

<論 文>

커스프 균열에 대한 열응력세기계수의 경계요소해석

이 강 용* · 조 윤 호**

(1989년 10월 4일 접수)

Boundary Element Analysis of Thermal Stress Intensity Factors for Cusp Cracks

Kang Yong Lee and Youn Ho Cho

Key Words: Cusp Crack(커스프 균열), Thermal Stress Intensity Factor(열응력세기계수), Boundary Element Method(경계요소법)

Abstract

In case that the body with a cusp crack is under uniform heat flow, thermal stress intensity factors are calculated by using boundary element method with linearized body force term. The crack surface is under insulated or fixed temperature condition and the types of crack are symmetric lip and airfoil cusps. Numerical values of thermal stress intensity factors for a Griffith crack and cusp cracks in infinite bodies are proved to be in good agreement within $\pm 5\%$ when compared with the previous numerical and exact solutions, respectively. The thermal stress intensity factors for symmetric lip and airfoil cusp cracks in finite bodies are calculated about various effective crack lengths, configuration parameters, and heat flow directions. With the same crack surface thermal boundary conditions, heat flow directions and crack lengths, there are no appreciable differences in variations of thermal stress intensity factors between symmetric lip and airfoil cusp cracks. The signs of thermal stress intensity factors for each cusp crack are changed with each crack surface thermal boundary condition.

1. 서 론

균열선단의 열응력은 특이성을 갖게 되고, 그 정도는 열응력세기계수(thermal stress intensity factor)로서 결정되므로⁽¹⁾ 이에 대한 연구가 진행되어 왔다^(1~8).

이러한 연구들중 Sumi⁽⁴⁾는 정상온도분포를 갖는 유한직각평판내의 Griffith균열에 대한 열응력세기계수를 수정사상배열법(modified mapping collocation method)을 이용하여 수치적으로 얻었으며,

이후 Emmel등⁽⁵⁾은 유한요소법을 이용하여 Griffith균열의 열응력세기계수를 수치적으로 구하여 Sumi⁽⁴⁾의 결과와 비교하였다. Tanaka등⁽⁶⁾은 경계요소법을 이용하여 각종 선형균열의 열응력세기계수를 얻었고, Sladek등⁽⁷⁾은 Tanaka등의 체적력(body force)항에 대한 면적분을 선적분화 하여 가장자리균열의 열응력세기계수를 계산하였다.

커스프 균열(cusp crack)에 대한 열응력세기계수는 Lee등⁽⁸⁾이 복소변수법을 사용하여 이론적으로 제시한 무한체내의 열응력세기계수 외엔 찾아보기 어렵다.

본 연구에서는 선적분화 된 체적력항을 갖는 경

*정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

**정회원, 연세대학교 대학원

계요소법을 이용하여, Griffith균열에 대한 열응력 세기계수를 구하여 Sumi⁽⁴⁾의 결과와 비교 검토하고, 유무한체내의 대칭 입술형 및 대칭 익형 커스프 균열들(symmetric lip and airfoil cusp cracks)의 열응력세기계수를 균열표면이 단일된 경우와 일정 온도로 유지된 경우에 대해 계산하고자 한다.

2. 경계요소법

2.1 온도장 해석을 위한 경계요소법

열원이 없는 등방성균질재료내의 정상온도분포식은 가중잔여치방법(weighted residual method)에 의해 다음의 경계적분방정식으로 변환한다⁽⁹⁻¹²⁾.

$$C(P)T(P) + \int_S q^*(P, Q)T(Q)dS(Q) = \int_S T^*(P, Q)q(Q)dS(Q) \quad (1)$$

여기서 점 P 와 Q 는 단위점 부하의 경계면 S 상에서의 작용점과 적분점이다.

$C(P)$ 는 점 P 가 놓인 경계면의 기하학적 형상에 따라 결정되는 상수로서, 경계면이 원활곡면인 경우에는 1/2의 값을 갖게 되며, T 와 q 는 온도 및 열유동량 함수이다.

피적분함수 T^* 와 q^* 는 점 P 에 작용된 단위점 부하로 인해 점 Q 에 발생하는 온도 및 열유동량 기본해로서 2차원 문제에서 다음과 같다.

$$T^*(P, Q) = (1/2\pi) \ln(1/r) \quad (2)$$

$$q^*(P, Q) = \partial T^*(P, Q)/\partial n \quad (3)$$

여기서 n 은 경계면상의 단위법선이고 r 은 점 P 와 점 Q 사이의 거리이다.

식 (1)의 수치근사해를 구하기 위해 경계면을 원활곡면으로 하여 N 개의 상수경계요소로 나누면 식 (1)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} 1/2T^n(P) + \sum_{m=1}^N \left[\int_{-1}^1 q_m^n(P, Q(\xi))J(\xi)d\xi \right] \\ \cdot T_m(Q) \\ = \sum_{m=1}^N \left[\int_{-1}^1 T_m^n(P, Q(\xi))J(\xi)d\xi \right] \\ \cdot q_m(Q) \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (4) \end{aligned}$$

식 (4)의 수치적분은 q^* , T^* 가 갖는 특성으로 인해 Cauchy 주치적분⁽¹³⁾(Cauchy principal value integration)을 필요로 하게 된다. $J(\xi)$ 는 실좌표계 (x, y) 를 국부좌표계(local coordinate) (ξ, η) 로 변환시켜 주는 Jacobian이다.

$$J(\xi) = \sqrt{(dx/d\xi)^2 + (dy/d\xi)^2} \quad (5)$$

식 (4)에 경계조건을 적용하여 미지해의 벡터를 재구성하면 다음과 같은 행렬식의 형태를 얻을 수 있다.

$$[U]_{N \times N} \{S\}_{N \times 1} = \{V\}_{N \times 1} \quad (6)$$

여기서 $\{S\}$ 는 경계면상에 최종적으로 남겨진 미지의 온도 T 와 법선 방향 온도구배 q 로 구성된 벡터이고, $[U]$ 는 경계면에서의 미지수에 대한 계수행렬이며, $\{V\}$ 는 주어진 경계조건이 계수행렬과 곱해져서 구성된 상수벡터이다.

2.2 열탄성 해석을 위한 경계요소법

선형 등방성 열탄성체의 지배방정식은 다음의 경계적분방정식으로 표현될 수 있다^(9,12).

$$\begin{aligned} C_{ij}(P)U_j(P) + \int_S t_{ij}^*(P, Q)U_j(Q)dS(Q) = \\ \int_S U_{ij}^*(P, Q)t_j(Q)dS(Q) \\ + \int_S A_i^*(P, Q)T(Q)dS(Q) \\ - \int_S D_i^*(P, Q)q(Q)dS(Q) \quad (7) \end{aligned}$$

여기서 U_j 와 t_j 는 경계면상에서의 변위 및 트랙션 벡터이고, C_{ij} 는 경계면의 기하학적 형상에 따라 결정되는 상수로서 강제변진운동을 적용하여 구할 수도 있고, 경계면이 원활곡면인 경우에는 1/2의 값을 갖는다. 피적분 함수 t_{ij}^* 와 U_{ij}^* 는 점 P 에 작용된 단위점 하중에 의한 점 Q 에서의 트랙션 기본해 및 변위 기본해로서 2차원 문제에서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} t_{ij}^*(P, Q) = \frac{1-2\nu}{4\pi(1-\nu)r} [r_{,j}n_i(P) - r_{,i}n_j(P) \\ - (\delta_{ij} + \frac{2}{1-2\nu}r_{,i}r_{,j})r_{,1}n_1(P)] \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{ij}^*(P, Q) = \frac{1}{8\pi G(1-\nu)} [-(3-4\nu)\delta_{ij} \ln r \\ + r_{,i}r_{,j}] \quad (9) \end{aligned}$$

한편 식 (7)에서 A_i^* 와 D_i^* 는 선적분화 된 체적력 항으로서 2차원 문제에서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_i^*(P, Q) = -\frac{1+\nu}{8\pi(1+\nu)} \bar{\alpha} [(1+2\ln r)n_i(P) \\ + 2r_{,i}r_{,k}n_k(P)] \quad (10) \end{aligned}$$

$$D_i^*(P, Q) = -\frac{1+\nu}{8\pi(1-\nu)} \bar{\alpha} [1+2\ln r]r_i \quad (11)$$

G 는 전단계수이고, δ_{ij} 는 Kronecker 델타이며

상당 프와송비 ν 및 상당 선팅창계수 $\bar{\alpha}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\bar{\nu} \equiv \begin{cases} \nu & (\text{평면 변형률 상태}) \\ \frac{\nu}{1+\nu} & (\text{평면 응력 상태}) \end{cases} \quad (12)$$

$$\bar{\alpha} \equiv \begin{cases} \alpha & (\text{평면 변형률 상태}) \\ \alpha \frac{(1+\nu)}{(1+2\nu)} & (\text{평면 응력 상태}) \end{cases} \quad (13)$$

여기서 ν 는 프와송비이며 α 는 선팅창계수이다.

식 (7)의 수치해를 구하기 위해, 원할곡면으로 이루어진 경계면을 N 개의 상수경계요소로 나누면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & 1/2 U_i^n(P) + \sum_{m=1}^N \left[\int_{-1}^1 t_{jm}^n(P, Q(\xi)) J(\xi) d\xi \right] \\ & \cdot U_{jm}(Q) \\ & = \sum_{m=1}^N \left[\int_{-1}^1 U_{jm}^n(P, Q(\xi)) J(\xi) d\xi \right] \cdot t_{jm}(Q) \\ & + \sum_{m=1}^N \left[\int_{-1}^1 A_{im}^n(P, Q(\xi)) T_m(Q(\xi)) J(\xi) d\xi \right] \\ & - \sum_{m=1}^N \left[\int_{-1}^1 D_{im}^n(P, Q(\xi)) q_m(Q(\xi)) J(\xi) d\xi \right] \\ & \quad (n=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)에 경계조건을 대입하여 정리하면 미지해의 벡터 $\{X\}$ 를 구성할 수 있다.

$$[K]_{2NX2N} \{X\}_{2NX1} = \{F\}_{2NX1} \quad (15)$$

여기에서 $\{K\}$ 는 경계조건을 적용한 뒤, 트랙션 계수행렬과 변위 계수행렬에서 미지해로 남겨진 행과 열의 요소가 합성되어 재구성된 행렬이고, $\{F\}$ 는 이미 구해 놓은 온도장의 해 T, q 와 체적력 계수행렬이 조합된 상수벡터이다.

3. 열응력세기계수의 결정

균질재료에 대해서 상수경계요소를 사용하는 경우 균열선단요소의 중앙절점에서 구해진 열변위해로부터 모드 I과 II에 대한 열응력세기계수 K_I, K_{II} 를 다음 식으로부터 계산할 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$K_I = \frac{4G}{k+1} \sqrt{\pi/2L_B} U_y \quad (16)$$

$$K_{II} = \frac{4G}{k+1} \sqrt{\pi/2L_B} U_x \quad (17)$$

여기서

$$k \equiv \begin{cases} 3-4\nu & (\text{평면 변형률 상태}) \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & (\text{평면 응력 상태}) \end{cases} \quad (18)$$

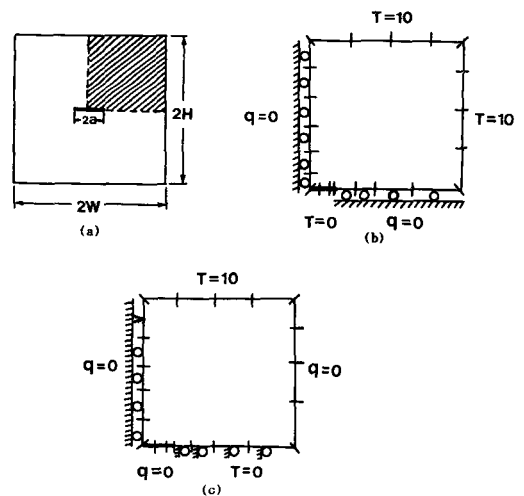
L_B 는 균열선단으로부터 균열선단요소내의 중앙

절점까지의 길이이며 U_x, U_y 는 균열선단요소내의 중앙절점에서 X 와 Y 방향 변위이다.

4. 수치해석의 결과 및 검토

2차원 선형 탄성학의 경계요소법프로그램⁽¹¹⁾을 확장하고, 16bit PC를 사용하여 평면변형률상태에서 수치계산하였다. 사용된 언어는 Micro-Fortran 77이다. 여기에서 사용한 재료상수는 $G=8.4 \times 10^4$, $\nu=0.3$, $\alpha=1.67 \times 10^{-5}$ 이며 중첩비는 1로 하였다.

프로그램의 검증을 위하여 기존해^(4,8)가 있는 Griffith균열과 무한체 커스프 균열을 모델로 선정하였다. Fig. 1(a)는 Griffith균열을 보여주고 있다. Fig. 1(b)의 경우는 열하중 및 기하학적 형상이 X 와 Y 축에 대해 대칭을 이루고 있으므로 좌측 상단부 1/4만을 수치해석 하였으며, Fig. 1(c)의 경우는 Y 축에 대해 열하중 및 기하학적 형상이 대칭이고, 균열면 연장선상에서 $U_x=0$ 이므로 좌측 상단부 1/4만을 수치모델화 하였다. 여기에서 평판폭의 반 $W=1$ 로 하였다. 균열선단요소의 길이는 균열전체 길이의 5%미만이 되도록 하였으며 전체 모델의 경계면에는 40여개의 상수경계요소가 배치되었다. 수치결과는 Table 1에서 보는 바와 같이 Sumi⁽⁴⁾의 결과와 $\pm 1\%$ 오차범위내에서 잘 일치하



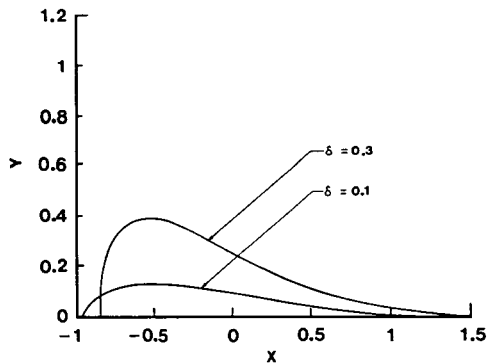
(a) Geometric configuration
(b) Model for Mode I
(c) Model for Mode II

Fig. 1 Griffith crack on thermal loading conditions

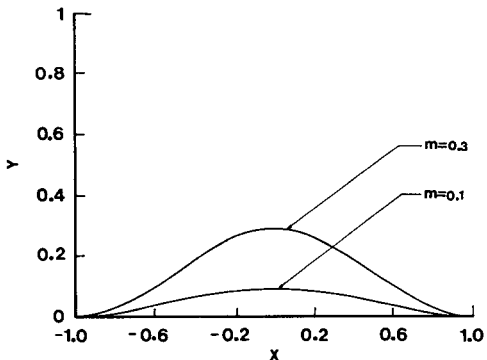
Table 1 Dimensionless thermal stress intensity factors F_I and F_{II} of Griffith crack

a/W	Mode I			Mode II		
	K_I		Err.(%)	K_{II}		Err.(%)
	Ref.(4)	Present		Ref.(4)	Present	
0.1	11.0220	11.0010	-0.180	0.6810	0.6790	-0.29
0.2	14.0280	14.0164	-0.083	2.1643	2.1500	-0.60
0.3	16.2324	16.2541	0.130	3.8900	3.8970	0.70
0.4	18.1560	18.1450	-0.060	5.7314	5.7600	0.60
0.5	19.9600	19.9800	0.100	7.6154	7.7200	1.30
0.6	21.2400	21.3000	0.270	9.6190	9.6800	0.60

$$\text{Err.(\%)} = \frac{\text{Present} - \text{Ref.(4)}}{\text{Ref.(4)}} \times 100$$



(b)



(a)

- (a) Symmetric lip cusp crack
- (b) Symmetric airfoil cusp crack

Fig. 2 Configurations of cusp cracks

고 있다.

대칭 입술형 커스프 균열(Fig. 2(a))과 대칭 익형 커스프 균열(Fig. 2(b))의 복소등가사상함수⁽⁸⁾ $w(\zeta)$ 는 다음과 같다.

$$Z \equiv w(\zeta) = \frac{R_0(m+2)}{4} \left[\zeta + \frac{2(1-m)}{m+2} \frac{1}{\zeta} + \frac{m}{m+2} \frac{1}{\zeta^3} \right] \quad (\text{입술형}) \quad (19)$$

$$Z \equiv w(\zeta) = \frac{R_0}{2} \left[(1+\delta)\zeta + \frac{1-\delta}{\zeta} + \frac{\delta}{\zeta^2} \right] \quad (\text{익형}) \quad (20)$$

여기에서 Z 와 ζ 는 각각 실평면상과 사상평면상의 좌표점을 의미하며, m 및 δ 는 형상계수이고, 0인 경우에는 상당균열길이 $2R_0$ 인 선형균열로 되며 형상계수의 증가에 따라 균열면 중앙부의 틈새가 점차 커지게 된다.

커스프 균열에 열유동 q 가 X 축과 임의의 각도 θ 로 유입되는 경우에 성분 q_x 는 K_I 를 성분 q_y 는 K_{II} 를 발생시키므로⁽⁸⁾ 혼합 모우드 문제를 2개의 단순 모우드 문제로 분리하여 수치해석하였다. 균열면이 단열된 경우($r=1$)와 일정온도로 고정된 경우($r=-1$)에 대한 커스프 균열체의 경계분할면상의 기계적 경계조건을 Fig. 3과 4에서 보여주고 있다. 이러한 경계조건은 Florence등⁽¹⁵⁾과 Lee등⁽⁸⁾의 이론해를 참고하여 설정되었다. 수치계산에서 $W=20$ 으로 하고, 경계면에 50~60여개의 상수경계요소를 이용하였으며, 균열선단요소의 길이 L 은

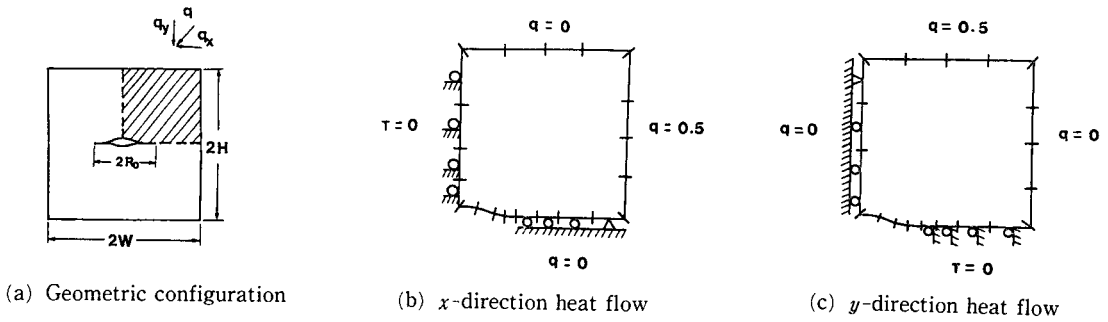


Fig. 3 Boundary conditions of symmetric lip cusp crack

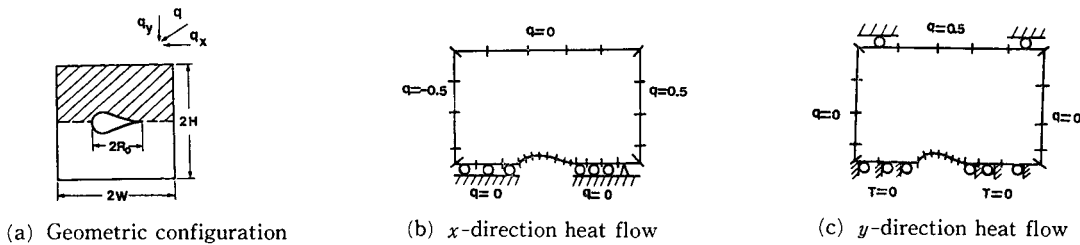
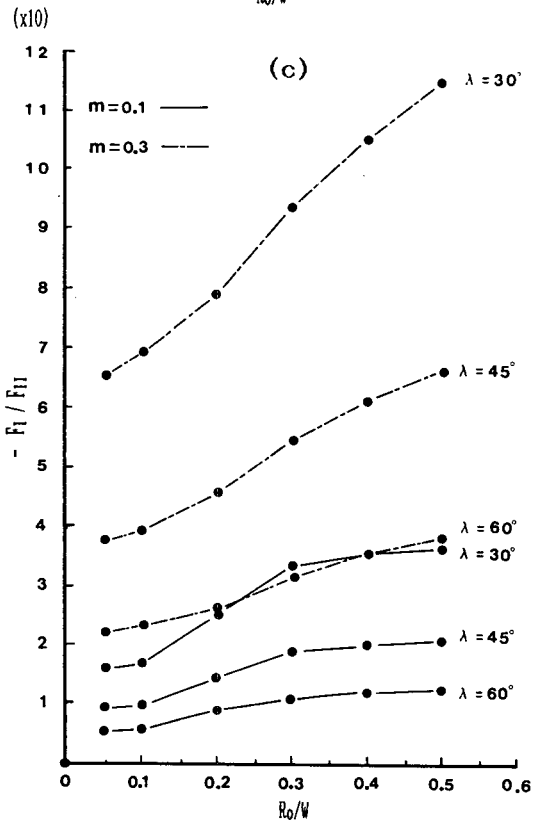
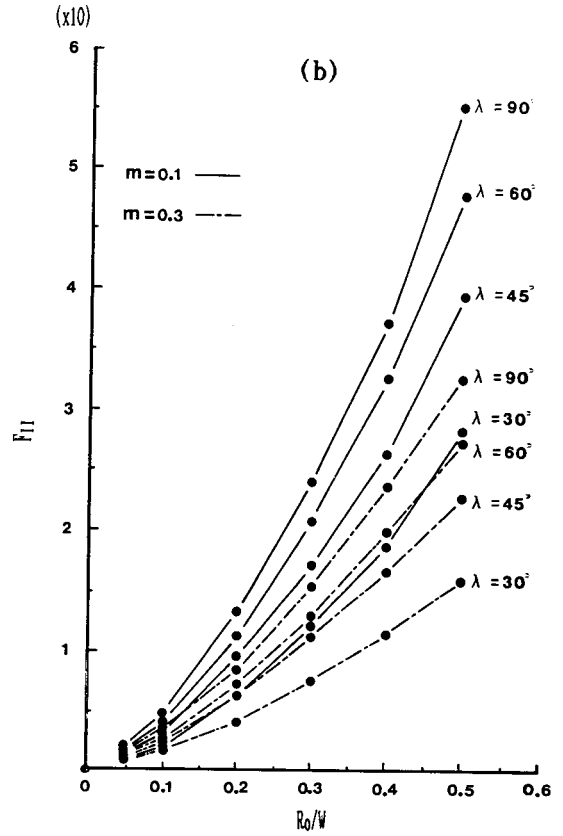
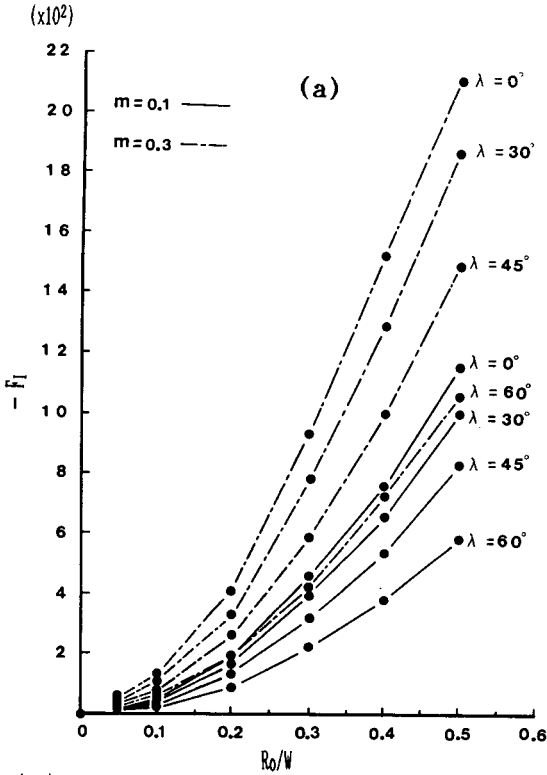


Fig. 4 Boundary conditions of symmetric airfoil cusp crack

Table 2 Comparisons of dimensionless thermal stress intensity factors(DTSIF) between previous and present solutions for cusp cracks

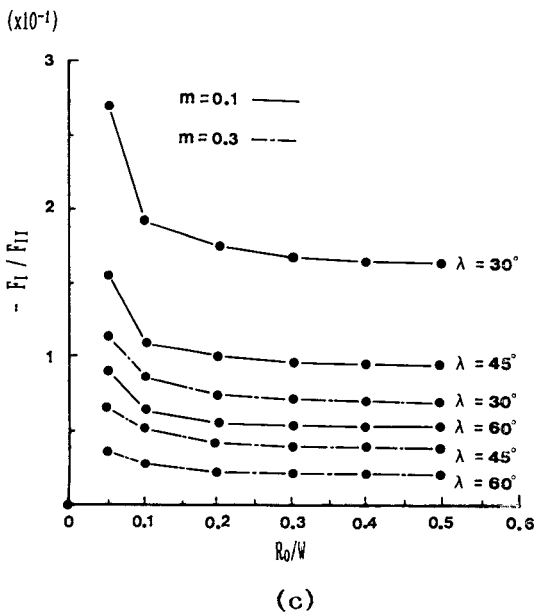
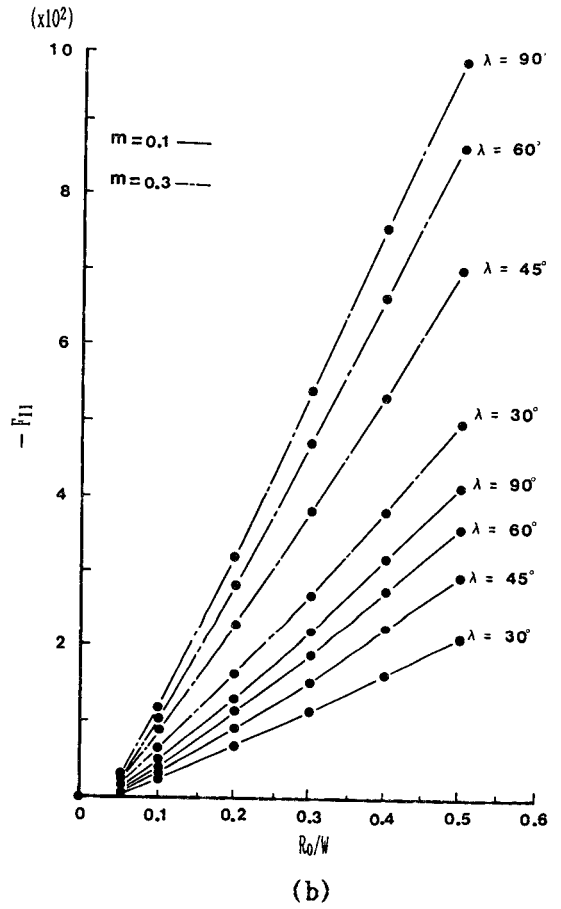
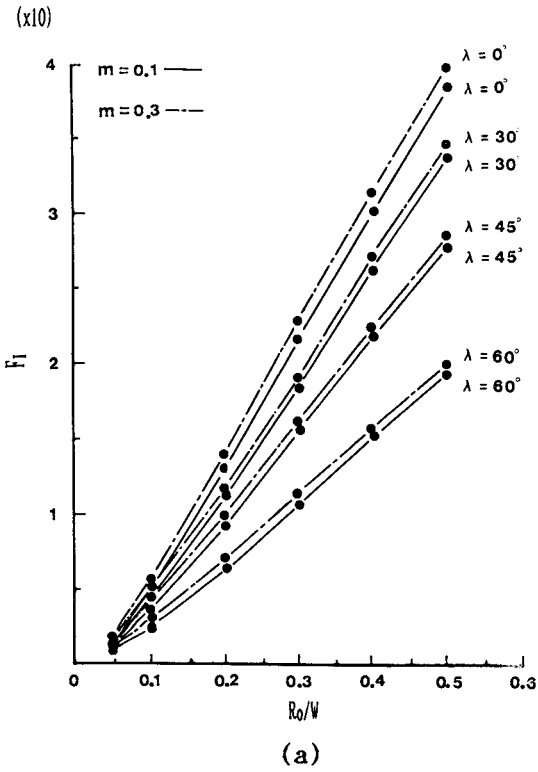
Cusp type	γ	DISIF	λ	m, δ	Ref.(8)	Present	*Err.(%)
Lip	1	F_{\perp}	0	0.1	-0.00145	-0.00142	-2.1
				0.3	-0.00475	-0.00454	-4.3
		F_{\parallel}	90	0.1	0.01556	0.01530	-1.7
				0.3	1.01144	0.01190	4.0
	-1	F_{\perp}	0	0.1	0.01883	0.01862	-1.1
				0.3	0.01951	0.01936	-0.8
		F_{\parallel}	90	0.1	-0.00120	-0.00118	-1.7
				0.3	-0.00278	-0.00289	3.2
Airfoil	1	F_{\perp}	0	0.1	-0.00200	-0.00190	-5.0
				0.3	-0.00698	-0.00670	-4.0
		F_{\parallel}	90	0.1	0.01680	0.01720	2.4
				0.3	0.01455	0.01430	-1.7
	-1	F_{\perp}	0	0.1	0.02016	0.02005	-0.5
				0.3	0.02328	0.02284	-1.9
		F_{\parallel}	90	0.1	-0.00168	-0.00172	2.4
				0.3	-0.00436	-0.00427	-2.1

*Err.(%) = $\frac{\text{Present} - \text{Ref.}(8)}{\text{Ref.}(8)} \times 100$



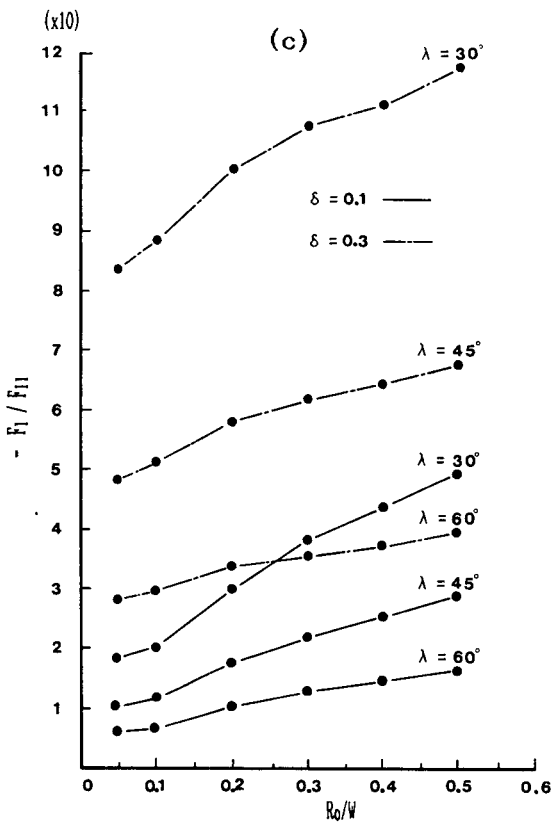
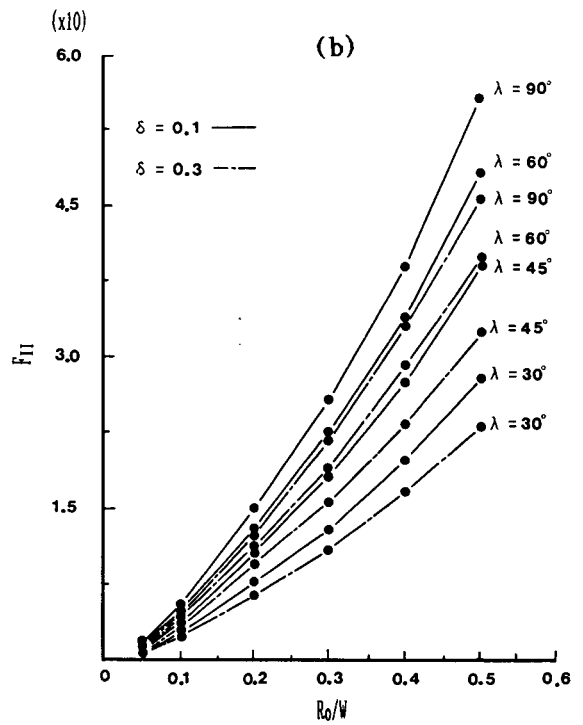
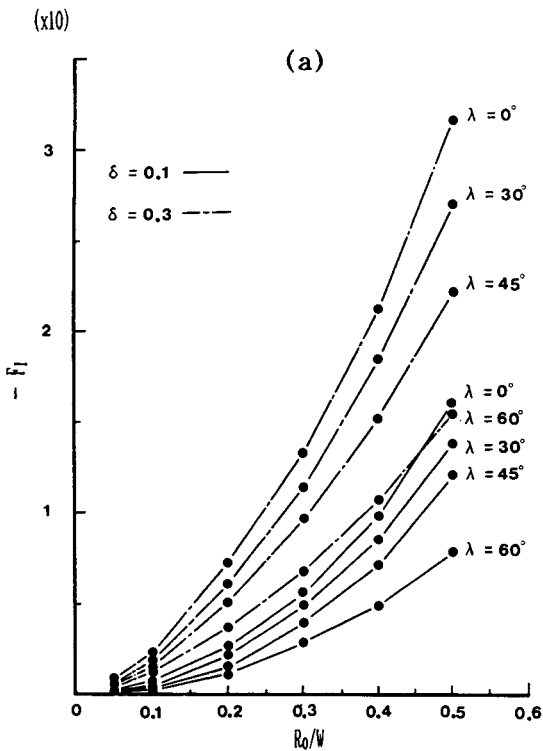
(a) F_I vs. R_0/W (b) F_{II} vs. R_0/W
 (c) F_I/F_{II} vs. R_0/W

Fig. 5 Variations of dimensionless thermal stress intensity factors for an insulated symmetric lip cusp crack ($\gamma=1$) in a finite body



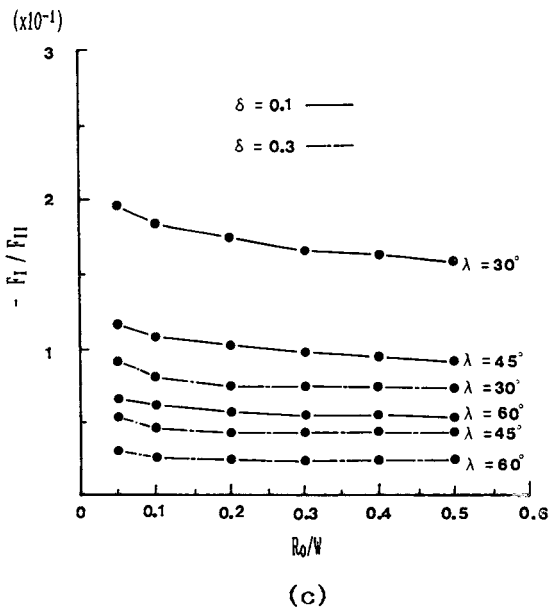
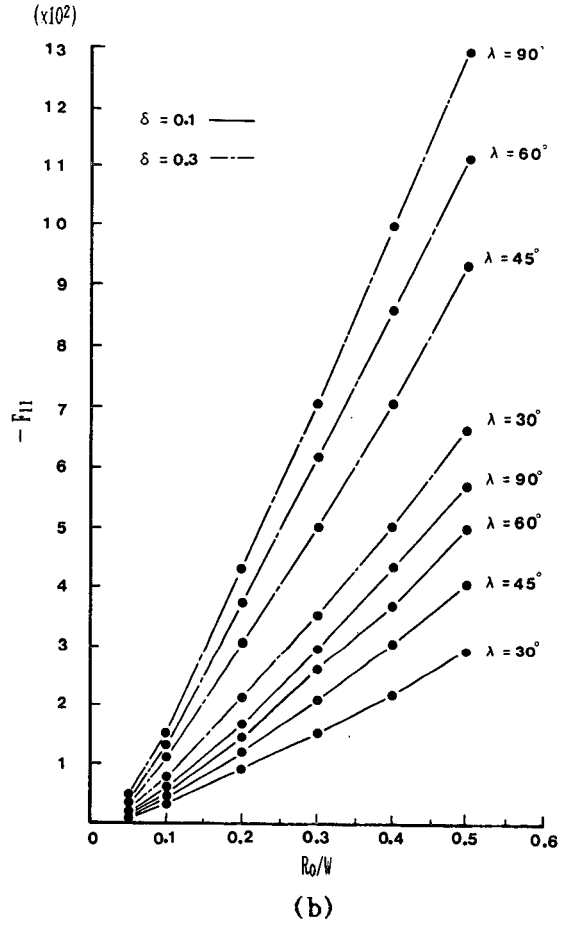
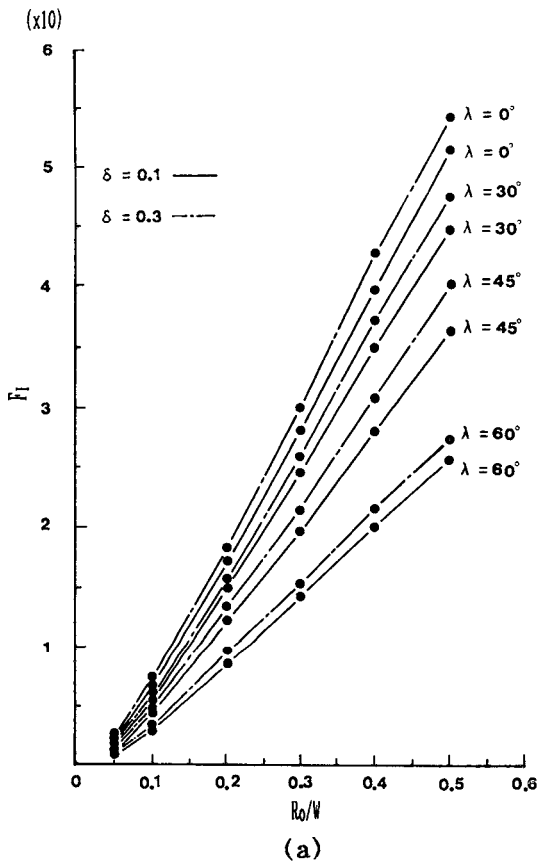
(a) F_I vs. R_0/W (b) F_{II} vs. R_0/W
(c) F_I / F_{II} vs. R_0/W

Fig. 6 Variations of dimensionless thermal stress intensity factors for a symmetric lip cusp crack with zero crack surface temperature ($\gamma = -1$) in a finite body



(a) F_I vs. R_0/W (b) F_{II} vs. R_0/W
 (c) F_I/F_{II} vs. R_0/W

Fig. 7 Variations of dimensionless thermal stress intensity factors for an insulated symmetric airfoil cusp crack ($\gamma=1$) in a finite body



(a) F_I vs. R_0/W (b) F_{II} vs. R_0/W
 (c) F_I/F_{II} vs. R_0/W

Fig. 8 Variations of dimensionless thermal stress intensity factors for a symmetric airfoil cusp crack with zero crack surface temperature ($\gamma = -1$) in a finite body

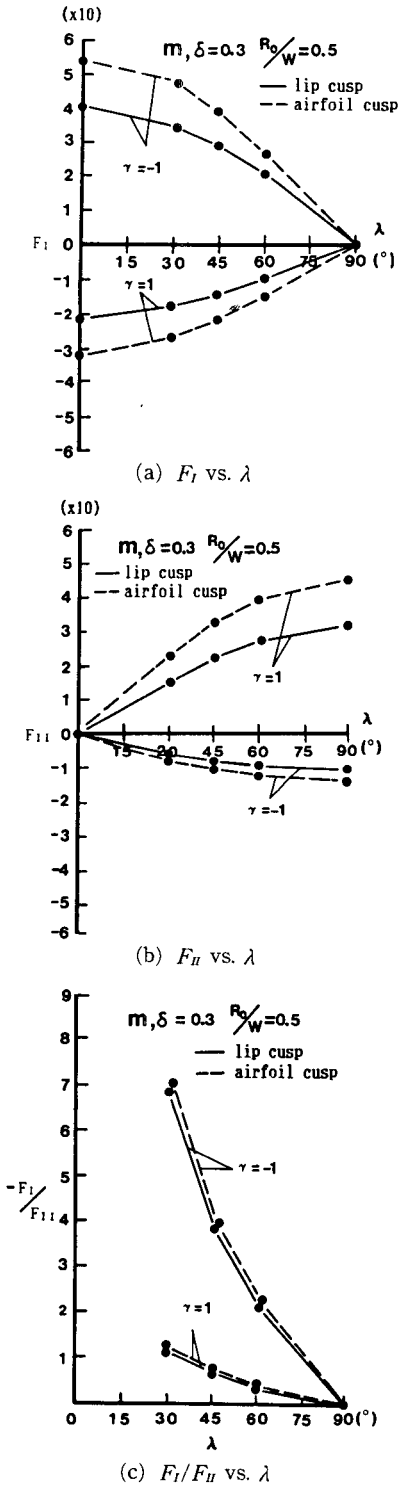


Fig. 9 Variations of dimensionless thermal stress intensity factors for cusp cracks with heat flow directions

0.01 <math>L/R_0 < 0.05</math>로 하였다. Table 2에 제시된 $R_0/W = 0.05, \lambda = 0^\circ, 90^\circ</math>인 경우의 수치결과는 무한체에 대한 이론해⁽⁸⁾와 $\pm 5\%</math>오차범위내에서 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. $F_I</math>와 $F_{II}</math>는 무차원 열응력세기계수로서 다음과 같이 정의된다.$$$</sup>$

$$F_I = \frac{K_I}{Ga\sqrt{W}^{3/2}} \tag{21}$$

$$F_{II} = \frac{K_{II}}{Ga\sqrt{W}^{3/2}} \tag{22}$$

Fig. 5~8에서 $r = \pm 1, 0^\circ < \lambda < 90^\circ, 0 < R_0/W < 0.6, m</math>과 $\delta</math>가 0.1, 0.3인 경우에 대한 대칭 입술형 및 익형 커스프 균열의 $F_I</math>와 $F_{II}</math>의 수치결과를 보여주고 있는데 균열면의 열경계조건에 따라 열응력세기계수의 부호가 변환을 알 수 있다. 그러나 같은 형상계수와 균열면 열경계조건하에서 대칭 입술형 커스프 균열과 대칭 익형 커스프 균열의 균일 열유동에 대한 거동은 유사하다.$$$$

$r = 1</math>인 경우, $-F_I</math>는 형상계수 $m</math> 및 $\delta</math>에 대해 비례하나, $F_{II}</math>는 반비례한다. $F_I</math>은 음의 값으로 표현 됨으로써 열유동전면의 균열선단에는 균열단합 현상이 예상된다. $R_0/W</math>에 대해서 $-F_I</math>와 $F_{II}</math>는 2차에 비례하고 있으며, 이는 선형균열에 대한 Nakanishi등⁽²⁾의 결과와 같은 경향을 보이고 있다. 한편 $R_0/W</math>가 증가할수록 $-F_I/F_{II}</math>는 증가함을 알 수 있다.$$</sup>$$$$$$$$$

$r = -1</math>인 경우, $F_I</math>와 $-F_{II}</math>는 형상계수 $m</math>과 $\delta</math> 및 $R_0/W</math>에 대해 비례하고 있으며, 특히 $R_0/W</math>에 대해선 거의 선형적으로 비례하고 있다. 이 경우는 $R_0/W</math>가 증가할수록 $-F_I/F_{II}</math>는 감소함을 알 수 있다.$$$$$$$$$

Fig. 9는 $F_I</math>와 $F_{II}</math>가 열유동각도 $\lambda</math>의 주기함수⁽⁸⁾로 표현됨을 나타내고 있다.</sup>$$$

5. 결 론

균열면이 단열된 경우와 균열면의 온도가 0으로 고정된 경우의 대칭입술형과 익형 커스프 균열이 균일 열하중하에 있을 때의 열응력세기계수를 경계요소법에 의해 구한 연구에서 다음의 결과를 얻었다.

(1) Griffith균열과 무한체 커스프 균열에 대한 열응력세기계수의 수치결과는 기존해와 $\pm 5\%</math>오차범위내에서 일치한다.$

(2) 균열면이 단열된 경우에는 음의 열림형 응력세기계수만이 형상계수의 증가에 따라 증가하나,

균열면이 0으로 고정된 경우에는 양의 열림형과 음의 미끄럼형 열응력세기계수도 비례적으로 증가한다.

(3) 대칭 입술형과 익형 커스프 균열의 균열길이에 따른 열응력세기계수의 변화경향은 서로 유사하다.

(4) 균열면의 열경계조건에 따라 열응력세기계수의 부호가 변화한다.

(5) 균열면이 단열된 경우에는 균열길이의 증가에 따라서 열림형과 미끄럼형 열응력세기계수비의 음의 값은 증가하나, 균열면의 온도가 0으로 고정된 경우에는 그 비의 음의 값은 감소한다.

후 기

이 논문은 1989년도 문교부 지원 한국 학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 이에 진심으로 감사드리는 바이다.

참 고 문 헌

- (1) Sih, G.C., 1962, "On the Singular Character of Thermal Stresses Near a Crack Tip", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 29, pp. 587~589.
- (2) Nakanishi, H., Tani, S., Suzuki, M. and Sumi, N., 1985, "Orthotropic Rectangular Plates with an Eccentric Crack and an Inclined Crack in Steady State Temperature Fields", Trans. Japan Soc. Mech. Engrs, Vol. 51, No. 469, pp. 2094~2102.
- (3) Hellen, T.K., Cesari, F. and Maitan, A., 1982, "The Application of Fracture Mechanics in Thermally Stressed Structures", Int. J. Pres. Ves. and Piping, Vol. 10, pp. 181~204.
- (4) Sumi, N., 1980, "Thermal Stress Singularities at Tips of a Griffith Crack in Finite Rectangular Plate", Nuclear Engng and Design, Vol. 60, pp. 389~394.
- (5) Emmel, E. and Stamm, H., 1985, "Calculation of Stress Intensity Factors of Thermally Loaded Cracks Using the Finite Element Method", Int. J. Pres. Ves. and Piping, Vol. 19, pp. 1~7.
- (6) Tanaka, M., Togoh, H. and Kikuta, M., 1984, "Boundary Element Method Applied to 2-D Thermoelastic Problems in Steady and Non-Steady States", Engng Analysis, Vol. 1, No. 1, pp. 13~19.
- (7) Sladek, V. and Sladek, J., 1987, "Computation of the Stress Intensity Factor in 2-D Stationary Thermoelasticity Using the BEM", ACTA TECHNICA CSAV, No. 2, pp. 217~229.
- (8) Lee, K.Y. and Choi, H.S., 1989, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Traction Free Cusp Cracks under Uniform Heat Flow", Engng Fracture Mech., Vol. 32, No. 2, pp. 183~193.
- (9) Banerjee, P.K. and Butterfield, R., 1979, Development in Boundary Methods -1, Applied Science Publishers LTD., London.
- (10) Banerjee, P.K. and Butterfield, R., 1981, Boundary Element Methods in Engineering Science, McGraw-Hill Book Company, London.
- (11) Brebbia, C.A., 1980, The Boundary Element Method for Engineers, Pentech Press, London.
- (12) Brebbia, C.A., Tels, J.C.F. and Wrobel, L.C., 1984, Boundary Element Techniques, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo.
- (13) Davis, P.J. and Rabinowitz, P., 1967, Numerical Integration, Bladell Published Co.
- (14) Williams, M.L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", J. Appl. Mech, Vol. 24, pp. 109~114.
- (15) Florence, A.L. and Goodier, J.N., 1959, "Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow", Trans. ASME, J. Appl. Mech, Vol. 81, pp. 293~294.