

<論 文>

유성치차장치의 회전오차 해석과 그 진단에 관한 연구

박 천 경* · 박 동 삼**

(1989년 8월 28일 접수)

A Study on the Analysis and Identification of Error Motion in Planetary Gear System

Chun Kyung Park and Dong Sam Park

Key Words : Planetary Gear System(유성치차장치), Pitch Error(피치오차), Run-out Error(편심오차), Error Motion(회전오차), Locus of the Displacement of Center(중심변위 궤적), Power Spectrum Estimation Using FFT(FFT를 이용한 파워스펙트럼분석)

Abstract

The manufacturing errors such as pitch error and run-out error in planetary gear system bring about the irregular displacement of the center of each gear, which cause the torque variation, vibration and noise. In this study, the relation between manufacturing errors and error motions of the center of gear was analyzed, and it can be applied to identify the errors of gears by investigating the measured locus of the center of each gear. Also, another identification method of power spectrum estimation using FFT algorithm was introduced, which analyze the frequency of the measured error motions. The results show that the error of each gear had a corresponding unique frequency, therefore, this method proved to be more effective.

기 호 설 명

E_s : 태양치차의 편심오차 크기

E_r : 내접치차의 편심오차 크기

E_c : 유성캐리어의 편심오차 크기

E_{pi} : i 번째 유성치차의 편심오차 크기

N_r : 내접치차의 잇수

N_s : 태양치차의 잇수

N_p : 유성치차의 잇수

α : 치차의 압력각

β_s : 태양치차의 편심방향과 기준위치간의 각도

β_r : 내접치차의 편심방향과 기준위치간의 각도

β_c : 유성캐리어의 편심방향과 기준위치간의 각도

β_{pi} : i 번째의 유성치차의 중심과 원점의 중심연결선과 유성치차의 편심방향과 이루는 각도

θ_s : 태양치차의 회전각도

θ_r : 내접치차의 회전각도

θ_c : 유성캐리어의 회전각도

θ_{pi} : i 번째 유성치차의 회전각도

ϕ_i : i 번째 유성치차의 중심과 원점의 중심연결선과 유성치차의 편심방향과 이루는 각도로 유성치차가 3개일 경우는 다음과 같다.

$$\phi_1=0, \phi_2=\frac{2\pi}{3}, \phi_3=\frac{4\pi}{3}$$

1. 서 론

변속장치의 자동화, 고변속비화, 고출력화 및 소형화에 따라 유성치차장치(planetary gear system)가 점차 실용화되고 있다. 그러나, 각 치차에 존재하는 여러 오차에 의하여 그 동력전달 효율이 충분

*정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

**정회원, 서울대학교 대학원

히 발휘되지 못하고 있는 경우가 많다. 이러한 유성치차 장치의 오차에는 크게 가공오차와 조립오차가 있으며 가공오차에는 피치오차, 치형오차 및 편심오차 등이 있다. 이들 오차에 의하여 동력전달축의 중심이 불규칙적으로 변하게 되며 이로 인하여 각 유성치차(planet gear)에 작용하는 하중이 불균일하게 되고 또한 특정 부분에 하중이 과다하게 작용한다든지 진동이나 소음이 발생하게 된다.

지금까지 이러한 오차가 치차를 사용한 동력전달 장치의 회전 특성에 미치는 영향에 관한 연구가 진행되어 왔으나 유성치차장치에 관한 대부분의 연구는 내접치차만이 고정되는 경우를 고려하고 있을 뿐만 아니라 이들 오차가 종합적으로 존재할 때는 해석의 복잡성으로 인하여 거의 연구되지 않았다^(1~4).

본 연구에서는 변속장치로 사용되는 유성치차장치에 있어서 특히 피치오차와 편심오차가 동시에 존재할 경우도 고려하여 내접치차, 태양치차 혹은 유성캐리어 등이 각각 고정되었을 경우의 회전오차를 해석하였다. 이러한 해석을 통하여 각 치차의 오차에 의한 태양치차 혹은 내접치차의 중심변위계적을 컴퓨터 시뮬레이션으로 화면상에 나타나게 하여 실제 태양치차나 내접치차의 중심변위를 측정했을 때 그 변위계적만을 보고도 오차가 존재하는 치차를 진단할 수 있도록 한다.

또, FFT(Fast Fourier Transform)를 이용한 파워 스펙트럼 분석법을 도입하여 컴퓨터 프로그램을 작성한 후 이를 이용하여 변위신호의 주파수 분석을 수행함으로써 이 방법이 치차의 오차 진단에 더욱 효율적임을 밝히고자 한다.

2. 회전오차의 해석

각 치차에 피치오차, 치형오차 및 편심오차 등의 가공오차가 존재할 경우 임의의 두 치차가 맞물려 회전할 때 작용선 방향의 물림오차 혹은 간극오차가 발생하게 된다. 이로 인하여 각 치차의 축중심에는 불규칙 변위 즉 회전오차가 나타나게 되며 이는 크게 다음의 3가지 경우로 분류할 수 있다. 즉, 내접치차가 고정되었을 때의 태양치차의 회전오차, 태양치차가 고정되었을 때의 내접치차의 회전오차, 유성캐리어가 고정되었을 때의 태양치차 및 내접치차의 회전오차로 나눌 수 있다. 이러한 회전오차의 해석을 위하여 본 연구에서는 다음과 같이 가정

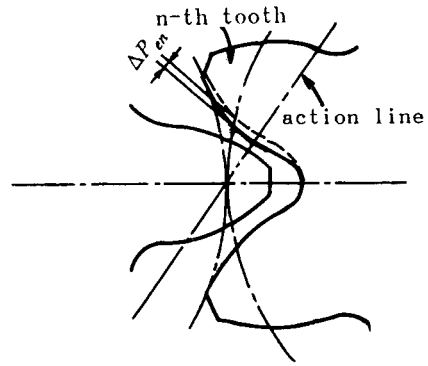


Fig. 1 Pitch error and gear contact

한다.

- (1) 각 치차의 스프링 상수의 시간적 변화는 무시한다.
- (2) 치차축의 변형 및 틈새는 무시한다.
- (3) 치차의 변위는 평면내에서만 이루어진다.

2.1 피치오차에 의한 회전오차

Fig. 1과 같이 태양치차의 n 번째 이에 피치오차 ΔP_{en} 이 존재할 때 기준위로부터 n 번째 이까지의 각도는

$$\theta_n = n \cdot \frac{2\pi}{N_s} + \theta_s$$

가 되며 n 번째 이와 유성치차가 맞물릴 때에만 회전오차는 작용선 방향으로 ΔP_{en} 만큼 나타나게 된다. 따라서, 피치오차에 의한 회전오차 ϵ_p 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

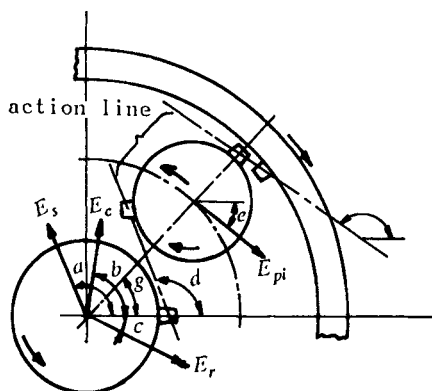
$$\epsilon_p = \begin{cases} \Delta P_{en}, & \text{if } \theta_n = \theta_c + 2k\pi \quad (k=0,1,2,\dots) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

한편 내접치차에 피치오차가 있을 경우에도 위와 마찬가지로 해석할 수 있다. 즉, n 번째 내접치차에 피치오차가 존재할 때 이 이와 유성치차가 같이 맞물릴 때 회전오차가 나타나게 된다.

2.2 편심오차에 의한 물림오차

유성치차의 편심오차와 물림오차와의 관계를 해석하기 위하여 편심오차를 가진 각 치차의 물림관계를 Fig. 2에 나타내었으며 회전각도는 반시계 방향을 (+)로 정한다.

전체 물림오차를 해석하기 위하여 각 치차의 단일 편심에 의한 물림오차는 Fig. 2로부터 각 편심오차의 작용선 방향의 길이로 다음과 같이 구할 수



$$\begin{aligned}
 a &= \theta_s + \beta_s & b &= \theta_c + \beta_c & c &= \theta_r + \beta_r \\
 d &= \theta_c + \pi/2 - \alpha + \phi_i & e &= \theta_p + \beta_{pi} + \phi_i \\
 f &= \theta_c + \pi/2 + \alpha + \phi_i & g &= \theta_c + \phi_i
 \end{aligned}$$

Fig. 2 Contact of gears in planetary gear system

있다.

(1) 태양치차의 편심오차에 의한 물림오차
태양치차가 i 번째의 유성치차와 물릴 때의 물림
오차는

$$\epsilon_{si} = -E_s \sin(\theta_s + \beta_s - \theta_c + \alpha - \phi_i) \quad (1)$$

(2) 내접치차의 편심오차에 의한 물림오차
내접치차가 i 번째의 유성치차와 물릴 때의 물림
오차는

$$\epsilon_{ri} = -E_r \sin(\theta_r + \beta_r - \theta_c + \alpha - \phi_i) \quad (2)$$

(3) 유성캐리어의 편심오차에 의한 물림오차
우선 태양치차가 i 번째 유성치차와 물릴 때 물림
오차는

$$\epsilon_{ci} = E_c \sin(\beta_c + \alpha - \phi_i)$$

또한 내접치차가 i 번째 유성치차와 물릴 때 물림오
차는

$$\epsilon_{cri} = E_c \sin(\beta_c - \alpha - \phi_i)$$

가 된다. 따라서, 유성캐리어의 편심에 의한 물림
오차는 다음과 같다.

$$\epsilon_{ci} = \epsilon_{csi} + \epsilon_{cri} = 2E_c \cos \alpha \sin(\beta_c - \phi_i) \quad (3)$$

(4) i 번째 유성치차의 편심오차에 의한 물림오차
 i 번째 유성치차와 태양치차가 물릴 때의 물림오
차는

$$\epsilon_{psi} = -E_{pi} \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} + \alpha)$$

또한, i 번째 유성치차가 내접치차와 물릴 때의 물
림오차는

$$\epsilon_{pri} = -E_{pi} \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} - \alpha)$$

따라서, 유성치차의 편심에 의한 물림오차는

$$\epsilon_{pi} = \epsilon_{psi} + \epsilon_{pri} = -2E_{pi} \cos \alpha \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi}) \quad (4)$$

한편, 1개의 유성치차 오차는 나머지 모든 유성
치차의 물림관계에도 영향을 주므로 각 유성치차의
오차를 고려하여 유성치차가 3개인 경우 위 식은
다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{p1} &= \frac{2}{3} \cos \alpha \sum_{i=1}^3 E_{pi} \{ \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi}) \\
 &\quad + \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} - \phi_i + \alpha_1) \\
 &\quad + \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} + \phi_i - \alpha_1) \} \\
 \epsilon_{p2} &= -\frac{2}{3} \cos \alpha \sum_{i=1}^3 E_{pi} \{ \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi}) \\
 &\quad + \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} - \phi_i + \alpha_2) \\
 &\quad + \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} + \phi_i - \alpha_2) \} \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{p3} &= -\frac{2}{3} \cos \alpha \sum_{i=1}^3 E_{pi} \{ \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi}) \\
 &\quad + \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} - \phi_i + \alpha_3) \\
 &\quad + \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} + \phi_i - \alpha_3) \}
 \end{aligned}$$

그런데 위 식에서 첫 항은 모두 진폭과 위상이
같으므로 변위에는 영향을 미치지 않는다. 따라서,
나머지 두 항을 다시 정리하면 두번째 항은

$$\begin{aligned}
 &-\frac{2}{3} \cos \alpha \sum_{i=1}^3 E_{pi} \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} - \phi_i + \alpha_1) \\
 &= A_i \sin(\theta_p - \theta_c + \phi_i + \phi_A) \quad (6)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$A_i = \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^3 E_{pi} \cos(\phi_i - \beta_{pi}) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^3 E_{pi} \sin(\phi_i - \beta_{pi}) \right\}^2} \\
 &\phi_A = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^3 E_{pi} \sin(\phi_i - \beta_{pi})}{\sum_{i=1}^3 E_{pi} \cos(\phi_i - \beta_{pi})} \right\}
 \end{aligned}$$

로 되며 이는 유성치차가 태양치차와 물리는 경우
를 나타낸다. 또한, 3번째 항은

$$\begin{aligned}
 &-\frac{2}{3} \cos \alpha \sum_{i=1}^3 E_{pi} \sin(\theta_p - \theta_c + \beta_{pi} + \phi_i - \alpha_1) \\
 &= B_i \sin(\theta_p - \theta_c - \phi_i + \phi_B) \quad (7)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$B_i = \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^3 E_{pi} \cos(\phi_i + \beta_{pi}) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^3 E_{pi} \sin(\phi_i + \beta_{pi}) \right\}^2} \\
 &\phi_A = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^3 E_{pi} \sin(\phi_i + \beta_{pi})}{\sum_{i=1}^3 E_{pi} \cos(\phi_i + \beta_{pi})} \right\}
 \end{aligned}$$

로 되며 이는 유성치차와 내접치차가 물리는 경우

Table 1 Error motion due to run-out errors of planetary gear system

Fix		Internal gear	Sun gear	Carrier	
Rotation angle		$\theta_r=0$ $\theta_s=(1+N_r/N_s)\theta_c$ $\theta_p=(1-N_r/N_p)\theta_c$	$\theta_s=0$ $\theta_r=(1+N_s/N_r)\theta_c$ $\theta_p=(1-N_s/N_p)\theta_c$	$\theta_c=0$ $\theta_r=(-N_s/N_r)\theta_s$ $\theta_p=(N_s/N_p)\theta_s$	
Sun gear	x_s	$E_s \cos \theta_s$	$E_s \cos(\pi-2\alpha)$	$E_s \cos \theta_s$	
	y_s	$E_s \sin \theta_s$	$E_s \sin(\pi-2\alpha)$	$E_s \sin \theta_s$	
Internal gear	x_r	$E_r \cos(\pi-2\alpha)$	$E_r \cos \theta_r$	$E_r \cos \theta_r$	
	y_r	$E_r \sin(\pi-2\alpha)$	$E_r \sin \theta_r$	$E_r \sin \theta_r$	
Carrier	x_c	$2E_c \cos \alpha \cos \theta_c$	$2E_c \cos \alpha \cos \theta_c$	$E_c \cos(\pi-2\alpha)$	
	y_c	$2E_c \cos \alpha \sin \theta_c$	$2E_c \cos \alpha \sin \theta_c$	$E_c \sin(\pi-2\alpha)$	
Planet gear	x_p	$A_i \cos(2\theta_c - \theta_p)$ $+ B_i \cos \theta_p$	$A_i \cos \theta_p$ $+ B_i \cos(2\theta_c - \theta_p)$	x_{ps}	$A_i \cos \theta_p$
				x_{pr}	$B_i \cos(-\theta_p)$
	y_p	$A_i \sin(2\theta_c - \theta_p)$ $+ B_i \sin \theta_p$	$A_i \sin \theta_p$ $+ B_i \sin(2\theta_c - \theta_p)$	y_{ps}	$A_i \sin \theta_p$
				y_{pr}	$B_i \sin(-\theta_p)$

를 나타낸다.

2.3 임의의 유성치차 요소의 고정시 나타나는 회전오차의 해석

Fig. 2는 모든 치차가 자유로이 회전할 수 있는 경우의 물림관계를 나타내고 있으며 실제 유성치차 장치를 변속장치로 사용할 경우 치차들 중 어느 한 치차는 고정하여 사용한다. 고정하는 치차의 종류에 따라 변속비 및 전, 후진이 결정된다.

각 치차의 편심에 의한 회전오차는 다음 방법으로 구할 수 있다. 우선, 고정되는 치차의 경우 그 편심방향으로부터 $(\pi-2\alpha)$ 방향으로 편심량만큼 이동한 점이 된다. 나머지 경우는 식 (1)~(7)과 Table 1의 회전각도 식을 이용하여 구한다. 즉, 태양치차, 내접치차 및 유성캐리어의 중심변위는 식 (1)~(3)의 물림오차 진폭을 반지름으로 각각 θ_s , θ_r 및 θ_c 만큼 회전하는 원이 된다. 그러나, 유성치차의 경우는 내접치차와 물릴 때 회전방향은 서로 반대이고 태양치차와 물릴 때는 같은 방향이므로 $\pm(\theta_p-\theta_c)$ 의 두 회전성분이 생긴다. 따라서, 유성캐리어가 θ_c 회전할 때 순수 회전각은 각각 다음과 같다.

$$\pm(\theta_p-\theta_c)+\theta_c=+\theta_p, +2\theta_c-\theta_p$$

Table 1은 내접치차, 태양치차 및 유성캐리어가 각각 고정되었을 때 각 치차의 회전각도와, 편심오차에 의한 각 치차의 회전오차 식을 (x, y) 좌표계로 구하여 정리한 것이다. 내접치차 혹은 태양치차가 고정되는 경우는 유성캐리어 θ_c 회전에 대하여 유성캐리어가 고정되는 경우는 태양치차의 θ_s 회전에 대하여 식을 유도하였다.

Table 1로부터 내접치차와 태양치차가 고정될 때 태양치차와 내접치차의 중심변위 즉 회전오차는 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$x=x_s+x_r+x_c+x_p, y=y_s+y_r+y_c+y_p \quad (8)$$

한편, 캐리어가 고정될 때는 태양치차의 회전오차는

$$x=x_s+x_c+x_{ps}, y=y_s+y_c+y_{ps} \quad (9)$$

내접치차의 회전오차는

$$x=x_r+x_c+x_{pr}, y=y_r+y_c+y_{pr} \quad (10)$$

3. 시뮬레이션 결과 및 고찰

컴퓨터 시뮬레이션을 위한 유성치차장치의 유성치차 갯수, 각 치차의 잇수 및 압력각을 다음과 같이 가정한다.

유성치차의 갯수 : 3개

$$N_r = 74, N_s = 31, N_p = 21$$

각 치차의 압력각 $\alpha = 20^\circ$

3.1 내접치차 고정시 태양치차의 회전오차

태양치차와 유성캐리어에 각각 $10\mu\text{m}$ 의 편심오차가 존재할 경우 유성캐리어의 3회전에 대한 태양치차 중심축의 변위 궤적을 Fig. 3에 나타내었다. 이하 그림에서는 궤적의 복잡성으로 인하여 유성캐리어 3회전에 대한 결과를 나타낸다. 태양치차와 유성캐리어에 단독으로만 편심오차가 있을 경우는 단순히 그 편심량에 상응하는 반지름을 가진 원으로만 나타나기 때문에 그 결과는 나타나지 않는다. 그러나, Fig. 3에서 보듯이 두 치차 모두에 편심이 존재할 때는 변위 변동 주기가 유성캐리어 1회전에 대하여 약 2.4회 정도로 나타나며 이때 최대 회전오차는 $28.8\mu\text{m}$ 였다.

한편, θ_1 회전하는 신호 성분과 θ_2 회전하는 신호 성분의 합성신호의 변동주기는 다음 식과 같다.

$$\text{신호 변동주기} = (\theta_1 - \theta_2) / 2\pi \quad (11)$$

따라서, 태양치차와 유성캐리어에 편심이 존재할 경우의 변위변동 주기는 Table 1과 식 (11)을 이용하여

$$\theta_s - \theta_c = \frac{N_r}{N_s} \theta_c = \frac{74}{31} \theta_c \approx 2.4\theta_c$$

가 되어 θ_c 1회전당 약 2.4회의 변위변동이 생기게 되며 이는 Fig. 3과 일치한다.

유성치차만의 편심오차에 의한 태양치차의 중심 변위 궤적을 Fig. 4 및 Fig. 5에 나타내었다. 이 두 경우는 세 유성치차에 존재하는 편심오차는 같으나 초기 편심방향이 다를 때의 회전오차를 보여주는

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 0.0   Es= 10.0   Ec= 10.0
Ep(1)= 0.0   Ep(2)= 0.0   Ep(3)= 0.0
BEP(1)= 0   BEP(2)= 0   BEP(3)= 0
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 28.8
```

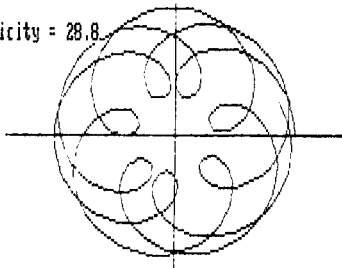


Fig. 3 Error motion of sun gear

것으로 중심변위 주기는 모두 약 7회 정도로 나타나며 최대 회전오차는 전자가 더 크게 나타나고 있다. 이 사실로부터 편심 방향의 적절한 선택에 의하여 회전 오차를 줄일 수 있음을 알 수 있다. Fig. 6은 내접치차와 유성치차에 편심이 존재할 때

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 0.0   Es= 0.0   Ec= 0.0
Ep(1)=10.0   Ep(2)=10.0   Ep(3)=10.0
BEP(1)= 0   BEP(2)=180   BEP(3)=180
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 25.1
```

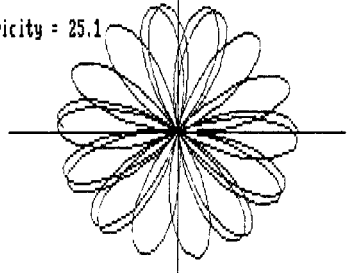


Fig. 4 Error motion of sun gear

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 0.0   Es= 0.0   Ec= 0.0
Ep(1)=10.0   Ep(2)=10.0   Ep(3)=10.0
BEP(1)= 30   BEP(2)= 60   BEP(3)=-60
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 19.9
```

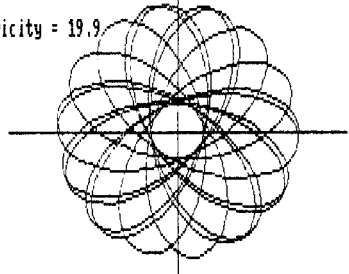


Fig. 5 Error motion of sun gear

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 5.0   Es= 0.0   Ec= 0.0
Ep(1)=10.0   Ep(2)= 0.0   Ep(3)= 0.0
BEP(1)= 0   BEP(2)= 0   BEP(3)= 0
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 17.5
```

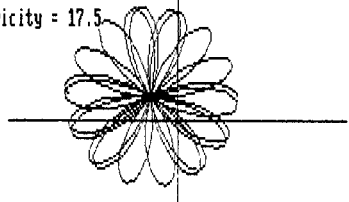


Fig. 6 Error motion of sun gear

의 중심 궤적을 보여주는 것으로 Fig. 4의 경우와 같은 유성치차만의 변위가 단순히 내접치차의 편심 방향으로부터 $(\pi - 2\alpha)$ 방향으로 E_r 만큼 평행이동했다는 것을 알 수 있다.

한편, 유성치차만에 오차가 있을 경우 Table 1에서 보는 바와 같이 두 신호의 회전성분은 $(1 + N_r/N_p)\theta_c$ 및 $(1 - N_r/N_p)\theta_c$ 이므로 변동 주기는 식 (11)에 의하여

$$(1 + N_r/N_p)\theta_c - (1 - N_r/N_p)\theta_c = 2(N_r/N_p)\theta_c \approx 7\theta_c$$

θ_c 1회전에 의하여 각 7회의 변위 변동이 생기게 되며 이는 유성치차에 오차가 존재할 경우의 변위 궤적 Fig. 4, 5, 6과 일치하고 있다.

Fig. 7은 유성캐리어의 편심방향이 유성치차의 편심에 추가됨으로서 변위변동 회수도 1/2 정도로 감소하며 실제 E_c 가 커질수록 변위 변동은 더욱 완만한 궤적을 그리는 것으로 나타났다. 변위변동의 해석치는 식 (11)로부터

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 0.0   Es= 0.0   Ec= 10.0
Ep(1)= 5.0 Ep(2)= 5.0 Ep(3)= 5.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180

-- RESULT --
Maximum eccentricity = 31.3
```

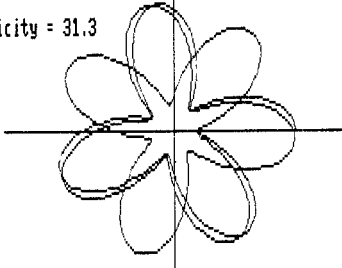


Fig. 7 Error motion of sun gear

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 5.0   Es= 5.0   Ec= 5.0
Ep(1)= 5.0 Ep(2)= 5.0 Ep(3)= 5.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180

-- RESULT --
Maximum eccentricity = 29.0
```

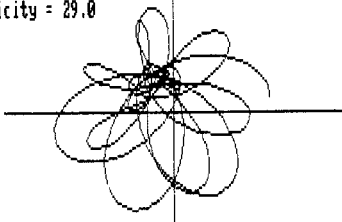


Fig. 8 Error motion of sun gear

$$\theta_c - \theta_p = \frac{N_r}{N_p}\theta_c = \frac{74}{21}\theta_c \approx 3.5\theta_c$$

가 되어 유성치차에만 편심이 존재할 경우에 비하여 반으로 줄어든다.

한편, Fig. 8과 같이 모든 요소에 편심이 존재할 경우 매우 불규칙한 변위궤적을 보여주고 있는데 변위변동이 뚜렷한 부분은 유성치차의 편심에 기인하며 유성캐리어의 편심에 의하여 그 변동 주기가 줄어들고 있는 것으로 판단된다. 이와 같이 변위변동과 크게 관계를 가지는 것은 유성 치차의 편심과 편심방향이라는 것을 알 수 있으며 더 많은 분석 결과 Fig. 4와 같이 편심방향이 $\beta_{p1}=0^\circ$, $\beta_{p2}=\beta_{p3}=180^\circ$ 일 때 변위진폭 및 변동회수가 가장 컸고 특히 $\beta_{p1}=\beta_{p2}=\beta_{p3}=0^\circ$ 의 경우 변위는 전혀 나타나지 않았다.

이상의 결과들로부터 실제 유성치차의 태양치차 중심변위 궤적을 측정하였을 때 그 형태에 따라 다음과 같이 오차요인을 진단할 수 있다.

- (1) 캐리어의 1회전에 대하여 변위변동이 7회 정도 뚜렷한 경우 태양치차와 유성캐리어의 편심오차는 유성치차의 편심에 비하여 적다.
- (2) 궤적이 거의 원형으로만 나타날 경우 일반적으로 유성치차에는 편심이 거의 존재하지 않으며 주로 태양치차나 캐리어의 편심이 주 원인이다.
- (3) 변위 궤적이 (1)과 비슷한 형태를 가지고 있으나 변위변동 주기가 1/2로 줄어들 경우 유성치차와 유성캐리어에 편심이 존재한다.

3.2 태양치차 고정시 내접치차의 회전오차

이 경우도 3.1의 분석결과와 비슷한 유형을 보이

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Sun gear
Er= 0.0   Es= 0.0   Ec= 0.0
Ep(1)=10.0 Ep(2)=10.0 Ep(3)=10.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180

-- RESULT --
Maximum eccentricity = 25.1
```

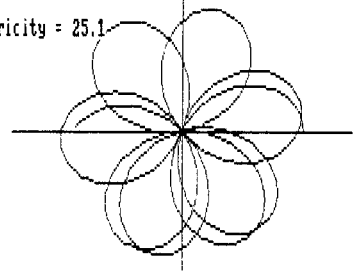


Fig. 9 Error motion of internal gear

나 특이한 점을 중심으로 설명하고자 한다. Fig. 9는 Fig. 4와 같은 조건하에서의 분석 결과로 최대 회전오차는 25.1 μ m로 같으나 변위변동이 약 3회 정도로 나타내고 있다. 식 (11)에 따라 변위변동 주기는

$$\left[\frac{N_s}{N_p} + 1 \right] - \left[1 - \frac{N_s}{N_p} \right] \theta_c = 2 \frac{N_s}{N_p} \theta_c = \frac{62}{21} \theta_c \approx 3\theta_c$$

즉, 유성캐리어 1회전에 대하여 약 3회의 변위변동이 생긴다.

한편, 내접치차와 유성치차의 편심에 의하여 Fig. 6과 같이 변위 중심이 이동만 하므로 그림은 생략한다. Fig. 10은 캐리어의 편심 추가로 변위 변동만이 약 1/2로 줄어들고 있음을 보이고 있으며 Fig. 11은 Fig. 8과 마찬가지로 조건의 해석결과이다. 이 경우는 최대 회전오차가 Fig. 8보다 줄어들고 있다.

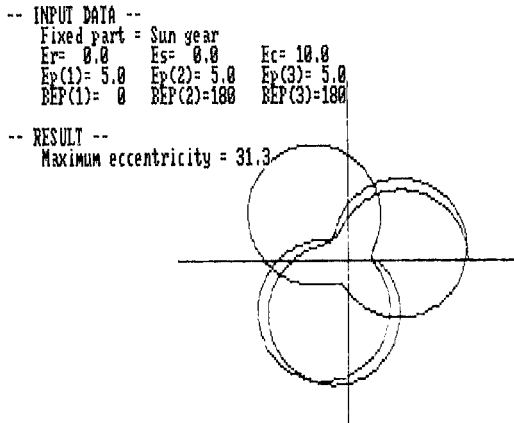


Fig. 10 Error motion of internal gear

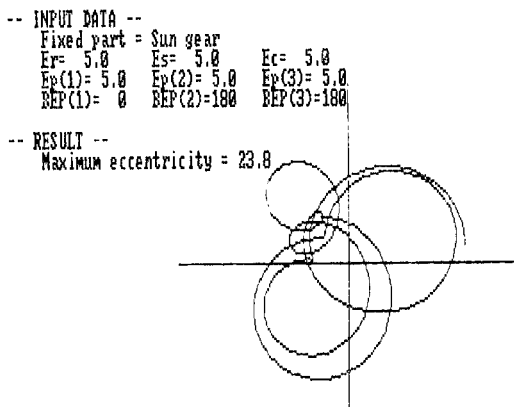


Fig. 11 Error motion of internal gear

이상의 해석 결과 내접치차가 고정되는 경우에 비교하여 다음 결론을 얻을 수 있다.

(1) 변위 변동의 주된 원인은 앞에서와 같이 유성치차의 편심방향이 되나 태양치차가 고정되는 경우 변위변동이 약 반으로 줄어든다.

(2) 변위궤적의 측정에 의하여 편심오차가 존재하는 치차 판정은 내접치차 고정시의 결론과 유사하다.

(3) 3.1과 3.2의 결과를 비교하면 내접치차 고정시에 변위변동 및 그 변동폭이 커지므로 진동이나 소음 및 축 토크 변동이 더욱 심할 것으로 판단된다.

3.3 유성캐리어 고정시의 회전오차

유성캐리어가 고정될 경우 태양치차와 내접치차의 회전오차를 고려할 수 있다. 우선 태양치차의 회전오차에 영향을 미치는 것은 태양치차의 편심, 유성치차의 편심, 유성캐리어의 편심으로 Fig. 12와 같이 유성치차와 캐리어에 편심이 존재할 경우 태양치차 중심궤적은 원으로 나타나게 된다. 유성캐리어가 고정되어 있으므로, 이 편심에 의해서는 앞의 경우들과 같이 편심량만큼 평행이동하여 나타나 있다.

모든 요소들에 편심오차가 주어졌을 때 태양치차의 변위 궤적을 Fig. 13에 나타내었다. 여기서, 태양치차의 변위변동에 영향을 미치는 것은 태양치차의 편심오차라는 것을 알 수 있다.

한편, 내접치차의 회전오차는 내접치차, 유성치차, 유성캐리어의 편심에 의해서만 영향을 받으며

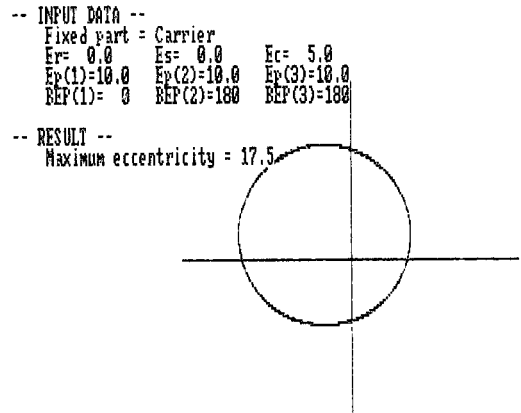


Fig. 12 Error motion of sun gear

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Carrier
Er= 5.0   Es= 5.0   Ec= 5.0
Ep(1)= 5.0 Ep(2)= 5.0 Ep(3)= 5.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180
```

```
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 15.7
```

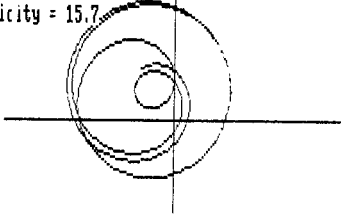


Fig. 13 Error motion of sun gear

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Carrier
Er= 5.0   Es= 0.0   Ec= 0.0
Ep(1)=10.0 Ep(2)=10.0 Ep(3)=10.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180
```

```
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 17.5
```

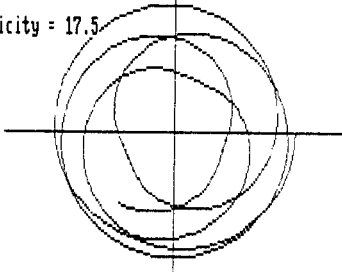


Fig. 14 Error motion of internal gear

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Carrier
Er= 5.0   Es= 5.0   Ec= 5.0
Ep(1)= 5.0 Ep(2)= 5.0 Ep(3)= 5.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180
```

```
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 16.3
```

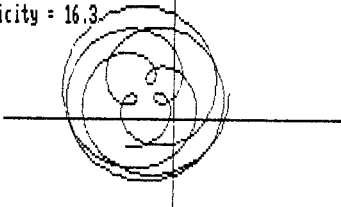


Fig. 15 Error motion of internal gear

내접치차와 유성치차의 편심에 의한 결과를 Fig. 14에 나타내었다. Fig. 15는 모든 요소에 편심이 존재할 때이며, Fig. 13과 비교하여 변위진폭도 조금 증가하며 변위변동 회수도 증가한다.

이상의 결과들로부터 유성캐리어가 고정되는 경

우 변위변동 및 그 진폭이 앞의 두 경우에 비하여 줄어든다는 것을 알 수 있으며 변위변동의 주원인은 앞의 두 경우와 달리 유성치차의 편심이 아니라 태양치차 혹은 캐리어의 편심에 의한 것임을 알 수 있다.

3.4 피치오차에 의한 회전오차

내접치차가 고정되었을 때 태양치차에 피치오차가 있는 경우, 유성캐리어가 1회전할 때 그 피치오차에 의하여 태양치차가 변위하는 궤적을 Fig. 16에 나타내었다. 여기서는 내접치차와 태양치차에 편심오차도 존재하는 경우를 나타내며 그림에서 보는 바와 같이 유성캐리어 1회전에 의하여 2회의 피치오차 영향이 나타나고 있다. 피치오차는 태양치차의 +x축을 기준으로 10번째 치차에 5 μ m의 피치오차가 주어졌을 경우이다.

Fig. 17은 피치오차 조건은 위와 같은 상태이고 유성치차에만 편심이 존재하는 경우를 나타내고 있

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 10.0   Es= 10.0   Ec= 0.0
Ep(1)= 0.0 Ep(2)= 0.0 Ep(3)= 0.0
BEP(1)= 0  BEP(2)= 0  BEP(3)= 0
```

```
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 25.0
```

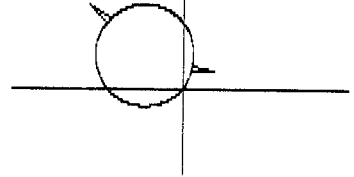


Fig. 16 Error motion due to pitch error

```
-- INPUT DATA --
Fixed part = Internal gear
Er= 0.0   Es= 0.0   Ec= 0.0
Ep(1)=10.0 Ep(2)= 0.0 Ep(3)= 0.0
BEP(1)= 0  BEP(2)=180 BEP(3)=180
```

```
-- RESULT --
Maximum eccentricity = 16.7
```

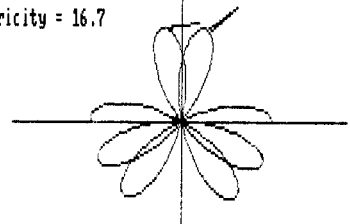


Fig. 17 Error motion due to pitch error

다. 이의 두 그림으로부터 피치오차가 있는 이는 유성치차와 두번 만난다는 것을 보여주고 있다. 다른 경우도 이와 같은 과정으로 결과를 얻을 수 있다.

4. FFT에 의한 파워 스펙트럼 분석

FFT 분석을 위한 변위측정 조건은 내접치차 및 태양치차가 고정되었을 경우 유성캐리어가 600rpm으로 회전할 때 샘플링 시간을 1초, 샘플링 데이터를 256개로 하였다. 또한, 유성캐리어가 고정되는 경우는 태양치차가 600rpm으로 회전하는 경우에 대하여 분석하였다. 태양치차와 유성캐리어가 고정되는 경우도 내접치차가 고정되는 경우와 해석 방법은 동일하므로 여기서는 내접치차만 고정되는 경우의 분석례만을 보이고자 한다.

Fig. 18은 유성치차에만 편심이 존재할 때의 FFT 분석 결과로 약 70Hz 부근에서 피크가 나타나고 있다. 이 경우 편심량과 편심방향각에 관계없이 항상 70Hz 부근에서 이러한 현상이 나타난다는 것을 알 수 있었다. 또한, Fig. 19는 유성치차와 태양치차에 편심이 존재하는 경우로 피크가 나타나

는 주파수는 약 11Hz, 60Hz 및 70Hz로 태양치차의 편심에 의하여 두 주파수 성분이 추가됨을 알 수 있다. Fig. 20은 유성치차와 내접치차에 편심이 있는 경우로 피크치 주파수는 25Hz, 45Hz, 70Hz로 내접치차의 편심으로 25Hz, 45Hz의 주파수 성분이 더 나타나게 된다. Fig. 21은 내접치차와 태양치차에 편심이 있는 경우로 피크치 주파수는 약 34Hz이다. Fig. 22는 내접치차와 유성캐리어에 편심이 존재할 경우이며 피크치 주파수는 10Hz임을 알 수 있다. 또한, 유성치차와 유성캐리어에 편심이 존재

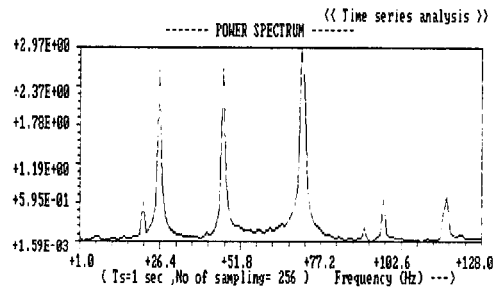


Fig. 20 Power spectrum of error motion $E_{pi}=10,0,0$
 $\beta_{pi}=0,180,180$ $E_r=10$

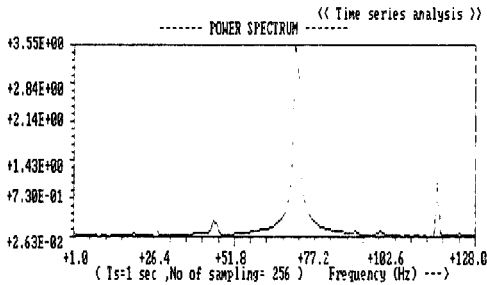


Fig. 18 Power spectrum of error motion $E_{pi}=10,0,0$
 $\beta_{pi}=0,180,180$

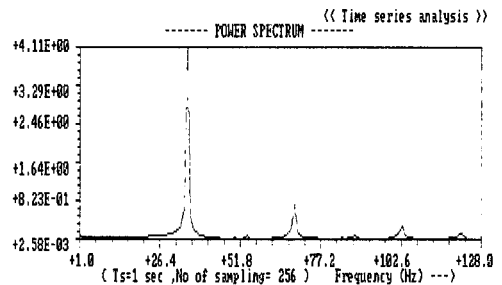


Fig. 21 Power spectrum of error motion $E_r=10$
 $E_s=10$

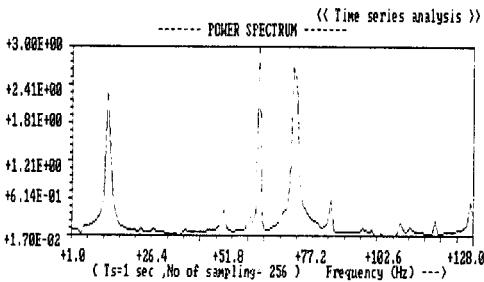


Fig. 19 Power spectrum of error motion $E_{pi}=10,0,0$
 $\beta_{pi}=0,180,180$ $E_s=10$

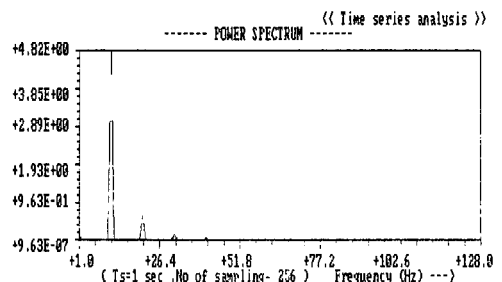


Fig. 22 Power spectrum of error motion $E_r=10$
 $E_c=10$

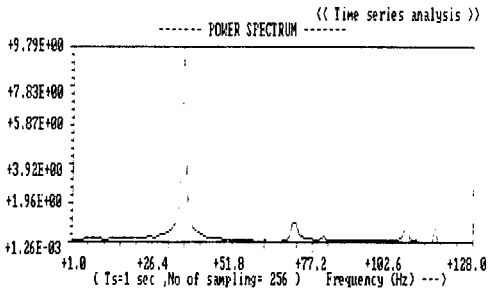


Fig. 23 Power spectrum of error motion $E_{\pi i} = 10.0, 0, 0$
 $\beta_{\pi i} = 0, 180, 180$ $E_c = 10$

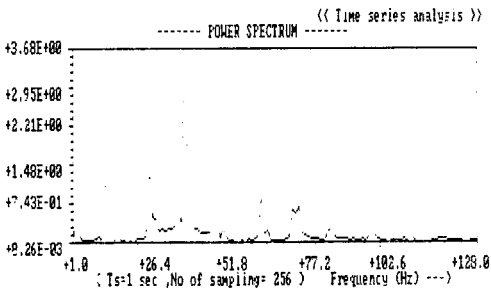


Fig. 24 Power spectrum of error motion all $E = 10$
 $\beta_{\pi i} = 0, 180, 180$

할 경우 Fig. 23과 같이 35Hz 부근에서 피크가 나타난다.

한편, 모든 요소에 편심이 존재하는 경우의 결과를 Fig. 24에 나타내었다. 이 그림에서는 위에서 언급된 각 치차요소들이 편심에 의한 피크치 주파수 성분들이 모두 나타나고 있음을 알 수 있다.

일반적으로 주파수 f_1 인 신호와 f_2 인 신호가 동시에 존재할 경우 $f_1 - f_2$ 인 주파수 성분이 나타난다. 본 유성치차의 경우 유성캐리어의 회전 주파수를 f 라 할 때 내접치차가 고정되었을 경우 태양치차의 회전 주파수는 $[N_r/N_s]f$, 유성치차의 회전 주파수는 $\pm [N_r/N_p]f$ 이다. 유성치차장치의 모든 요소에 편심이 존재할 경우 각 요소의 편심에 따른 주파수 성분은 Table 2와 같이 정리할 수 있다.

모든 치차에 편심이 존재할 경우의 주파수 분석 결과인 Fig. 24와 Table 2를 비교하면 주파수 성분들이 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서, 실제 유성치차장치에 있어서 태양치차 중심변위신호를 주파수 분석하여 Fig. 24와 같은 형태의 결과를 얻은 후 Table 2로부터 어떠한 치차에 편심으로

Table 2 Frequencies corresponding to each run-out error

Eccentric part	Frequency (Hz)	
	General case	Values
Planetary gear sun gear	$(N_r/N_s \pm N_r/N_p)f$	-14.9, 59.1
Planetary gear internal gear	$(1 \pm N_r/N_p)f$	45.2, -25.2
Planetary gear carrier	$\pm (N_r/N_p)f$	± 35.2
Planetary gear Sun gear internal gear	$2(N_r/N_p)f$	70.5
Sun gear internal gear	$(1 + N_r/N_s)f$	33.9
Sun gear carrier	$(N_r/N_s)f$	23.9
Internal gear carrier	$-f$	-10

차가 존재하는지를 쉽게 찾을 수 있다.

한편, Fig. 18, 24 및 Table 2를 서로 비교하면 Fig. 18과 같은 변위계적만으로는 가공오차가 존재하는 치차를 쉽게 알 수 없으나 Fig. 24와 Table 2의 결과로부터는 그러한 작업이 아주 용이함을 보여주고 있어 파워 스펙트럼 분석방법이 더욱 효율적이라는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

유성치차 장치에 존재하는 가공오차가 축 중심의 회전오차에 미치는 영향에 관한 이론적 해석과, 실제 회전오차의 계측시 가공오차가 존재하는 치차의 진단법에 관한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 축 중심의 변위계적 형태로부터 가공오차가 존재하는 치차를 규명할 수 있었다.

(2) 내접치차 및 태양치차의 고정시 변위변동이 뚜렷한 경우 이는 주로 유성치차의 편심량과 그 방향에 기인하며 변동회수는 각각 약 7회 및 3회로 나타났다. 변위변동의 형태는 위와 비슷하나 변동회수가 반으로 줄어들 경우는 유성치차와 유성캐리어에 편심이 존재한다. 또한, 궤적이 거의 원형으로만 나타날 경우 주로 태양치차나 유성캐리어의 편심이 그 원인이 된다.

(3) 유성캐리어가 고정되는 경우 앞 (2)의 결과에 비하여 변위변동 및 진폭이 줄어들며 변위변동의

주원인은 태양치차 혹은 유성캐리어의 편심이 된다.

(4) FFT를 이용한 파워 스펙트럼 분석법을 도입하여 변위신호를 주파수 분석한 결과 각 치차의 편심에 따른 고유 주파수 성분이 존재함을 알 수 있었으며 그 결과를 Table 2에 나타내었다. 따라서, 실측 회전오차의 주파수분석 결과와 Table 2를 이용하여 가공오차가 존재하는 치차를 용이하게 진단할 수 있다.

參 考 文 獻

- (1) Hidaka, Terauki et al., 1979, "On the Relation between the Run-Out Error and the Motion of the Center of Sun Gear in a Stoeckicht Planetary Gear", JSME, Vol. 22, No. 167, pp. 748~754.
- (2) Hidaka, Terauki et al., 1979, "Dynamic Behavior of Planet Gear", JSME, Vol. 22, No. 169, pp. 1017~1025.
- (3) Hidaka, Terauki, et al., 1980, "Analysis of Dynamic Tooth Load on Planetary Gear", JSME, Vol. 23, No. 176, pp. 315~323.
- (4) Utagawa, Masahiro and Harada, Tatu, 1961, "Dynamic Loads on Spur Gear Teeth Having Pitch Errors at the High Speed", JSME, Vol. 27, No. 181, pp. 1468~1476.
- (5) Hayashi, Iwao, Hayashi, Teru, 1977, "Representation of Transmission Error of Gears using Vector Chart", JSME, Vol. 43, No. 3, pp. 349~354.
- (6) Randall, R.B., 1982, "A New Method of Modeling Gear Faults", Journal of Mechanical Design, Vol. 104, pp. 259~267.
- (7) Saigo, Muneharu and Yada., Tsuneji, 1982, "Continuously Variable Transmission Using 2-degree of Freedom Epicyclic Gear and Unbalance Mass", JSME, Vol. 25, No. 202, pp. 696~703.