimen for  $f_{LT}$  and  $G_{LT}$

정하기 위해서는 Fig. 4와 같이 ACD (Arcan Circular Disk)<sup>(28)</sup>와 DIST (Developed Iosipescu Shear Test)<sup>(36)</sup> 시편을 사용하였다. 그리고 직교이방성재료 (CFEC)의 물성치 측정의 Fig. 2와 같이 하중이 작용하는 경우 스트레인 게이지 (strain gauge)를 CFEC의 표면에 부착하여 세로탄성계수  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $E_\theta$ 와 횡탄성계수  $G_{LT}$ ,  $G_\theta$  등을 측정하였다. 특히 횡탄성계수  $G_{LT}$ ,  $G_\theta$ 는 Fig. 4와 같이 Arcan Circular Disk와 Developed Iosipescu Shear Test 시편에 스트레인 게이지를 부착하기 전에 AB선에 나타나는 무늬 차수를 측정하여 응력 프린지치를 구한 후 이 시편에 다시 스트레인 게이지를 접착하여 각각 시편에 하중을 가하여 얻어지는 변형률  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = r_{12}$ 를 측정하여  $G_{LT}$ ,  $G_\theta$ 를 구하였다.

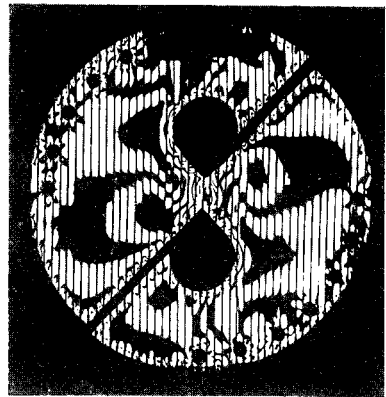
특히 고온에서 물성치를 구할 때는 먼저 시편에 하중을 가하지 않고 고온상태 (130°C)에서 수직상태로 두어 더 이상의 변위가 없을 때 즉 온도의 영향이 변형률의 변화에 영향을 미치지 않을 때까지 기다린 후에 하중을 가하고 다시 더 이상의 변위가 없을 때까지 기다린 후에 반복하여 하중을 가하여서 변위량을 측정하여 고온에서 물성치를 구하였다. 그리고 고온에서 응력 프린지치 측정은 일반적으로 광탄성실험에 사용되어온 3차원동결 사이클을 사용하여 응력을 동결시켜 이때 나타난 무늬 차수를 측정하여 구하였다.

#### 4. 실험 결과 및 고찰

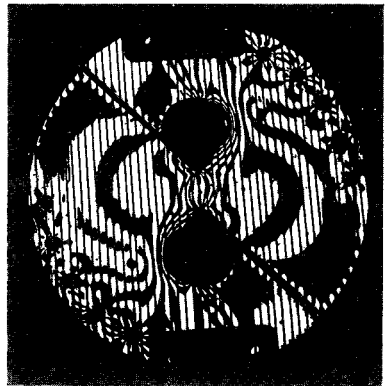
Fig. 5은 고온과 상온에서 얻은 ACD 시편의 응력



(a)



(b)



(c)

(a) ACD from CFEC (high temp, fiber direction: normal to AB line)  
(b) ACD from CFEC (high temp, fiber direction: parallel to AB line)  
(c) ACD from CFEC (rooms temp, fiber direction: parallel to AB line)

Fig. 5 Stress fringe pattern for ACD

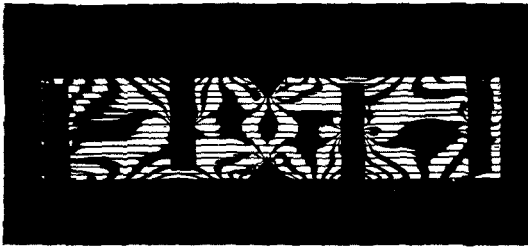


Fig. 6 Stress fringe pattern for DIST

프린지 형태를 나타낸다. 이때 화이버 직경은 0.5 mm이다. 그리고 Fig. 5의 (a)와 (b)는 고온에서 응력 프린지 형태, Fig. 5의 (c)은 상온에서 응력 프린지 형태를 각각 나타내고 있다. 이때 가한 하중과 체적비율은 Fig. 5의 (a), (b), (c)에 있어서 각각 5.37N, 0.6%, 11.48N, 1.6%, 470.4N, 1.3% 등이다.

Fig. 6은 DIST 시편의 응력 프린지 형태를 나타내고 있으며 종전에는 하중이 시편의 외부에서 가해졌으나 본 연구에서는 시편의 중립축에 하중이 가해지도록 DIST의 법을 개발하여 사용하였다<sup>(27)</sup>. 이때 DIST 시편의 화이버 직경은 0.5mm  $V_f$ 는 1.3%, 하중은 1274N이다.

Table 1은 스트레인 게이지로부터 직접 측정된  $E_o$ , 방정식 (17)로부터 얻은  $E_o$ 와 직접 측정된 응력 프린지치를 방정식 (13)에 대입하여 얻은  $E_o$ 를

나타내고 있고 또한 방정식 (18)로부터 얻은 응력 프린지치  $f_o$ 와 CD 시편으로부터 얻은  $f_o$ 를 나타내고 있다. Table 1에서 알 수 있듯이 응력 프린지치를 방정식 (13)에 대입하여 얻은  $E_o$ 와 방정식 (17)로부터 얻은  $E_o$ 는 스트레인 게이지로부터 직접 측정된  $E_o$ 와 잘 일치하고 있음을 알 수 있고 또 방정식 (18)로부터 얻은 응력 프린지치  $f_o$ 와 CD 시편으로부터 직접 측정된  $f_o$ 도 잘 일치함을 알 수 있다.

이때 방정식 (17)과 (18)로부터  $E_o, f_o$ 를 구하기 위해서는 모재의 세로 탄성계수  $E_m$ 과 화이버의 세로탄성계수  $E_f$ 를 알아야 하는데 본 실험에서는  $E_m$ 과  $E_f$ 를 직접 측정하지 않고 직교이방성체의 화이버 방향의 물성치  $E_L$ 와 응력 프린지치  $f_L$ 를 측정하여 방정식 (13a)와 (17a)에서  $E_m$ 과  $E_f$ 를 구하여 이것을 방정식 (17b), (17c), (18b), (18c)에 대입하여  $E_T, E_{45}$ 와  $f_T, f_{45}$ 를 구했다. 이때 모재의 응력 프린지치는 10.486KN/m이다.

그러므로 Table 1에서 알 수 있듯이 응력 프린지치  $f_L(f_o), f_T(f_{90}), E_{45}$ 는 이때 해당되는 응력프린지치를 방정식 (13)에 대입하여 정확하게 얻을 수 있는 것을 알 수 있다. Fig. 7은  $V_f$ 가 5.5%, 14.1%인 경우에 CD 시편으로  $f_L, f_T, f_{45}$ 를 측정하여 방정식 (14)에 대입하여 구한  $f_o$ 와 하중방향에 대한 화이버 각도 ( $\theta$ )별로 직접 측정된  $f_o$ 를 비교한 그림이다. Fig. 7에서 보듯이 방정식 (14)

Table 1 The evaluation of elastic modulus and stress fringe value

$V_f(\%) \backslash \theta, E, f$	$\theta$	Exp. $E_o$ from strain gague	$E_o$ from Eq.(17)	Exp. $f_o$ from CD	$E_o$ from $S \cdot f \cdot V$ of CD	$f_o$ from Eq.(18) KPa·m	$E_f, \text{MPa} \backslash E_m \text{MPa}$
1.34	0°	4870.6	4870.6	13.0928	4870.6	13.0928	72695.42
1.34	45°	4018	4008.2	10.78	4010.16	10.785	
1.34	90°	4091.5	4045.44	11.172	4155.2	10.878	
6.545	0°	8437.8	8437.8	26.117	8437.8	26.117	77146.58
6.545	45°	3963.12	3939.6	11.76	3799.446	12.1912	
6.545	90°	3976.84	4084.64	12.201	3941.56	12.6332	
14.1	0°	11760	11760	39.2	11760	39.2	61536.32
14.1	45°	4327.68	4361	13.9552	4186.56	14.576	
14.1	90°	4694.2	4700.08	15.2684	4580.52	15.582	

Elastic modulus:  $E_o$ (MPa),  $V_f$ : Fiber volume to composite volume, Stress Fringe Value(SFV):  $f_o$ (KPa·m)



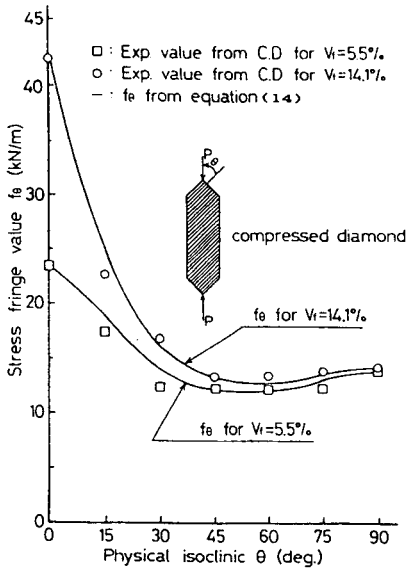


Fig. 7 Stress fringe value versus fiber angle

로부터 얻은  $f_\theta$ 와 실제로 CD 시편으로 측정된  $f_\theta$ 는 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 방정식 (14)로부터 얻은  $f_\theta$ 는 유용하게 사용할 수 있다.

Table 2는 응력 프린지치  $f_{LT}$ ,  $f_{45}$ ,  $f_{90}$ 를 CD 법으로 측정하여 방정식 (18d)에 대입하여 구한  $f_{LT}$ , ACD와 DIST의 시편으로부터 직접 측정된  $f_{LT}$ 와  $f_{LT}$ 를 측정하여 (13d)식에 대입하여 구한  $G_{LT}$ 와 ACD, DIST의 시편으로부터 직접 측정된  $G_{LT}$ 값을 나타낸 것이다. 그리고 프와송의 비  $\nu_{LT}$ , 응력 프린지치 그리고 응력 프린지치로부터 구한  $E_\theta$ 는 3번째 항에 순서대로 나타내었다. 방정식 (18d)에 대입하여 구한  $f_{LT}$ 와 ACD, DIST의 시편으로부터 직접 측정된  $f_{LT}$ 는 잘 일치하고 또  $f_{LT}$ 를 방정식 (13d)에 대입하여 얻은  $G_{LT}$ 와 ACD 시편으로부터 직접 측정된  $G_{LT}$ 값도 역시 잘 일치하고 있다. 이

Table 2 The evaluation of shear modulus and stress fringe value

$f_{LT} \cdot G_{LT}$	$\theta$	$\nu_{LT}$ SFV $E_\theta$ from SFV	Exp $f_{LT}$ (KPa·m)			Exp. $G_{LT}$		The $G_{LT}(f_{LT} = \frac{G_{LT} f_m}{G_m \cdot V_m})$		
			$f_{LT}$ from $f_\theta$	ACD	DIST	ACD	DIST	$G$ from $f_\theta$	ACD	DIST
1.3486% $d : 0.5mm$	0°	0.409 12.669 4332.58	10.31	11.49	11.12	1455.1	1764	1374.1	1513.12	1464.12
	45°	10.2704 3511.34								
	90°	10.435 3567.2								
5.546% $d : 1mm$	0°	0.422 24.598 8250.62	12.3921	12.51	12.62	1636.6	2479.4	1563.5	1576.82	1590.54
	45°	12.054 4043.088								
	90°	12.6322 4233.6								
14.1% $d : 1.5mm$	0°	0.466 41.5128 12664.05	14.05	13.65	14.38	1695.4	2430.4	1610.14	1564.08	1648.75
	45°	13.3476 4067								
	90°	14.1022 4292.4								

Shear stress fringe value :  $f_{LT}$ (KPa · m),  $d$  : Fiber diameter, Elastic modulus :  $E_\theta$ (MPa),  
Shear modulus :  $G_{LT}$ (MPa), Stress Fringe Value(SFV) :  $f_{LT}$ (KPa · m),  $f_\theta$  : (KPa · m)

때 방정식 (13d)에서  $G_{LT}$ 를 구하기 위해 사용된  $G_m$ 값은 1399.5Ma이며 실험값이다. 그리고 Table 1을 보면 알 수 있듯이 방정식 (18)로부터 구한 응력 프린지치  $f_L, f_T, f_{45}$ 는 CD 시편으로 직접 측정된  $f_L, f_T, f_{45}$ 와 잘 일치하고 있으므로 방정식 (18 a), (18b), (18c)에서 각각  $f_L, f_T, f_{45}$ 를 구하여 이것들을 (18d)식에 대입하여  $f_{LT}$ 를 구하고 이  $f_{LT}$ 를 (13d)식에 대입하여  $G_{LT}$ 를 구할 수 있다. 이때  $G_m = E_m/2(1 + \nu_m)$ 이다. 그러므로 Table 2에서 알 수 있듯이  $f_{\theta}$ 에서 얻은  $f_{LT}$ 와 ACD와 DIST에서 직접 측정된  $f_{LT}$ 와도 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그리고 응력프린지치  $f_{LT}$ 를 방정식 (13d)에 대입하여 얻은  $G_{LT}$ 와 ACD에서 직접 측정된  $G_{LT}$ 와도 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 물성치  $G_{LT}$ 를 본 연구에서 유도된 방정식 (13d)에 대입하여 간접적으로 구할 수 있다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 고온상태에서 복합체의 체적에 대한 화이버의 체적비율에 대한  $G_{xy}$ 를 나타낸 것으로  $G_{12}$ 는 Fig. 5의 (a)처럼 화이버가 ACD 시편의 벽면쪽으로 향하는 경우이고  $G_{23}$ 는 Fig. 5의 (b)처럼 ACD 시편의 상하로 향하는 경우이다. Fig. 9에서 알 수 있듯이 스트레인 게이지로 직접 측정된 물성치  $G_{xy}$ 와 응력이 동결될 때의 응력 프린지치를 식 (13d)에 대입하여 얻은  $G_{xy}$ 값은 잘 일치하고 있음

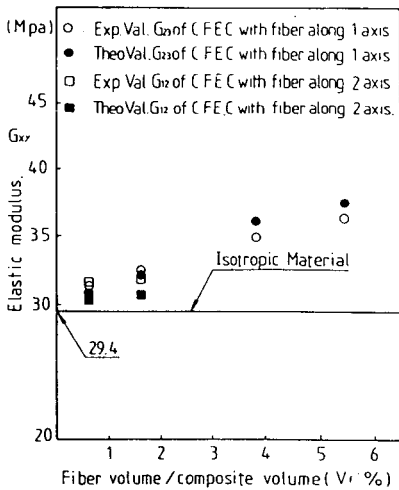


Fig. 8 The comparison of experimental value with theoretical value of  $G_{xy}$  with fiber volume ratio under high temperature ( $T=130^{\circ}C$ )

을 알 수 있다. 따라서 방정식 (13)은 고온상태에서도 성립한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9, 10, 11은  $V_f$ 가 6.5%인 경우  $E_{\theta}, G_{\theta}, \nu_{\theta}, f_{\theta}, (f_{LT})_{\theta}$ 의 실험치와 이론치를 물리적 등경선(physical isolinic)  $\theta$ 에 대해 나타낸 것이다. Fig. 9는 화이버 방향에 대한 하중방향의 변화에 따른  $E_{\theta}, f_{\theta}$ 를 구하여  $E_L$ 와  $f_L$ 로 각각 나눈 것인데 방정식 (20), (23), (26)에서 얻은 것과 스트레인 게이지로 직접 측정된  $E_{\theta}/E_L$ , 또 CD 시편으로 직접 측정된  $f_{\theta}/f_L$ 와 방정식 (14)로부터 얻은  $f_{\theta}/f_L$  등을 각각 나타내고 있다. 스트레인 게이지로 직접 측정된  $E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}$  등을 방정식 (20)에 대입하여 얻은  $E_{\theta}$ 값과 직접 측정된 응력 프린지치를 방정식 (13)에 대입하여 구한  $E_L, E_T, G_{LT}$ 를 방정식 (20)에 대입하여 구한 방정식 (23)으로부터 얻은  $E_{\theta}$ 의 값은 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러나 방정식 (20), (23)은 방정식 (26)과는 약간의 오차 ( $\theta=30^{\circ}$ 에서 11%)가 있고 스트레인게이지로 직접 측정된  $E_{\theta}$ 는 방정식 (26)과 잘 일치하고 있다. 방정식 (13c)의  $f_{\theta}$ 와  $E_{\theta}$ 는 비례해야 하는 것처럼 스트레인게이지로 직접 측정된  $E_{\theta}$ 와 CD 시편으로 직접 측정된  $f_{\theta}$ 는 완전히 비례하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 응력 프린지치로 물성치를 구하는 것이 타당하다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 유도한 물성치와 응력 프린지치의 관계식

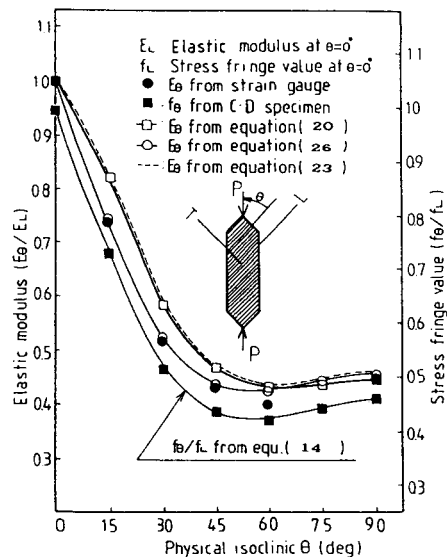


Fig. 9 Elastic modulus and stress fringe value with physical isoclinic in  $V_f=6.5\%$

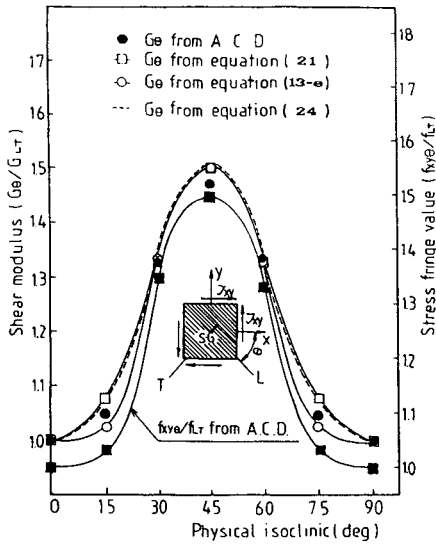


Fig. 10 Shear modulus and stress fringe value with physical isoclinic in  $V_f=6.5\%$

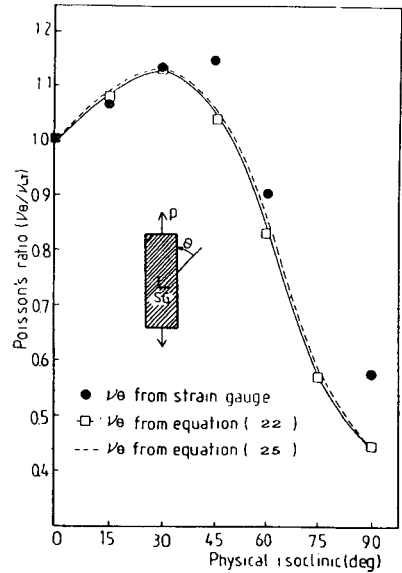


Fig. 11 Poisson's ratio with physical isoclinic in  $V_f=6.5\%$

(23)과 (26)을 사용하여  $E_\theta$ 를 구할 수 있고 방정식 (26)이 실제로 직접 측정된  $E_\theta$ 와 더 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 10은 화이버 방향에 대한 하중방향이 이루는 각도  $\theta$ 에 대한  $G_\theta/G_{LT}$ 와  $(f_{LT})_\theta/f_{LT}$ 를 나타낸 것이다. 그리고  $G_\theta/G_{LT}$ 는 방정식 (13e), (21), (24) 그리고 ACD 시편에서 얻은  $G_\theta$ 를 각각  $G_{LT}$ 로 나눈 것이고  $(f_{LT})_\theta/f_{LT}$ 은 ACD 시편에서 직접 측정된  $(f_{LT})_\theta$ 를  $f_{LT}$ 로 나눈 것이다. 방정식 (21), (24), (13e)에서 구한  $G_\theta$ 은 ACD 시편으로 직접 측정된  $G_\theta$ 와 오차는  $\theta$ 가  $30^\circ \sim 60^\circ$  사이에서는 거의 일치하고  $\theta$ 가  $0^\circ \sim 30^\circ$  사이에서 방정식 (21), (24)는 방정식 (13e)와 약 10%의 오차가 있다. 그러나 실제로 방정식 (21), (24)와 (13e)는 실험치와의 오차는 5% 미만이다. 따라서 본 연구에서 유도한 물성치와 응력 프린지치의 관계식인 방정식 (13e)와 (24)을 이용하여  $G_\theta$ 를 구할 수 있다. 또한 방정식 (13e)로부터 얻은  $G_\theta$ 와 식 (24)으로부터 얻은  $G_\theta$ 는 잘 일치하므로 방정식 (13e)에 식 (24)를 대입하여 얻은 방정식 (16)으로부터  $(f_{LT})_\theta$ 를 구할 수 있다는 것을 알 수 있다.

Fig. 11은 방정식 (22)와 식 (25)로부터 구한  $\nu_\theta$  및 스트레인 게이지로부터 측정된  $\nu_\theta$ 를 비교한 것이다. 방정식 (22)와 식 (25)에서 구한  $\nu_\theta$ 와는

$\theta=30^\circ$  이후에서는 잘 맞지 않는다.

Fig. 12, 13, 14는 Dally가 유도한 방정식 (27), (28), (29)서 화이버의 응력 프린지치가 무한히 큰 경우의 방정식 (30), (31), (32)과 비교한 것이다. Dally의 방정식 (27), (28), (29)은  $V_f$ 가 40%까지는 잘 성립한다는 것을 Dally에 의해 실험적으로

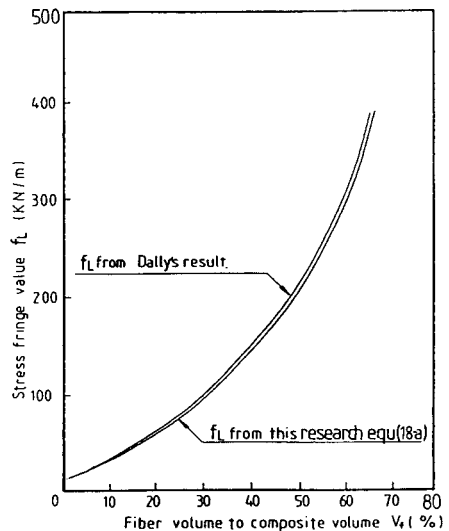


Fig. 12 Stress fringe value  $f_L$  with  $V_f$

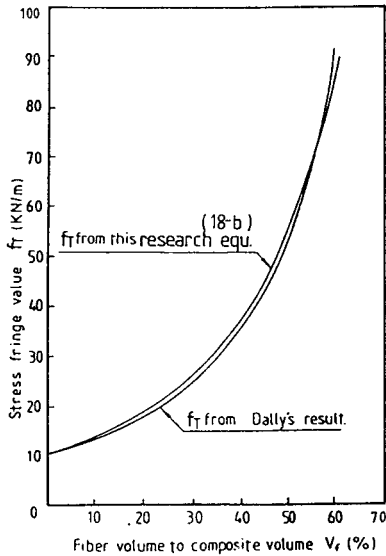


Fig. 13 Stress fringe value  $f_T$  with  $V_f$

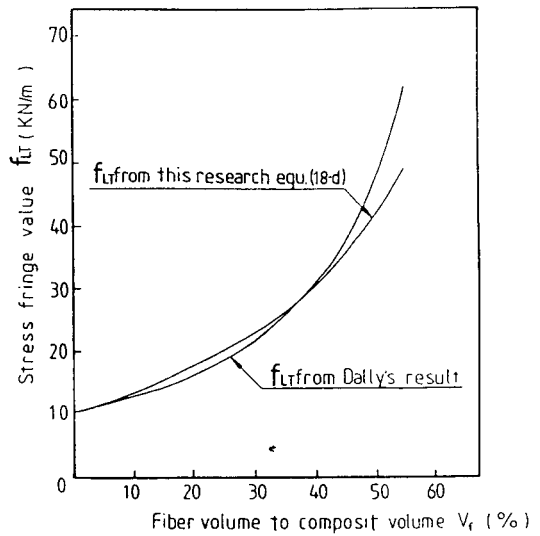


Fig. 14 Stress fringe value  $f_{LT}$  with  $V_f$

확인되었다<sup>(35)</sup>.

그리고 본 연구에서 사용된 물성치는  $E_m=3700$ ,  $E_f=75000$ ,  $G_m=1300$ ,  $G_f=7600\text{MPa}$ ,  $\nu_m=0.4$ ,  $V_f=0.33$ 이다. 그림에서 보듯이 본 연구에서 유도된 방정식 (18)과 방정식 (30), (31), (32)는 일치하고 있다.

Fig. 12는 복합체의 화이버 체적비율 ( $V_f$ )에 대한 응력 프린지치  $f_L$  즉 방정식 (30)과 방정식 (18a)를 나타낸 것이다. 이때  $V_f$ 가 100%까지 증가하여도 최대오차는 5% 미만이다.

Fig. 13은  $V_f$ 에 대한 응력 프린지치  $f_T$  즉 방정식 (31)와 방정식 (18b)를 나타낸 것이다.  $V_f$ 를 65%까지 증가하여도 최대오차는 약 8.5%이고 그리고 최대오차는  $V_f$ 가 30%에서 발생한다.  $V_f$ 가 65% 이상 증가되었을 때는 상당한 오차가 발생한다.

Fig. 14는  $V_f$ 에 대한  $f_{LT}$ 를 나타내고 있으며 이때  $f_{LT}$ 는 방정식 (18a), (18b), (18c)에서 구한  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$ 를 (18d)식에 대입하여 구한 것과 방정식 (31)에서 얻은 것이다.

그림에서 알 수 있듯이  $V_f$ 가 45%까지는 서로가 잘 일치하고 있음을 알 수 있고 이때 최대오차는  $V_f$ 가 20%일 때 8.7%이다.

Fig. 12와 13에서 보듯이  $V_f$ 가 증가 하더라도 본 연구에서 고안한 방정식 (18a), (18b)은 유용

하다는 것을 알 수 있고 또한 Fig. 14에서 보듯이 방정식 (18a), (18b), (18c)을 방정식 (18d)에 대입하여 얻은 응력 프린지치  $f_{LT}$ 도  $V_f$ 가 증가 하더라도 유용하다는 것을 알 수 있다. 그러므로 본 실험에서 고안한 방정식 (18)은  $V_f$ 가 증가 하더라도 유용하다는 것을 Fig. 12, 13, 14을 통하여 알 수 있다.

### 5. 결 론

위와 같이 실험과 고찰을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 모재의 응력 프린지치( $f_m$ )을 알고 있을 때 모재의 물성치  $E_m$ 과 화이버의 물성치  $E_f$ 를 실제로 측정하지 않아도 스트레인 게이지로 복합체의 물성치  $E_L$ 와 프와송의 비  $\nu_{LT}$  및 응력 프린지치 ( $f_L$ ) 측정하면 방정식 (13a)와 (17a)에서  $E_m$ ,  $E_f$ 를 구할 수 있고  $E_m$ ,  $E_f$  등을 방정식 (17b), (17c)에 대입하여  $E_T$ ,  $E_{45}$ 를 구할 수 있다. 이것들을 다시 방정식 (18a), (18b), (18c)에 대입하여  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$ 를 구할 수 있고 이것을 방정식 (18d)에 대입하면  $f_{LT}$ 를 얻을 수 있고 이  $f_{LT}$ 를 방정식 (13d)에 대입하면  $G_{LT}$ 도 구할 수 있다. 따라서 이방체의 물성치  $E_L$ ,  $\nu_{LT}$ 와 응력 프린지치( $f_m$ )만 측정하면 직교이방체의 탄성계수  $a'_{ij}$ 와 응력 프린지치  $f_L$ ,  $f_T$ ,  $f_{45}$  등을 구할 수 있다.

(2) 방정식 (13)은 상온과 고온에서도 성립하며 일반적으로 사용되는 어떠한 이방성체의 체적비율에도 응력 프린지치로써 물성치를 구하는 데 사용할 수 있는 식이다.

(3) 본 연구에서 구한 방정식 (18)은 체적비율이 큰 경우에도 유용하게 사용할 수 있다. 즉  $f_L$ 는  $V_f$ 가 전범위  $f_T$ 는  $V_f$ 가 65%,  $f_{LT}$ 는 45%까지 응력프린지치를 구하는 데 방정식 (18)을 사용할 수 있다.

(4) 임의 방향 탄성계수  $E_\theta$ 는 방정식 (23)과 (26)으로서 구할 수 있으나 방정식 (26)을 사용하는 것이 좋고 또 임의의 방향  $G_\theta$ 도 방정식 (13e)와 방정식 (24)를 사용하여 구할 수도 있다.

(5) 방정식 (16)을 사용하여 임의의 방향의 횡 응력 프린지치 ( $f_{LT}$ )를 구할 수 있다.

參 考 文 獻

(1) Green, A.E. and Taylor, G.I., F.R.S., 1989, "Stress Systems in Aeolotropic Plate I,II", *Proc. Roy. Soc.*, Vol. 173, A, pp. 163~192.  
 (2) Bowie, O.L. and Freese, C.E., 1972, "Central Crack in Plane Orthotropic Rectangular Sheet", *Int. J. of Frac.*, pp. 49~58.  
 (3) Mojtahed, M. and Zachary, L.W., 1987, "Use of Photoelasticity to Determine Orthotropic  $K_1$  Stress-Intensity Factor", *Exp. Mech.*, pp. 184~189.  
 (4) Prabhakaram, R., Chermahini, R.G., 1984, "Application of the Least-Squares Method to Elastic and Photoelastic Calibration of Orthotropic Composites", *Exp. Mech.*, pp. 17~21.  
 (5) Tuttle, M.E. and Brinson, H.F., 1984, "Resistance-Foil Strain Gage Technology Composite Materials", *Exp. Mech.*, pp. 54~65.  
 (6) Rowlands, R.E., Daniel, I.M. and Whithside, J.B., "Stress and Failure Analysis of a Glass-epoxy Composite Plate with a Circular Hole", *Exp. Mech.*, pp. 31~37.  
 (7) Daniel, I.M., Rowlands, R.E. and Post, D., 1973, "Strain Analysis of Composite by Moire Methods", *Exp. Mech.*, pp. 246~252.  
 (8) Rowlands, R.E., Dudderar, T.D., Prabhakaran, R. and Daniel, I.M., 1980, "Holographically Determined Isopachics and Isochromatics in the Neighborhood of a Crack in a Glass Composite", *Exp. Mech.*, pp. 53~56.  
 (9) 占口日出男, 内田康秀, 栗田政則, 尖田敏夫, 1988,

"レーザホログラフィー干涉法を用いた一機毛ーメント負荷による直交對稱積層板の曲げ彈性係數の測定", *日本機械學會論文講演技報*, 104B, 論文 No. 88-0018B.  
 (10) Dewey, B.R., Adien, L., King, R.T. and Cook, K. V., "Measurements of Anisotropic Elastic Constants of Type 308 Stainless Steel Electroslag Welds", *Exp. Mech.*, pp. 420~426(No. 1077).  
 (11) Kriz, R.D. and Stinchcomb, W.W., 1979, "Elastic Moduli of Transversely Isotropic Graphite Fibers and Their Composites", *Exp. Mech.*, pp. 41~48.  
 (12) 林毅, 1962, "直交異方性材料=光彈性實驗法", *應用物理*, 第31卷, 第10號, pp. 808~819.  
 (13) Maclaughlin, Thomas F. 1968, "A Photoelastic Analysis of Fiber Discontinuous in Composite Materials", *J. Composite Materials*, Vol. 2, No. 1, pp. 44~55.  
 (14) Pih, H. and Knight, C.E., 1969, "Photoelastic Analysis of Anisotropic Fiber Reinforced Composites", *J. Composite Materials*, Vol. 3, pp. 94~107.  
 (15) Ramamurthy Prabhakaran, 1982, "Extension of Oblique-Incidence Method to Photo-Orthotropic Elasticity", *Exp. Mech.*, pp. 462~467.  
 (16) Sutliff, D.R. and Pih, H., 1973, "Three-Dimensional Scattered-Light Stress Analysis of Discontinuous Fiber-Reinforced Composites", *Exp. Mech.*, pp. 294~298.  
 (17) Dally, J.W. and Alfirevich, I., 1969, "Application of Birefringent Coating to Glass-Fiber-Reinforced Plastics", *Exp. Mech.*, pp. 97~102.  
 (18) Pipes, R.B. and Dally, J.W., 1972, "On the Birefringent-Coating Method of Stress Analysis for Fiber-Reinforced Laminated Composites", *Exp. Mech.*, pp. 272~277.  
 (19) Prabhakaran, R., 1975, "On the Stress-Optic Law for Orthotropic-Model Materials in Biaxial-Stress Fields", *Exp. Mech.*, pp. 29~34.  
 (20) Samson, Robert C., 1970, "A Stress-Optic Law for Photoelastic Analysis of Orthotropic Composites", *Exp. Mech.*, pp. 210~215.  
 (21) Pipes, R.B. and Rose, J.L., 1974, "Strain-Optic Law a Certain Class of Birefringent Composite", *Exp. Mech.*, pp. 355~360.  
 (22) Prabhakaran, R., 1975, "Strain-Optic Law for Orthotropic Model Materials, *AIAA Jour.*, Vol. 13, No. 6, pp. 723~728.  
 (23) Sathikh, S., Prabhakaran, R., 1975, "Strain-Optic Law for a Certain Class of Birefringent Composites", *Exp. Mech.*, pp. 392~393.  
 (24) Agarwal, B.D., 1983, "An Approximate Method of

- Orthopic Photoelastic Analysis", *Exp. Mech.*, pp. 55~58.
- (25) Pagano, N.J. and Hanpin, J.G., 1968, "Influence of End Constraints in the Testing of Anisotropic Bodies", *J. Composite Materials*, Vol. 2, No. 4, pp. 523~526.
- (26) Rizzo, R.R., 1969, "More on the Influence of End Constraints on Off-Axis Tensile", *Composite Materials* Vol. 3, pp. 202~219.
- (27) Hawong, Jai Sug, Shimamoto, Akira, Takahashi, Susumu and Choi, Sun Ho, 1989, "Study on the Development of the Device for Pure Bending Moment and for Pur Shear Force of Orthotropic Materials", *Proceeding of the III Conference of Asian-Pacipic Congress on Strength Evaluation (APCS-89) Yokohama, Japan May 18~20*, pp. 131~137.
- (28) Aroan, M., Hashin, Z. and Voloshin, A., 1978, "A Method to Produce Uniform Plane Stress States with Application to Fiberreinforced Materials", *Exp. Mech.*, 4, p. 141.
- (29) Lekhnitskii, S.G., 1963, "Theory of Elascity of an Anisotropic Elastic Body", Translated by P. Fern, Holden-Day, Inc. Sanfrancisco.
- (30) Liebowitz, H., 1968, "Fracture an Advanced Treatise", Vol. II, Academic Press, p. 118.
- (31) Rrabharkaran, R., 1980, "A Unified Approach to Optical Constitutive Relations", *Exp. Mech.*, pp. 178~180.
- (32) 黃在錫, 崔善浩, 烏本聰, 高橋賞, 1989, "光彈性實驗用複合材料の開發に關する研究(第一報 直交異方性 複合材料の開發)", *日本機械學會論文集*, 第55卷, 第509號, pp. 11~16.
- (33) 黃在錫, 烏本聰, 高橋賞, 崔善浩, "光彈性實驗用複合材料の開發關する研究(第2報, 光彈性感度による物性値 測定法)", *日本機械學會論文講演 技別*, 214B 論文 No. 88-128B.
- (34) Sih, G.C. and E.P., 1973, "Fracture Analysis of Unidirectional Composites, *J. of Composites, J. of Composite Materials*", Vol. 0, pp. 230.
- (35) Dally, J. W. and Prabharkaran, R., 1971, "Photo-Orthotropic-Elasticity", *Exp. Mech.* 8, pp. 346~356.
- (36) Sullivan, J.L., Kao, B.G. and Van Oene, H., 1984, "Shear Properties and a Stress Analysis Obtained from Vinyl-Ester Losipescu Specimens", *Exp. Mech.*, 9, p. 223.