

실린더 내의 유동특성에
관한 수치적 연구

김 종억*, 김 양술**, 박 상규***

A numerical study on the flow characteristics in cylinder.

Chong-Eok Kim*, Yang-Sul Kim**, Sang-Kyoo Park***

Abstract

In this paper, the flow field with steady, axisymmetric flow characteristics in cylinder has been numerically investigated.

The prediction of flow in cylinder was compared to experimental result.

The turbulence closure being applied was K- ϵ model and numerical scheme was Hybrid and Power-law scheme.

The results of numerical computation showed some deviation from experimental data in the initial region of cylinder, where streamline curvature is significant.

However, the computational results agree qualitatively well with Mores's experimental results and the difference between Hybrid and Power-law scheme shows similar results

* 홍익대학교 기계공학과

** 홍익대학교 대학원

*** TEC (Total Engineering Co.), 연구개발실

NOMENCLATURE

A_{in} : 입구면적	*
A_p : 피스톤 면적	ϕ : 종속 변수
a_i : 유한 차분식의 계수	Re : 레이놀드 수
C_D : 난류 모델의 계수 (= 0.09)	S_ϕ : ϕ 의 소스항
eff : 유효값 (effective value)	T : 온도
ϵ : 난류에너지 소산율	U : 축방향 속도 성분
E : 벽의 log 법칙 속의 상수	V : 반경방향 속도 성분
G : 난류 에너지의 생성항	V_{in} : 입구 속도
J_e, J_w, J_n, J_s : 검사체적 주위의 대류속과 확산속의 합	V_p : 피스톤 속도
K : 난류 운동 에너지	Γ_ϕ : 난류 교환 계수
l : 층류 유동	ρ : 밀도
Pe : peclet 수	μ : 점성계수
Q : 유량	τ_w : 벽 전단 응력
r : 반경거리	φ : 유동함수

I. 서 론

최근 효율적이고 유용한 내연기관(internal combustion engine)의 경향은 피스톤-실린더 내의 유동의 특성들에 대한 기하학적인 형상의 영향과 주입변수들의 상세한 정보는 점점 더 요구되고 지속되어지고 있다. 왕복운동을 하는 내연기관들의 설계에 관한 계속적인 발전과 개량에도 불구하고 실린더내의 가스유동의 패턴(Pattern)에 관해서는 많은 연구되어야 할 점들이 남아 있다.

압축착화엔진(compression ignition engine)내에서 연료의 경제성과 공해오염물질 생성의 감소는 유동의 보다 나은 지식과 이해의 결과로써 이루어질 수 있다. 따라서 기관 설계자는 실린더내의 유동의 전반적인 충분한 이해를 통하여 최고출력과 최저 유해 배출물을 생

성하도록 추구함이 요구된다.

결국 형상의 한계내에서 속도, 난류, 온도등의 인자들을 결정하는 것은 필수적이고 이러한 데이터(data)를 가지고 새로운 형상의 값의 보간을 수행할 수 있을 것이다.

평균속도와 난류특성들에 관한 측정은 모델화된 피스톤-실린더 내에서 획득되어져 왔고 새로운 정보를 제공하여 왔다.

Morse and Whitelaw⁽¹⁾는 모델화된엔진내의 유동을 LDA(laser-doppler anemometry)를 사용하여 흡입구 형상이 평면인 경우와 경사진 경우에 대하여 측정하였다.

그러나 실린더내의 유동은 에너지의 난류이동, 백열전달, 흡입구 형상에 따른 유동변화등 실험적인 해석 방법만으로는 만족한 결과를 얻기 어려움으로 새로운 해석도구로써 시간과 경제적인 면에서 각광 받고 있는 수치적 해석을

수행하므로 실험과 상호보완을 이룩할 수 있다.

본 논문은 Morse와 Whitelaw⁽¹⁾가 LDA를 사용하여 측정된 평면 흡입구의 모델엔진에 대해 측정된 결과와 수치적 난류 모델로 각광받고 있는 K-ε 난류 모델을 이용하여 수치해석한 결과를 비교 검토하였다.

실린더내의 벽면에서의 유동은 저 Reynolds 유동이므로 고 Reynolds 난류 유동에 적용 가능한 K-ε 난류 모델을 적용할 수 없으므로 Launder와 Spalding⁽²⁾이 사용한 벽법칙을 사용하였다. 특히 수치해석은 Power law scheme과 Hybrid scheme의 두 가지 scheme을 사용하였고 Conchas-Spray Computer Code⁽³⁾를 수정하여 수행하였다. 크랭크각(crank angle)이 90°까지, 즉 연소 과정을 조절하고 연료-공기 혼합과 연소율을 결정하는 흡입 유동에 대하여 흡입시 속도가 일정하다고 가정한 마찰이 없는 유동에 대해서와 마찰이 있을 경우에 원관내의 속도 분포인 포물선형인 속도분포를 갖는다고 가정한 경우 두 가지에 대해 수치해를 구하였다. 앞서 언급한 Mo-

rse와 Whitelaw⁽¹⁾가 측정된 측정치중 흡입유동시 즉 크랭크각이 90°까지의 실험치와 비교하므로 해석의 타당성을 비교 검토하였다.

2. 지배 방정식

실린더 내의 난류유동으로서 임의의 순간의 축대칭, 정상 압축성 유동에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho U r \phi) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho V r \phi) \right] = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}) \right] + S_{\phi} \dots\dots\dots (2.1)$$

방정식의 좌측의 두 항은 대류(convecti-on) 효과를 나타내고 우측의 두 항은 확산(diffusion) 효과를 나타낸다. 마지막 항은 source로써 φ의 생성과 소멸을 나타내는 항이다. φ는 일반적인 종속변수이며 시간 평균값이고 Γ_φ는 교환계수이다. 각 방정식의 종속변수와 교환계수 및 S_φ는 표1과 같다.

표1. The value of the dependent variables in equation

Equation	φ	Γ _φ	S _φ
Continuity	1	0	0
Axial momentum	U	μ _{eff}	- $\frac{\partial p}{\partial x}$ + S ^u
Radial momentum	V	μ _{eff}	- $\frac{\partial p}{\partial r}$ - $\frac{2\mu V}{r^2}$ + S ^v
Energy	T	1	0
Turbulent kinetic energy	K	μ _{eff} /σ _k	G - ρε
Turbulent dissipation rate	ε	μ _{eff} /σ _k	(C ₁ ε G - G ₂ ρ ε ²)/K

$$S^u = \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial x})$$

$$S^v = \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial r})$$

$$G = \mu_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right]$$

3. 흡입 조건의 결정

(1) 피스톤 속도식

실린더내의 피스톤이 움직임으로 해서 나타나는 체적변화량이 흡입관을 통한 유체의 순 유입량과 동일하다고 한다면 다음과 같은 식을 사용할 수 있게 된다.

$$Q = V_p A_p = V_{in} A_{in} \quad (V_p \text{ 는 피스톤속도이고 } V_{in} \text{ 는 흡입속도이다})$$

흡입속도 V_{in} 는

$$V_{in} = \left[\frac{A_p}{A_{in}} \right] V_p \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

여기서 피스톤속도 V_p 는 피스톤속도식(9)에 의해

$$V_p = \omega \times r \left[\sin \alpha + \frac{\sin 2 \alpha}{2 \lambda} \right] \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

구할 수 있다.

본 논문에 적용한 모델엔진에 대해 가정한 규격은 표 2 와 같다.

표 2. The values of piston-velocity finder

r.p.m(r/min)	200
Connecting rod length (mm)	110
Crank rod diameter (mm)	30
Piston bore (mm)	75
Inlet valvd diameter (mm)	18.75

(2) 흡입 조건의 가정

흡입온도는 295 K로 일정하다고 가정하고 실린더 벽과 피스톤 면에서 온도는 340 K로 일정하게 가정하고 흡입과정시 밀도의 변화는 무시할 수 있을 정도이므로 비압축성으로 가정한다.

(3) 흡입 속도의 가정

1) 마찰이 없다고 가정한 경우

흡기관에서 마찰이 없다고 가정하면 크랭크 각이 36°와 90°의 속도 성분을 일정하다고 가정할 수 있다.

ii) 마찰이 있다고 가정한 경우

흡기관에서 마찰이 있다고 가정할 때는 원관 내의 속도 분포식은

$$U = U_{max} \left[1 - \left[\frac{r}{R} \right]^2 \right] \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

을 적용한다.

4. 수치 해석 방법

(1) 개요

실린더내의 영역을 검사체적으로 나누고 스테저드 그리드 (staggered grid) 를 속도장에 적용한다. 스테저드 그리드는 Harlow와 Welch(1965)가 그들의 MAC(marker and cell) 방법에서 처음 사용했고 Harlow와 그의 동료에 의해서 발전된 다른 방법들에서도 사용되었다.

이것은 Launder와 Spalding에⁽⁶⁾ 의한 SIVA (simultaneous variable adjustment) 과정과 Patankar⁽⁵⁾에 의한 SIMPLE 과정의 근간을 이룬다.

(2) 차분화 방정식

지배방정식 (2.1) 은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r J_r) = S_\phi \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

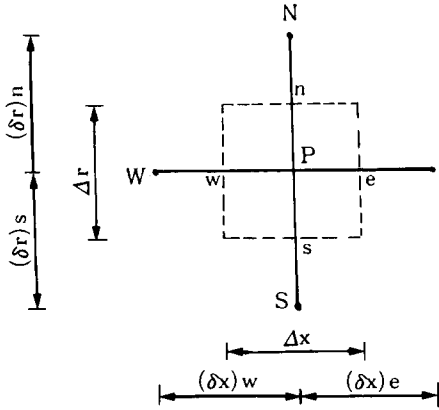


Fig. 1 검사체적 (control volume)

$$J_x = \rho U \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$J_r = \rho V \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

여기서 J_x 와 J_r 은 x 와 r 방향의 총 플럭스 (대류+확산)이다.

윗식을 검사 체적에서 적분하면

$$\int_v \frac{\partial J_x}{\partial x} dV + \int_v \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r J_r) dV = \int_v S_\phi dV \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

여기서 V 는 검사체적을 나타낸다.
식(2.6)은 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\int \frac{\partial}{\partial x} [\int J_x dA_x] dx + \int \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \{ \int J_r dA_r \}] dr = \int S_\phi dV \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

S_ϕ 를 선형화 시키면

$$S_\phi = \int_v S_\phi dV = S_c + S_p \phi_p \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

식(2.7)를 정리하면 다음과 같다.

$$\int_e J_x dA_x - \int_w J_x dA_x + \frac{1}{r_p} [r_n \int_n J_r dr - r_s \int_s J_r dA_r] = \int_v (S_c + S_p \phi_p) dV$$

(3) 수치 스킴 (numerical scheme)

i) 파워로우스킴 (power-law scheme)

Peclet 수는 $P = \rho UL / \Gamma$ 대류강도와 확산 강도의 비로 정의된다. 즉 $|pe|$ 가 2를 초과할 때 엄밀해 곡선으로의 좀 더 나은 근사를 나타내기 위해 파워로우스킴을 이용할 수 있다.

파워로우스킴은 하이브리드 스킴보다 다소 복잡하나 지수함수적 거동을 매우 잘 나타내준다.

지배방정식을 스테이지드 그리드에 적용한 차분화된 대수 방정식은 스칼라 ϕ 와 속도 벡터로 나누며 다음과 같이 쓸 수 있다.

스칼라 ϕ 는

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

a_E 의 파워로우스킴에 의한 표현은 다음과 같다.

① $P_e < -10$ 인 경우

$$\frac{a_E}{D_e} = -P_e \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

② $-10 \leq P_e < 0$ 인 경우

$$\frac{a_E}{D_e} = (1 + 0.1 P_e)^5 - P_e \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

③ $0 \leq P_e \leq 10$ 인 경우

$$\frac{a_E}{D_e} = (1 - 0.1 P_e)^5 \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

④ $P_e > 10$ 인 경우

$$\frac{a_E}{D_e} = 0 \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

위의 4가지 식의 간결한 형태는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_E = D_e \left[\left[0, \left(1 - \frac{0.1 |F_e|}{D_e}\right)^5 \right] + \left[0, -F_e \right] \right] \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

여기서 $F = \rho u$. $D = \frac{r}{\delta x}$ 이다.

ii) 하이브리드 스킴 (Hybrid scheme)
하이브리드 스킴은 Spalding⁽⁶⁾에 의해 개발되었으며 센트럴디퍼런스스킴 (central difference scheme) 과 업윈드스킴 (upwind scheme)이 복합된 것을 의미한다.

Peclet 수가 큰 유동장에서 업윈드스킴은 단순한 차분식을 통해 결과를 얻을 수 있다는 장점이 있으나 Peclet 수가 2 이하 일 때 센트럴 디퍼런스스킴을 사용하고 Peclet 수가 2 이상일 때 업윈드스킴을 사용하는 것이 Peclet 수에 관계없이 업윈드스킴을 사용하는 경우보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있다.

a_E 의 하이브리드스킴에 의한 표현은 다음과 같다.

$$a_E = -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \quad \dots\dots(2.15)$$

$$a_W = F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \quad \dots\dots(2.16)$$

$$a_N = -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \quad \dots\dots(2.17)$$

$$a_s = F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0 \quad \dots\dots(2.18)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_s + F_e - F_w + F_n - F_s - S \quad \dots\dots(2.19)$$

여기서 F_n, F_s, F_e, F_w 는 검사체적내의 대류속이고 D_n, D_s, D_e, D_w 는 검사체적내의 확산속이다.

(4) 속도, 압력 보정 방정식

x와 r 방향의 속도 성분 U, V의 유한차분식을 계산하기 위해서 각 절점에서 압력을 가정하고 이로부터 계산된 속도 성분이 연속방정식을 만족할 수 있도록 가정한 압력을 수정해 가는 방법을 사용한다.

(5) 계산방법 (TDMA)

속도 벡터는 Patankar의 SIMPLE 알고리즘으로 계산하였고, 운동량 방정식과 속도압력

보정식을 연립하여 계산하기 위해 TDMA (Tri Diagonal-Matrix Algorithm)을 이용하여 계산을 수행시켰다.

III. 수치해석의 결과와 실험치와의 비교 및 평가

본 연구에서는 MORSE와 WHITELOW⁽¹⁾등이 LDA를 이용하여 측정된 모델 (model) 엔진 중에 관입구 형태가 평면인 축대칭 형상인 경우에 크랭크각이 36°인 경우와 90°인 경우의 흡입유동에 대하여 실험치와 비교하였다.

수치적 해석 방법은 K-ε 모델을 이용하고 관입구의 초기 유입속도가 마찰이 없다고 가정한 일정 속도 분포인 경우에 대해서와 마찰이 있다고 가정한 원관내의 포물선형 속도 분포라고 가정한 경우에 대해 비교하였다.

Fig. 2는 크랭크 각이 36°인 경우 유입속도가 일정하고 파워로우스킴을 사용한 경우에 대해 계산치와 실험치를 나타낸다.

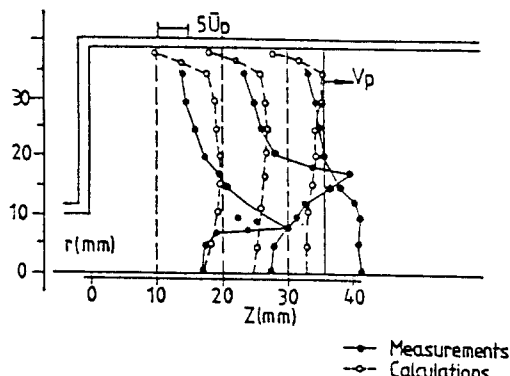


Fig. 2 Velocity profiles corresponding to power law scheme: pipe inlet, velocity=constant, $\theta=36$ degrees

Z의 길이가 10, 20, 30 (mm)인 경우에 관입구와 멀리 떨어진 윗쪽 부근에는 실험치와 많은 오차를 나타내나 하류로 갈수록 점차 줄어들고

정상적인 경향은 일치하고 있다.

Fig.3의 하이브리드 스킴에 의한 계산치도 Fig.2의 경우와 거의 비슷한 양상을 보임을 알 수 있다. 이는 마찰이 없다고 가정한 경우의 일정 유입속도로 인해 실린더중심선 바로 윗쪽부

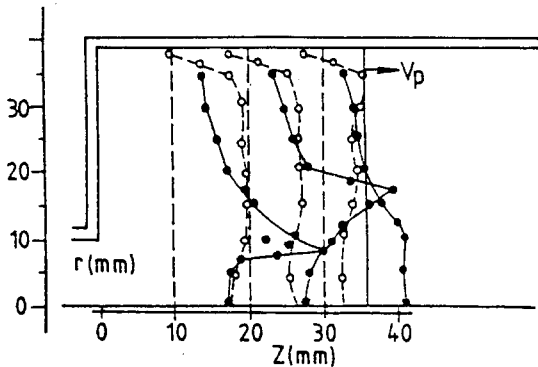


Fig. 3 Velocity profiles corresponding to Hybrid scheme : pipe inlet, velocity=constant, $\theta = 36$ degrees

근의 포물선형인 실험치와 오차를 나타내고 거의 속도변화가 없는 완만한 곡선을 보임을 나타내고 있음을 알 수 있다.

Fig.4와 Fig.5은 크랭크각이 36°인 경우

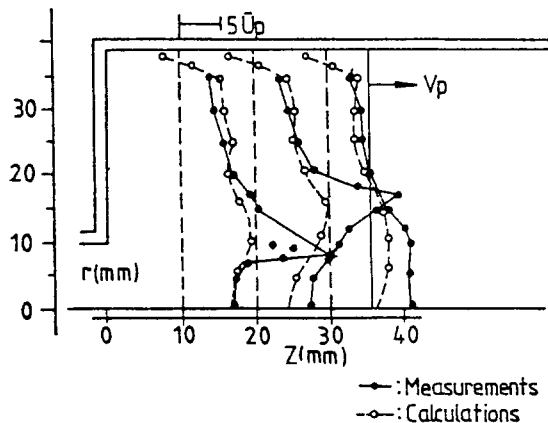


Fig. 4 Velocity profiles corresponding to power law scheme : pipe inlet, velocity=variable, $\theta = 36$ degrees

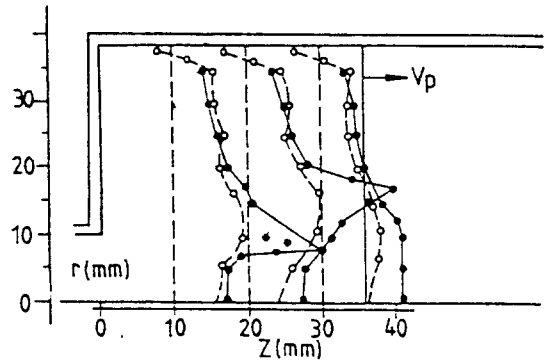


Fig. 5 Velocity profiles corresponding to Hybrid scheme : pipe inlet, velocity=variable $\theta = 36$ degrees

유입속도가 포물선형인 원관내의 속도분포를 갖는 경우에 대해 파워로우스킴과 하이브리드스킴을 사용한 경우의 계산치와 실험치를 나타낸 것이다.

실린더중심선 바로 윗쪽부근에 포물선형인 실험치와 정량적으로 약간의 차이를 보이나 거의 실험치와 유사한 거동을 나타냄을 알 수 있다.

Fig.6와 Fig.7는 크랭크각이 90°인 경우에 유입속도가 일정한 경우의 계산치와 실험치를 비교하여 나타내었다.

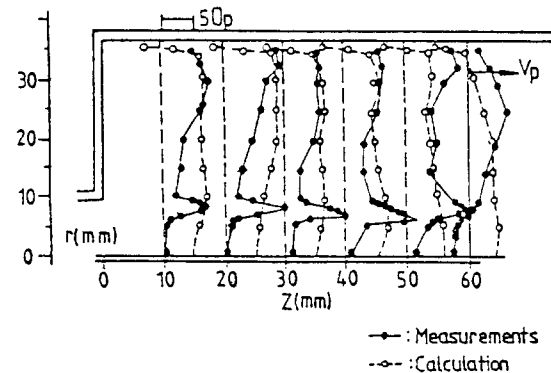


Fig. 6. Velocity profiles corresponding to power law scheme : pipe inlet, velocity=constant, $\theta = 90$ degrees

크랭크각이 36°인 경우와 마찬가지로 일정 유입속도로 인해 관입구와 멀리 떨어진 윗쪽부근

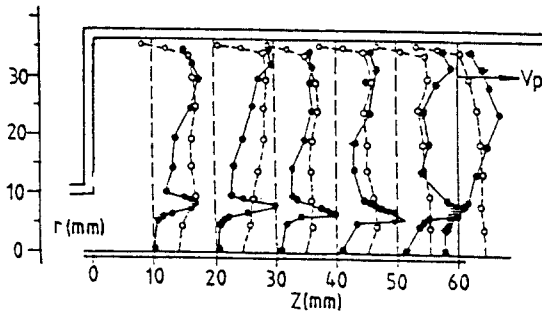


Fig.7 Velocity profiles corresponding to Hybrid scheme : pipe inlet, velocity=constant $\theta = 90$ degrees

에는 비슷한 경향의 속도분포를 보이며 실린더 중심선부근에 상당한 오차를 보임을 알 수 있다.

Fig.8 과 Fig.9은 크랭크각이 90° 인 경우

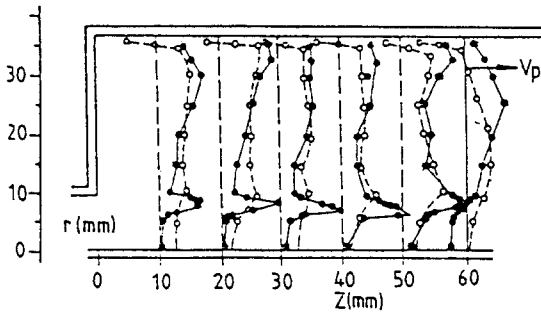


Fig.8 Velocity profiles corresponding to power law scheme : pipe inlet, velocity=variable $\theta = 90$ degrees

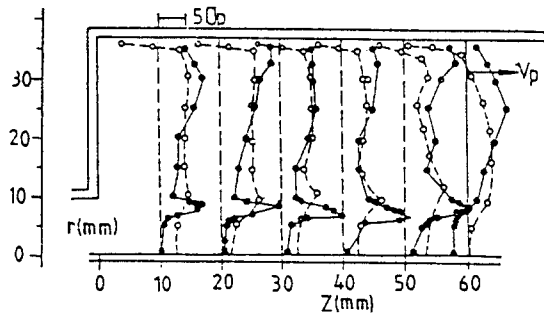


Fig.9 Velocity profiles corresponding to Hybrid scheme : pipe inlet, velocity=variable, $\theta = 90$ degrees

유입속도가 원관내의 속도분포인 포물선형 속도 분포를 갖는다고 하였을 경우에 계산치와 실험치와의 비교를 나타낸다.

실린더중심선 바로 윗쪽부근의 포물선형상의 실험치와 약간의 정량적인 차이를 보이고 있으나 전반적으로 실험치와 거의 유사한 경향을 보임을 알 수 있다.

6. 결론

K- ϵ 난류모델을 이용하여 실린더내의 흡입 과정 동안의 유동에 대해 실린더 헤드 입구에 마찰이 있을 경우와 없을 경우에 대해 즉일정 속도 분포일 경우와 원관내의 포물선형 속도 분포일 경우에 대하여 수치해석을 수행하고 Morse 등⁽¹⁾ 이 측정 한 실험치와 비교함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 실린더 헤드 입구에 마찰이 없다고 가정한 경우의 계산치는 속도의 균일 유입으로 실험치와 오차를 나타내나, 마찰이 있다고 가정한 경우는 실험치와 거의 유사한 분포를 보임으로서 수치해석의 가능성을 제시하였다.

(2) 파워로우스킴과 하이브리드스킴은 마찰이 있을시와 없을시 각각 거의 동일한 양상을 나타내므로 모델엔진 해석에 유용한 스킴으로 사료된다.

(3) 실린더내의 유동을 수치해석을 통하여 실험치와 비교함으로써 수치해석이 가능함을 보이고 실제엔진에 접근하여 가는 모델개발과 수치적 스킴개발이 요구된다.

參 考 文 獻

1. A.P.Morse, J.H.Whitelaw, and M. Yianneskis, "Turbulent Flow

- Measurements by Laser-Doppler Anemometry in Motored Piston-Cylinder Assemblies”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.101, 1979, pp.208-216
2. A.D.Gosman, A.Melling, J.H.Whitelaw, and A.P.Watkins, “Axisymmetric Flow in a Motored Reciprocating Engine”, Proc. Instn, Engrs, Vol. 192, 1978, pp.213-223
 3. G.D.Raithby, “Skew Upstream Differencing Scheme for Problems involving Fluid Flow”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.9, 1976, pp.153-164.
 4. L.D.Cloutman, J.K.Dukowicz, J. D. Ramshaw, A.A.Amsden, Conchas-Spray : A Computer Code for reactive flows with Fuel sprays Los Alamos National Laboratory. New Mexico 87545
 5. Patankar. S.V, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow Hemisphere”, McGraw-Hill, New York, 1980.
 6. B.E.Launder and D.B., “Spalding The Numerical Computation of Turbulent Flows”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.3, (1974) p.269-289
 7. 非等方 $K-\epsilon$ モデルによる 矩形管内亂流の數値解析” (西島勝)
日本機械學會論文集 (B編) 55卷 512號 (1989-4)
 8. $K-\epsilon$ 亂流モデルの改良(壁自由亂流の漸近舉動と逆壓力ころ配の影響) 長野靖尚, 田川正人新美幹夫.
日本機械學會論文集 (B編) 55卷 512號 (1989-4)
 9. 이재순, 최신 내연기관, 보성출판사
 10. Limitations and Empirical Extensions of the $K-\epsilon$ Model as applied to Turbulent confined swirling flows
M.T.Abujelala and D.G.Lilley, Oklahoma State University chem. Eng. Commun. Vol. 33, pp. 223-236, 1984
Gordon and Breach Science Publishers, Inc. and OPA Ltd.
 11. 擴大되는 環狀管内의 層流 難剝流動에 對한 數値解析, 金光龍, 仁荷大學校 工科大学
 12. $K-\epsilon$ 亂流モデルに 對する 新たな 提案とその 評價, (第1報 モデルの開発) 明賢國, 笠木伸英 日本機械學會論文集 (B編) 54卷 507號 (昭63-11)
 13. $K-\epsilon$ 亂流モデルに 對する 新たな 提案とその 評價, (第2報 モデルの 評價)
日本機械學會論文集 (B編) 54卷 508號 (昭63-11)
 14. 축대칭 왕복 엔진의 흡입 및 압축과정에서 유동 및 열 전달의 수치해석 (강신형, 이창훈), 대한기계학회 논문집 제11권 제3호 pp.395-408, 1987.
 15. Numerical Computation for Turbulent Swirling flow in abrupt circular channel Expansion
(仁荷大學校 大學院, 池明錫)