

<論 文>

스터링기관의 이상적인 단열모델에 대한 해석적 근사해

유 호 선*

(1989년 9월 6일 접수)

An Approximate Analytical Solution to the Ideal Adiabatic Model of Stirling Engines

Hoseon Yoo

Key Words : Stirling Engines(스터링기관), Adiabatic Analysis(단열해석)

Abstract

To predict the qualitative performance characteristics of Stirling Engines, an analytical approach to the Ideal Adiabatic Model set up by Urieli et al. has been treated. First, volume variations of both the expansion and the compression cylinders are approximated to piecewise linear function of the crank angle, which make it possible to specify the mass flow direction of each cylinder a priori to solve a set of basic equation. In consequences, an engine cycle can be considered as a combination of 4-type fundamental process. For each process, pressure is obtained as a solution of the algebraic equation. Application of the cyclic steady condition to the whole cycle completes the analysis. Further investigations result in analytical expressions for cyclic heat and work in terms of dependent variables determined from the pressure. The results are expected useful in establishing the preliminary design conditions of Stirling Engines.

기 호 설 명

a, A : 계수	Q : 열량
b, B : 계수	R : 작동유체의 기체상수
C : 상수	t : 무차원 크랭크각도, θ/π
C_p : 작동유체의 정압비열	T : 온도
D : 판별함수, 식 (18)	v : 무차원 체적, V/V_E
I : 적분	v_0 : 무차원 간극체적
K : 계수	V : 체적
m, M : 질량분률, 전체질량	V_C, V_E : 압축 및 팽창실린더의 행정체적
n : 지수, 식 (10)	w : 무차원 열량, W/MC_pT_h
p : 무차원 압력, PV_E/MRT_h	W : 일량
\bar{p} : 압력비, p/p_s	$\alpha_1, \dots, \alpha_4$: 계수
P : 압력	β_1, β_2 : 계수
q : 무차원 열량, Q/MC_pT_h	γ : 작동유체의 비열비
	θ : 크랭크각도
	λ : 행정체적비, V_C/V_E
	ξ : 가 변수

*정회원, 경상대학교 공과대학 기계공학과

- τ : 무차원 온도, T/T_h
- ϕ : 무차원 위상각

하 첨 자

- I, II, III, IV : 각 기본과정
- c : 압축실린더
- ck : 압축실린더와 냉각기 사이
- d : 불용체적
- e : 팽창실린더
- eh : 팽창실린더와 가열기 사이
- f : 과정의 최종상태
- h : 가열기
- k : 냉각기
- r : 재생기
- s : 과정의 최초상태

1. 서 론

기존의 내연기관을 대체할 또는 새로운 동력원(냉동기 및 열펌프로의 작동용을 포함하여)으로서 스텀링기관의 잠재적인 장점이 재인식됨에 따라 최근 연관된 각 분야에 걸쳐 실용화를 위한 연구⁽¹⁻⁵⁾가 활발히 진행되고 있다. 그 기초 연구의 하나로서, 부여된 조건하에서 기관성능을 정성적으로 예측하고 제 인자의 성능에 대한 영향을 용이하게 평가할 수 있는 이론적인 성능해석방법의 확립은 기관의 예비설계단계에서 대단히 중요하다.

일반적인 열기관에서는 작동유체가 각각 다른 상태하에 있는 기관구성요소를 순환하거나 전 질량의 상태가 순차적으로 변화하는 데 비하여, 스텀링기관의 경우 기관구성요소에 존재하는 작동유체의 질량변화에 상태변화가 수반되기 때문에 열역학적 선도해석만으로는 필요한 기관의 성능특성을 파악하기는 곤란하다. 이에 따라, 현재까지의 예비설계는 주로 고전적인 Schmidt 해석⁽⁶⁾ 및 이와 유사한 해석방법, 예를 들어 참고문헌 (7) 등에 의존하여 왔다. 이들은 이상적인 열교환에 의해 팽창 및 압축실린더가 등온으로 유지된다고 취급한 등온 해석(isothermal analysis)의 범주에 속하는 것으로서, 실린더의 체적변화 즉 피스톤운동이 실제기관의 구동기구(drive mechanism)와 기구학적으로 유사한 정현파형일 경우에 대하여 해석적인 해가 존재하기 때문에 적용이 편리한 장점을 갖는다. 그러나, West⁽⁸⁾가 개관한 바와 같이, 실제 스텀링기관에서

는 별도의 가열기 및 냉각기를 통하여 열교환이 이루어지고 각 실린더는 등온보다 단열에 접근하는 조건이 되므로 등온해석을 타당한 해석방법이라고 할 수는 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 1960년대에 이미 Finkelstein⁽⁹⁾, Qvale등⁽¹⁰⁾이 단열 해석(adiabatic analysis)에 관한 수학적 모델을 제시한 바 있으나 일반적으로 해석적인 해가 존재하지 않기 때문에 기관의 최적운전 조건을 예측하기 위한 시뮬레이션의 이론적 기초가 되었을 뿐 예비설계에는 사용이 별무하였다.

본 연구에서는, 스텀링기관의 예비설계에 편리하게 적용될 수 있는 경제적이며 타당한 해석방법을 확립하기 위하여, Urieli등⁽¹¹⁾에 의하여 정립된 이상적인 단열모델에 대하여 해석적 근사해를 구하고자 한다. 이미 발표된 연구⁽¹²⁾에서는 근사해를 얻기 위해 피스톤운동을 가장 간단한 톱날파로 가정 한 바 있으나 실제의 정현파형 등과는 현저한 차이가 있으므로 이를 개선하여 크랭크각도에 대한 임의의 구간선형함수(piecewise linear function)로 취급한다. 또한, 해석의 결과로서 결정되는 기관내의 압력 및 각 실린더내의 질량 또는 온도 등 열역학적 변수로부터 기관성능평가를 위한 열 및 일의 계산 과정을 포함한다.

2. 이상적인 단열모델

해석에 사용된 모든 변수는 무차원량으로서 소문자로 표기하였으며 기호설명에서 정의하였다. 해석의 대상이 되는 이상적인 단열모델은 Fig. 1과 같다. 이에 관한 자세한 내용은 Urieli등⁽¹¹⁾이 취급하고 있으며, 다음에 열거한 가정에 기초한다.

- (1) 가열기 및 냉각기는 각각 일정온도 τ_h , τ_k 로 유지된다.

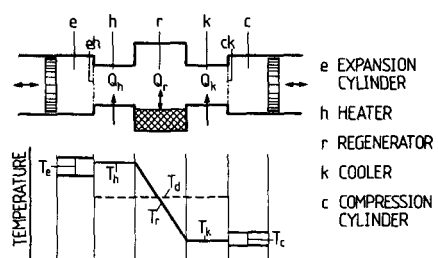


Fig. 1 The Ideal Adiabatic Model of Stirling Engine

(2) 유동에 따른 압력손실은 무시하며 따라서 기관내의 압력은 균일하다.

(3) 작동유체는 이상기체로서 전체질량은 일정하다.

(4) 팽창 및 압축실린더, 재생기는 완전 단열되어 있다.

(5) 불용체적 (dead volume)은 가열기, 재생기, 냉각기 체적의 합으로서 일정하다.

(6) 모든 과정은 준평형상태로 진행된다.

(7) 기관회전수는 일정하며 주기정상조건 (cyclic steady condition)을 만족한다.

(8) 재생기의 효율은 1이며 온도분포는 선형적이다.

각 실린더의 체적변화는 채용하는 구동기구에 따라 결정되므로 열역학적 종속변수는 압력 및 각 실린더의 질량 또는 온도이며, 독립변수는 크랭크각도이다. 해석을 위한 기본방정식은 작동유체의 질량보존식 및 각 실린더에 대한 에너지균형식^(9,10)으로서 각각 다음과 같이 표시된다.

$$dm_e + dm_c + dm_a = 0 \tag{1}$$

$$\tau_{eh} dm_e = p dv_e + \frac{1}{\gamma} v_e dp \tag{2}$$

$$\tau_{ck} dm_c = p dv_c + \frac{1}{\gamma} v_c dp \tag{3}$$

여기서, 각 실린더의 질량변화는 상태방정식으로 부터

$$dm_e = d \left(\frac{p v_e}{\tau_e} \right), \tag{4}$$

$$dm_c = d \left(\frac{p v_c}{\tau_c} \right), \tag{5}$$

이다. 특히, 불용체적에 대해서는 적분평균온도

$$\tau_a = v_a / (v_h / \tau_h + v_k / \tau_k + v_r \ln(\tau_h / \tau_k) / (\tau_h - \tau_k)) \tag{6}$$

를 도입하는 것이 편리하며 다음과 같이 압력만의 함수로 표시된다.

$$dm_a = \frac{v_a}{\tau_a} dp \tag{7}$$

여기서,

$$v_a = v_h + v_k + v_r \tag{8}$$

이다. 식 (2) 및 (3) 좌변의 τ_{eh} , τ_{ck} 는 일종의 조건부 온도로서 각 실린더로 질량유입시 ($dm > 0$)는 인접 열교환기의 온도, 유출시 ($dm < 0$)는 실린더내 작동유체의 온도로 취한다. 후자의 경우, 식 (4) 또는 (5)를 적용하면 식 (2) 혹은 (3)은

$$\tau p^{-n} = C \tag{9}$$

$$n = (\gamma - 1) / \gamma \tag{10}$$

으로 적분된다.

3. 해석을 위한 근사

식 (1)~(3)으로 표시된 기본방정식은 상호결합된 연립방정식으로서, 식 (2) 및 (3)이 dm 의 부호에 의존하는 불완전한 형태이므로 일반적으로 해석적인 해는 존재하지 않는다. 더우기, dm 의 부호는 먼저 결정된 것이 아니라 해의 일부로서 결정되어야 한다. 만일, 적절한 가정을 도입하여 이들 부호를 먼저 결정할 수 있다면 기관의 한 사이클은 각 실린더의 질량유동방향에 따라 다음과 같은 4종류 기본과정 (fundamental process)의 조합으로 취급할 수 있다.

$$\text{기본과정 I : } dm_e > 0, dm_c > 0$$

$$\text{기본과정 II : } dm_e < 0, dm_c < 0$$

$$\text{기본과정 III : } dm_e < 0, dm_c > 0$$

$$\text{기본과정 IV : } dm_e > 0, dm_c < 0$$

그러나, 각 기본과정 즉 질량유동방향이 결정된 상태에서도 식에 포함된 각 실린더체적 v_e , v_c 가 크랭크각도 t 에 관한 임의의 주기함수(예를 들어 정현파형)이면 역시 해석적인 해는 존재하지 않는다⁽⁹⁾. 따라서, 해석에 앞서 질량유동방향을 먼저 결정할 수 있고 각 기본과정에 대하여 해석적인 해가 존재하는 동시에 결과의 적용이 제한되지 않는 근사가 필요하다. 이미 발표된 연구⁽¹²⁾에서 체적의 변화가 선형적인 경우 해가 존재하였으므로 이를 일반화하여 접근한다. 기관의 한 사이클을 다수의 열역학적 과정들로 구분할 때 과정의 최초와 최종 상태 사이에서 체적은 선형적으로 변화한다고 취급할 수 있다. 즉, 실제실린더의 체적변화가 예를 들어

$$v_e(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos t) + v_{oe} \tag{11}$$

$$v_c(t) = \frac{\lambda}{2}[1 + \cos(t - \phi)] + \lambda v_{oc} \tag{12}$$

로 주어지고, 크랭크각도 t 의 임의의 구간 $[t_s, t_f]$ 에서 식 (11) 및 (12)에 따른 v_e 및 v_c 가 각각 $[v_{es}, v_{ef}]$ 및 $[v_{cs}, v_{cf}]$ 이면 이 구간에 대하여

$$v_e(t) = a_e t + b_e \tag{13}$$

$$v_c(t) = \lambda(a_c t + b_c) \tag{14}$$

와 같이 근사한다. 식 (11), (12)의 v_{oe} , v_{oc} 는 각 실린더의 간극체적 (clearance volume)이며 식 (13) 및 (14)의 계수는

$$a_e = (v_{ef} - v_{es}) / (t_f - t_s) \tag{15}$$

$$b_e = (v_{est_f} - v_{eft_s}) / (t_f - t_s) \tag{16}$$

Table 1 Conditions for determination of the mass flow direction

Condition		Mass flow direction
$a_e a_c > 0$	$a_e > 0$	$dm_e > 0, dm_c > 0$
	$a_e < 0$	$dm_e < 0, dm_c < 0$
$a_e a_c < 0$	$D > 0$	$dm_e > 0, dm_c < 0$
	$D < 0$	$dm_e < 0, dm_c > 0$

등과 같이 간단히 결정된다. 식 (12), (14)는 행정체적비(swept volume ratio) λ 의 영향을 보다 명확히 보이기 위한 표현이다.

기본과정의 해석에 앞서 체적변화가 선형인 임의의 구분된 과정에 대하여 질량유동방향을 결정하기로 한다. 먼저, 식 (2) 및 (3)에서 dp 항을 소거하고 체적항에 식 (13) 및 (14)를 대입하면

$$D \cdot \lambda p dt = v_c \tau_{en} dm_e - v_e \tau_{ek} dm_c \quad (17)$$

이다. 여기서 일종의 판별함수 D 는 다음과 같이 정의된다.

$$D = a_e b_c - a_c b_e \quad (18)$$

식 (17)에서, 예를 들어 $D > 0$ 이면 $dm_e < 0, dm_c > 0$ 인 경우는 불가능하므로 다음의 세 경우가 가능하다.

- (a) $dm_e > 0, dm_c > 0$
- (b) $dm_e < 0, dm_c < 0$
- (c) $dm_e > 0, dm_c < 0$

(a)의 경우 식 (1) 및 (7)에서 $dp < 0$ 이므로 식 (2) 및 (3)을 참조하면 $a_e > 0, a_c > 0$ 이 되며 유사한 방법으로 (b) 및 (c)도 검토한다. $D < 0$ 까지 포함하여 가능한 모든 경우에 대하여 검토하면, 질량유동방향을 결정하는 조건은 Table 1과 같이 정리된다. 이에 따라 구분된 임의의 과정은 기본과정중의 하나로 취급될 수 있다.

4. 기본과정에 대한 해석

전술하였듯이 단열해석은 본질적으로 상호결합된 형태로 유도된 기본방정식의 해를 연립적으로 구하는 것이지만, 본 연구에서는 3장에서 기술한 근사를 통하여 기본방정식을 압력만을 포함한 일종의 대수방정식 형태로 유도하고 각 실린더의 질량변화를 압력의 함수로 표시하는 방법을 사용한다. 각 실린더의 온도는 질량 또는 식 (9)로부터 쉽게 구할 수 있다. 해석에서 초기조건은 과정의 최초상태로

서 하첨자 s 로 표시하였다.

4.1 과정 I

식 (2) 및 (3)은 각각 $dm_e > 0, dm_c > 0$ 이므로 다음의 형태로 변환된다.

$$dm_e/p_s = \frac{1}{\tau_h} (\bar{p} dv_e + \frac{1}{\gamma} v_e d\bar{p}) \quad (19)$$

$$dm_c/p_s = \frac{1}{\tau_k} (\bar{p} dv_c + \frac{1}{\gamma} v_c d\bar{p}) \quad (20)$$

식 (19) 및 (20)을 식 (1)에 대입, 정리하면 변수분리가 가능하므로 적분하여

$$\bar{p} = \left[\left(\frac{v_e}{\tau_h} + \frac{v_c}{\tau_h} + \gamma \frac{v_d}{\tau_d} \right) / \left(\frac{v_{es}}{\tau_h} + \frac{v_{cs}}{\tau_k} + \gamma \frac{v_d}{\tau_d} \right) \right]^{-\gamma} \quad (21)$$

와 같이 압력비 \bar{p} 를 구한다. 각 실린더의 질량변화는 식 (19) 및 식 (20)에 식 (13) 및 식 (14)를 적용하여 각각 dv_e 및 dv_c 를 소거하면 다음과 같이 표현된다.

$$dm_e/p_s = -\frac{1}{K_I} \left[\left(\frac{a_e}{\tau_h} \right) \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) + \frac{\lambda D}{\gamma \tau_h \tau_k} \right] d\bar{p} \quad (22)$$

$$dm_c/p_s = -\frac{1}{K_I} \left[\left(\frac{\lambda a_c}{\tau_k} \right) \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) - \frac{\lambda D}{\gamma \tau_h \tau_k} \right] d\bar{p} \quad (23)$$

여기서,

$$K_I = \left(\frac{a_e}{\tau_h} \right) + \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_k} \right) \quad (24)$$

4.2 과정 II

$dm_e < 0, dm_c < 0$ 이므로 식 (2) 및 식 (3)은 식 (9)의 형태로 되며 식 (1)을 적분한

$$(m_e - m_{es}) + (m_c - m_{cs}) + (m_d - m_{ds}) = 0 \quad (25)$$

에 대입하여 정리하면

$$\left(\frac{v_e}{\tau_{es}} + \frac{v_c}{\tau_{cs}} \right) \bar{p}^{1-n} + \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) \bar{p} - \left(\frac{v_{es}}{\tau_{es}} + \frac{v_{cs}}{\tau_{cs}} + \frac{v_d}{\tau_d} \right) = 0 \quad (26)$$

와 같이 \bar{p} 에 관한 대수방정식을 얻는다. 한편, 식 (2) 및 (3)을 변환한

$$dm_e/p_s = \frac{\bar{p}^{-n}}{\tau_{es}} (\bar{p} dv_e + \frac{1}{\gamma} v_e d\bar{p}) \quad (27)$$

$$dm_c/p_s = \frac{\bar{p}^{-n}}{\tau_{cs}} (\bar{p} dv_c + \frac{1}{\gamma} v_c d\bar{p}) \quad (28)$$

에서 체적항을 소거하면 다음의 관계를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}}\right) dm_e/p_s - \left(\frac{a_e}{\tau_{es}}\right) dm_c/p_s \\ &= -\frac{\lambda D}{\gamma \tau_{es} \tau_{cs}} \bar{p}^{-n} d\bar{p} \end{aligned} \quad (29)$$

식 (1) 및 식 (29)로부터 dm_e , dm_c 를 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} dm_e/p_s &= -\frac{1}{K_{II}} \left[\left(\frac{a_e}{\tau_{es}}\right) \left(\frac{v_a}{\tau_a}\right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\lambda D}{\gamma \tau_{es} \tau_{cs}} \bar{p}^{-n} \right] d\bar{p} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} dm_c/p_s &= -\frac{1}{K_{II}} \left[\left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}}\right) \left(\frac{v_a}{\tau_a}\right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\lambda D}{\gamma \tau_{es} \tau_{cs}} \bar{p}^{-n} \right] d\bar{p} \end{aligned} \quad (31)$$

여기서,

$$K_{II} = \left(\frac{a_e}{\tau_{es}}\right) + \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}}\right) \quad (32)$$

4.3 과정 III

식 (2) 및 (3)은 각각 식 (27) 및 (28)으로 변환되며, 이것을 식 (1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} & [(\alpha_1 + \alpha_2 t) + (\alpha_3 + \alpha_4 t) \bar{p}^{-n}] d\bar{p} \\ & + (\beta_1 \bar{p} + \beta_2 \bar{p}^{1-n}) dt = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

와 같은 비선형 1차 상미분방정식이 된다. 식 (33)의 해는 이미 구해진 바 있으므로⁽¹²⁾ 자세한 내용은 참조하기 바람에 결과는 다음과 같이 표현하는 것이 편리하다.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{v_e}{\tau_{es}}\right) \bar{p}^{1-n} - \left(\frac{v_{es}}{\tau_{es}}\right) \\ & + A_{III} \int_1^{\bar{p}} (\xi^n + B_{III})^{-1} d\xi = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

여기서, ξ 는 가변수(dummy variable)이며 계수 A_{III} , B_{III} 는

$$A_{III} = B_{III} \left(\frac{v_a}{\tau_a} + \frac{v_{cs}}{\gamma \tau_k}\right) - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{v_{es}}{\tau_{es}}\right) \quad (35)$$

$$B_{III} = \left(\frac{a_e}{\tau_{es}}\right) / \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}}\right) \quad (36)$$

와 같이 정의된다. 식 (34) 및 (1)로부터 dm_e , dm_c 는 쉽게 구할 수 있다.

$$dm_e/p_s = -A_{III} (\bar{p}^n + B_{III})^{-1} d\bar{p} \quad (37)$$

$$dm_c/p_s = A_{III} (\bar{p}^n + B_{III})^{-1} d\bar{p} - \left(\frac{v_a}{\tau_a}\right) d\bar{p} \quad (38)$$

4.4 과정 IV

dm_e , dm_c 의 부호가 반대이므로 계수만 상이할 뿐 해석과정은 기본과정 III과 동일하며 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{v_c}{\tau_{cs}}\right) \bar{p}^{1-n} - \left(\frac{v_{cs}}{\tau_{cs}}\right) \\ & + A_{IV} \int_1^{\bar{p}} (\xi^n + B_{IV})^{-1} d\xi = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

$$dm_e/p_s = A_{IV} (\bar{p}^n + B_{IV})^{-1} d\bar{p} - \left(\frac{v_a}{\tau_a}\right) d\bar{p} \quad (40)$$

$$dm_c/p_s = -A_{IV} (\bar{p}^n + B_{IV})^{-1} d\bar{p} \quad (41)$$

여기서,

$$A_{IV} = B_{IV} \left(\frac{v_a}{\tau_a} + \frac{v_{es}}{\gamma \tau_h}\right) - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{v_{cs}}{\tau_{cs}}\right) \quad (42)$$

$$B_{IV} = \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}}\right) / \left(\frac{a_e}{\tau_h}\right) \quad (43)$$

4.5 주기정상조건

기본과정에 대한 해는 과정의 최초상태를 초기치로 결정되지만, 종속변수의 값이 알려진 기준상태가 존재하지 않으므로, 기본과정들의 연속적인 조합으로 구성된 한 사이클에 대해서는 초기조건이 부여되지 않는 초기치문제(initial value problem)의 성격이 된다. 따라서, 완전한 해가 되기 위해서는 기관회전수가 일정하면 한 사이클마다 동일한 상태가 반복된다는 주기정상조건의 적용이 불가피하다. 구체적으로, 임의의 시작상태에서 τ_{es} , τ_{cs} 를 적절히 가정(보통 τ_h , τ_k 로 취함)하고 한 사이클 동안 계산하여 변화를 확인한 후 새로운 값을 초기조건으로 취하여 변화가 없을 때까지 반복하여야 한다. 참고로, 실제 계산에서는 4~5주기면 충분히 만족하며, 등온해석시에는 기준상태가 존재하므로 이 조건은 자동적으로 만족된다.

5. 열 및 일

기관의 성능평가를 위해서는 기본과정에 대한 해석결과로부터 필요한 열 및 일의 유출입을 계산하여야 한다. 먼저, 기관전체를 시스템으로 취할 때

$$q_{net} = w_{net} = q_n + q_k \quad (44)$$

$$w_{net} = n(\oint p dv_e + \oint p dv_c) \quad (45)$$

이다. 식 (45) 우변은 기본과정에 대한 해석결과를 고려할 때, 일반적으로 해석적인 적분이 불가능하므로 식 (44)의 우변을 계산한다. 외부와의 열교환이 이루어지는 가열기 및 냉각기에 대한 에너지균형은 기관의 한 사이클에 대하여

$$q_n = \oint \tau_{eh} dm_e - \oint \tau_h (dm_e + dm_h) \quad (46)$$

$$q_k = \oint \tau_{ck} dm_c - \oint \tau_k (dm_c + dm_k) \quad (47)$$

이 된다. 식 (46) 및 (47) 우변은 각 기본과정에 대한 적분의 조합이므로 기본 과정의 종류에 따라 결정되는 τ_{eh} , τ_{ck} 및 4장에서 압력의 함수로 표시한 dm_e , dm_c 를 대입하여 계산할 수 있다. 이때, 예를 들어

$$I = A_{III} \int_1^{\beta} \tau_e (\beta^n + B_{III})^{-1} d\beta \quad (48)$$

와 같은 형태의 적분은 식 (9)를 적용하면

$$I = A_{III} \tau_{es} \int_1^{\beta} [1 - B_{III} (\beta^n + B_{III})^{-1}] d\beta \quad (49)$$

로 변환되므로 식 (34)로부터 쉽게 수행될 수 있다.

$$I = A_{III} \tau_{es} (\beta - 1) + B_{III} \tau_{es} \left[\left(\frac{v_e}{\tau_{es}} \right) \beta^{1-n} - \left(\frac{v_{es}}{\tau_{es}} \right) \right] \quad (50)$$

대응하는 기본과정을 하첨자 I, II, III, IV로 표시할 때 계산 결과는 다음과 같이 종속변수 및 기지량의 해석적 함수로 표시된다.

$$q_{hI} / p_s = -v_h (\beta - 1) \quad (51)$$

$$q_{kI} / p_s = -v_k (\beta - 1) \quad (52)$$

$$q_{hII} / p_s = -\frac{\tau_{es}}{K_{II} (1+n)} \left(\frac{a_e}{\tau_{es}} \right) \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) (\beta^{1+n} - 1) + \frac{\tau_h}{K_{II}} \frac{\lambda D}{\tau_{es} \tau_{cs}} (\beta^{1-n} - 1) + \left[\frac{\tau_h}{K_{II}} \left(\frac{a_e}{\tau_{es}} \right) \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) - \frac{\tau_{es}}{K_{II}} \frac{\lambda D}{\gamma \tau_{es} \tau_{cs}} - v_h \right] (\beta - 1) \quad (53)$$

$$q_{kII} / p_s = -\frac{\tau_{cs}}{K_{II} (1+n)} \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}} \right) \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) (\beta^{1+n} - 1) - \frac{\tau_k}{K_{II}} \frac{\lambda D}{\tau_{es} \tau_{cs}} (\beta^{1-n} - 1) + \left[\frac{\tau_k}{K_{II}} \left(\frac{\lambda a_c}{\tau_{cs}} \right) \left(\frac{v_d}{\tau_d} \right) + \frac{\tau_{cs}}{K_{II}} \frac{\lambda D}{\gamma \tau_{es} \tau_{cs}} - v_k \right] (\beta - 1) \quad (54)$$

$$q_{hIII} / p_s = -(\tau_h + B_{III} \tau_{es}) \times \left[\left(\frac{v_e}{\tau_{es}} \right) \beta^{1-n} - \left(\frac{v_{es}}{\tau_{es}} \right) \right] - (v_h + A_{III} \tau_{es}) (\beta - 1) \quad (55)$$

$$q_{kIII} / p_s = -v_k (\beta - 1) \quad (56)$$

$$q_{hIV} / p_s = -v_h (\beta - 1) \quad (57)$$

$$q_{kIV} / p_s = -(\tau_k + B_{IV} \tau_{cs}) \times \left[\left(\frac{v_c}{\tau_{cs}} \right) \beta^{1-n} - \left(\frac{v_{cs}}{\tau_{cs}} \right) \right] - (v_k + A_{IV} \tau_{cs}) (\beta - 1) \quad (58)$$

6. 결과의 검토 및 제언

이상에서 스테링기관의 효율적인 예비설계를 위하여 기관성능을 타당하게 예측, 평가할 수 있는 해석방법의 하나로서 이상적인 단열모델에 대한 해석적 근사해에 관하여 취급하였다. 기존의 해석방법과 비교할 때 또는 본 연구의 과정 및 결과를 검토할 때 다음과 같은 점들을 고찰할 수 있다.

먼저, 각 실린더의 체적변화를 구간선형함수로 근사하였지만, 단열모델에 대한 해석적 접근을 시도하여 해를 구한 점이다. 현재까지의 단열해석에 있어서는 West⁽¹³⁾가 하나의 실린더는 단열되고 다른 하나는 등온으로 유지되는 모델에 대한 해석적인 해를 발표하였을 뿐, 본 연구와 같은 일반화된 해는 보고된 바 없다는 사실과 실제 단열조건인 기관의 예비설계에 등온해석의 결과를 적용하는데 따른 문제점을 보완하기 위한 연구⁽¹⁴⁾가 계속 수행되고 있는 사실을 고려하면 본 연구의 의의를 발견할 수 있다.

내용에서 약술하였듯이, 피스톤운동을 구간선형함수로 근사한 것은 실제기관의 구동기구에 접근시키기 위한 목적뿐 아니라 다음의 이유 때문이다. 첫째, 해석에 선행하여 각 실린더의 질량유동방향을 Table 1과 같이 명확히 예측할 수 있으므로 한 사이클을 기본과정의 연속적인 조합으로 취급할 수 있다. 둘째, 각 기본과정에 대하여 해석적인 해가 존재하게 된다. 셋째, 구해진 해로부터 기관성능평가에 필요한 열 및 일을 해석적 표현으로 유도할 수 있다. 물론 열 및 일의 계산은 해석과정과는 별개의 문제이지만 결과 적용의 용이성이라는 관점에서 중요한 의미를 부여할 수 있다. 넷째, Schmidt 해석⁽⁶⁾과 같은 등온해석에서도 해석적인 해는 피스톤운동이 정현파형일 경우에만 존재함에 비하여 구간선형함수로 근사한 본 연구는 정현파형이 아닌 구동기구(예를 들어 Rhombic drive mechanism)까지 포함하는 일반성이 있다.

구체적인 결과 도출을 위해서는 식 (26), (34) 및 (39)로 주어진 압력에 관한 방정식의 해를 주기정상조건이 만족될 때까지 반복해서 구하여야 하므로 수치적인 방법에 의존할 수밖에 없다. 그러나 Schmidt해석의 해도 복잡한 삼각함수형태로서 결과적으로는 수치계산과정을 거쳐야 하며, 더우기 기본방정식 자체에 대한 수치해석과는 계산량의 관

점 및 방법론적 차원에서 비교할 대상은 아니다. 전술한 압력을 결정하기 위한 식중에서 일부는 적분을 포함하고 있지만, 다행히 변수 f 에 대하여 단조증감하는 형태이므로 해는 쉽게 결정될 수 있다.

마지막으로, 기존의 등온해석 및 본 연구와 같은 해석적 방법의 단열해석에서 공통적인 문제점은 재생기의 효율이다. 재생기 효율은 스텔링기관의 성능에 가장 큰 영향을 미치는 인자 중의 하나임⁽¹⁵⁾을 고려할 때, 보다 개선된 성능예측을 위해서는 이를 해석에 포함시킬 수 있는 적절한 모델이 요구된다. 본 연구의 결과를 자료화하여 기관의 예비설계조건을 제시하는 것은 차후의 연구에서 취급할 예정이며, 도출된 재생기의 문제는 스텔링기관에 관한 기초 연구의 과제로 추천한다.

후 기

본 연구는 1989년도 한국과학재단의 기초연구비(과제번호 893-0901-008-1) 지원에 의한 결과로서 이에 감사의 뜻을 포함한다.

參 考 文 獻

- (1) Beremand, D.G. and Shaltens, R.K., 1986, "DOE/NASA Automotive Stirling Engine Project Overview 86", Proc. 21st IECEC, pp. 430~438.
- (2) Reader, G.T., 1986, "The British Stirling Engine Consortium-A Critical Review", Proc. 3rd ISEC, pp. 37~56.
- (3) Meijer, R.J., 1987, "The Evolution of the Stirling Engine", 2nd edn., Stirling Thermal Motors Inc.
- (4) Slaby, J.G., 1988, "1988 Overview of Free Piston Stirling Engine Technology for Space Power at the NASA Lewis Research Center", Proc. 4th ISEC, pp. 71~76.
- (5) Sakai, Y., Mitsuda, A. and Yamashita, I., 1988, "Review of Development Program for Stirling Engine and Application in Japan", Proc. 4th ISEC, pp. 77~80.
- (6) Walker, G., 1980, "Stirling Engines", Clarendon Press.
- (7) Beans, E.M., 1981, "A Mathematical Model for the Stirling Engine Cycle", J. Eng. Power, Trans. ASME, Vol. 103, pp. 505~510.
- (8) West, C.D., 1986, "Stirling Machines-Adiabatic to Isothermal", Proc. 3rd ISEC, pp. 557~570.
- (9) Finkelstein, T., 1962, "Cyclic Processes in Closed Regenerative Gas Machines Analyzed by a Digital Computer Simulating a Differential Analyzer", J. Eng. Industry, Trans. ASME, Vol. 84, pp. 165~179.
- (10) Qvale, E.B. and Smith, Jr., J.L., 1968, "A Mathematical Model for Steady Operation of Stirling-Type Engines", J. Eng. Power, Trans. ASME, Vol. 90, pp. 45~50.
- (11) Urieli, I. and Berchowitz, D.M., 1984, "Stirling Cycle Engine Analysis", Adam Hilger Ltd, Bristol.
- (12) 유호선, 1988, "단열실린더 내에서 톱날파형 피스톤운동을 하는 스텔링 기관에 대한 해석적인 해", 대한기계학회논문집, 제12권 제 5 호, pp. 1197~1205.
- (13) West, C.D., 1980, "An Analytical Solution for a Stirling Machine with an Adiabatic Cylinder", Proc. 15th IECEC, pp. 2274~2277.
- (14) Yoshiki, H., Takama, N. and Uemura, M., 1985, "A Prediction of Stirling Engine Performance (1st Report, Simple Method)", Bulletin of JSME, Vol. 28, pp. 453~460.
- (15) Reader, G.T. and Hooper, C., 1983, "Stirling Engines", E. & F.N. Spon.