

<論 文>

# 最大密度點 부근의 물속에 잠겨있는 水平等溫面에 의하여 惹起되는 自然對流의 數值解析

金炳河\* · 趙承煥\*\* · 劉甲鍾\*

(1989年 8月 19日 接受)

## Numerical Analysis of Natural Convection from a Horizontal Isothermal Surface Immersed in Water Near Its Density Extremum

Byung Ha Kim, Seung Hwan Cho and Kap Jong Riu

**Key Words :** Natural Convection(自然對流), Upward-Facing Horizontal Isothermal Surface (上向 水平等溫面), Downward-Facing Horizontal Isothermal Surface(下向 水平等溫面), Leading Edge(先端), Density Extremum(最大密度點)

### Abstract

Numerical results of heat transfer from a horizontal isothermal surface are presented for wall temperature  $T_w=0^\circ\text{C}$  and ambient water temperature,  $T_\infty$ , from  $1^\circ\text{C}$  to  $15^\circ\text{C}$ . They include streamlines, temperature profiles, local heat transfer coefficients and average Nusselt numbers for the entire flow fields. For a upward-facing horizontal isothermal surface, the results show steady two dimensional flow regimes for  $T_\infty \leq 4.4^\circ\text{C}$ , but no solution was obtained above  $T_\infty = 4.4^\circ\text{C}$ . For a downward-facing horizontal isothermal surface, the flow regimes are steady two dimensional flow for  $T_\infty \geq 4.9^\circ\text{C}$ , and the numerical calculation was failed below this ambient water temperature. The mean Nusselt number has its maximum value at about  $T_\infty = 3.4^\circ\text{C}$  for upward-facing horizontal isothermal surface. For the case of downward-facing horizontal isothermal surface, the mean Nusselt number increases as the ambient water temperature increases.

### 1. 序 論

水平等溫面 周圍에서 일어나는 自然對流는 自然環境과 工業諸分野에서 흔히 發生하는 問題로서 이에 대한 研究가 활발히 進行되어 왔다<sup>(1-6)</sup>. 종래의 研究에서는 대부분 理論解析의 便利를 위하여 單一先端(single leading edge)에서부터 境界層 形態의 流動이 일어난다고 假定하여 境界層 理論을 導入하

였고, Boussinesq 假定을 통하여 密度式을 單純化하여 理論解析한 結果, 물과 같이 密度最大點을 包含하는 流體를 使用하는 境遇에는 實驗의 結果와 상당한 差異를 隨伴하게 되었다<sup>(1,3)</sup>.

近來에는 高次項의 密度式을 使用하여 改善된 結果를 얻을 수 있었지만 密度式이 複雜하여 使用上 不便한 點이 많았고, 水平等溫面의 先端에서 有限한 두께의 境界層을 假定하여 理論解析한 結果도 있으나<sup>(7)</sup>, 水平等溫面의 先端 下部에서 流入되는 流動의 形態에 따라 全流動場에 미치는 影響이 크게 나타남으로 先端에서의 流動形態에 대한 보다

\*正會員, 慶北大學校 工科大學 機械工學科

\*\*正會員, 三士官學校

正確한 豫測이 要求된다<sup>(14)</sup>.

따라서 本 研究에서는 水平等溫平面的 가장자리에 周圍물의 溫度과 同一한 水平等溫平板을 附着한 모델을 使用하여 水平平面 先端의 下部에서 流體가 上部로 流入되는 것을 防止함으로서 特別한 假定없이 斷熱平板의 先端에서의 境界條件을 直接 구할 수 있었다. 그리고 既存 密度式의 複雜性과 信賴度를 改善한 Gebhart等<sup>(6)</sup>의 密度式을 使用하여 數值解析結果의 信賴度를 增進하였다. 有限差分法을 使用하여 水平等溫平面 周圍에서 일어나는 自然對流에 대한 支配方程式을 數值計算하여 周圍물의 溫度變化가 流線分布, 溫度分布, 局所熱傳達係數 및 平均 Nusselt數에 미치는 影響을 究明하였고, 上向 및 下向 水平等溫面 周圍에서 일어나는 自然對流의 流動形態와 熱傳達 特性을 比較 檢討하였다.

2. 支配方程式과 境界條件

本 研究에서 使用된 모델과 座標系는 Fig. 1과 같다. 水平等溫面의 中心을 座標系의 原點으로 정하고, x座標는 水平平面에 平行한 方向의 座標로서 平面의 中心에서 바깥쪽으로 양의 方向을 정하였다. y座標는 水平平面에 垂直한 方向의 座標로서 上向 水平等溫面의 境遇에는 重力方向과 反對方向을 陽의 方向으로, 下向水平等溫面의 境遇에는 重力方向과 같은 方向을 陽의 方向으로 定하였다. u와 v는 x方向과 y方向의 速度成分을 各各 나타내며, g는 重力加速度를 나타낸다. Boussinesq 假定을 適用하고 流動을 2次元 定常層流로 假定하면 이 座標에 適用될 支配方程式은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) + \omega = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \omega \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \omega \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ & \pm g \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \\ & - \frac{k}{C_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 ρ, μ, k, Cp 및 T는 流體의 密度, 粘性係數, 熱傳達率, 定壓比率 및 溫度를 各各 나타낸다. 流動量 方程式 중 體積力項(body force

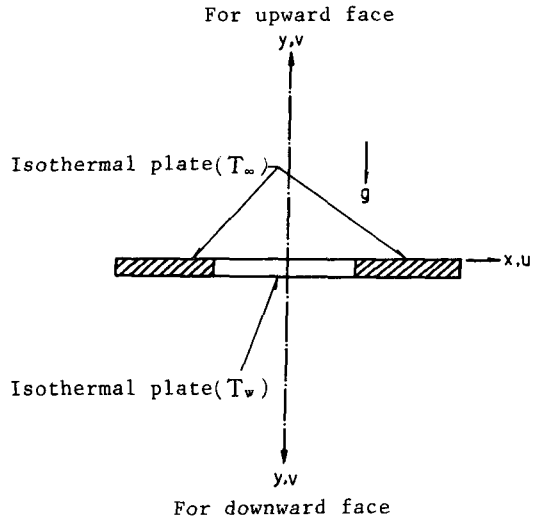


Fig. 1 The coordinate system

term)  $\pm g \frac{\partial \rho}{\partial x}$ 는 上向面일 때 陰의 符號가, 下向面일 때에는 陽의 符號가 適用된다. 그리고 計算의 便利를 위하여 流動函數 Ψ와 渦度 ω는 다음과 같이 定義하여 使用하였다.

$$\rho u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \rho v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \tag{4}$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \tag{5}$$

本 研究에서는 密度가 最大가 되는 溫度附近에 있는 물을 使用하기 때문에 이 溫度領域에서 信賴度가 높다고 立證된 Gebhart와 Mollendorf<sup>(6)</sup>의 密度式<sup>(6)</sup>을 使用하였다.

$$\rho(T) = [1 - \alpha |T - T_m|^q] \tag{6}$$

式(6)에서 1bar<sub>abs</sub>의 壓力하에서 最大密度 ρ<sub>m</sub>은 999.9720kg/m<sup>3</sup>이고, 密度가 最大일 때의 물의 溫度 T<sub>m</sub>은 4.029325°C, 係數 α는 9.29173×10<sup>-6</sup>(°C)<sup>-q</sup>, 指數 q는 1.894816이다.

위의 支配方程式에 適用될 境界條件은 다음과 같다.

$$x=0 : \Psi=0, \quad \omega=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x}=0 \tag{7}$$

$$x=\infty : v=0, \quad \omega=0, \quad T=T_\infty \tag{8}$$

$$\begin{aligned} y=0 : u=0, \quad v=0, \quad T=T_w \text{ (등온면)}, \\ T=T_\infty \text{ (등온면)} \end{aligned} \tag{9}$$

$$y=\infty : \omega=0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y}=0, \quad \frac{\partial T}{\partial y}=0 \tag{10}$$

여기서 T<sub>w</sub>와 T<sub>∞</sub>는 等溫面의 溫度와 周圍물의 溫度를 各各 나타낸다.

### 3. 數值計算

支配方程式 (1), (2) 및 (3)은 橢圓形 偏微分 方程式이고 密度式 (6)은 代數方程式으로서 서로 連關되어 있다. 따라서 이 式들은 聯立方程式으로 同時에 풀어서 解를 求하여야 하나, 이 式들의 複雜性 때문에 解析的으로 解를 求하기는 어렵다. 이 方程式들의 數值解를 求하기 위하여 Gosman등<sup>(9)</sup>의 SUR (Successive Under Relaxation) 方法을 適用한 有限差分 方程式을 만들어 數值計算을 하였다.

計算에 使用된 物性置들은 Kukulka<sup>(10)</sup>의 研究結果를 利用하였으며 等溫面の 溫度  $T_w$ 는  $0^\circ\text{C}$ , 等溫面の 길이  $L$ 는  $23.2\text{cm}$ ,  $T_\infty$ 의 等溫平板의 길이는  $30\text{cm}$ 로서 다음에 수행할 실험조건과 같이 하였다. 水平等溫平面의 幾何學的 形狀이 平面의 中心에 對하여 左右對稱이기 때문에 數值計算은 對稱軸에 對하여  $1/2$ 領域에 局限하였다. 計算領域의 境界  $x=\infty$ 와  $y=\infty$ 는 여러 가지 값으로 變化시켜 計算을 遂行한 結果 許容誤差 限界內에 該當하는 最小 값인  $x=41.6\text{cm}$ ,  $y=50\text{cm}$ 로 定하여 사용하였다. 計算領域內의 節點數는  $20 \times 40$ 으로 하면 充分하다는 것을 確認하였으며, 各 變數들의 變化가 심한 壁面 가까운 곳과 對稱軸 가까이에서 節點의 間隔을 組密하게 하였고, 下流로 갈수록 間隔을 크게 하였다. 그리고 數值計算의 收斂條件은  $\text{Max } | \phi^N - \phi^{N-1} | \leq 10^{-5}$ 으로 하였다. 여기서  $\phi$ 는 支配方程式에 使用된 각각의 從屬變數를,  $N$ 는 反復計算횟수를 나타낸다. 水平等溫平面에서의 局所熱傳達係數  $h_x$ , 平均熱傳達係數  $h$ , 局所 Nusselt數  $Nu_x$  및 平均 Nusselt數  $Nu$ 는 다음과 같이 定義하여 計算하였다.

$$h_x = -\frac{k}{T_w - T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (11)$$

$$h = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} h_x dx \quad (12)$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = -\frac{x}{T_w - T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (13)$$

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (14)$$

數值計算의 範圍는 周圍물의 溫度  $1^\circ\text{C} \sim 15^\circ\text{C}$ 까지로 定하였으나, 上向 水平等溫面の 境遇에는  $1^\circ\text{C} \sim 4.4^\circ\text{C}$  範圍에서만 解를 求할 수 있었고, 下向 水平等溫面에서는  $4.9^\circ\text{C}$  以上の 範圍에서만 解를 求

할 수 있었다. 本 計算에 使用된 計算機는 CDC Cyber 170-815이고, 計算에 所要된 時間은 CPU 시간으로 40分 정도 所要되었다.

### 4. 結果 및 考察

#### 4.1 流動形態

Fig. 2는 上向 水平等溫面 周圍의 流線分布를 나타낸 것으로, 橫軸은  $x$ 方向, 縱軸은  $y$ 方向의 座標를 나타낸다. 數值計算은 水平等溫面の 左右가 對稱이기 때문에 對稱軸을 境界로 水平等溫面을 二等分한 領域에 對하여 遂行하였지만, 理解를 돕기 위하여 計算 結果를 左右對稱으로 나타내었다.

Fig. 2는 上向 水平等溫面 周圍의 流線分布를 나타낸 것으로 水平等溫面に 隣接한 물은 水平等溫面に 거의 나란하게 流入되어 等溫面の 對稱軸 附近에서 上向 plume을 形成하며, 等溫面에서 멀어질수록 下向 速度成分의 크기가 커지고 있다. 等溫面の 對稱軸 附近의 plume의 領域을 境界로 하여 plume 領域의 바깥쪽에는 下向 速度成分이 存在하고, plume 領域에서는 上向 流動이 나타나고 있으며 plume의 폭은 上向으로 갈수록 넓어지고 있다. 이러한 流動이 일어나는 것은 等溫面の 溫度가 周圍물의 溫度보다 낮기 때문에 가장자리에서부터 물이 流入되는 동안에 冷却되어 周圍물보다 가벼워져서 等溫面の 對稱軸 附近에서 上向 plume을 形成하게 되며, plume 領域에서 上向流動을 始作하게 되면 上向 流動의 流體를 補充하기 위하여 周圍로부터 물이 流入되기 때문이라고 생각된다. 그리고 等溫面에서 멀어질수록 流入되는 過程에서 下向速度成分의 크기가 커지는데, 이것은 等溫面에서 멀리 떨어진 位置의 물은 等溫面 가까이 물보다 溫度가 높고 密度가 크기 때문으로 생각된다.

Fig. 2의 (a), (b), (c) 및 (d)에서 나타낸 바와 같이 上向面의 경우, 周圍물의 溫度가  $3^\circ\text{C}$  附近의 溫度까지 增加할수록 流線 사이의 間隔도 좁아지고, plume의 幅도 좁아진다. 이러한 現象은  $3.4^\circ\text{C}$ 까지 계속 發生하는 것을 發見하였다. 즉,  $3.4^\circ\text{C}$  附近을 境界로 하여  $3.4^\circ\text{C}$  附近까지는 周圍물의 溫度가 增加할수록 plume의 領域이 좁아지고, 速度境界層의 두께도 작아지나,  $3.4^\circ\text{C}$  以上에서는 周圍물의 溫度가 增加하게 되면 plume의 領域은 넓어지고, 速度境界層의 두께도 增加되고 있다. 이것은 주위물의 온도가  $3.4^\circ\text{C}$  이상으로 증가하게 되면 열경계층 가

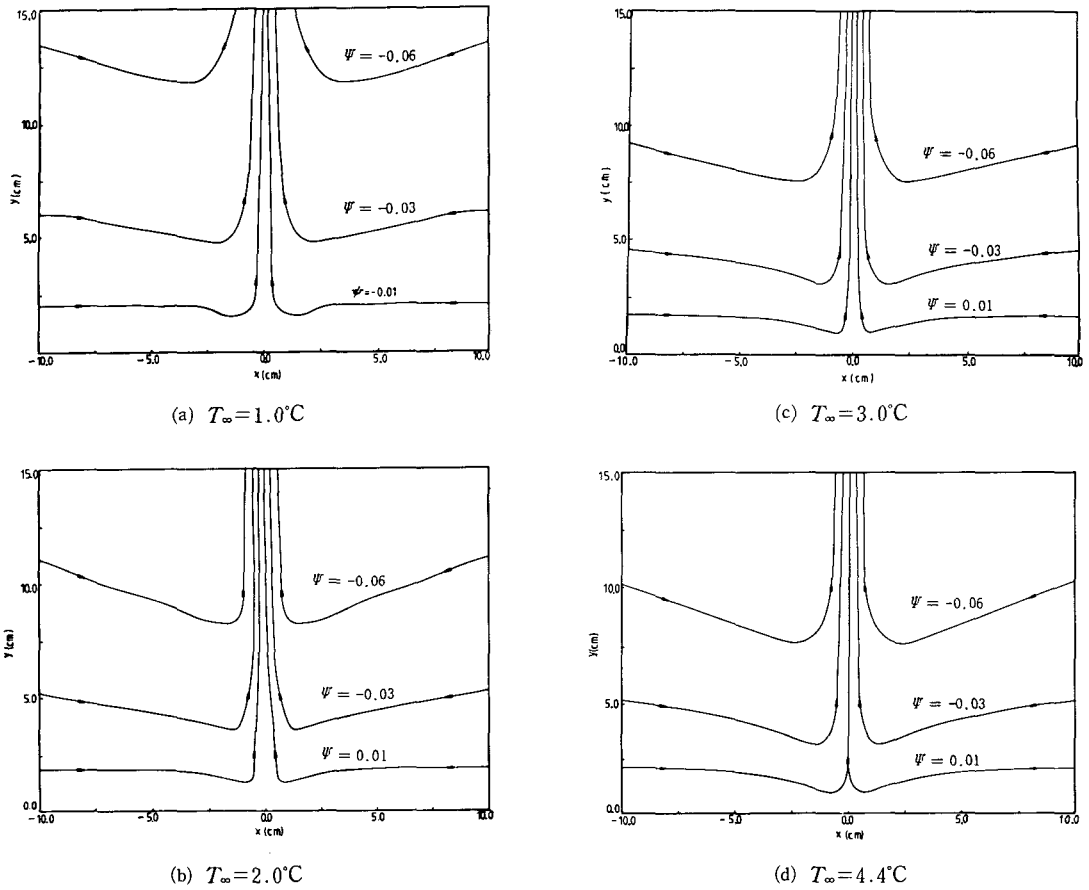


Fig. 2 Streamlines for the upward-facing horizontal isothermal surface ( $T_w = 0^\circ\text{C}$ ) at different ambient water temperatures

장자리 부근에 상대적으로 밀도가 큰 유체층이 증가되어 부력이 약해지기 때문이라고 생각된다<sup>(15)</sup>.

주변물의 온도가 밀도 최대점附近的 온도인  $4^\circ\text{C}$  이상으로 증가하면, 열境界層 가장자리附近的 물은 安定層에 해당되지만 주변물의 온도가  $4.4^\circ\text{C}$ 까지 증가하더라도 定常狀態의 對稱流動이 나타난다. 이것은 安定層의 두께에 比하여 不安定層의 두께가 더 두껍기 때문으로 생각된다.

數值計算 結果 주변물의 온도가  $4.4^\circ\text{C}$ 일 때까지는 解를 求할 수 있었으나,  $4.4^\circ\text{C}$ 보다 더 증가하게 되면 解를 求할 수 없었다. 주변물의 온도가  $4.4^\circ\text{C}$  이상이 되면 流動은 非定常狀態의 不規則한 3次元 流動을 나타내기 때문에 2次元 定常狀態 流動으로 假定된 數值計算에서는 解를 求할 수가 없다고 생각된다<sup>(16)</sup>.

下向 水平等溫面인 경우, 주변물의 온도가 最大

密度點 溫度인  $4.0293^\circ\text{C}$  以下일 때는 等溫面 가까이 물은 周圍물의 溫度보다 낮기 때문에 流體層 사이의 溫度 勾配에 의한 密度勾配가 安定된 狀態로 나타난다. 주변물의 온도가 最大密度點 溫度 以下일 때는 流體層이 安定됨으로 流動은 發生되지 않고 傳導에 의한 熱傳達만 이루어진다. 주변물의 온도가 密度最大點 溫度 以上이 되면, 流體層 내에 密度最大點을 境界로 安定層과 不安定層이 共存하게 된다. 이 不安定層의 두께가 작을 경우에는 不安定層의 流動은 粘性力에 의한 減鎖로 인하여 流動은 發生하지 않지만 不安定層의 두께가 커지는 境遇, 즉 주변물의 온도가 더 증가하는 境遇, 不安定層內的 溫度差에 起因한 密度勾配에 의하여 重力方向의 自然對流가 發生한다. 數值計算結果, 주변물의 온도가  $4.9^\circ\text{C}$  未滿일 境遇에는 解를 求할 수가 없었고 주변물의 온도가  $4.9^\circ\text{C}$  以上일 때부터

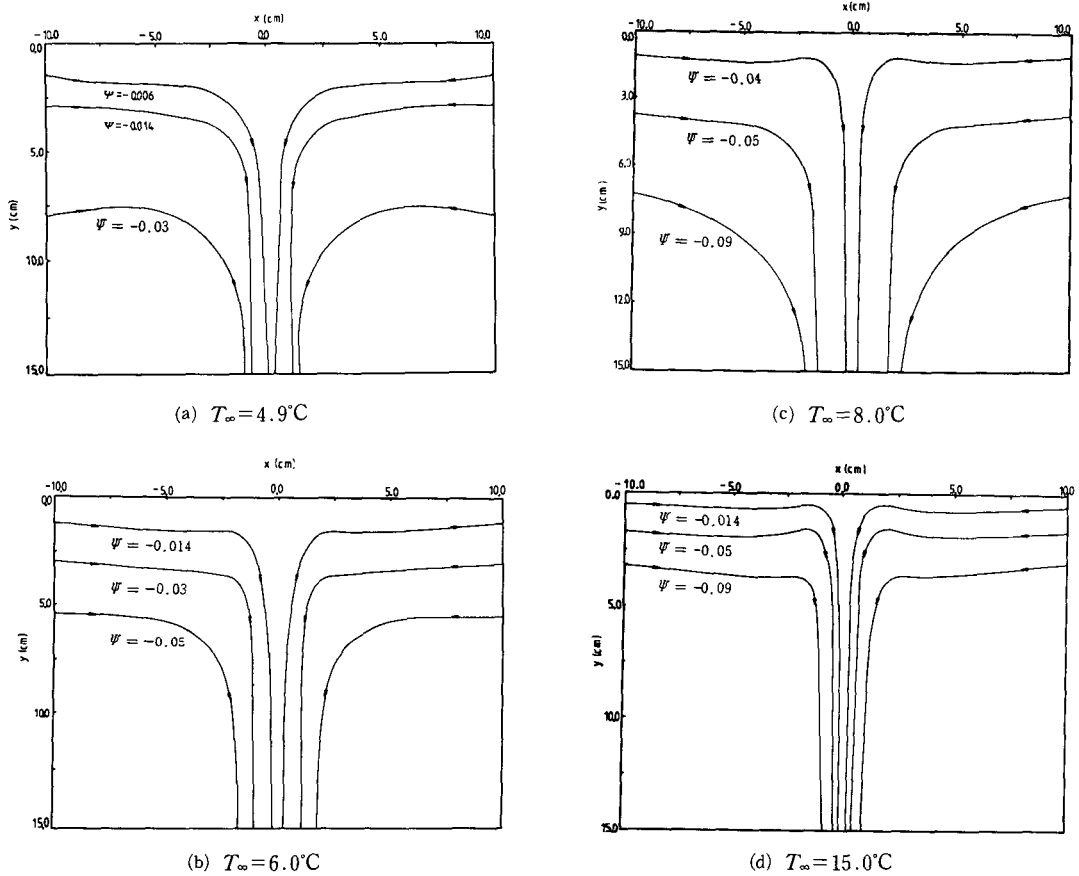


Fig. 3 Streamlines for the downward-facing horizontal isothermal surface ( $T_{\infty}=0^{\circ}\text{C}$ ) at different ambient water temperatures

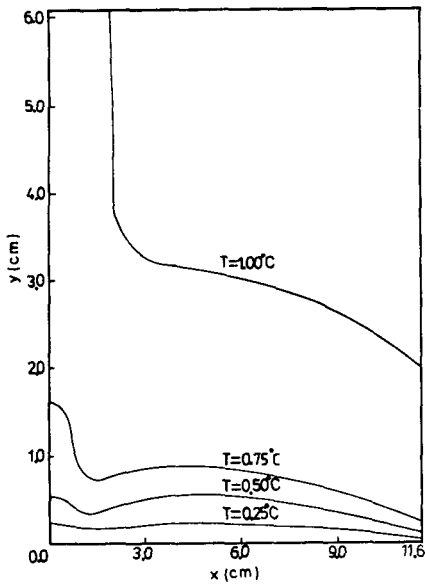
解를 求할 수 있었으며, 計算은 周圍물의 溫度가  $15^{\circ}\text{C}$ 일 때까지 遂行하였다.

Fig. 3은 數值計算으로 求한 下向水平等溫面 周圍의 流線分布를 나타낸 그림이다. 下向水平等溫面의 中央部에 重力方向과 같은 方向의 下向 plume이 形成되면서 水平等溫面의 가장자리 附近의 물이 流入되어 下向 plume을 補充하게 된다. 水平等溫面 가까이 물은 가장자리에서부터 水平等溫面에 나란하게 流入되며 對稱軸 가까이로 接近함에 따라 漸次 下向 流動으로 바뀌게 되어, 마침내 對稱軸 附近에서 下向 plume을 形成한다. 그러나 等溫面에서 멀리 떨어진 流體는 水平等溫面의 가장자리 附近에서 下向 速度成分을 가지고 流入되어 plume 領域 가까이에서 下向流動으로 方向이 完全히 바뀌고 있다. 그리고 等溫面에서 멀어질수록 plume의 폭도 커지게 된다. 또한 周圍물의 溫度가 增加함에

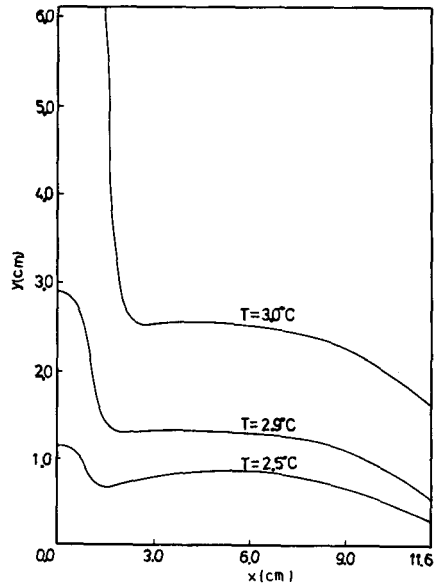
따라 流線의 間隔이 좁아지고 plume의 폭도 좁아지는 것으로 보아 速度境界層의 두께가 減少됨을 알 수 있다. 上向 水平等溫面의 境遇인 Fig. 2와 比較해 볼 때, 上向 水平等溫面인 境遇에는 周圍물의 溫度가 增加함에 따라 流動이 活潑해지다가 다시 弱해지지만, 下向 水平等溫面의 境遇에는 周圍물의 溫度增加와 더불어 流動도 더욱 活潑해지고 있다.

#### 4.2 溫度分布

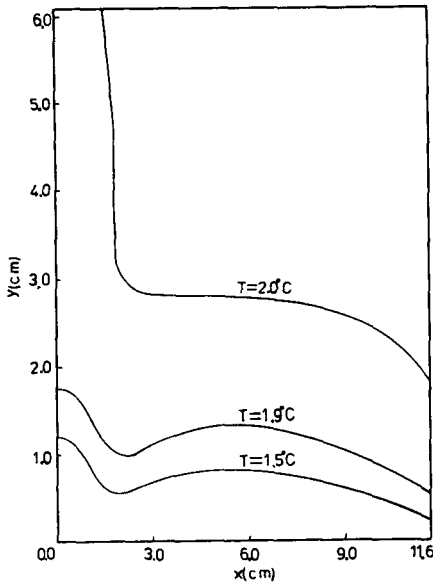
上向 水平等溫面에 대한 熱境界層內의 等溫線 分布를 Fig. 4에 나타내었다. 上向 水平等溫面의 對稱軸 가까이에서 等溫線이 골(極小值가 存在하는 部分)을 形成하고 있으며 골의 왼쪽은 plume 領域이다. 等溫線의 골 部分은 Fig. 2의 流線의 골 部分에 對應한다. 等溫線 分布에서 알 수 있듯이 上向



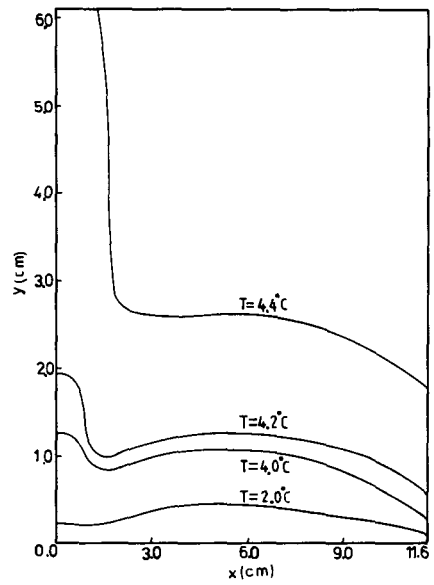
(a)  $T_{\infty}=1.0^{\circ}\text{C}$



(c)  $T_{\infty}=3.0^{\circ}\text{C}$



(b)  $T_{\infty}=2.0^{\circ}\text{C}$



(d)  $T_{\infty}=4.4^{\circ}\text{C}$

Fig. 4 Isothermal lines for the upward-facing horizontal isothermal surface ( $T_w=0^{\circ}\text{C}$ ) at different ambient water temperatures

水平等溫面의 對稱軸 附近에서 Y方向의 溫度勾配가 크기 때문에 즉, 熱境界層 外部의 물의 溫度보다 等溫面 가까이 물의 溫度가 낮기 때문에 上向으로 큰 浮力이 作用하게 된다. 따라서 Fig. 2와

같이 上向 plume을 形成하게 되고, 下流로 갈수록 그 速度도 커진다. 等溫面의 對稱軸에서 멀어짐에 따라 등온선의 간격도 減少하고 速度도 弱해진다. 골 部分에서는 等溫線 分布에서 나타난 바와 같

이 골 周邊보다 溫度가 높기 때문에 密度가 相對的으로 커지게 되어 下向流動이 發生되고 下向流動의 速度가 最大가 되는 位置도 等溫線의 골과 一致한다. 等溫線의 골 部分을 지나서  $x$ 가 增加하게 되면, 等溫面 附近의 等溫線의 間隔이 減少하면서 그 周圍보다 溫度가 높기 때문에 相對的으로 密度도 크게 된다. 그래서 Fig. 2와 같이  $x$ 가 增加하면 等溫面 附近의 물은 下向流動을 하게 된다고 생각된다.

Fig. 4의 (a), (b), (c) 및 (d)에서와 같이  $3^{\circ}\text{C}$  附近까지는 周圍물의 溫度가 增加함에 따라 等溫線 사이의 間隔이 좁아지다가,  $3.4^{\circ}\text{C}$ 를 지나서는 다시 等溫線의 間隔이 넓어지고 있다. 그리고 等溫面 附近에서는  $Y$ 方向의 溫度勾配가 급하고, 等溫面에서 멀어질수록 勾配가 漸次 減少함을 알 수 있다. 수평等溫面の 對稱軸 附近과 가장자리에서  $Y$ 方向에 대한 溫度勾配가 크게 나타나는 것으로 보아, 이 部分에서 局所熱傳達係數의 값이 커질 것으로 豫測된다.

上向水平等溫面에 대한 熱境界層의 두께 變化를 Fig. 5에 表示하였다. 熱境界層의 두께는 等溫面에서부터 溫度分布에서 구한 周圍물의 溫度의 99%에 해당하는 等溫線까지의  $y$ 距離로 定義하여 나타낸 것이다. 熱境界層의 두께는 周圍물의 溫度가  $3^{\circ}\text{C}$  附近까지는 周圍물의 溫度增加와 더불어 減少하다가  $3.4^{\circ}\text{C}$  以上에서는 오히려 增加하고 있다. 이것은 앞에서 論議된 바와 같이 流動의 活潑한 정도에

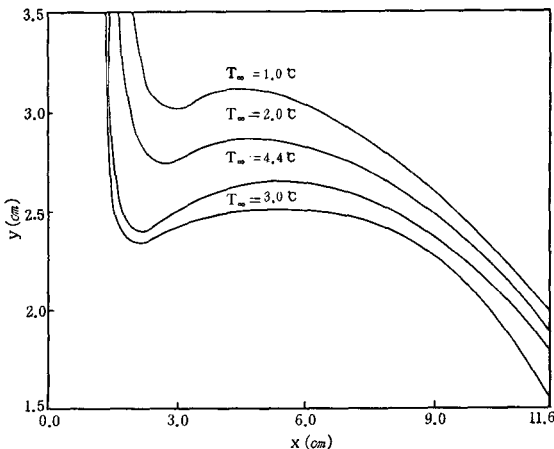


Fig. 5 Thickness of the thermal boundary layer for the upward-facing horizontal isothermal surface ( $T_w=0^{\circ}\text{C}$ )

따라 速度 境界層의 두께가 減少하는 傾向과 一致하는 것으로 생각된다.

周圍물의 溫度變化에 따른 下向水平等溫面の 境遇에 대한 等溫線 分布를 Fig. 6에 나타내었다. 수평等溫面の 對稱軸 附近의 下向 plume 領域에서는 等溫線 間隔이 크게 벌어지고 있기 때문에  $4^{\circ}\text{C}$  附近 溫度의 물의 層이 커지게 된다. 따라서 강한 下向流動이 生成되어, 下流로 감에 따라 加速되어 plume을 形成하게 된다. 等溫面の 對稱軸에서부터  $x$ 가 增加하게 되면 等溫線의 傾斜가 緩慢하다가 等溫面的 가장자리 附近에서는 경사가 다시 급해진다. 따라서 等溫面的 對稱軸과 가장자리에서 보다 中間部分에서  $y$ 方向의 速度가 減少할 것이라는 것을 豫測할 수 있으며, Fig. 3의 流線分布에서 流線 사이의 勾配를 比較해 볼 때 그 傾向이 잘 一致함을 알 수 있다. 그리고 周圍물의 溫度增加와 더불어 等溫線의 間隔이 좁아지는 傾向도 Fig. 3의 流線分布에서 나타난 傾向과 一致하고 있다. Fig. 4의 上向 水平等溫面的 境遇와 比較해보면, 等溫面的 對稱軸 附近의 골이 上向 水平等溫面보다 緩慢하지만 전반적인 傾向은 類似的한 것으로 思料된다.

Fig. 7은 下向 水平等溫面일 때의 熱境界層 두께를 나타낸 것으로, 周圍물의 溫度가 增加할수록 熱境界層의 두께도 減少하고 있다. 이러한 傾向은 速度境界層의 두께가 周圍물의 溫度增加와 더불어 減少하는 傾向과 잘 一致하고 있다.

以上的 結果에서 알 수 있듯이 水平等溫面的 가장자리에서 速度 및 熱境界層의 두께는 等溫面的 전반적인 境界層의 두께와 比較해 볼 때 무시할 수 없는 큰 값을 가진다. 따라서 물 속에 下向水平等溫面이 冷却될 境遇에는 Gill등<sup>(2)</sup>과 Rotem<sup>(3)</sup> 및 Singh등<sup>(6)</sup>의 研究結果와 같이 相似解析에 의해 境界層 形態의 解가 存在한다는 主張을 適用시키기에 많은 무리가 있다는 것이 確認되었다. 따라서 上向 水平等溫面이 加熱되거나(혹은 下向 水平等溫面이 冷却되거나), 또는 下向水平等溫面이 加熱되는(혹은 上向水平等溫面이 冷却되는) 境遇의 어느 境遇에도 境界層 形態의 方程式으로는 流動을 正確히 解析할 수 없다고 생각된다.

### 4.3 熱傳達係數와 Nusselt數

式 (11)로 表示된 局所熱傳達係數를 數值計算으로 求하여 Fig. 8에 圖示하였다. 實線은 上向 水平等溫面, 點線은 下向 水平等溫面的 境遇에 대한 局所

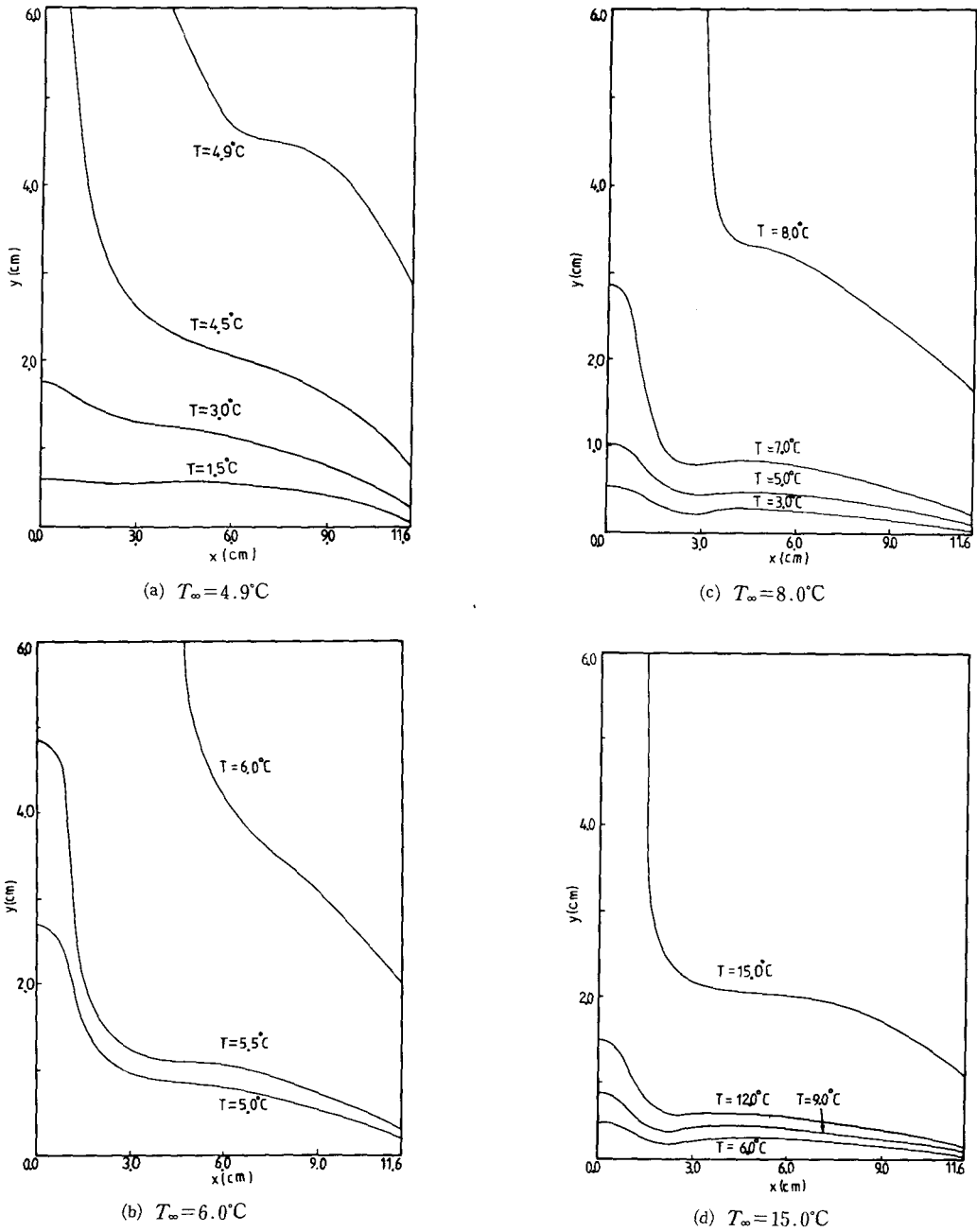


Fig. 6 Isothermal lines for the downward-facing horizontal isothermal surface ( $T_w = 0^\circ\text{C}$ ) at different ambient water temperatures

熱傳達係數를 나타낸다. 溫度分布에서 알 수 있듯이 上向 水平等溫面인 境遇, 周圍물의 溫度가  $3.4^\circ\text{C}$  附近일 때 溫度變化가 가장 크게 나타남으로 局所 熱傳達係數도  $3.4^\circ\text{C}$  附近에서 가장 크게 나타났

으며, 下向 水平等溫面인 境遇에  $15^\circ\text{C}$ 일 때 제일 큰 값이 나타났다. 上向 및 下向 水平等溫面の 어느 境遇라도 局所 熱傳達係數의 最大值는 等溫面 가장자리의 끝에 存在하고 있다. 그리고 溫度分布에



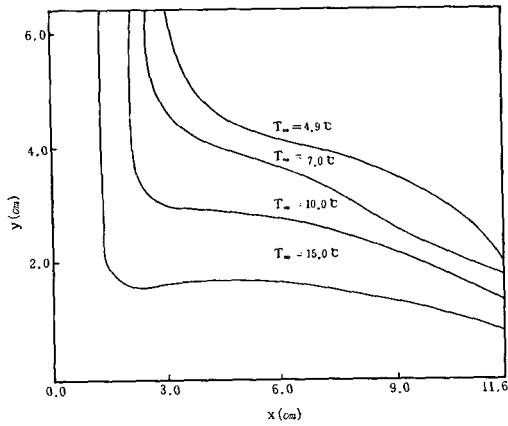


Fig. 7 Thickness of the thermal boundary layer for the downward-facing horizontal isothermal surface ( $T_w=0^\circ\text{C}$ )

서 언급한 바와 같이, plume의 가장자리인 끝 부분에서 溫度變化가 크기 때문에 局所熱傳達係數도 이 位置에서 周邊보다 큰 값을 나타내고 있다고 생각된다. 上向 水平等溫面과 下向 水平等溫面을 比較해 보면, 等溫面の 對稱軸 附近에서는 上向 水平等溫面の 局所熱傳達係數가 더 큰 값을 나타내고 있으나, 對稱軸에서 멀어질수록 下向 水平等溫面の 局所熱傳達係數가 더 큰 값을 나타내고 있다. 이것은 溫度分布에서 살펴본 바와 같이 plume의 領域은 上向 水平等溫面の 境遇가 下向 水平等溫面の 境遇보다 溫度勾配가 더 크고, 그 외의 領域에서는 反對의 傾向을 나타내기 때문이라 생각된다.

平均 Nusselt數는 式 (4)로 定義하여 計算하였으며, 이때 特性길이인 水平等溫面の 長이는 23.2cm

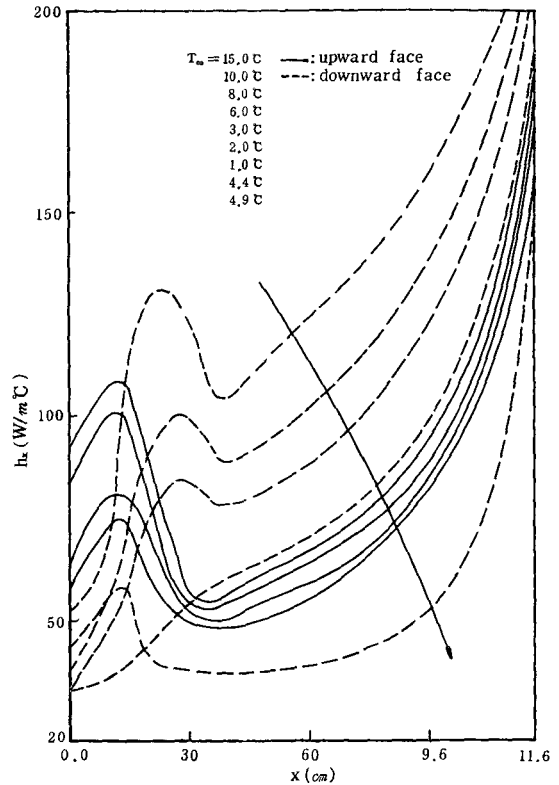


Fig. 8 Distributions of the local heat-transfer coefficients for upward- and downward-facing horizontal isothermal surface ( $T_w=0^\circ\text{C}$ )

로 하였다. Table 1은 그 計算된 結果를 圖表化한 것으로, 上向 水平等溫面인 境遇에는 3.4°C 附近까지는 平均 Nusselt數가 周위 물의 온도가 증가함에 따라 증가하고, 3.4°C를 넘어서게 되면 오히려

Table 1 Mean Nusselt numbers for upward and downward facing horizontal isothermal surface ( $T_w=0^\circ\text{C}$ )

| Upward face                   |       | Downward face                 |       |                               |       |
|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|
| $T_\infty (^{\circ}\text{C})$ | $Nu$  | $T_\infty (^{\circ}\text{C})$ | $Nu$  | $T_\infty (^{\circ}\text{C})$ | $Nu$  |
| 1.0                           | 30.53 | 4.9                           | 20.74 | 9.0                           | 42.02 |
| 1.5                           | 32.61 | 5.0                           | 22.42 | 9.5                           | 43.23 |
| 2.0                           | 33.56 | 5.5                           | 27.61 | 10.0                          | 44.82 |
| 2.5                           | 34.58 | 6.0                           | 30.82 | 10.5                          | 45.43 |
| 3.0                           | 34.77 | 6.5                           | 33.25 | 11.0                          | 46.37 |
| 3.4                           | 34.88 | 7.0                           | 36.03 | 12.0                          | 48.27 |
| 3.5                           | 34.86 | 7.5                           | 37.61 | 13.0                          | 49.90 |
| 4.0                           | 34.40 | 8.0                           | 39.20 | 14.0                          | 51.37 |

減少하는 傾向을 나타내고 있다. 下向 水平等溫面の 境遇, 平均 Nusselt數는 溫度增加와 더불어 계속 증가된다. 溫度變化가 클 때 平均 Nusselt數도 제일 크게 나타남으로 平均 Nusselt數의 分布도 溫度分布와 一致하는 傾向을 나타낸다.

## 5. 結 論

1°C에서 15°C範圍의 물속에 잠겨있는 0°C의 上向 및 下向 水平等溫面に 의하여(즉, Grashof數가  $2.5 \times 10^6 - 2.1 \times 10^8$  일 때) 일어나는 自然對流에 관한 數值解析의 結果로부터 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 上向 水平等溫面 周圍의 流動은 周圍물의 溫度가 4.4°C 以下일 때 上向 流動이 支配的인 定常狀態의 對稱流動이고, 4.4°C 以上の 溫度에서는 數值解를 구할 수 없었다.

(2) 下向 水平等溫面일 경우, 周圍물의 溫度가 4.9°C 以下일 때에는 數值解를 구할 수가 없었고, 4.9°C 以上の 溫度에서는 下向 流動이 支配的인 定常狀態의 對稱流動이 나타났다.

(3) 上向 水平等溫面の 경우, 流動速度는 周圍물의 溫度가 3.4°C 附近일 때까지는 增加하지만 3.4°C 以上으로 增加하면 오히려 減少한다. 그러나 下向 水平等溫面的 경우, 流動速度는 周圍물의 溫度增加와 더불어 增加한다.

(4) 平均 Nusselt數는 上向 水平等溫面的 경우, 周圍물의 溫度가 3.4°C일 때 最大가 되고, 下向 水平等溫面的 경우에는 周圍물의 溫度增加와 함께 增加한다.

## 參 考 文 獻

- (1) Stewartson, K., 1958, "On the Free Convection from a Horizontal Plate", ZAMP, Vol. 9, pp. 276~282.
- (2) Gill, W.N., Zeh, D.W., and Del-casal, E., 1965, "Free Convection on Horizontal Plate", ZAMP, Vol. 16, pp. 532~541.
- (3) Rotem, Z., 1967, "Free Convection Boundary Layer Flow over Horizontal Disks and Plates, I : Similar Solutions Near Plate", Proc. 1st Canadian National Congr., Applied Mech., Vol. 26, pp. 309~310.
- (4) Suriano, F.J., and Yang, K.J., 1986, "Laminar Free Convection about Vertical and Horizontal Plates at Small and Moderate Grashof Numbers", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 11, p. 473.
- (5) Yamagata, K., 1969, "Free Convection on a Horizontal Plate", Proc. 6th Heat Transfer Symposium of Japan, pp. 73~76.
- (6) Singh, S.N., Birkebak, R.C., and Drake, R.H., JR., 1969, "Laminar Free Convection Heat Transfer from Downward-Facing Horizontal Surface of Finite Dimensions", Progress in Heat and Mass Transfer, Vol. 2, p. 87.
- (7) Clifton, J.V., and Chapman, A.J., 1969, "Natural Convection on a Finite Size Horizontal Plate", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 12, pp. 1573~1584.
- (8) Gebhart, B., and Mollendorf, J.C., 1977, "A New Density Relation for Pure and Saline Water", Deep-sea Res., Vol. 24, pp. 831~848.
- (9) Gosman, A.D., Pun, W.M., Runchal, A.K., Spalding, D.B., and Wolfschtein, M., 1969, "Heat and Mass Transfer in Recirculating Flow", Academic Press, New York.
- (10) Kukulka, D.J., 1981, "Thermodynamics and Transport of Pure and Saline Water", Master Thesis, State University of New York at Buffalo.
- (11) Schulenberg, T., 1984, "Natural Convection Heat Transfer to Liquid Metals below Downward-facing Horizontal Surface", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, pp. 433~441.
- (12) Schulenberg, T., 1985, "Natural Convection Heat Transfer below Downward-Facing Horizontal Surface", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 467~477.
- (13) Miyamoto, M., Katoh, Y., Kurima, T., Kurihara, S., and Yamasity, K., 1985, "Free Convection Heat Transfer from Vertical and Horizontal Short Plates", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, No. 9, pp. 1733~1745.
- (14) Luciano Pera and Benjamin Gebhart, 1973, "Natural Convection Boundary Layer Flow over Horizontal and Slightly Inclined Surfaces", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, pp. 1131~1146.
- (15) Wilson, N.W., 1981, "Melting of a Vertical Ice Wall by Free Convection into Fresh Water", J. of Heat Transfer ASME. Vol. 103, pp. 13~17.
- (16) Ishiguro and T. Abe, 1978, "Heat Transfer and Flow Instability of Natural Convection over Upward-Facing Horizontal Surfaces", Proceedings of the Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto, NC-8, Vol. 2, pp. 229~234.