

〈論 文〉

# 脆性材料的衝擊破壞에 관한 研究(I)

—衝擊應力的 近似解析을 中心으로—

梁仁榮\* · 丁太權\* · 金澤鉉\* · 鄭洛奎\* · 李相鎬\*\*

(1989年 11月 15日 接受)

## A Study on the Impact Fracture of Fragile Materials

—Based on an Approximate Analytical Study of Impulsive Stresses—

I.Y. Yang, T.G. Jeong, T.H. Kim, N.K. Chung and S.H. Lee

**Key Words:** Impact Load Factor(衝擊荷重係數), High Velocity Impact Apparatus(高速衝擊試驗裝置), Impulsive Stress(衝擊應力), Approximate Load(近似荷重)

### Abstract

In this paper, a new method is suggested to analyze impulsive stresses at loading poing of concentrated impact load under certain impact conditions determined by impact velocity, stiffness of plate and mass of impact body, etc. The impulsive stresses are analyzed by using the three dimensional dynamic theory of elasticity so as to analytically clarify the generation phenomenon of cone crack at the impact fracture of fragile materials (to be discussed in the second paper). The Lagrange's plate theory and Hertz's law of contact theory are used for the analysis of impact load, and the approximate equation of impact load is suggested to analyze the impulsive stresses at the impact point to decide the ranage of impact load factor. When impact load factors are over and under 0.263, approximate equations are suggested to be  $F(t) = A \exp(-Bt) \sin Ct$  and  $F(t) = A \exp(-Bt) \{1 - \exp(-Ct)\}$  respectively. Also, the inverse Laplace transformation is done by using the F.F.T.(fast fourier transform) algorithm. And in order to clarify the validity of stress analysis method, experiments on strain fluctuation at impact point are performed on a supported square glass plate. Finally, these analytical results are shown to be in close agreement with experimental results.

### 기 호 설 명

$a$  : Laplace變換 파라미터의 實數部  
 $2a$  : 正方形板의 一變의 길이  
 $c$  : 等分布荷重 作用領域  
 $C_L$  : 縱波의 傳播速度  
 $C_T$  : 剪斷波의 傳播速度  
 $D$  : 板의 굽힘剛性係數

$E_o$  : 鋼球의 세로탄성계수  
 $E$  : 板의 세로탄성계수  
 $F_o$  : 集中荷重  
 $F(t)$  : 衝擊荷重  
 $h$  : 板두께  
 $H$  : 單位스텝함수  
 $IP$  : 衝擊荷重係數  
 $k$  : Hertz接觸係數  
 $m, n$  : 級數

\* : 정희원, 조선대학교 공과대학 기계설계공학과

\*\* : 조선대학교 대학원

- $N$  : 샘플링 分割數
- $P(\tau)$  : 無次元 衝擊荷重
- $r_0$  : 鋼球의 半徑
- $u_x, u_y, u_z$  : 變位成分
- $V_0$  : 鋼球의 衝突速度
- $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$  : 未定係數
- $w$  : Laplace變換 파라미터의 虛數部
- $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  : 垂直變形率成分
- $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  : 剪斷應力成分
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  : 垂直應力成分
- $\varphi_0, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$  : 變位포텐셜
- $U$  : 剪斷彈性係數
- $\nu$  : 프와송比
- $\rho$  : 密度

1. 序 論

재료는 충격을 받으면 정하중하에서는 예상 할 수 없는 부분이 갑자기 파괴된다. 특히 취성재일 경우에는 더욱 그러하다. 이와 같은 충격에 의한 파괴발생을 막고 구조물부재의 강도설계에 있어서 안전성 확보를 위해서는 충격파의 전파현상을 고려한 역학적 응답문제의 해석이 대단히 중요하다<sup>(1)</sup>.

판의 충격문제에 있어서는 반무한판의 충격문제로서 이론적 및 실험적 연구<sup>(2-6)</sup>가 많이 행해져 왔으나 유한판의 경우에는 아직도 해명되지 못한 점이 많다. 또한 취성재평판이 충격을 받으면 구면상의 원추 크랙, 방사상크랙 및 환상크랙이 발생하게 되는데, 이와 같은 파괴의 발생 현상을 알기 위해서는 충격하중작용점에서 평판에 발생하는 충격응력의 해석이 선행되어야 된다<sup>(7)</sup>.

그러나, 이제까지 평판의 충격응력의 해석에 이용되어 온 고전판이론으로서서는 응력의 해가 발산하기 때문에 충격하중작용점에서 충격응력을 해석할 수 없었다<sup>(8,9)</sup>. 최근에는 충격하중작용점에서의 충격응력을 해석할 목적으로 고차근사이론을 이용한 충격응력해석방법<sup>(10)</sup>이 제안되었으나 계산결과가 갖는 정도가 좋지 않았고, 宇治橋<sup>(7)</sup>, 梁<sup>(11)</sup>은 3차원 동탄성이론을 이용하여 충격하중 작용점에서의 충격응력을 해석했다. 그러나, 이들 모두 비교적 고속충격의 경우에만 해석하였고, 저속충격의 경우에는 응력파의 전파현상이 길어지고 파형이 복잡하게 되므로 해석하지 못했다.

따라서, 본 연구에서는 고속충격, 저속충격, 평

판의 강성, 또는 충격체의 질량 등에 관계없이 어떠한 충격 범위에서도 충격하중작용점에서의 충격응력을 해석할 수 있는 충격응력해석 방법을 제안하고, 제2보에서 논의될 충격하중을 받는 강화유리판에 생기는 크랙 특히, 구면상 원추크랙의 발생현상을 이론적으로 (변형률분포의 수치계산 결과를 이용하여) 규명할 수 있는 충격응력의 근사해석방법을 제안 하고자 한다.

특히 본 연구에서 가장 큰 역점을 두고 연구한 충격범위의 결정 문제로서는, 충격하중계수의 범위를 제안 하여 어떠한 충격범위 및 조건에서도 충격응력을 해석 할 수 있도록 충격하중을 해석 가능한 함수로 근사시키는 새로운 근사방법을 제안하였다.

충격하중의 해석은 실측이 곤란한 경우를 대상으로 하여 Lagrange의 고전판 이론과 Hertz의 접촉이론<sup>(12)</sup>을 이용하였다. 시료로서는 파괴에 큰 에너지가 필요하지 않는 취성재료인 강화유리판을 대상으로 하였고, 강구의 고속 혹은 저속충격에 의해 유리판의 충격점에 생기는 충격응력을 3차원 동탄성 이론을 이용하여 해석 하였다. 또한, 3차원 동탄성 이론에서는 수치 Laplace역변환이 곤란하므로 고속Fourier변화(F.F.T.)의 해석기법<sup>(13)</sup>을 이용하였고, 정방형유리판에 충격을 가하여 계측된 변형률의 실험결과와 본 해석방법에 의한 수치계산결과를 비교하여 본 해석방법의 타당성을 확인하였다.

본 충격응력 해석방법이 성공적으로 수행되면, 기계, 구조물 판부재의 충격문제, 수송기계의 충격문제, 우주항공분야 및 방위산업 등, 각 산업체의 충격문제에 크게 공헌할 것으로 사료된다.

2. 理論解析

2.1 局部變形을 고려한 衝擊荷重의 解析

衝擊荷重의 解析은 衝擊荷重의 實測이 곤란한 경우를 대상으로 하였으며, Fig.1과 같이 無限板에 鋼球가 衝突하는 경우를 局部變形을 고려한 Hertz의 接觸理論과 Lagrange의 古典板理論을 利用하여 해석 하였다. 半徑  $r_0$ 인 鋼球가 板두께  $h$ 인 無限板에  $V_0$ 의 速度로 衝突할 때, 板과 球 사이에 생기는 接觸力의 크기를  $F_0$ , 시간변화의 관계를  $f(t)$ 라고 하면 Hertz의 接觸理論으로부터 球와 板의 接觸時에는 다음과 같은 式이 成立한다<sup>(12)</sup>.

$$\alpha_1 = (F_0 f(t) / k)^{2/3} \tag{1}$$

여기서,  $\alpha_1$ 는 板과 球의 接觸에 의한 局部變形量

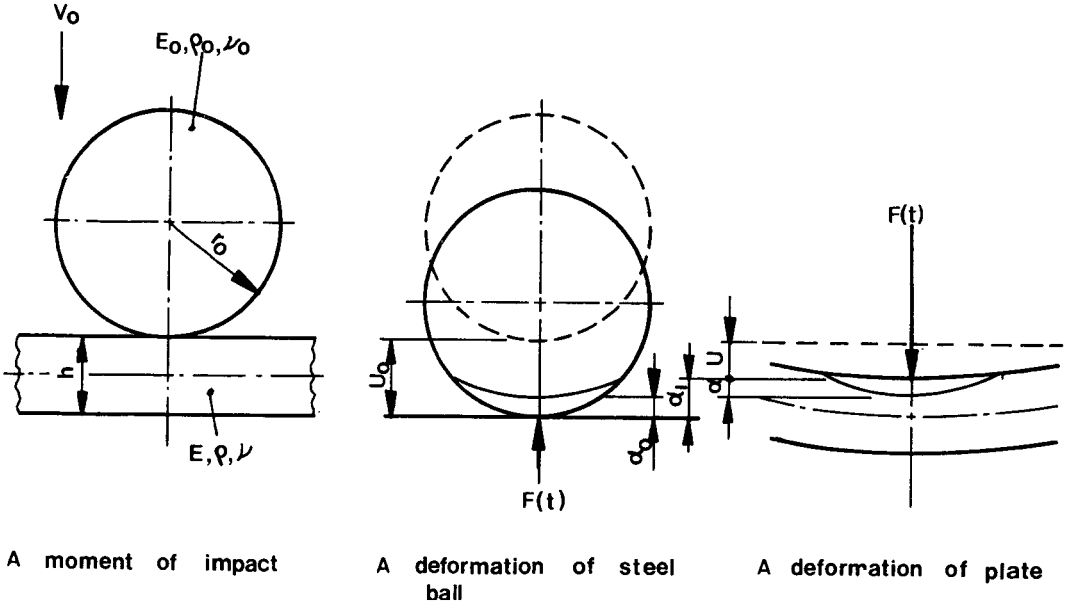


Fig. 1 A model for analyzing impact load

이며,  $k$ 는 Hertz의 접촉상수로서  $k = \frac{4}{3\pi} \left(\frac{1}{\delta_o + \delta}\right) r_o^{1/2}$ ,  $\delta_o = \frac{1-\nu_o^2}{E_o\pi}$ ,  $\delta = \frac{1-\nu^2}{E\pi}$ 이다.

또한,  $\nu_o$ ,  $E_o$ 는 강구의 프와송비, 탄성계수,  $\nu$ ,  $E$ 는 평판의 프와송비, 탄성계수를 나타낸다.

鋼球의 衝突에 의한 鋼球의 운동방정식을 세워 충돌한 순간의 초기조건  $(U_o)_{t=0} = 0$ ,  $(dU_o/dt)_{t=0} = V_o$ 로 풀고, Lagrange 고전판 이론의 운동방정식을 Laplace 변환, Hankel 변환한 후, 다시 Laplace 변환, Hankel 변환하여 鋼球의 변위  $U_o$ 와 板의 변위  $U$ 를 구한 다음, 式(1)에 代入하면 球와 板의 接觸에 의한 局部變形을 고려한 衝擊荷重의 式은 다음과 같다.

$$\left(\frac{F_o f(t)}{k}\right)^{2/3} = V_o t - \frac{F_o}{m} \int_0^t \int_0^\xi f(\eta) d\eta d\xi - \frac{C_b F_o}{8D} \int_0^t f(\eta) d\eta \quad (2)$$

여기서,  $C_b = \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$ ,  $D$ 는 板의 굽힘 剛性계수,  $\rho$ 는 板의 밀도이다.

式(2)를 무차원화시키면 다음과 같은 式이 얻어진다. 무차원화시킬 때 시간을  $\tau = \frac{8D}{mC_b} t$ , 충격하중을  $P(\tau) = \frac{C_b}{8DV_o} F_o f(t)$ 로 무차원화시켰다.

$$IP \cdot P(\tau)^{2/3} = \tau - \int_0^\tau \int_0^\xi P(\eta) d\eta d\xi - \int_0^\tau P(\eta) d\eta \quad (3)$$

여기서,  $IP = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{V_o}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{k}\right)^{2/3} \left(\frac{8D}{C_b}\right)^{5/3}$ ,  $m$ 은 강구의 質量,  $k$ 는 Hertz의 접촉상수이다. 本研究에서는 衝擊범위의 한계를 결정하여 어떤 충격범위에서도 解析이 가능하도록 式(3)중의  $IP$ 를 충격하중계수로 定하였다.

### 2.2 衝擊荷重의 函數近似

式(3)은 非線形積分方程式이기 때문에 解析적으로 풀기는 곤란하므로, 전진차분법에 의하여 數值計算하면, Fig.2와 같이 無次元衝擊荷重이 얻어진다. Fig.2에서 알 수 있는바와 같이 충격하중계수  $IP$ 가 크면 충격하중의 상승부가 완만해지나 충격하중계수  $IP$ 가 작으면 작을수록 충격직후 급격한 상승이 생기게 된다. 따라서, 충격하중계수가 큰 경우는 해석이 비교적 쉬운편이지만 충격하중계수  $IP$ 가 아주 작은 경우는 해석이 곤란하게 된다. 따라서, 본 연구에서는 어떤 충격범위에서도 충격하중 작용점에서의 충격응력을 해석할 수 있도록 式(3)에서 구한 충격하중을 해석가능한 함수로 근사시켰다. 충격하중을 해석가능한 함수로 근사시킬 때는 근사하중과 이론 하중의 피크점이 일치하도록

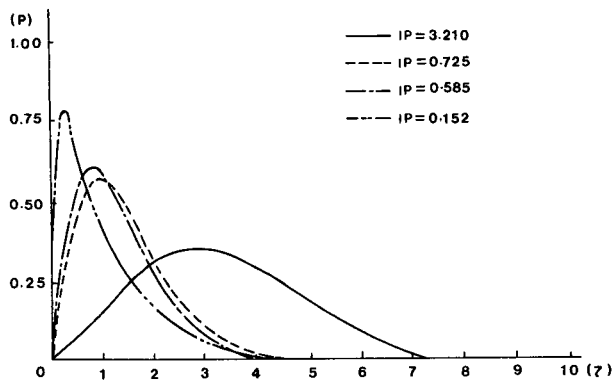


Fig. 2 Nondimensional impact load  $p(\tau)$

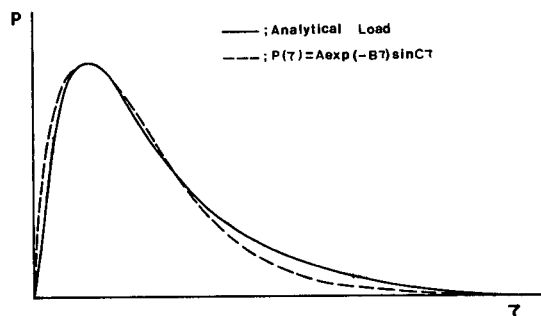


Fig. 4 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=10\text{mm}$ ,  $H=5\text{mm}$ ,  $v_0=8\text{m/sec}$ ,  $IP=0.263$ )

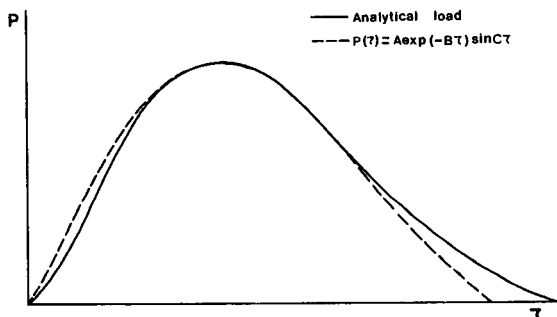


Fig. 3 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=2.5\text{mm}$ ,  $H=3\text{mm}$ ,  $v_0=100\text{m/sec}$ ,  $IP=2.097$ )

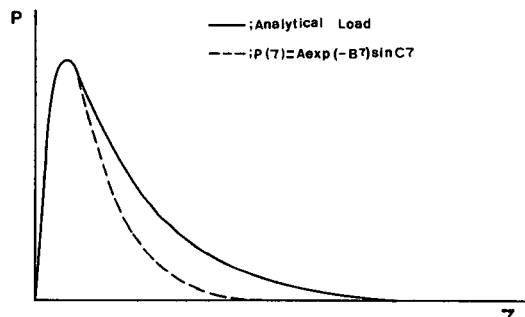


Fig. 5 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=7.5\text{mm}$ ,  $H=3\text{mm}$ ,  $v_0=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=0.152$ )

하였고, 충격하중의 상승부가 될 수 있는한 일치 되도록 최소자승법에 의하여 近似시켰으며 역적이 같도록 하였다.

먼저 衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263이상인 경우의 近似式을 다음과 같이 提案하였다.

$$P(\tau) = A \exp(-B\tau) \sin C\tau \quad (4)$$

式 (4)로 衝擊荷重을 近似시킨 結果를 Figs. 3~6에 나타내었다. Fig. 3은 衝擊荷重係數  $IP$ 가 2.079인 경우의 近似結果로서 理論荷重과 近似荷重이 잘 近似하고 있으며, Fig. 5와 6은 衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.152, 0.0393인 경우의 近似結果로서 이론하중과 근사하중이 전혀 近似되지 않고 있으며, Fig. 4는 衝擊荷重係數가 0.263인 경우로서 그런대로 近似되고 있다. 이와같이 衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263 이하인 경우는 式 (4)의 近似式으로는 理論荷重과 近似荷重이 잘 近似되지 않음을 알 수 있다.

따라서, 衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263 이하인 경우의

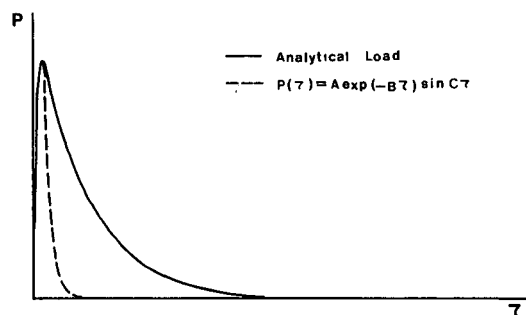


Fig. 6 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=7.5\text{mm}$ ,  $H=2\text{mm}$ ,  $v_0=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=0.0393$ )

近似式을 다음과 같이 提案하였다.

$$P(\tau) = A \exp(-B\tau) \{1 - \exp(-C\tau)\} \quad (5)$$

Figs. 7~9는 Figs. 4~6에서와 같은 衝擊條件으로 式 (5)를 近似시킨 結果로서 이들 모두 近似荷重과 理論荷重이 거의 一致하고 있다.

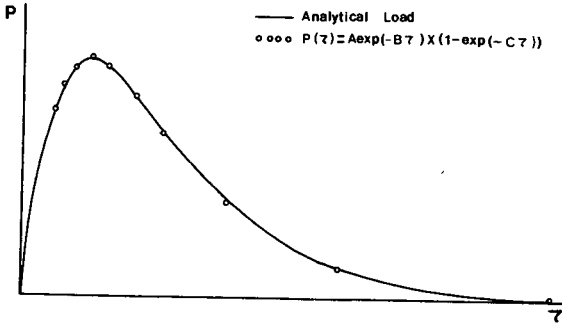


Fig. 7 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=10\text{mm}$ ,  $H=5\text{mm}$ ,  $v=8\text{m/sec}$ ,  $IP=0.263$ )

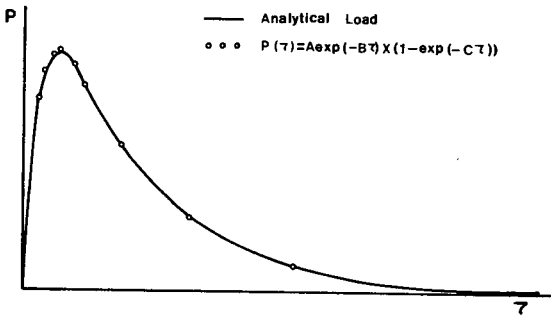


Fig. 8 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=7.5\text{mm}$ ,  $H=3\text{mm}$ ,  $v=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=0.152$ )

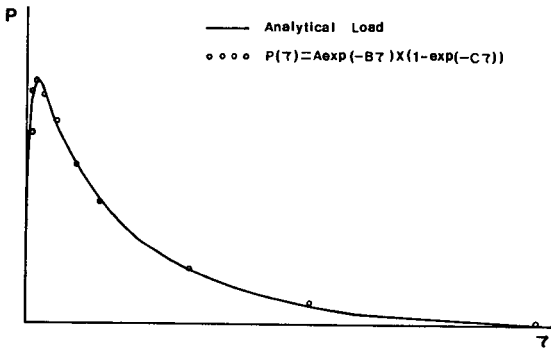


Fig. 9 An approximation of nondimensional impact load ( $r_0=7.5\text{mm}$ ,  $H=2\text{mm}$ ,  $v=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=0.0393$ )

따라서, Fig.4와 Fig.7에서 알 수 있는 바와같이 충격荷重係數  $IP$ 가 0.263이상인 경우는 식 (4)로, 0.263이하인 경우는 식 (5)로 近似시켜 衝擊應力을 解析해야 함을 알 수 있다. 衝擊荷重의 數值計算時 材料定數는 다음과 같은 값을<sup>(11)</sup> 利用하였 으며

鋼球 :  $E_0=20.6\text{GPa}$ ,  $\nu_0=0.3$ ,  
 $\rho_0=7.86 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$   
 유리板 :  $E=67.6\text{GPa}$ ,  $\nu=0.22$ ,  
 $\rho=2.50 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$

無次元時間  $\tau$ 의 시간간격을 0.02로 하여 계산 하였다. 또한, 本 解析에서 Hertz接觸理論과 Lagrange의 板理論을 利用하여 解析한 衝擊荷重이 어느정도 크기의 有限板에까지 적용 가능한가를 알아 보기 위해서 Fig.2에서 충격하중계수가 3.210인 경우를 생각해 보자. 이 경우 衝擊荷重 피크部の 시간은 약  $15.5\mu\text{sec}$ (無次元時間이 2.9이므로  $t = \frac{mC_b}{8D}\tau \approx 15.5\mu\text{sec}$ )인데, 衝突點에서 전파한 應力波가 有限한 境界에서 反사되어 衝突點까지 되돌아 오는 거리를 衝突荷重의 피크部の 시간으로 나누어서 剪斷波의 傳播速度( $C_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ )와 같게 놓으면 피크부가 境界의 영향을 받지 않는 거리는 약 26mm가 된다. 따라서, 衝突點으로부터 境界까지의 거리를  $x$ , 衝擊荷重피크부의 시간을  $t_{peak}$ , 전단파의 전파속도를  $C_T$ 라고 하면, 有限板의 크기의 범위가  $\frac{C_T t_{peak}}{2}$  이상이면 本 論文에서의 無限板에 대한 衝擊荷重解析方法이 有限板의 衝擊應力 解析에 적용 가능함을 알 수 있다.

### 2.3 衝擊應力の 解析

Fig.10과 같이 正方形板의 中央에 原點을 잡은 直交座標  $x, y, z$ 에 대응한 變位成分을  $U_x, U_y, U_z$ 라고 하고, 수직응력성분을  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  전단응력성분을  $\tau_{xy}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$ 라고 하면 3次元動彈性 基礎方程式은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6)에 應力과 變形率 또는 變位の 관계式을 代入하면 다음과 같은 變位方程式이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 U_x + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial x} &= \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \\ \nabla^2 U_y + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial y} &= \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} \\ \nabla^2 U_z + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial z} &= \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (7)$$

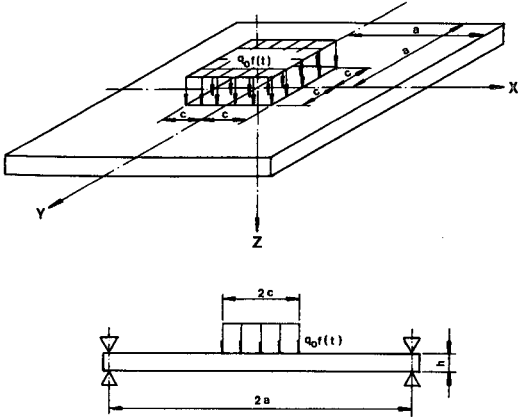


Fig. 10 A square plate subjected a partial distributed impact load on center

여기서,  $e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ 를 나타내며  $\mu$ 는 平板의 剪斷彈性係數이다.

變位の 方程式 (7)을 풀기 위하여 다음과 같은 動彈性問題에서의 應力函數<sup>(14)</sup>(變位 potential  $\varphi$ ,  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$ )를 導入한다.

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ U_y &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \\ U_z &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (8)$$

式 (8)을 變位方程式 (7)에 代入하면 다음과 같은 波動方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= \frac{1}{C_L^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \varphi_x = \frac{1}{C_T^2} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \varphi_y &= \frac{1}{C_T^2} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \varphi_z = \frac{1}{C_T^2} \frac{\partial^2 \varphi_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 이며  $C_L$ 은 縱파의 전파속도,  $C_T$ 는 전단파의 전파속도로서

$$C_L = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \cdot \frac{\mu}{\rho}, \quad C_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \text{ 이고}$$

$\nu$ 는 프와송비,  $\rho$ 는 板의 밀도이다. 式 (8)의 變位 포텐셜의 近似解의 형을 다음과 같이 가정하였다 (Fig. 10 참조).

$$\begin{aligned} \varphi &= \Delta_{mn} \cos \alpha_m x \cos \alpha_n y \\ \varphi_x &= \Delta_{1mn} \cos \alpha_m x \sin \alpha_n y \\ \varphi_y &= \Delta_{2mn} \sin \alpha_m x \cos \alpha_n y \\ \varphi_z &= \Delta_{3mn} \sin \alpha_m x \sin \alpha_n y \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $\alpha_m = \frac{\pi(2m-1)}{2a}$ ,  $\alpha_n = \frac{\pi(2n-1)}{2a}$ 이다.

또한, 變位포텐셜의 式 (8)에 應力과 變形率 및 變位の 關係식을 代入하면 應力成分은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \right) \right] \\ \sigma_y &= \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \right) \right] \\ \sigma_z &= \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \right) \right] \\ \tau_{xy} &= \mu \left[ 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \right) \right] \\ \tau_{yz} &= \mu \left[ 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \right) \right] \\ \tau_{zx} &= \mu \left[ 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ 이다.

式 (11)을 풀면 應力解析이 가능하지만, 式 (9)는 座標  $x, y, z$  및  $t$ 에 관한 2階偏微分 方程式이므로, 먼저  $t$ 에 관하여 Laplace 變換하여  $x, y, z$ 에 관한 常微分方程式을 얻는다.

衝擊을 받기전 ( $t \leq 0$ )에는 初期條件은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\varphi = \varphi_x = \varphi_y = \varphi_z)_{t=0} &= 0, \\ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_z}{\partial t} \right)_{t=0} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

波動方程式 (9)를 式 (12)의 初期條件으로 Laplace變換하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{\varphi} &= \frac{p^2}{C_L^2} \bar{\varphi}, \quad \nabla^2 \bar{\varphi}_x = \frac{p^2}{C_T^2} \bar{\varphi}_x, \\ \nabla^2 \bar{\varphi}_y &= \frac{p^2}{C_T^2} \bar{\varphi}_y, \quad \nabla^2 \bar{\varphi}_z = \frac{p^2}{C_T^2} \bar{\varphi}_z \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $p$ 는 Laplace변환 파라미터이며

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \int_0^\infty \varphi e^{-pt} dt, \quad \bar{\varphi}_x = \int_0^\infty \varphi_x e^{-pt} dt \\ \bar{\varphi}_y &= \int_0^\infty \varphi_y e^{-pt} dt, \quad \bar{\varphi}_z = \int_0^\infty \varphi_z e^{-pt} dt \end{aligned}$$

이다.

變位포텐셜의 近似解의 式 (10)을 Laplace變換하여 파동방정식의 Laplace變換式 (13)에 代入하여 다음과 같은 常微分方程式을 얻었다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{\Delta}_{mn}}{dz^2} &= \beta_{mn}^2 \bar{\Delta}_{mn}, \quad \frac{d^2 \bar{\Delta}_{1mn}}{dz^2} = \gamma_{mn}^2 \bar{\Delta}_{1mn} \\ \frac{d^2 \bar{\Delta}_{2mn}}{dz^2} &= \gamma_{mn}^2 \bar{\Delta}_{2mn}, \quad \frac{d^2 \bar{\Delta}_{3mn}}{dz^2} = \gamma_{mn}^2 \bar{\Delta}_{3mn} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $\beta_{mn}^2 = \alpha_m^2 + \alpha_n^2 + \frac{b^2}{C_L^2}$ ,  $\gamma_{mn}^2 = \alpha_m^2 + \alpha_n^2 + \frac{b^2}{C_T^2}$ 이며 식 (14)의 일반解는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [X_1 e^{\beta_{mn}z} + X_2 e^{-\beta_{mn}z}] \cos \alpha_m x \cos \alpha_n y \\ \bar{\varphi}_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [X_3 e^{\gamma_{mn}z} + X_4 e^{-\gamma_{mn}z}] \cos \alpha_m x \sin \alpha_n y \\ \psi_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [X_5 e^{\gamma_{mn}z} + X_6 e^{-\gamma_{mn}z}] \sin \alpha_m x \cos \alpha_n y \\ \psi_z &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [X_7 e^{\gamma_{mn}z} + X_8 e^{-\gamma_{mn}z}] \sin \alpha_m x \sin \alpha_n y \end{aligned} \tag{15}$$

式 (15)에서  $X_1, X_2, \dots, X_8$ 은 平板의 上下面에서 境界條件에 의해서 결정되는 未定係數이다. 여기서,  $\varphi$ 는 平板의 가장자리에서 回轉成分이 0인 變位포텐셜이고  $\psi_x, \psi_y, \psi_z$ 는 각각  $x, y, z$ 軸 둘레의 回轉成分을 나타내는 變位포텐셜인데, 平板의 中央點(衝突點,  $x=y=0$ )에서는  $z$ 軸 둘레의 回轉成分이 0이기 때문에 ( $\psi_z=0$ ) 미정계수  $X_1, X_2, \dots, X_8$ 까지만 計算하였다.

未定係數를 결정하기 위한 境界條件은 다음과 같다. Fig. 10으로부터 正方形平板의 中央( $2c \times 2c$ )인 영역에 等分布荷重  $q_0 f(t)$ 가 작용하는 것으로 하면

- (i) 平板의 上面에서 ( $z = -h/2$ )
 
$$\begin{aligned} \sigma_z &= -q_0 f(t) H(C-|x|) \cdot H(C-|y|), \\ \tau_{zx} &= \tau_{zy} = 0 \end{aligned}$$
- (ii) 平板의 下面에서 ( $z = h/2$ )
 
$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \text{이다.} \tag{16}$$

여기서,  $H$ 는 單位스텝함수이며 式 (16)을 Laplace變換하면 다음과 같다.

- (i) 平板의 上面에서
 
$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= -q_0 \bar{f}(p) H(C-|x|) \cdot H(C-|y|), \\ \bar{\tau}_{zx} &= \bar{\tau}_{zy} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$
- (ii) 平板의 下面에서
 
$$\bar{\sigma}_z = \bar{\tau}_{zx} = \bar{\tau}_{zy} = 0$$

여기서,  $\bar{f}(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$ 이다.

數值計算時에는 衝擊荷重係數  $IP$ 의 크기에 따라 提案한 衝擊荷重의 近似式 (4) 및 (5)를 Laplace變換하여 式 (17)의  $\bar{f}(p)$ 에 代入하여 計算했다.

또한, 應力과 變位포텐셜의 關係式 (11)을 Laplace變換하고, 여기에 變位포텐셜의 一般解의

式 (15)와 平板의 上下面에서 境界조건 式의 Laplace變換式 (17)을 代入하면 未定係數  $X_1, X_2, \dots, X_6$ 을 구할 수 있는 6元聯立代數方程式이 얻어지는데, 解析의 方法으로 구하기가 곤란하므로 Gauss소거법에 의한 數值解析方法에 의하여 計算하였다.

여기서, 境界조건의 式 (17) 중  $\bar{\sigma}_z$ 는 單位스텝함수이고, 應力과 變位포텐셜의 關係式 (11)의 Laplace變換式 중  $\bar{\sigma}_z$ 는  $\bar{\varphi}$ 의 함수이기 때문에 주 기함수이다. 따라서,  $\cos \alpha_m x, \cos \alpha_n y$ 의 直交性을 利用하여 Fourier cosine級數로 變換하였다. 이 상과 같이 하여 未定係數가 결정되면 式 (11)을 Laplace變換하고 그 變換式에 式 (15)를 代入하면 Laplace變換領域에서의 應力成分의 式이 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [A_0 \{e^{\beta_{mn}z} X_1 + e^{-\beta_{mn}z} X_2\} \\ &\quad - \alpha_m \gamma_{mn} \{e^{\gamma_{mn}z} X_5 + e^{-\gamma_{mn}z} X_6\}] \times PD \\ \bar{\sigma}_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [B_0 \{e^{\beta_{mn}z} X_1 + e^{-\beta_{mn}z} X_2\} \\ &\quad + \alpha_n \gamma_{mn} \{e^{\gamma_{mn}z} X_3 + e^{-\gamma_{mn}z} X_4\}] \times PD \\ \bar{\sigma}_z &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [C_0 \{e^{\beta_{mn}z} X_1 + e^{-\beta_{mn}z} X_2\} \\ &\quad - \alpha_n \gamma_{mn} \{e^{\gamma_{mn}z} X_3 - e^{-\gamma_{mn}z} X_4\} \\ &\quad + \alpha_m \gamma_{mn} \{e^{\gamma_{mn}z} X_5 + e^{-\gamma_{mn}z} X_6\}] \times PD \end{aligned} \tag{18}$$

여기서,  $A_0 = -\alpha_m^2 + \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{b^2}{C_L^2}$

$$B_0 = -\alpha_n^2 + \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{b^2}{C_L^2}$$

$$C_0 = \beta_{mn}^2 + \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{b^2}{C_L^2}$$

$PD = 2\mu \cos \alpha_m x \cos \alpha_n y$ 이다.

式 (15)를 式 (8)의 Laplace變換式에 代入하고  $x, y, z$ 로 미분하면 Laplace變換領域에서의 變形率成分의 式은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [-\alpha_m^2 (e^{\beta_{mn}z} X_1 + e^{-\beta_{mn}z} X_2) \\ &\quad - \alpha_m \gamma_{mn} (e^{\gamma_{mn}z} X_5 - e^{-\gamma_{mn}z} X_6)] \\ &\quad \times \cos \alpha_m x \cos \alpha_n y \\ \bar{\epsilon}_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [-\alpha_n^2 (e^{\beta_{mn}z} X_1 + e^{-\beta_{mn}z} X_2) \\ &\quad + \alpha_n \gamma_{mn} (e^{\gamma_{mn}z} X_3 - e^{-\gamma_{mn}z} X_4)] \\ &\quad \times \cos \alpha_m x \cos \alpha_n y \\ \bar{\epsilon}_z &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [\beta_{mn}^2 (e^{\beta_{mn}z} X_1 + e^{-\beta_{mn}z} X_2) + \alpha_m \gamma_{mn} \\ &\quad \times (e^{\gamma_{mn}z} X_5 - e^{-\gamma_{mn}z} X_6)] \cos \alpha_m x \cos \alpha_n y \end{aligned} \tag{19}$$

2.4 數值計算

本節에서는 Laplace變換領域에서의 變形率成分의 式(19)를 數值Laplace逆變換하여 衝突點에서의 變形率을 解析하였다. 그러나, 三次元動彈性理論에서는 Laplace逆變換이 곤란하므로, 다음 式과 같은 離散 Fourier 變換形을 高速 Fourier 變換(F.F.T.)의 해석기법<sup>(13)</sup>을 이용하여 數值 Laplace 逆變換했다.

$$f(k, \Delta t) = \frac{e^{a \cdot k \Delta t}}{T} \sum_{n=1}^{N-1} F(a + in\Delta w) e^{i2\pi n k} / N \quad (20)$$

$$k=0,1,2,\dots,N-1$$

여기서,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $a$  및  $w$ 는 각각 Laplace 파라미터  $p$ 의 實部 및 虛部이고,  $N$  및  $T$ 는 샘플링분할수 및 분할시간이며,  $\Delta w = \frac{2\pi}{T}$ ,  $\Delta t = \frac{T}{N}$ ,  $a > 0$ 이다. 數值計算時에 샘플링분할수는  $N = 2^8$  (256)으로 級數는 衝突點에서 수렴할 때까지 계산하여,  $m, n$  모두 90으로 計算했다. 또한 式(20)의 變數  $a$ 는 數值計算時에 임의로 선택할 수 있는 값으로서,  $\frac{3}{T} \leq a \leq \frac{10}{T}$ 의 범위가 적절하나<sup>(15)</sup> 본 衝擊問題의 解析에서는  $a = \frac{6}{T}$ 의 범위가 적절하였으므로 이 값을 이용하여 計算하였다.

또한, 數值計算時에는 計算結果의 精度를 높이기 위하여 모든 數值를 無次元化해서 計算하였고 計算 결과에 次元을 부여하였다. 無次元化할 때는 길이의 無次元化量을 板두께의 逆數  $1/h$  ( $1/m$ ), 時間의 無次元化量을  $(C_L/h)t$ 로 하였다.

衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263이상인 경우의 衝擊荷重의 近似式(4)를 Laplace 變換하면 Laplace 變換式은 다음과 같고

$$\bar{f}(p) = \frac{AC}{(B+p^2)+C^2} \times \{\exp(-(p)+B) \frac{\pi}{C} + 1\} \quad (21)$$

衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263이하인 경우의 衝擊荷重 近似式(5)를 Laplace 變換하면 Laplace 變換식은 다음과 같다.

$$\bar{f}(p) = \frac{A}{(p+B)(p+B+C)} \left[ C + \{-p-B-C+(p+B) e^{-c}\} e^{-(p+B)\frac{\pi}{c}} \right]$$

식(21) 및 (22)의  $\bar{f}(p)$ 의 값은 式(17)의  $\bar{f}(p)$  값과 같다.

3. 實驗裝置 및 實驗方法

本 解析方法의 妥當性을 확인하기 위하여 脆性材料인 강화유리板의 中央에 鋼球를 低速, 高速으로 衝突시켜 衝突點에서의 變形率測定 實驗을 行했다.

3.1 實驗裝置

變形率의 測定實驗은 강화유리板이 破壞하기 이전의 범위에서 行했으며, 高速衝擊實驗은 Fig. 11과 같은 水平式 空氣壓 衝擊實驗裝置를, 低速衝擊實驗은 Fig. 12와 같은 自由落下式 衝擊實驗裝置를

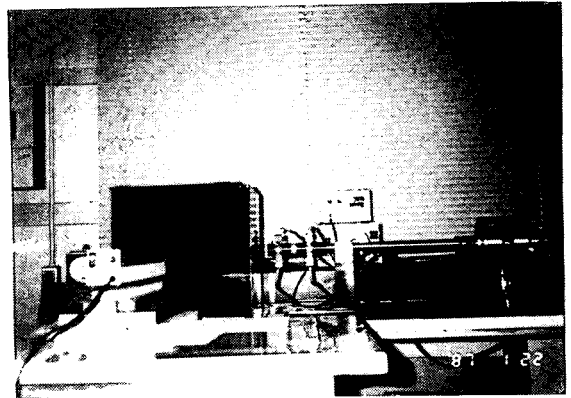


Fig. 11 A horizontal type impact test apparatus using air pressure

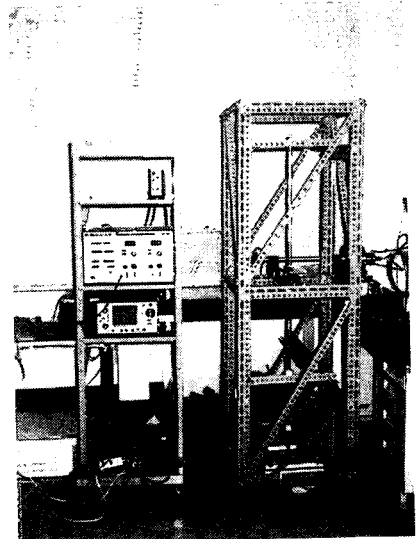


Fig. 12 Apparatus of low velocity impact test



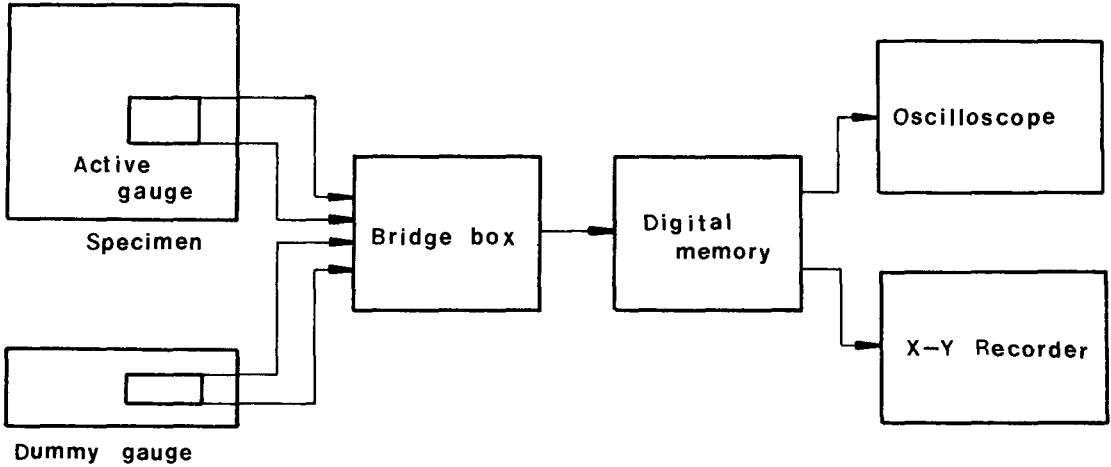


Fig. 13 A Schematic diagram of strain measure system

利用하였다. 高速衝擊實驗時에는 本 實驗에서 대상  
으로 하는 충분한 크기의 速度를 얻기 위하여 空氣  
源에서 얻는 압축공기를 일단 밸브스탠드(valve  
stand)에 저장하여 一定壓力으로 설정한 후 發사장  
치로 밸브를 열어서 이 空氣壓에 의해 鋼球를 發射  
시켰다. 變形率測定시스템은 Fig. 13과 같다.

3.2 實驗方法

實驗에 이용한 유리板은 2mm, 3mm, 5mm, 一邊  
의 길이 300mm인 正方形 강화유리板이며 衝突速  
度를 각각 달리하여 本 研究에서 主目的을 둔 衝擊  
荷重係數가 0.263이상인 경우와 이하인 경우로 분  
류하여 衝擊實驗을 行했다. 高速衝擊實驗時에는 유  
리板과 衝擊裝置의 鋼球發射 가이드가 될 수 있는  
한 수직이 되도록 노력 하였고, 自由落下 衝擊實驗  
時에는 鋼球를 장치의 맨위에 부착시켜 놓은 전자  
석의 착탈에 의해 落下시켰다. 유리板의 支持條件  
은 四邊單純支持로 하였으며 變形率의 測定位置는  
Fig. 14와 같이 유리板의 한 中央에 二軸電氣抵抗  
線 스트레인게이지를 接착하여 반대측에 강구를 충  
돌시켜 變형율을 計측하였으며, 變형률  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ 를  
計측하여 두 측정값이 같을 때를 한 중앙에 강구가  
충돌하는 것으로 했다. 또한, 유리板은 製公正상  
上面과 下面이 存在하는데 下面이 上面보다 미세한  
홈이 많으므로 下面에 강구를 衝突시키는 편이 파  
괴상황의 재현성이 양호 했으므로<sup>(11)</sup>, 강화유리板  
의 上面에 스트레인게이지를 接착하고 강화유리板  
의 下面에 衝擊을 가했다. 上面과 下面의 구분은

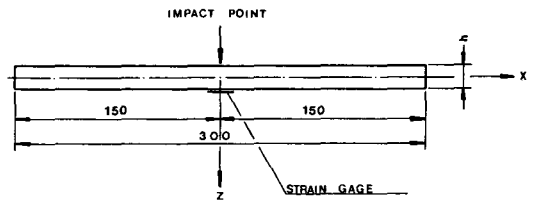


Fig. 14 The bonded places of strain gages

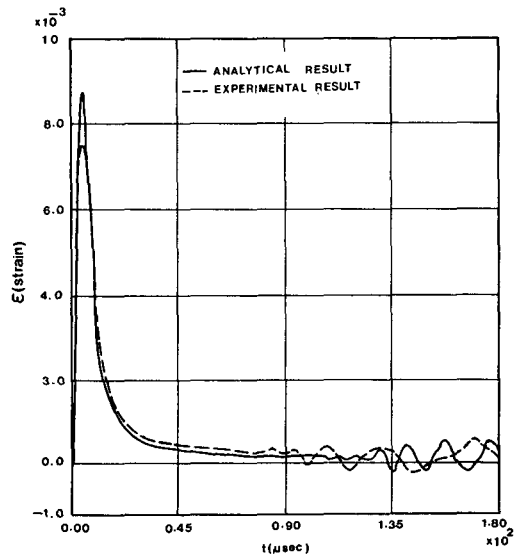


Fig. 15 Comparison analytical result with experimental result of strain fluctuation at impact point ( $r_0=2.5mm$ ,  $h=3mm$ ,  $v=70m/sec$ ,  $IP=2.3613$ )

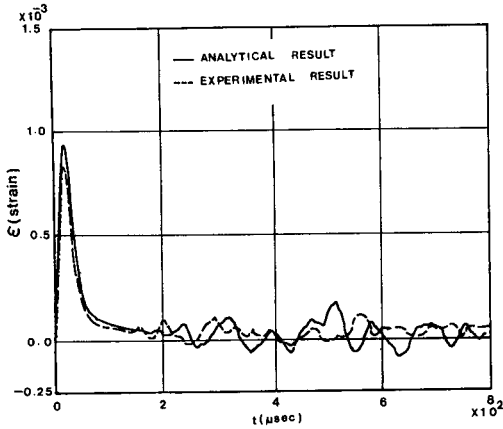


Fig. 16 Comparison analytical result with experimental result of strain fluctuation at impact point ( $r_0=5\text{mm}$ ,  $h=5\text{mm}$ ,  $v=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=3.210$ )

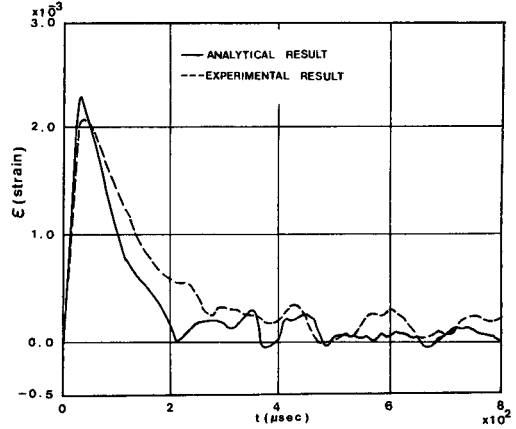


Fig. 18 Comparison analytical result with experimental result of strain fluctuation at impact point ( $r_0=7.5\text{mm}$ ,  $h=2\text{mm}$ ,  $v=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=0.0393$ )

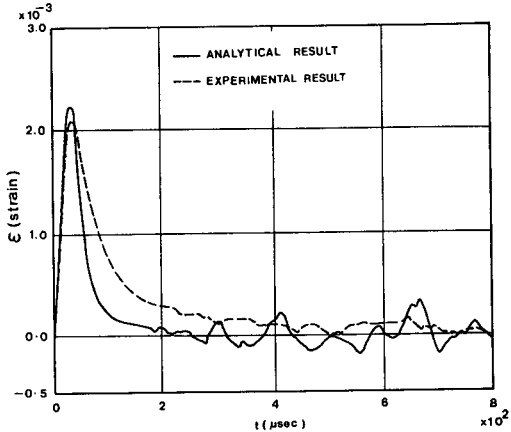


Fig. 17 Comparison analytical result with experimental result of strain fluctuation at impact point ( $r_0=7.5\text{mm}$ ,  $h=3\text{mm}$ ,  $v=4.5\text{m/sec}$ ,  $IP=0.1521$ )

유리판을 切斷하였을 때 표면이 예리한 부분이 上面, 표면이 매끈한 부분이 下面이다. 材料定數의 測定은 3點굽힘시험에 의해 행했고 탄성계수  $E=67.6\text{GPa}$ , 프와송비  $\nu=0.22$ , 전단탄성계수  $\mu=27.7\text{GPa}$ 였다.

Figs. 15~18에는 강화유리板의 中央에 鋼球를 衝突시켰을 때 衝突點 裏側에서의 變形率測定結果를 點線으로 나타냈다.

#### 4. 理論解析結果와 實驗結果와의 比較

本章에서는 Laplace 變換領域에서의 變形率式

(19)를 數值 Laplace 逆變換하여 얻은 變形率의 數值計算結果와 變形率의 測定結果를 比較하여, 衝擊荷重係數가 0.263이상인 경우와 이하인 경우의 應力解析方法의 적용성에 關於하여 檢討하였다. 變形率의 數值計算時 鋼球가 유리板에 衝突할 時的 衝擊力을, 衝擊荷重係數가 2.3613인 경우와 3.210인 경우는 衝擊荷重의 近似式 (4)를 이용하여 計算한  $A=0.5306$ ,  $B=0.0936$ ,  $C=0.6$  및  $A=0.449$ ,  $B=0.0606$ ,  $C=0.5$ 를 式 (21)에 代入하여 變形率의 數值計算에 利用하였으며, 衝擊荷重係數가 0.152인 경우와 0.0393인 경우는 衝擊荷重近似式 (5)를 利用하여 計算한  $A=1.444$ ,  $B=1.1616$ ,  $C=5.3384$  및  $A=1.0817$ ,  $B=1.0497$ ,  $C=34.94$ 를 式 (22)에 代入하여 變形率의 數值計算에 利用하였다. Fig. 15는 直徑 5mm인 鋼球를 板두께 3mm인 正方形 유리판에 70m/sec의 速度로 衝突시켰을 時的 衝突點에서의 變形率  $\epsilon$ 의 理論解析結果 및 實驗結果를 比較한 것으로 衝擊荷重係數가 2.3613인 경우이고, Fig. 16은 直徑 10mm인 鋼球를 板두께 5mm인 유리板에 4.5m/sec의 速度로 衝突시켰을 時 衝突點에서의 變形率  $\epsilon$ 의 理論解析結果 및 實驗結果를 比較한 것으로 衝擊荷重係數가 3.210인 경우이다. 또한, Fig. 17은 直徑 15mm인 鋼球를 板두께 3mm인 正方形板에, Fig. 18은 直徑 15mm인 鋼球를 板두께 2mm인 正方形 유리板에 4.5m/sec의 速度로 衝突시킨 結果의 比較結果로서, 衝擊荷重係數가 0.263이하인 경우로서 각각 0.152 및 0.0393인

경우이다. Figs. 15~18에서 點線은 實驗結果이며 實線은 理論解析結果이다.

먼저, 變形率의 크기에 관해 檢討해보면 Fig. 15의 경우 이론해석결과는 충돌점에서 최대인장변형률 값이  $8.716 \times 10^{-3}$ 이었고 실험결과는  $7.5221 \times 10^{-3}$ 로서 약 13.7% 정도의 誤差가 생김을 알 수 있으며, Fig. 16의 경우는 이론해석결과는 충돌점에서 최대인장변형률 값이  $0.9286 \times 10^{-3}$ , 실험결과는  $0.825 \times 10^{-3}$ 으로서 약 11% 정도의 誤差가 생겼고, Fig. 17 및 18도 거의 같은 結果를 얻었다. 이상과 같이 이론해석결과가 실험결과를 전반적으로 상회하고 있는데 그 이유로는

첫째, 變形率이 急激히 變動할 때는 測定裝置의 應答이 實際의 現象보다 늦다는 점이다. Fig. 15(충돌속도 70m/sec)과 Fig. 16(충돌속도 4.5m/sec)를 比較해보면 약 2.7% 정도의 差異가 생긴데서도 알 수 있다.

둘째, 鋼球가 板에 衝突할 때 정확히 수직으로 충돌시킬 수가 없기 때문에 實驗結果가 理論解析의 結果보다 衝擊力의 評價가 약간은 작게 되기 때문이다.

셋째, 理論解析時에는 어느 一點에서의 값이지만 實驗값은 스트레인게이지가 어떤 一定의 面積을 가지고 있기 때문에 測定값은 어떤 平均값이라는 이유 때문이라 생각된다. 以上の 原因으로부터 理論解析結果와 實驗結果와의 사이에는 차이가 생긴 것이라고 생각되나, 이 程度의 誤差는 위의 原因을 고려한다면 실험결과와 理論解析結果와의 사이에는 잘 一致하고 있다고 할 수 있다. 또한, 變形率의 전파현상에 관해서 검토해 보면, 충격하중계수가 0.263이상인 경우인 Fig. 15 및 Fig. 16에서는 境界의 影響이 응답과형에 나타나기 이전에는 실험결과와 이론해석 결과와의 사이에는 實際의 現象과 잘 一致하고 있다.

그러나, 충격하중계수가 0.263이하인 경우는 실험결과보다 이론해석결과가 낮게 되어 있는데, 衝擊荷重 作用點에서 가장 중요한 것은 피크부분의 최대인장 변형률이기 때문에 이 정도의 차이라면 소기의 목적을 충분히 달성했다고 생각된다. 數值計算時에 計算結果의 수렴성을 확인하기 위하여 충격하중작용점에서 급수  $m, n$ 을 각각 10의 간격으로 20에서 110까지 계산하였다. 계산결과를 퍼스널컴퓨터에서 플로팅하여 이들 계산결과를 비교해 본 결과 90이상인 경우, 모두 변형률의 피크부가 서로

같았으므로, 급수  $m=n=90$ 으로 計算하였으며, 샘플링 분할수는  $256(2^8)$ , 고려할 최대시간은 Fig. 15의 경우는  $180\mu\text{sec}$ , Fig. 16~18의 경우는  $800\mu\text{sec}$ 로 하였으며, 數值計算에는 IBM 316X 컴퓨터를 사용하였다.

이상의 比較結果로부터 板理論에서는 解析할 수 없는 衝擊荷重作用點에서 衝擊應力의 解析에 本 解析方法의 적용이 가능했으며 實驗에 의해 그 적용성이 확인되었다. 特히, 충격하중계수가 0.263이하의 경우인 비교적 저속충격인 경우는 이제까지는 衝擊應力解析이 거의 되지 않았으나, 本 研究에서 새로 제안한 충격하중근사식을 이용하므로써 정확한 解析이 가능하게 되었다.

따라서, 本 解析方法에 의하면 어떠한 衝擊條件下에서도 衝突點에서의 衝擊應力을 명확히 해석할 수 있게 되어, 板부재, 특히, 脆性材料 板部材가 충격을 받을 때 충격에 대한 強度를 평가할 수 있게 되어 板部材의 強度設計에 큰 成果가 기대되며, 脆性材料의 衝擊破壞時에 발생하는 원추크랙의 발생현상을 本 理論解析方法에 의해 규명할 수 있으리라 생각된다.

## 5. 結 論

本 研究에서는 有限平板이 衝擊을 받을 때 어떤 衝擊條件에서도 衝擊荷重作用點에 발생하는 衝擊應力을 解析하기 위한 衝擊應力의 近似解析 方法을 提案하였다. 또한 本 解析方法의 妥當性을 확인하기 위하여 脆性材料인 正方形유리판을 시료로 택하여 低速 및 高速衝擊實驗을 행하여 測定된 變形率의 測定結果와 本 理論解析 結果를 比較하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 板理論으로는 解析이 불가능한 衝擊荷重 作用點에서의 衝擊應力을 三次元動彈性理論을 利用하여 정확히 解析할 수 있었고, 새로운 衝擊荷重의 近似式을 提案하므로써 어떠한 衝擊條件(衝擊速度, 平板의 剛性, 衝突體의 質量等)에서도 平板의 衝突點에서의 衝擊應力의 解析이 가능하였다.

(2) 衝擊應力 解析時에 衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263 이상인 경우는 衝擊荷重의 近似式으로  $F(t) = A \exp(-Bt) \sin Ct$ 가 적합하였다.

(3) 衝擊應力 解析時에 衝擊荷重係數  $IP$ 가 0.263 이하인 경우는 衝擊荷重의 近似式으로  $F(t) = A \exp(-Bt) \{1 - \exp(-Ct)\}$ 가 적합하였다.

(4) Hertz의 接觸理論과 Lagrange의 板理論을 利用하여 解析한 衝擊荷重은 衝擊荷重의 피크部가 境界의 영향을 받지 않는 범위(衝突點으로부터 境界까지의 거리가  $\frac{C_T \times t_{peak}}{2}$  이상인 板)에서는 衝擊應力の 解析에 적용 가능하였다.

후 기

이 논문은 1988년도 한국학술진흥재단의 학술연구조성비의 지원으로 이루어진 것으로 이에 관계자에게 감사를 표합니다.

참 고 문 헌

(1) 松本 浩之, 宇治橋 貞幸, 1972, “衝擊をうける異方性中空球の變形と應力”, 日本機械學會論文集(第1部), 第38卷, 第307號, p.466.  
 (2) 中原一郎 外2人, 1967, “自由縁に衝擊荷重をうける半無限板”, 日本機械學會論文集(第1部), 第33卷, 第252號, pp.1191~1999.  
 (3) 澁谷壽一, 中原一郎, 小泉堯, 1974, “差分法による半無限板の衝擊應力”, 日本機械學會論文集(第1部), 第40卷, 第339號, pp.2997~3004.  
 (4) 澁谷壽一, 中原一郎, 1967, “表面に集中衝擊荷重をうける半無限體”, 日本機械學會論文集(第1部), 第34卷, 第260號, pp.610~618.  
 (5) Julius Miklowitz, 1960-12, “Flexural Stress Wave in a Infinite Elastic Plate due to a Suddenly Applied Concentrated Transverse Load”, Journal of Applied

Mechanics, pp.681~689.  
 (6) Nisim Levy and Werner Goldsmith, 1984, “Normal Impact and Performance of thin Plates by Hemispherically Tipped Projectiles, II, Experimental Results”, International Journal for Impact Engineering, Vol. 2, No.4, pp.299~324.  
 (7) 宇治橋 貞幸 外3人, 1986, “鋼球の衝突により懇子板に生ずる衝擊應力の解析”, 日本機械學會論文集(A), 第52卷, 第474號, pp.525~532.  
 (8) Ugurad, A.C., 1981, “Stresses in Plates and Shells”, McGraw-Hill, New York, p.38.  
 (9) Timoshenko, S.P. Woinowsky, K.S. 1959, “Theory of Plates and Shell”, McGraw-Hill, New York, pp. 63~69.  
 (10) 宇治橋 貞華, 山田 正直, 1983, “高次近似理論による原板の軸對衝擊應答の解析”, 日本機械學會論文集(A), 第49卷, 第448號, p.1522.  
 (11) 梁仁榮, 1988, “集中衝擊荷重을 받는 正方形板의 三次元動彈性理論에 의한 應力解析”, 全南大學校 博士學位論文.  
 (12) Goldsmith, W., 1960, Impact, Edward Arnold, London, pp.82~91.  
 (13) Brigham, E. Oran, 1974, “The Fast Fourier Transform”, Prentic-Hall Inc, Englewood Cliffs, N.j.  
 (14) 中原 一即, 1985, “應用彈性學”, 實教出版社, 東京, p.207.  
 (15) Krings, W. and Waller, H. 1979, “Contribution to the Numerical Treatment of Partial Differential Equations with the Laplace Transformation-an Application of the Algorithm of the Fast Laplac Transformation”, International Journal for numerical method in engineering, Vol. 14, p.1186.