

<論 文>

고체분말이 부상하는 2상 난류 수직관 유동에 대한 Lumley의 저항감소 모델의 적용(Ⅱ) —열전달 기구—

한기수* · 정명균* · 성형진**

(1989년 10월 6일 접수)

Application of Lumley's Drag Reduction Model to Two-Phase Gas-Particle Flow in a Pipe(Ⅱ)

—Mechanism of Heat Transfer—

Kee Soo Han, Myung Kyoon Chung and Hyung Jin Sung

Key Words : Suspension Flow(부유 유동), Two-Fluid Model(2유체 모델), Suspension Nusselt Number(부유 누셀트수), Loading Ratio(부하도), Heat Transfer Reduction(열전달 감소), Drag Reduction(저항감소), Viscous Sublayer(층류저층), Turbulence Suppression(난류감소), Heat Capacity-Density Ratio(정압비열-밀도비)

Abstract

A "two-fluid model" using thermal eddy diffusivity concept and Lumley's drag reduction theory, is proposed to analyze heat transfer of the turbulent dilute gas-particle flow in a vertical pipe with constant wall heat flux. The thermal eddy diffusivity is derived to be a function of the ratio of the heat capacity-density products $\bar{\rho}C_p$ of the gaseous phase and the particulate phase and also of the ratio of thermal relaxation time scale to that of turbulence. The Lumley's theory dictates the variation of the viscous sublayer thickness depending on the particle loading ratio Z and the relative particle size d_p/D . At low loading ratio, the size of the viscous sublayer thickness is important for suspension heat transfer, while at higher loading, the effect of the ratio $\overline{\rho_p C_{p_p}} / \overline{\rho_f C_{p_f}}$ is dominant. The major cause of decrease in the suspension Nusselt number at lower loading ratio is found to be due to the increase of the viscous sublayer thickness caused by the suppression of turbulence near the wall by the presence of solid particles. Predicted Nusselt numbers using the present model are in satisfactory agreements with available experimental data both in pipe entrance and the fully developed regions.

기 호 설 명

A : 관 단면적

A^+ : van Driest 감쇠상수

A_{DR} : 저항감소 층류저층두께

C_p : 정압 비열

D : 관 직경 또는 van Driest 감쇠함수

d_p : 입자 직경

F_{px}, F_{pr} : 축 방향과 반경 방향의 Stokes 저항력

g : 중력가속도

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 한국과학기술대학 기계·재료공학부

h_s : 부유유동의 국소 열전달 계수
 K_θ : 모델 상수
 \hat{k}_a : 순수기체에 대한 입자 부유시의 점성절단 웨이브 수의 비, $[\hat{s}(1+Z)]^{1/2}$
 k_f : 기체상의 열전도계수
 ℓ_f : 기체상의 특성길이 척도
 Nu : 누셀트수
 Nu_s : 부유유동의 누셀트 수
 P : 정압력
 Pr_T : 난류 프란틀 수
 Q_p : 입자상으로부터 기체상으로 전달된 열
 \dot{q}'' : 열 유속
 Re : 레이놀즈 수
 Re_p : 입자의 레이놀즈 수
 r : 반경 방향 거리
 s : 점성 절단 주파수
 \hat{s} : 순수기체에 대한 입자 부유시의 점성절단 주파수의 비, $s(\nu_{fl}/\epsilon)^{1/2}$
 T : 평균 온도
 t_l : Lagrangian 적분시간 척도
 t^* : Stokesian 이완시간 척도
 UV : 축 방향과 반경 방향의 평균속도성분
 u, v : 축 방향과 반경 방향의 난동속도성분
 W : 질량 유속
 x : 축방향 거리
 y : 벽면으로부터의 거리
 Z : 부하도, W_p/W_f
 α : 체적비
 α_{fl} : 기체상의 층류 열확산계수
 δ_{99} : 경계층 두께
 δ : 순수기체에 대한 입자 부유시의 점성저층 두께의 비
 ϵ : 소멸률
 ϵ_f, ϵ_p : 와점성계수
 κ : von Karman 상수
 λ_f, λ_p : 열확산 계수
 μ : 기체상의 점성계수
 ν_{fl}, ν_{pl} : 층류동점성계수
 ρ_f : 기체의 밀도
 ρ_s : 입자의 밀도
 $\overline{\rho_f}$: 기체상의 밀도, $\rho_f(1-\alpha)$
 $\overline{\rho_p}$: 입자상의 밀도, $\rho_s\alpha$
 τ^* : 열 특성 시간 척도

하첨자

c : 관 중심
 DR : 저항감소
 f : 기체상
 ℓ : 층류
 o : 고체입자가 부상하지 않은 순수기체
 p : 입자상
 s : 고체입자
 w : 관벽

상첨자

$+$: 무차원 벽면 좌표
 \sim : 순수기체에 대한 입자부유시의 물리량 비
 \cdot : 난동 성분

1. 서 론

순수 기체의 관 유동에 작은 고체 입자가 부상하면 관 벽을 통한 열전달이 증가하거나 감소한다는 사실은 잘 알려져 있다. 그러나 작은 입자가 열전달에 구체적으로 어떤 영향을 미치는가에 대해서는 큰 논란의 대상이었다. Farbar와 Morley⁽¹⁾와 Wilkinson과 Norman⁽²⁾은 작은 입자의 첨가로 부유 누셀트 수가 크게 증가한다고 보고하였다. 그와는 반대로, Farbar와 Depew⁽³⁾, Depew와 Farbar⁽⁴⁾, Wahi⁽⁵⁾, Boorthroyd와 Haque^(6,7)는 낮은 부하도에서는 열전달이 감소하여 최소 열전달을 갖다가 부하도가 증가하면 열전달이 다시 크게 증가하는 현상을 발견하였다. 따라서 현재까지는 입자 부상이 열전달에 미치는 효과가 체계적으로 이해되고 있지 않고 있으며, 실험적인 관계식으로 관 벽을 통한 부유 누셀트 수를 예측하고 있는 실정이다.

최근에 Kane과 Pfeffer⁽⁸⁾는 낮은 부하도에서 열전달이 크게 감소하는 현상은 벽면 근처에 작은 입자가 부상하여 층류 저층 두께가 크게 변하기 때문이라고 주장하였다. 한편, Tien⁽⁹⁾은 부유 유동의 열전달 문제를 처음으로 이론적으로 해석하였는데, 입자가 부상되면 열 입구부가 순수 기체에 비하여 증가하고, 열 전달률은 $\overline{\rho_p}C_{pp}/\overline{\rho_f}C_{pf}$ 의 비에 의해 크게 지배받음을 알아냈다. 이 비의 증가는 열전달을 증가시킨다.

Michaelides등^(10,11)은 1차원 모델을 사용하여 열전달 현상을 수치 해석하였으나, 열전달 감소 현상에 대한 실험 관계식이 아직 존재하지 않고 있기

때문에 열전달 감소 현상을 수치적으로 예측하지는 못하였다. Abou-Arab등^(12,13)도 부유유동의 $k-\epsilon$ 모델을 이용하여 열 및 운동량 전달을 수치적으로 해석하였으나, 그들은 수치해석을 통하여 열전달의 미소 감소 현상은 예측하였으나, 열전달 감소 기구를 규명하지는 못하였다. 그러나, 최근에 Han등⁽¹⁴⁾은 Lee와 Chung⁽¹⁵⁾의 모델에 Lumley⁽¹⁶⁾의 저항 감소 이론을 적용하여 Boothroyd⁽¹⁷⁾의 운동량 전달을 수치 해석한 결과 마찰 저항 감소 현상을 비교적 잘 예측할 수가 있었다.

본 연구의 목적은 현 저자의 이전의 연구⁽¹⁴⁾를 확장하여 균일한 열유속을 갖는 2상 기체-고체입자

수직관의 열전달 특성을 부하도와 상대 입자 크기 d_p/D 를 변화시켜 가면서 조사하는 것이다.

2. 2상 기체-고체입자 부유 유동의 지배방정식

2유체 모델을 사용하여 작은 고체 입자가 부상된 부유 유동의 열전달을 해석하였다. 2유체의 개념과 한계는 Ishii⁽¹⁸⁾에 상세히 설명되어 있다. 2유체 모델에서 기체상과 입자상의 연속방정식, 운동방정식, 에너지 방정식을 원통좌표계로 나타내면 다음과 같다^(18,19).

기체상 (f)의 지배방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x}[\rho_f(1-\alpha)U_f] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[r\rho_f(1-r)V_f] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[r\rho_f\overline{\alpha'v_f'}] \quad (1)$$

$$\rho_f(1-\alpha) \left[U_f \frac{\partial U_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial U_f}{\partial r} \right] = -(1-\alpha) \frac{\partial P}{\partial x} - \rho_f(1-\alpha)g + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\rho_f(1-\alpha) (\nu_{rl} \frac{\partial U_f}{\partial r} - \overline{u_f'v_f'}) \right] + F_{px} + \rho_f\overline{\alpha'v_f'} \frac{\partial U_f}{\partial r} + \frac{\partial}{r\partial r} [r\rho_f\overline{\alpha'u_f'} V_f] \quad (2)$$

$$\rho_f(1-\alpha) \left[U_f \frac{\partial V_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial V_f}{\partial r} \right] = -(1-\alpha) \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\rho_f(1-\alpha) (\nu_{rl} \frac{\partial V_f}{\partial r} - \overline{v_f'^2}) \right] - \frac{1}{r} \rho_f(1-\alpha) (\nu_{rl} \frac{V_f}{r} - \overline{w_r'^2}) + F_{pr} + \rho_f\overline{\alpha'v_f'} \frac{\partial V_f}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_f\overline{\alpha'v_f'} U_f] + \frac{\partial}{r\partial r} [r\rho_f\overline{\alpha'v_f'} V_f] \quad (3)$$

$$\rho_f(1-\alpha) C_{p_f} \left[U_f \frac{\partial T_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1-\alpha) (k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} - \rho_f C_{p_f} \overline{\theta_f'v_f'}) \right] + (U_p - U_f) F_{px} + (V_p - V_f) F_{pr} + Q_p + \rho_f C_{p_f} \overline{\alpha'v_f'} \frac{\partial T_f}{\partial r} \quad (4)$$

입자상 (p)의 지배방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x}[\rho_s\alpha U_p] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[r\rho_s\alpha V_p] = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[r\rho_s\overline{\alpha'v_p'}] \quad (5)$$

$$\rho_s\alpha \left[U_p \frac{\partial U_p}{\partial x} + V_p \frac{\partial U_p}{\partial r} \right] = -\alpha \frac{\partial P}{\partial x} - (\rho_s - \rho_f) \alpha g + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\rho_s\alpha (\nu_{pl} \frac{\partial U_p}{\partial r} - \overline{u_p'v_p'}) \right] - F_{px} - \rho_s\overline{\alpha'v_p'} \frac{\partial U_p}{\partial r} - \frac{\partial}{r\partial r} [r\rho_s\overline{\alpha'u_p'} V_p] \quad (6)$$

$$\rho_s\alpha \left[U_p \frac{\partial V_p}{\partial x} + V_p \frac{\partial V_p}{\partial r} \right] = -\alpha \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\rho_s\alpha (\nu_{pl} \frac{\partial V_p}{\partial r} - \overline{v_p'^2}) \right] - \frac{1}{r} \rho_s\alpha (\nu_{pl} \frac{V_p}{r} - \overline{w_p'^2}) - F_{pr} - \rho_s\overline{\alpha'v_p'} \frac{\partial V_p}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial x} [\rho_s\overline{\alpha'v_p'} U_p] - \frac{\partial}{r\partial r} [r\rho_s\overline{\alpha'v_p'} V_p] \quad (7)$$

$$\rho_s\alpha C_{p_p} \left[U_p \frac{\partial T_p}{\partial x} + V_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [-\rho_s r \alpha C_{p_p} \overline{\theta_p'v_p'}] - Q_p - \rho_s C_{p_p} \overline{\alpha'v_p'} \frac{\partial T_p}{\partial r} \quad (8)$$

위 방정식에서 축 방향의 열전달은 반경 방향의 열전달보다 작아 무시하였으며, 복사 열전달은 기체와 입자 사이의 온도 차이가 적어 무시하였다.

방정식 중 F_{px} 와 F_{pr} 은 2상 사이의 상호작용에 의한 단위부피당 축방향과 반경방향의 저항력이며,

벽면의 항력 수정계수가 포함되어 있다^(14,20). 그리고 Q_p 는 온도차이에 의해서 입자로부터 기체로 전달된 열로 다음과 같이 표시할 수가 있다⁽²¹⁾.

$$Q_p = \frac{\rho_s}{\tau^*} \alpha C_{p_p} (T_p - T_f) \quad (9)$$

여기서 τ^* 는 열이완 시간이다.

$$\tau^* \equiv \frac{d_p^2 \rho_s C_{pp}}{6Nu_p k_f} = 3 \left(\frac{Pr_f}{Nu_p} \right) \left(\frac{C_{pp}}{C_{pf}} \right) t^* \times [1 + 0.15 Re_p^{0.687}] \quad (10)$$

C_{pp} 와 C_{pf} 는 각각 기체상과 입자상의 정압 비열이고 입자의 레이놀즈수가 700보다 작은 경우에 입자의 누셀트수는 다음과 같이 나타낼 수가 있다⁽²²⁾.

$$Nu_p = 2 + 0.6 Re_p^{0.5} Pr_f^{0.33} \quad (11)$$

3. 2상 기체-고체입자 부유 유동의 난류 모델

지배 방정식 중 난류상관관계 $\overline{u_f'v_f'}$, $\overline{u_p'v_p'}$, $\overline{u_f'v_f'}$ 와 $\overline{u_p'v_p'}$ 는 기체상과 입자상의 스칼라와 점성계수 ϵ_f 와 ϵ_p 를 가정하여 표시한다⁽¹⁵⁾. 또한 난류 열전달 상관관계도 다음과 같은 가정에 의해 나타낼 수가 있다.

$$\overline{v_f'\theta_f'} = -\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \quad (12)$$

$$\overline{v_p'\theta_p'} = -\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \quad (13)$$

여기서 λ_f 와 λ_p 는 각각 기체상과 입자상의 난류 열 확산 계수이다.

3.1 와점성 계수 모델

순수 기체에 대한 입자 부상시의 와점성계수 ϵ_f/ϵ_{f0} 모델은 기체상의 난류에너지의 생성과 소멸에 근거하여 Lee와 Chung⁽¹⁵⁾이 유도한 모델을 사용하기로 한다.

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = \left[\frac{1}{1 + C_{pe} \frac{\bar{\rho}_p}{\bar{\rho}_f} \frac{t_i}{t^*} (1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f})} \right]^{1/2} \quad (14)$$

여기서 t_i 는 난류 특성시간이고 C_{pe} '는 모델 상수로 3.5이다.

ϵ_{f0} 는 van Driest함수 D 를 사용한 혼합거리 모델을 사용하여 구한다.

$$\epsilon_{f0} = \chi^2 (R-r)^2 D^2 \frac{dU_f}{dr} \quad \text{for } (R-r) < \frac{\zeta \delta_{.99}}{\chi} \quad (15)$$

$$= a Re^b \nu_{fl} \quad \text{for } (R-r) > \frac{\zeta \delta_{.99}}{\chi} \quad (16)$$

여기서 ζ 는 ϵ_{f0} 가 방정식 (15)와 (16)의 경계에서 매끄럽게 만나도록 선택한다.

방정식 (15)에서 van Driest 감쇠함수 D 는 다음과 같다.

$$D = (1 - \exp(-y^+/A^+)) \quad (17)$$

Lumley의 저항감소이론⁽¹⁶⁾을 사용한 이전의 연구⁽¹⁴⁾에서, 유효 층류 저층 두께 A^+ 는 부하도와 Stokes 이완 시간과 Kolmogoroff 시간 척도등에 종속됨을 보여주었다. 그 해석 결과로 입자의 부상시 유효 층류저층 두께는 다음과 같이 나타낼 수가 있다⁽¹⁴⁾.

$$\frac{\nu_{fl}}{1+Z} S^2 + 1.8 C_e' \epsilon (\pi/2 - 1/0.74 S t^*) \times \frac{Z}{1+Z} = \epsilon \quad (18)$$

$$A_{DR}^+ = \delta_0^+ \hat{\delta} = \delta_0^+ \hat{k}_d^{-4/3} \quad (19)$$

$$A^+ = A_0^+ \quad \text{for } A_0^+ > A_{DR}^+ \quad (20)$$

$$A^+ = A_{DR}^+ \quad \text{otherwise} \quad (21)$$

A^+ 에 대한 자세한 설명은 Han등⁽¹⁴⁾과 Lumley⁽¹⁶⁾를 참고하기 바란다.

입자상의 와점성계수 ϵ_p 와 가상의 층류 점성계수 ν_{pl} 은 Choi와 Chung⁽²³⁾의 모델을 사용하였다.

3.2 난류 열 확산계수 모델

입자 부유시 기체의 난류 열확산 계수 (λ_f)는 와점성 계수 (ϵ_f)의 유도 방법과 유사하게 유도하였다. 입자 부유시 기체상의 평균자승 온도변화 ($\overline{\theta_f^2}$)의 근사 방정식으로부터 생성항 (P_θ)과 소멸항 (ϵ_θ)을 얻으면 다음과 같다.

$$P_\theta = \overline{\rho_f} \lambda_f \left(\frac{dT_f}{dr} \right)^2 \quad (22)$$

$$\epsilon_\theta = \overline{\rho_f} \alpha_{fl} \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \frac{\partial \theta_f}{\partial r} + K_\theta \frac{\bar{\rho}_p}{\tau^*} \frac{C_{pp}}{C_{pf}} \overline{\theta_f (\theta_f - \theta_p)} \quad (23)$$

여기서 α_{fl} 은 기체상의 층류 열확산 계수이며, 위 방정식의 유도과정에서 입자상의 농도분포는 균일하다고 가정하였다.

입자가 부상시 난류의 변화효과를 보기 위하여, $\theta_f \approx \ell_{fn} \frac{dT_f}{dr}$, $\alpha_{fl} \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \approx u_f \frac{\overline{\theta_f^2}}{\ell_{fn}}$, $Pr_{T,0} \approx \ell_f / \ell_{fn}$ 와 같은 근사식과 평균자승 온도변화의 생성항과 소멸항의 평형관계 ($P_\theta = \epsilon_\theta$)를 도입하면 기체상의 열확산계수는 다음과 같이 유도될 수가 있다.

$$\frac{\epsilon_f}{\lambda_f} = Pr_{T,r} = \left[\frac{Pr_{T,0}}{1 + \frac{a}{Pr_{T,0}} \frac{t_i}{\tau^*} \frac{\bar{\rho}_p}{\bar{\rho}_f} \frac{C_{pp}}{C_{pf}} (1 - \frac{\overline{\theta_p^2}}{\overline{\theta_f^2}})} \right] \quad (24)$$

여기서 a 는 모델 상수로 1.0이고 $Pr_{T,0}$ 는 순수 기체의 난류프란틀 수이다.

방정식 (24)에서 난류 온도의 강도 ($\overline{\theta_p^2}/\overline{\theta_f^2}$)는 Tien⁽²⁴⁾의 모델식을 사용하였다.

$$\frac{\overline{\theta_p^2}}{\theta_f^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{3} \left(\frac{\tau^*}{t_i} \right)}} \quad (25)$$

순수기체의 난류 프란틀수 $Pr_{T,0}$ 는 Crawford와 Kays⁽²⁵⁾의 모델을 사용하였다.

$$Pr_{T,0} = \left[\frac{B^2}{2} + 0.2B Pe - (0.2Pe)^2 \right. \\ \left. \times \{1 - \exp(-\frac{B}{0.2Pe})\} \right]^{-1} \quad (26)$$

여기서 Pe 는 난류 Peclet 수이고 B 는 약 1.08의 실험상수이다.

입자상의 난류 프란틀수($Pr_{T,p}$)는 Abou-Arab과 Abou-Elail⁽¹³⁾처럼 0.9를 사용하였다.

입자상의 가상적인 층류 열 확산계수는 입자와 벽 그리고 입자와 입자의 충돌시 전열 접촉 면적이 없고 접촉 시간도 작기 때문에 무시하였다. 따라서 이런 관점에서 열전달은 먼저 벽면으로부터 기체가 가열되고 그 다음 입자가 가열되기 때문에 입자상의 온도는 기체상의 온도보다 낮게 된다.

4. 경계 및 초기 조건

기체의 벽면 조건은 다음과 같이 no-slip 조건을 만족해야 한다.

$$U_f = V_f = 0; T_f = T_w \quad (27)$$

그러나 입자가 작을 경우 입자는 벽면에서 미끄러진다고 알려져 왔다. 벽면 근처에서 입자는 입자의 반경보다 적은 구간($y < d_p/2$)에서는 존재할 수가 없기 때문에, 입자의 Stokes 및 열 이완 시간(t^* , τ^*)이 작은 경우에 입자상의 벽면 미끄럼 속도와 벽면 온도는 다음과 같이 근사시킬 수가 있다.

$$U_p = U_{f,y=d_p/2}; V_p = 0; T_p = T_{f,y=d_p/2} \quad (28)$$

입자상의 농도에 대한 벽면 조건은 Neumann 경계조건 $d\bar{\rho}_p/dr = 0$ 을 사용하였다.

관 중심에서 모든 종속변수는 반경 방향의 구배가 없다고 보았으며, 관 중심에서 V_f 와 V_p 는 영(zero)이다.

열입구의 초기 조건은 Han등⁽¹⁴⁾에 의하여 열전달이 없는 경우⁽¹⁷⁾에 계산된 완전히 발달된 지역에서 속도 및 농도 분포를 갖는다고 보았다.

국소 부유 누셀트 수는 다음과 같이 정의된다.

$$Nu_s = \frac{h_s D}{k_f} = \frac{\dot{q}'' D}{(T_w - T_{mm}) k_f} \quad (29)$$

여기서 부유 유동의 체적온도는 다음과 같이 계산

된다.

$$T_{mm}(x) = \frac{\int C_{p,f} \bar{\rho}_f U_f T_f dA + \int C_{p,p} \bar{\rho}_p U_p T_p dA}{\int C_{p,f} \bar{\rho}_f U_f dA + \int C_{p,p} \bar{\rho}_p U_p dA} \quad (30)$$

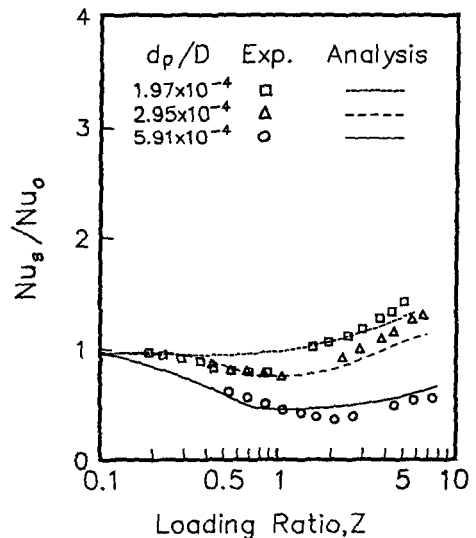
기체상의 열전도계수 k_f 는 Boothroyd와 Haque^(6,7)처럼 필름온도 $(T_w + T_{mm})/2$ 에서 계산하였다.

방정식 (1)~(8)의 수치해석 방법은 Han등⁽¹⁴⁾과 같다.

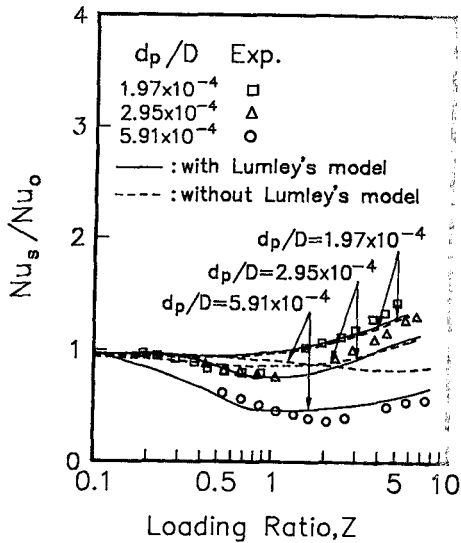
5. 계산 결과 및 고찰

본 연구의 난류 열 확산 모델과 Lumley의 저항 감소 이론의 정확성을 조사하기 위하여 평균 입자 크기가 $15 \mu m$ 이고 레이놀즈수가 53,000인 Boothroyd와 Haque^(6,7)의 실험과 비교하였다.

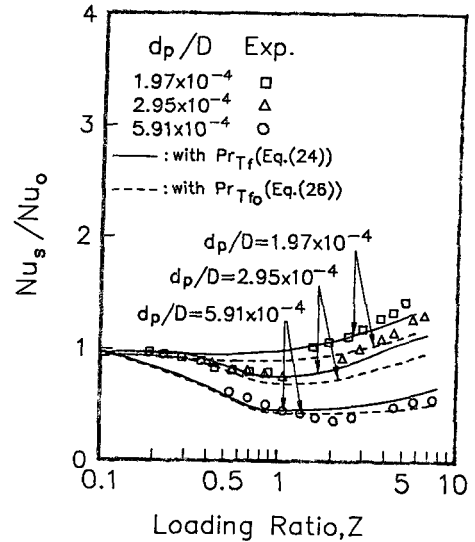
Fig. 1(a)는 일정한 열 유속($2888.3 W/m^2$)이 작용하고 있고 완전히 발달된 지역($x=3.048m$)에서 Boothroyd Haque⁽⁷⁾가 얻은 실험자료와 계산에 의한 부유 누셀트 수를 비교한 것이다. 상대 입자 크기 d_p/D 가 증가할수록 부유 누셀트 수가 감소하며, 특히 $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$ 일 때는 순수기체에 비하여 누셀트수가 크게 감소함을 보여주고 있다. 그리고 부유 누셀트 수는 부하도 증가와 함께 처음에는 감소하다가 다시 증가하는 현상을 잘 보여주고



(a) Computational results with Lumley's model and $Pr_{T,p}$ [Eq. (24)]



(b) Comparison of predicted Nusselt number variation with and without using Lumley's model



(c) Comparison of predicted Nusselt number variation with Pr_{Tf} [Eq. (24)] and with Pr_{Tfo} [Eq. (26)]

Fig. 1 Variation of Nusselt number with loading ratio and the relative particle size

있다. 이러한 현상은 참고문헌 (14)의 Fig. 2에 있는 마찰계수의 변화와 유사한 현상을 보여주고 있다. Fig. 1(b)는 본 연구에서 유도한 난류 프란틀수를 사용하고, Lumley의 모델을 쓴 경우와 쓰지 않은 경우를 비교한 그림이다. Lumley의 모델을 쓰지 않았을 경우, $d_p/D = 2.95 \times 10^{-4}$ 와 $d_p/D =$

5.91×10^{-4} 의 부유 누셀트수는 부하도가 낮을 때 실험결과와 일치하지 않게 된다. 따라서 부하도가 낮을 때 부유 누셀트수의 큰 감소는 입자부상으로 인하여 벽면 근처의 층류저층 두께가 크게 증가되었기 때문임을 알 수가 있다. Fig. 1(c)는 Lumley의 모델을 사용하고, 본 연구에서 유도한 난류 프란틀수를 쓴 경우[식 (24)]와 순수 기체의 난류 프란

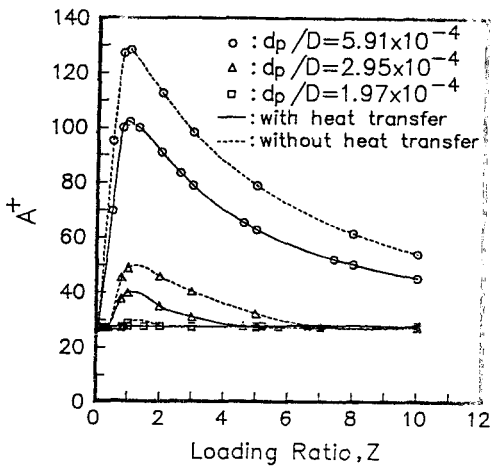
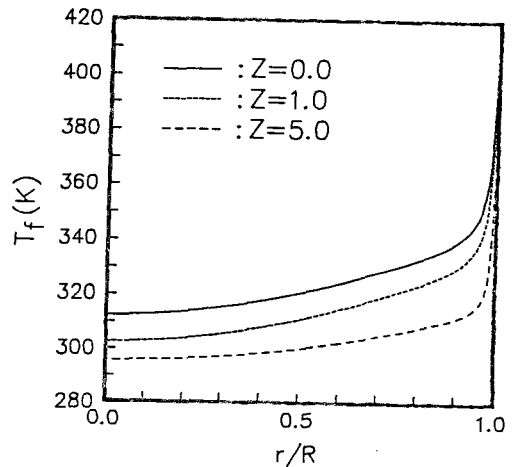
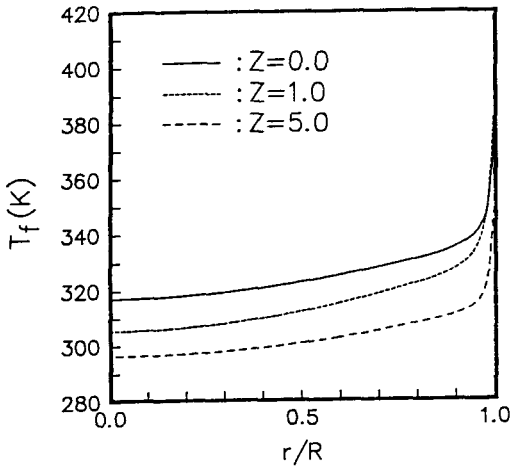


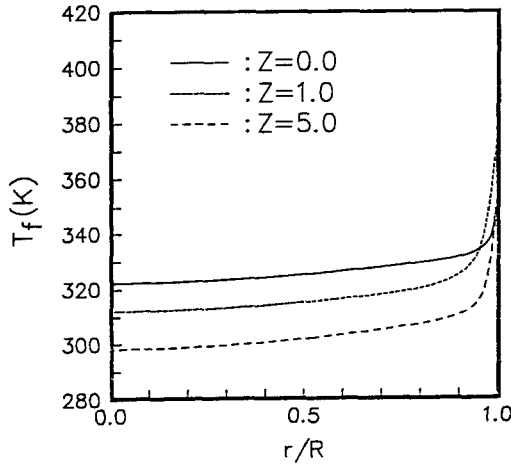
Fig. 2 Estimations of the effective non-dimensional sublayer thicknesses with and without heat transfer using equations (20) and (21)



(a) $d_p/D = 1.97 \times 10^{-4}$



(b) $d_p/D=2.95 \times 10^{-4}$



(c) $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$

Fig. 3 Mean temperature profiles of gaseous phase for various relative particle sizes and loading ratios at $x=3.048m$ from the thermal entry

를 수를 쓴 경우 [식 (26)]를 비교한 그림이다. 기체상의 난류 프란틀수의 변화를 고려하지 않았을 경우 부하도가 클 때, 부유 누셀트 수는 실험결과와 일치하지 않게 된다. 즉 부하도가 클 때는 Pr_{T_s} 또는 $\bar{\rho}_p C_{pp} / \bar{\rho}_f C_{pf}$ 의 효과가 열전달 현상에 중요함을 알 수가 있다.

Fig. 2는 방정식 (20)과 (21)을 사용하여 유효 점성저층두께 A^+ 의 변화를 계산한 것으로 열전달이 A^+ 에 미치는 영향을 알아보았다. 그림에서 열전달이 있을 때 A^+ 가 열전달이 없을 때보다 더 작음을

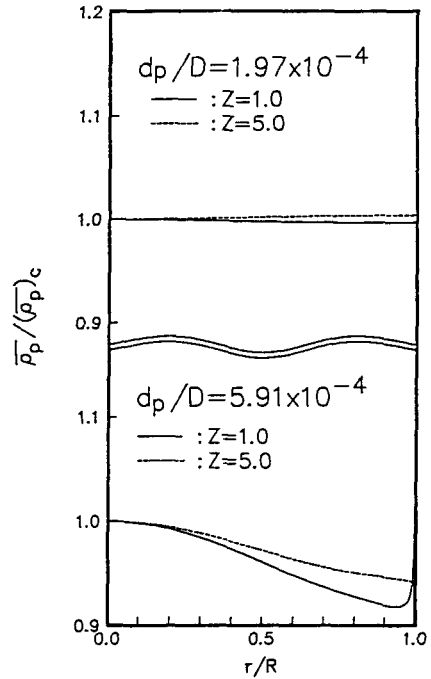


Fig. 4 Normalized spatial distributions of particulate phase density for various relative particle sizes and loading ratios

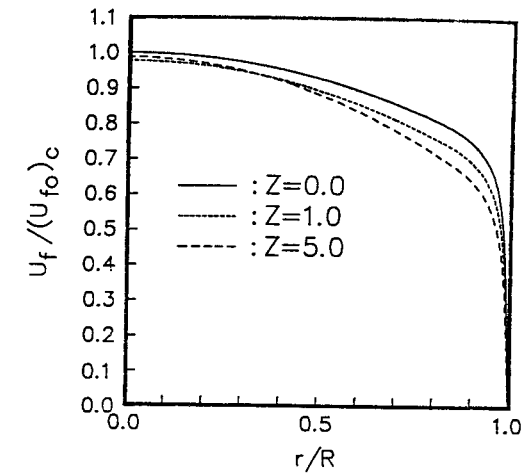
알 수가 있다. 이러한 현상은 열전달로 인하여 벽면 근처에서 기체의 절대점성계수와 밀도등과 같은 열역학적 상태량이 변화되었기 때문이다. 벽면 근처에서 기체의 절대 점성계수의 증가와 기체의 밀도의 감소는 각각 Stokesian 이완시간의 감소와 국소 밀도비 $(\bar{\rho}_p / \bar{\rho}_f)$ 를 증가시킨다. A^+ 의 증가는 열전달에 대한 큰 저항을 의미하고 입자부상시 부유 누셀트수를 감소시킨다. 특히 이 효과는 부하도가 1 근처에서 중요하다.

Fig. 3은 열 입구부로부터 $x=3.048m$ 지점에서 상대입자크기에 따른 기체상의 평균온도분포를 계산한 결과로 부하도에 따라 어떤 변화를 보여주는지 알 수가 있다. 부하도가 증가하면 관 중심부의 온도가 순수기체 ($Z=0$)에 비하여 더 낮아짐을 알 수가 있다. 그러나, 벽면근처의 온도는 부하도와 상대 입자 크기에 따라 크게 변함을 알 수가 있다. 입자상의 온도는 Boothroyd와 Haque^(6,7)의 실험에서 입자의 열 이완시간이 작아 기체상과의 온도차이가 작기 때문에 본 연구에서는 표시하지 않았다.

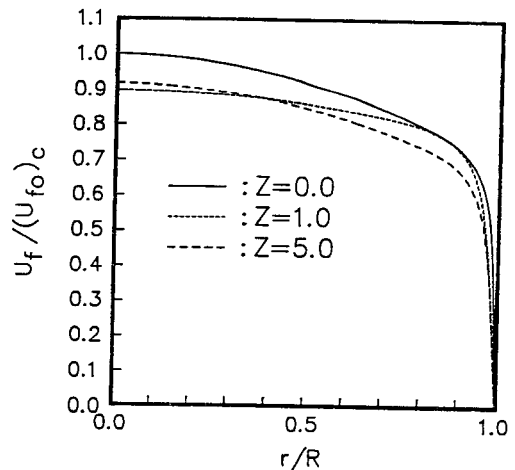
Fig. 4는 $d_p/D=1.97 \times 10^{-4}$ 와 5.91×10^{-4} 일 때

관 중심의 입자농도로 무차원화한 입자의 농도 분포이다. 그림에서 상대 입자 크기가 작을수록 입자가 균일하게 분포함을 알 수가 있다. 그러나 상대 입자 크기가 크면, 입자는 관 중심에 더 많이 몰려 있게 된다. 이 현상은 Corino와 Brodkey⁽²⁶⁾의 벽면근처의 유동가시화 실험에서 관찰된 바와 같이, 벽면근처에서 유체 덩어리의 Ejection Sequence로 설명될 수가 있다. 벽면 근처에서 유체 덩어리는 층류저층을 기준으로 유입과 유출이 일어나며, 유입된 유체 덩어리는 관 벽과 거의 평행하게 이동하기도 한다. 만약 입자의 크기가 유체의 와류를 잘 따라 다닐 수 있도록 작다면(현재의 경우 $d_p/D=1.97 \times 10^{-4}$) 입자는 이 와류에 의한 Ejection Sequence로 인하여 벽면 가까운 곳까지 도달될 수가 있다. 그래서 입자는 벽면 근처에 잘 모일 수가 있다. 그러나 입자의 크기가 커서 유체의 와류를 잘 따라 다니지 못하게 되면(현재의 경우 $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$), 입자가 작은 경우에 비하여 상대적으로 벽면 근처에 잘 도달될 수가 없게 되어 관 중심에 입자가 상대적으로 더 많이 모여 있게 된다. 그리고 일단 층류 저층에 모인 입자는 양력의 작용이 상당히 작고 난류 감소에 의하여 Ejection Sequence가 약해지면 벽면에 아주 가까운 부근에 계속 머물러 있게 된다. 본 연구에서 계산된 $d_p/D=1.97 \times 10^{-4}$ 의 농도 분포는 정전기 효과가 매우 큰 Boothroyd⁽²²⁾의 실험에서 관찰된 농도 분포와 비슷한 결과를 보이고 있으나, Boothroyd⁽²²⁾는 마찰 저항이 심하게 감소된 $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$ 의 농도 분포를 측정하지 못하였다. 따라서 본 연구에서 계산된 $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$ 의 농도 분포는 앞에서 언급한 바와 같은 현상으로 설명이 가능하다. 본 연구에서 비교한 Boothroyd와 Haque^(6,7)의 실험조건과는 같지 않으나 d_p/D 가 증가함에 따라 입자가 관 중심에 더 많이 몰려 있는 실험으로는 Zenker⁽²⁷⁾의 실험이 있다. 그러나 d_p/D 가 증가함에 따라 입자가 관 벽에 더 많이 몰려 있는 실험도 존재한다⁽²⁸⁾. 입자의 운동은 많은 인자에 따라 영향을 받기 때문에, 이런 현상에 대한 체계적인 연구가 필요하다.

Fig. 5는 $d_p/D=1.97 \times 10^{-4}$ 와 5.91×10^{-4} 일 때 순수기체의 관 중심속도로 무차원화한 기체상의 축방향 평균속도분포이다. 부하도가 증가하면, 관 중심 속도가 증가하나 벽면근처의 속도는 감소한다. 입자 부상시 열의 일부가 입자상으로 전달되므로



(a) $d_p/D=1.97 \times 10^{-4}$



(b) $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$

Fig. 5 Normalized mean axial velocity profiles gaseous phase for various relative particle sizes and loading ratios

기체의 체적 온도는 순수 기체에 비하여 더 낮아진다. 따라서 체적온도에서 기체의 밀도는 순수기체에 비하여 더 높게 된다. 그러므로 입자 부상시 기체의 축 방향 평균 속도는 기체상의 연속방정식에 의하여 순수기체의 평균속도보다 항상 낮게 된다.

방정식 (24)을 사용하여 관 중심의 난류 프란틀수 ($Pr_{T,r}$)c의 변화를 Fig. 6에 나타내었다. 난류 프란틀수는 부하도 Z가 증가하고 상대입자크기 d_p/D 가 감소할수록 단조롭게 감소함을 알 수 있다. 이런 $Pr_{T,r}$ 의 감소는 운동량 전달에 비하여 열전달이

더 빠르게 일어남을 의미한다. 현재의 해석에서 부유 난류 프란틀 수는 Michaelides와 Lasek⁽¹¹⁾의 실험관계식처럼 정압비열-밀도비를 갖고 있다.

Fig. 7은 난류 프란틀 수의 반경방향 분포를 나타내고 있다. 부유 유동에서 난류 프란틀 수는 전 지역에서 순수 기체의 난류 프란틀 수보다 적고 관 중심부에서는 거의 일정하나, 벽면으로 갈수록 빠르게 증가한다. 상대 입자 크기가 큰 경우에는 Pr_{r_f} 가 벽면에서 빠르게 증가하는 지점이 Fig. 2에서

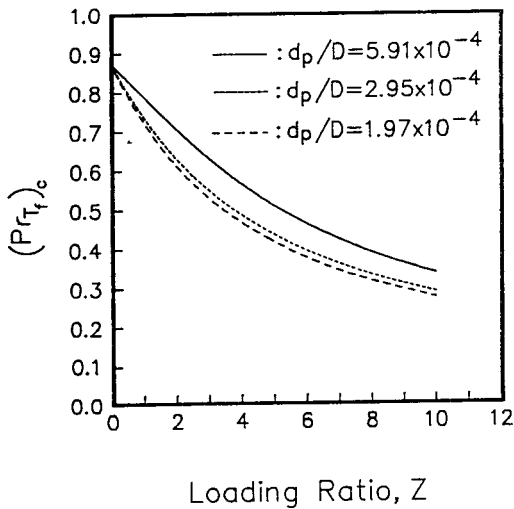


Fig. 6 Predicted turbulent Prandtl number in the core region for gaseous phase as a function of loading ratio and the relative particle size

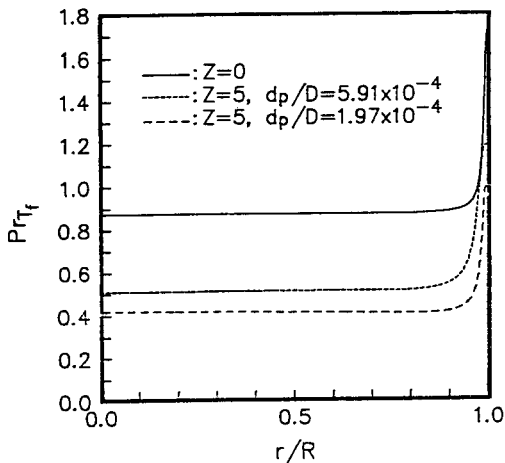
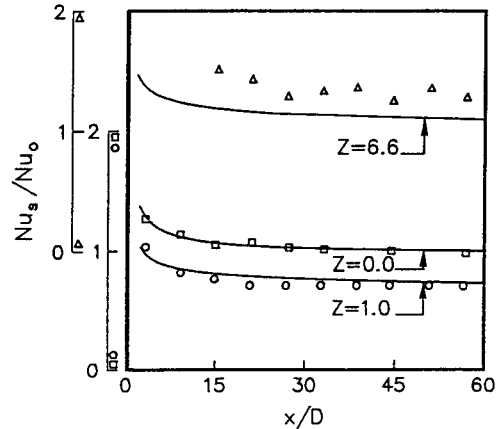


Fig. 7 Predicted turbulent Prandtl number distributions for gaseous phase for different relative particle size

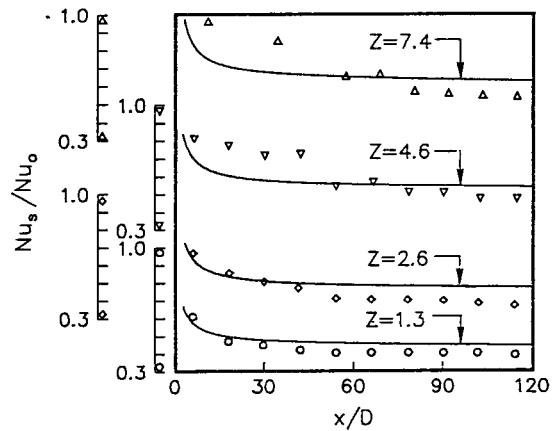
보는 바와 같이 점성저층의 두께증가로 인해 관 중심부로 이동한다.

Fig. 8은 여러 부하도에서 부유 누셀트 수의 축방향 변화를 실험⁽⁶⁾과 비교한 것이다. 그림에서 계산한 결과와 실험결과가 매우 일치함을 볼 수가 있다.

Fig. 9는 기체상의 체적온도와 벽면 온도의 축방향 변화를 계산한 것이다. 부하도가 증가할수록 기체의 체적온도는 순수기체에 비하여 더 느리게 증가하는 것을 볼 수가 있다. 그러나 벽면의 온도는 부하도에 따라 일정한 경향을 갖고 있지 않는데, 이는 부유 열전달의 2가지 중요한 인자인 벽면근처



(a) $d_p/D=2.95 \times 10^{-4}$



(b) $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$

Fig. 8 Comparisons of predicted axial variations of the suspension Nusselt numbers at $Re=5.3 \times 10^4$ with the experiments of Boothroyd and Haque⁽⁶⁾

의 층류저층두께와 정압비열-밀도비 $\overline{\rho_p C_{pp}}/\overline{\rho_f C_{ff}}$ 에 관한 정보로 설명할 수가 있다. 층류저층의 두께가 증가할수록 부유 열전달은 감소하는 반면, 정압비열-밀도비의 증가는 열전달을 증가시킨다. Fig. 2로부터 부하도가 1 근방에서는 점성저층의 두께가 상대 입자크기에 따라 크게 변하나, 정압비열-밀도비는 상대적으로 작다. 만약 점성 저층이 증가한다면, 기체상의 벽면 온도가 순수기체에 보다 크게 증가한다. 그러나 부하도가 증가하면, $\overline{\rho_p C_{pp}}/\overline{\rho_f C_{ff}}$ 의 효과가 층류저층의 두께변화보다 더

중요하게 되어, 벽면의 온도가 정압비열-밀도비에 더 크게 종속하여 부유유동의 벽면온도는 순수기체 유동보다 더 낮게 된다.

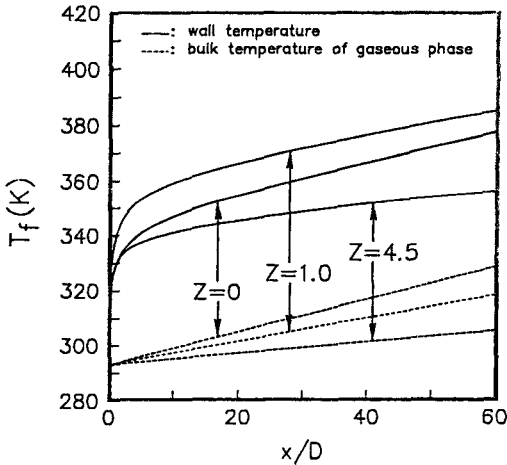
6. 결 론

수직관에서의 기체-고체입자의 부유 열전달 유동을 해석하기 위하여 Lumley의 저항감소 이론과 새로운 난류 열확산모델을 2유체 모델에 적용하였다. 기체상의 난류 열확산 모델은 기체상의 평균자승온도변화 $\overline{\theta_f^2}$ 에 대한 근사식으로부터 유도하였다. 그 결과 부유 열전달유동에는 2가지 중요한 인자가 있음을 알아냈다. 첫째는 점성저층의 두께이며, 다른 인자로는 정압비열-밀도비 $\overline{\rho_p C_{pp}}/\overline{\rho_f C_{ff}}$ 이다. 현재의 2유체 모델을 부하도 변화 및 상대 입자 크기 변화, 열 입구부로부터의 축방향 거리가 부유 누셀수에 미치는 영향 등 여러 조건하의 부유 열전달문제에 적용한 결과 만족할 만한 결과를 얻게 되었다.

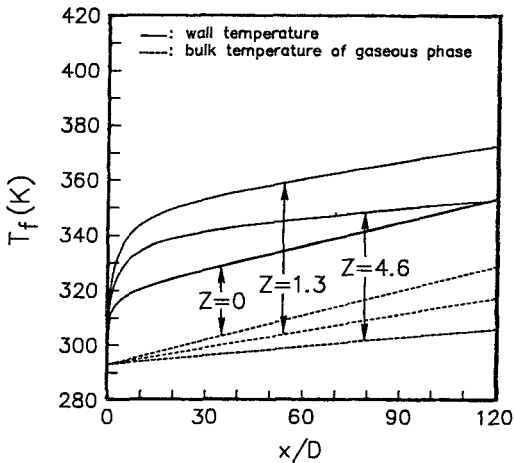
상대 입자 크기가 증가할수록 부유 누셀트 수는 크게 감소된다. 기체가 흐르는 관 유동에 입자의 첨가는 층류 저층의 두께와 정압비열-밀도비에 영향을 준다. 낮은 부하도에서 부유 누셀트 수의 큰 감소는 벽면 근처에서 난류의 억압으로 인한 점성저층두께의 증가 때문이다. 그러나 부하도가 클 경우에는 정압비열-밀도비가 부유열전달 유동에 큰 역할을 하며, 이 효과는 부유 유동의 열전달을 증가시킨다. 유효 층류 저층두께는 열전달이 존재할 때에는 열전달이 존재하지 않을 때에 비하여 감소한다. 부하도가 증가할수록 관 중심의 온도는 순수기체에 비하여 감소한다. 기체의 난류 프란틀 수는 정압비열-밀도비와 시간척도비 τ^*/t_i 에 종속한다. $\overline{\rho_p C_{pp}}/\overline{\rho_f C_{ff}}$ 가 증가할수록 기체의 부유 난류 프란틀 수는 감소한다.

參 考 文 獻

- (1) Farbar, L. and Morley, M.J., 1957, "Heat Transfer to Flowing Gas-Solids Mixtures in a Circular Tube", Ind. Eng. Chem., Vol. 49, pp. 1143~1150.
- (2) Wilkinson, G.T. and Norman, J.R., 1967, "Heat Transfer to a Suspension of Solids in a Gas", Trans. Instn. Chem. Engrs., Vol. 45, pp. 314~318.
- (3) Farbar, L. and Depew, C.A., 1963, "Heat Transfer Effects to Gas-Solids Mixtures Using Solid Spherical Particles of Uniform Size", I&EC Fundamentals.



(a) $d_p/D=2.95 \times 10^{-4}$



(b) $d_p/D=5.91 \times 10^{-4}$

Fig. 9 Computed axial variations of the wall and the bulk temperatures of the gaseous phase

- Vol. 2, pp. 130~135.
- (4) Depew, C.A. and Farbar, L., 1963, "Heat Transfer to Pneumatically Conveyed Glass Particles of Fixed Size", Transactions of ASME, Journal of Heat Transfer, Vol. 85, pp. 164~172.
 - (5) Wahi, M.K., 1977, "Heat Transfer to Flowing Gas-Solids Mixtures", Transactions of ASME, Journal of Heat Transfer, Vol. 99, pp. 145~148.
 - (6) Boothroyd, R.G. and Haque, H., 1970, "An Experimental Investigation of Heat Transfer in the Entrance Region of a Heated Duct Conveying Fine Particles", Trans. Instn. Chem. Engrs. Vol. 48, pp. 109~120.
 - (7) Boothroyd, R.G. and Haque, H., 1970, "Fully Developed Heat Transfer to a Gaseous Suspension of Particles Flowing Turbulently in Ducts of Different Size", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 12, pp. 191~200.
 - (8) Kane, R.S. and Pfeffer, R., 1985, "Heat Transfer in Gas-Solids Drag-Reducing Flow", Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, Series C, Vol. 107, pp. 570~574.
 - (9) Tien, C.L., 1961, "Heat Transfer by a Turbulently Flowing Fluid-Solids Mixture in a Pipe", Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, Series C, Vol. 83, pp. 183~188.
 - (10) Michaelides, E.E., 1986, "Heat Transfer in Particulate Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, pp. 265~273.
 - (11) Michaelides, E.E. and Lasek, A., 1987, "Fluid-Solids Flow with Thermal and Hydrodynamic Non-Equilibrium", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, pp. 2663~2669.
 - (12) Abou-Arab, T.W., 1985, "Turbulence Models for Two-Phase Flows", Encyclopedia of Fluid Mechanics, Vol. III, Ed., Chermisinoff, Gulf Publ., New Jersey-U.S.A., pp. 863~904.
 - (13) Abou-Arab, T.W. and Abou-Ellail, M.M.M., 1987, "Computation of Heat and Momentum Transfer in Turbulent Gas/Solid Flows", Proc. Int. Symposium of Multiphase Flows, Hangzhou, China, pp. 374~379.
 - (14) Han, K.S., Chung, M.K. and Sung, H.J., 1989, "Application of Lumley's Drag Reduction Model to Two-Phase Gas-Particle Flow in a Pipe", submitted to Transactions of ASME, Journal of Fluids Engineering.
 - (15) Lee, K.B. and Chung, M.K., 1987, "Refinement of the Mixing-Length Model for Prediction of Gas-Particle Flow in a Pipe", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 13, pp. 275~282.
 - (16) Lumley, J.L., 1976, Topics in Applied Physics, Vol. 12, Turbulence, Edited by P. Bradshaw, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg and New York, pp. 289~324.
 - (17) Boothroyd, R.G., 1966, "Pressure Drop in Duct Flow of Gaseous Suspensions of Fine Particles", Trans. Instn. Chem. Engrs., Vol. 44, pp. 306~313.
 - (18) Marble, F.E., 1970, "Dynamics of Dusty Gases", Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 2, pp. 397~446.
 - (19) Ishii, M., 1975, Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow, Eyrolles.
 - (20) Rizk, M.A. and Elghobashi, S.E., 1985, "The Motion of a Spherical Particle Suspended in a Turbulent Flow near a Plane Wall", Phys. Fluids, Vol. 28, pp. 806~817.
 - (21) Sharma, M.P. and Crowe, C.T., 1978, "A Novel Physico-computational Model for Quasi One-dimensional Gas-particle Flows", Journal of Fluids Engineering, Trans. ASME, Series I, Vol. 100, pp. 343~349.
 - (22) Boothroyd, R.G., 1971, Flowing Gas-Solids Suspensions, Chapman and Hall LTD, London.
 - (23) Choi, Y.D. and Chung, M.K., 1983, "Analysis of Turbulent Gas-Solid Suspension Flow in a Pipe", Journal of Fluids Engineering, Trans. ASME, Series I, Vol. 105, pp. 329~334.
 - (24) Tien, C.L., 1959, "Transport Processes in Two-Phase Turbulent Flow", Ph.D. Thesis, Princeton U., Princeton, N.J., cited from Soo, S.L., 1967, Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaisdell Publishing Company.
 - (25) Crawford, M.E. and Kays, W.M., 1975, A Program for Numerical Computation of Two Dimensional Internal/External Boundary Layer Flows, Rept. HMT-23, Stanford University, California.
 - (26) Corino, E.R. and Brodkey, R.S., 1969, "A Visual Investigation of the Wall Region in Turbulent Flow", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 37, pp. 1~30.
 - (27) Zenker, P., 1972, Staub-Reinhalt, Luft., Vol. 32, p. 1.
 - (28) Kramer, T.J., 1970, "Mean Flow Characteristics of Flowing Gas-Solid Suspension", Ph.D. Thesis, Univ. of Washington, Seattle, Washington, cited in Depew, C.A. and Kramer, T.J., 1973, "Heat Transfer to Flowing Gas-Solid Mixtures", Advances in Heat Transfer, Vol. 9, pp. 113~180.