

總體的 船體磁場의 理論 모델

鄭 泰 權* · 李 相 鏞**

Theoretical Model of Over-all Ship's Magnetism

Tae-Gweon, Jeong · Sang-Jib, Lee

目 次

Abstract	III. 시뮬레이션 結果의 考察
I. 序 論	IV. 結 論
II. 모델의 構成	參考文獻

Abstract

A theoretical model for the over-all ship's magnetism was developed, on the assumption that the magnetism of a three-island type vessel can be regarded as that of the prolate spheroidal magnetic body. Modelled values were determined by the simulation on the base of the theoretical analysis of the magnetic field around the above-mentioned magnetic body. The real values were made of the data observed from four different three-islands type vessels alongside the piers.

The agreement between the modelled and real values was found to be accurate.

I. 序 論

船舶用 磁氣콤파스는 自差가 수정된 후에도 그 正確度가 낮아져서 效用性을 잃는 경우가 많다. 제한된 修正作業海域에서 각 自差係數에 대한 精密分析이 곤란하며 선박이 地理的인 緯度差가 심한 구역으로 항해할 경우에는 自差가 큰 폭으로 변하고 여기에 波浪으로 선체가 요동하면 콤파스 카아드가 振動하는 수가 있으나 이것을 방지하는

修正技術은 완벽한 것이 못된다. 또한 선박이 장기간 일정한 針路를 유지한 후에 큰 각도로 變針한 경우에 磁氣不安定狀態에서 일어나는 自差는 修正할 수 없기 때문이다. 그러므로 船舶現場에서는 콤파스의 正確度를 수시로 확인하고 適期에 보완수정을 하여야 하는 것이 불가피하다.¹⁾

그러나 磁氣콤파스가 선내에서 船體磁場이 가장 약한 곳에 설치된다면 이런 보완수정 작업이 절감될 것이다. 이러한 點에 주목하여 船體磁場의

*正會員, 韓國海技研修院

**正會員, 韓國海洋大學

特性에 관한 연구가 진행된 바 있다. 異常地磁氣의 磁化度推定에 활용되는 Vacquier 理論을 도입하여 總體的 船體磁場의 磁化方向을 決定한 바 있고²⁾, 船體磁場의 實測值를 바탕으로 最小自乘法과 略算法을 이용하여 總體的 船體磁場 모델을 개발한 바가 있다.³⁾ 그러나 船體의 구조적인 특성과 형태에 주목하여 선체 磁場의 특성에 대한 研究를 시도한 바가 없는 실정이다.

本 研究에서는 局部的인 構造物의 特性을 무시하고 船體를 總體的으로 볼 때 하나의 扁長回轉橢圓體形 磁性體^{4),5)}로 간주할 수 있다는 점에 着眼하여 새로운 總體的 船體磁場모델을 제안하기로 한다. 즉, 扁長回轉橢圓體形 磁性體 주변의 磁場에 관한 理論을 전개하여 모델을 構成하고 시뮬레이션한 다음 그 결과를 實測磁場의 특성과 비교·분석하여 모델의 妥當性을 검토함으로써 船內磁場의 最小點 決定에 일조하고자 한다.

- 本 論文에서는 다음과 같은 制限點을 두었다.
- ① 實驗對象船舶은 三島型 船舶에 限한다.
 - ② 船體一時磁氣의 영향은 永久磁氣의 그것에 비하여 무시할 수 있는 것으로 한다.
 - ③ 總體的으로 본 船體磁場의 형태는 扁長回轉橢圓體形 磁性體이며 均一하게 磁化되어 있다.
 - ④ 船體磁場의 상태는 安定된 것으로 한다.
 - ⑤ 선체 주변의 임의점의 실측자장은 공간벡터로 표시하여 船首方向成分, 右舷方向成分 鉛直方向 成分을 각각 측정하여 결정된 것으로 한다.

II. 모델의 構成

本 論文에서는 總體的 船體磁氣의 特性을 다루고자 한 것이므로 船體內部的 構造物의 特性으로 인한 局部磁場을 무시하고 선체를 하나의 扁長回轉橢圓體形 磁性體로 간주하고 理論式을 전개하기로 한다.

1. 磁位(magnetic scalar potential)

船體의 길이를 2a, 폭을 2b, 原點을 선체의 中心에 두고 선수미 방향을 x축, 정횡방향을 y축,

상하방향을 z축으로 하여 扁長回轉橢圓體를 표시하는 方程式을 直角座標로 표시하면 (1)식과 같다.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (1)$$

(1)식을 초점이 (±c, 0, 0)인 扁長回轉橢圓體座標로 변환하며 그 관계식은 (2)식과 같다.^{6),7)}

$$\left. \begin{aligned} x &= c\xi\eta \\ y &= c\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)} \cos\phi \\ z &= c\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)} \sin\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

단, $1 < \xi < \infty, -1 < \eta < 1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$

또 ξ, η, ϕ 방향의 scale factor를 각각 h_ξ, h_η, h_ϕ 라 하면(3)식으로 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} h_\xi &= c\sqrt{(\xi^2-\eta^2)/(\xi^2-1)} \\ h_\eta &= c\sqrt{(\xi^2-\eta^2)/(1-\eta^2)} \\ h_\phi &= c\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

磁氣原(magnetic source)이 없는 任意點에서의 磁位를 ψ 라 하면 이는 Laplace 方程式을 만족한다.

$$\begin{aligned} \nabla^2\psi &= \frac{1}{h_\xi h_\eta h_\phi} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_\eta h_\phi}{h_\xi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_\xi h_\phi}{h_\eta} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{h_\xi h_\eta}{h_\phi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right] \\ &= \frac{1}{c^2(\xi^2-\eta^2)} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\xi^2-1) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} (1-\eta^2) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{(\xi^2-1) + (1-\eta^2)}{(\xi^2-1)(1-\eta^2)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right] = 0 \dots\dots (4) \end{aligned}$$

(4)식은 均一하게 자화된 扁長回轉橢圓體의 內部 및 外部의 磁場을 결정하는 方程式이다. 따라서 주어진 境界조건을 만족하는 磁位 ψ 를 구하면 그것으로 자장의 세기를 구할 수 있다.

磁位 ψ 는 $\psi(\xi, \eta, \phi) = \Phi(\phi)X(\xi)H(\eta)$ 와 같이 ϕ, ξ, η 만의 함수 Φ, X, H 의 곱으로 표시할 수 있으므로 各各의 分離方程式(separated equation)의 解가 구해지면 그들 해의 곱도 (4)식의 解가 되므로 (4)식의 一般解는 (5)식으로 표시된다.⁸⁾

$$\psi(\xi, \eta, \phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n [A_{nm} \cos(m\phi) + B_{nm} \sin(m\phi)] \times P_n^m(\eta) Q_n^m(\xi) \dots\dots\dots (5)$$

단, $P_n^m(\eta)$: 제1종 Legendre 倍函數
 $Q_n^m(\eta)$: 제2종 Legendre 倍函數

(5)式的 계수 A_{nm} 과 B_{nm} 은 주어진 경계조건과 Legendre 倍函數 및 Fourier급수의 直交性을 이용하여 구한다.

回轉橢圓體의 内部가 xy 평면과 α 의 각도로 경사되고 y 축에서 β 의 방향으로 内部 磁化度 M 으로 균일하게 磁化되어 있다고 가정하고 계수 A_{nm} 과 B_{nm} 을 구한다. 回轉橢圓體의 内部가 상기의 방향으로 균일하게 磁化되어 있으므로 그 磁化方向成分을 l 이라 하면 内部 임의점에서의 内部磁位 ψ_i 는 내부자화도 M 과 자화방향성분의 곱 즉, $\psi_i = Ml$ 로 표시된다.⁹⁾ 한편 磁化方向成分 l 은 $l = x \cos \alpha \sin \beta + y \cos \beta + z \sin \alpha \sin \beta$ 이므로 内部磁位 ψ_i 는 (b)식과 같다.

$$\begin{aligned} \psi_i(\xi, \eta, \phi) &= Ml \\ &= M(x \cos \alpha \sin \beta + z \sin \alpha \sin \beta + y \cos \beta) \\ &= Mc(\xi \eta \cos \alpha \sin \beta + \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \cdot \\ &\quad \sin \alpha \sin \beta \sin \phi + \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \cos \beta \cos \phi) \\ &\dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

그런데 경계조건을 생각하면 타원체의 표면 즉, $\xi = \xi_0$ 에서는 内部磁位 ψ_i 와 (5)式으로 표시된 外部磁位 ψ 가 서로 같아야 되므로 이를 정리하면 (7)식이 된다.

$$\begin{aligned} &Mc(\xi_0 \cos \alpha \sin \beta P_1(\eta) + \sqrt{(\xi_0^2 - 1)} \sin \alpha \sin \beta \sin \phi P_1^1(\eta) + \sqrt{(\xi_0^2 - 1)} \cos \beta \cos \phi P_1^1(\eta)) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(\xi_0) [A_{nm} \cos(m\phi) + B_{nm} \sin(m\phi)] \times P_n^m(\eta) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

(7)式에 제1종 Legendre 倍函數의 直交條件과 Fourier급수의 직교조건을 부과¹⁰⁾하여 각 계수를

구하면 (8)식과 같다.

$$\left. \begin{aligned} A_{10} &= \frac{Mc \xi_0 \cos \alpha \sin \beta}{Q_1^0(\xi_0)} \\ A_{11} &= \frac{Mc \cos \beta \sqrt{\xi_0^2 - 1}}{Q_1^1(\xi_0)} \\ B_{11} &= \frac{Mc \sin \alpha \sin \beta \sqrt{\xi_0^2 - 1}}{Q_1^1(\xi_0)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

그 외의 모든 계수 : 0

(8)式的 각 계수를 (5)식에 대입하여 정리하면 (9)식이 된다.

$$\begin{aligned} \psi(\xi, \eta, \phi) &= Mc \left\{ \frac{\xi_0 \cos \alpha \sin \beta}{Q_1^0(\xi_0)} P_1(\eta) Q_1^0(\xi) \right. \\ &+ \frac{\sqrt{\xi_0^2 - 1}}{Q_1^1(\xi_0)} \cos \beta P_1^1(\eta) Q_1^1(\xi) \cos \phi \\ &+ \left. \frac{\sqrt{\xi_0^2 - 1}}{Q_1^1(\xi_0)} \sin \alpha \sin \beta P_1^1(\eta) Q_1^1(\xi) \sin \phi \right\} \\ &\dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

이 (9)식이 임의의 경사각 α 및 편각 β 의 방향으로 균일하게 磁化된 回轉橢圓體 外部의 임의의 위치(ξ, η, ϕ)에서의 磁位를 나타내는 식이다.

2. 偏長回轉橢圓體形 磁性體 주변의 磁場의 세기와 磁束密度

回轉橢圓體形 磁性體 주변의 磁場의 세기 H , 磁束密度를 B 라 하면 磁位 ψ 와는 $B = \mu H = -\mu \nabla \psi$ 의 관계가 성립한다. $\nabla \psi(\xi, \eta, \phi)$ 에서 ξ, η, ϕ 방향의 磁場成分을 H_ξ, H_η, H_ϕ 라 하고 이들을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_\xi &= -\frac{1}{h_\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \\ &= -M \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{\xi^2 - \eta^2}} \left\{ \frac{\xi_0}{Q_1^0(\xi_0)} \cos \alpha \sin \beta \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\eta}{\xi} \left[Q_1^0(\xi) - \frac{1}{\xi^2 - 1} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\sqrt{\xi_0^2-1}}{Q_1^1(\xi_0)} \cos\beta \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{\xi^2-1} \\
 & \times \left[\xi Q_1^1(\xi) - \frac{2}{\sqrt{\xi^2-1}} \right] \cos\phi \\
 & + \frac{\sqrt{\xi_0^2-1}}{Q_1^1(\xi_0)} \sin\alpha \sin\beta \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{\xi^2-1} \\
 & \times \left[\xi Q_1^1(\xi) - \frac{2}{\sqrt{\xi^2-1}} \right] \sin\phi \Bigg\} \\
 & \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_\eta &= -\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \\
 &= -M \sqrt{\frac{1-\eta^2}{\xi^2-\eta^2}} \left\{ \frac{\xi_0}{Q_1^1(\xi_0)} \cos\alpha \sin\beta Q_1^1(\xi) \right. \\
 &\quad - \frac{\sqrt{\xi_0^2-1}}{Q_1^1(\xi_0)} \cos\beta \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} Q_1^1(\xi) \cos\phi \\
 &\quad - \frac{\sqrt{\xi_0^2-1}}{Q_1^1(\xi_0)} \sin\alpha \sin\beta \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \\
 &\quad \times Q_1^1(\xi) \sin\phi \Bigg\} \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_\phi &= -\frac{1}{h_\phi} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \\
 &= -\frac{M}{\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}} \left[(-) \frac{\sqrt{\xi_0^2-1}}{Q_1^1(\xi_0)} \right. \\
 &\quad \times \cos\beta \sqrt{1-\eta^2} Q_1^1(\xi) \sin\phi \\
 &\quad + \frac{\sqrt{\xi_0^2-1}}{Q_1^1(\xi_0)} \sin\alpha \sin\beta \sqrt{1-\eta^2} \\
 &\quad \times Q_1^1(\xi) \cos\phi \Bigg] \dots\dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

(10), (11), (12)식의 各 成分으로부터 全磁場의 세기 $H_T(\xi, \eta, \phi)$ 는 (13)식으로 표시될 수 있으며

$$H_T(\xi, \eta, \phi) = \sqrt{H_\xi^2 + H_\eta^2 + H_\phi^2} \dots\dots (13)$$

磁束密度 B는 (14)식으로 표시된다.

$$\begin{aligned}
 B &= \mu H_T (\text{Tesla}) \\
 &= \frac{4\pi}{10^3} H_T (\text{Gauss}) \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

따라서 任意 位置(x, y, z)에서의 全磁場의 세기는 (2)식에 따라 位置座標, (x, y, z)를 (ξ, η, ϕ)로 변환하고 (10), (11), (12), (13), (14) 식을 시뮬레이션하면 구할 수 있다.

III. 시뮬레이션 結果의 考察

磁場의 成分을 나타내는 (10), (11), (12) 式의 磁化傾斜角 α , 偏角 β 및 磁化度 M에 Vacquier 理論¹¹⁾으로 구한 <Table 1>의 값을 대입하여 시뮬레이션한 結果와 curve-fitting한 실측치¹²⁾를 船舶別로 나타낸 그림이 Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4이다. 여기서 횡축은 선체의 길이를 단위 m, 종축은 磁場의 세기를 단위 Gauss로 나타낸 것이다.

상기의 그림에서 나타난 바와 같이 시뮬레이션 결과와 實測 磁場은 국부적으로 어긋나는 곳은 있으나 總體적으로는 서로 잘 부합되고 있으며 船舶의 크기에 관계없이 船體의 중앙 부분에 磁場의 최소점이 있음을 시사해 주고 있다. 또 磁場의 세기는 船首尾方向으로 갈수록 크게 나타나 다시 감소하는 경향을 나타내고 있다. 특히 최대

Table 1. Ship's data for simulation

Ship's name	M/V Hanbada	M/V Yudal	M/V Busan 851	M/V Busan 205
Long axis(2a)	90.0 m	74.0 m	44.0 m'	51.0 m
Short axis(2b)	14.0 m	13.0m	10.0 m	9.0 m
Focus (c)	44.5 m	25.1m	21.4 m	25.1 m
Inclination (α)	38.8 deg	51.6 deg	45.5 deg	50.2 deg
Deviation (β)	87.0 deg	106.5 deg	92.7 deg	83.0 deg
Magnetization (M)	39.0 A/M	34.0 A/M	38.0 A/M	45.0 A/M

자장의 위치와 中央의 最小 位置는 實驗對象船舶에 關係없이 시뮬레이션 結果와 實測磁場이 거의 일치하고 있음을 보여주고 있다. 그러므로 船體

形態가 三島型인 경우에는 그것을 偏長回轉橢圓體形磁性體로 간주하고 그 이론에 따라 외부 자장을 결정하더라도 무방함을 알 수 있다.

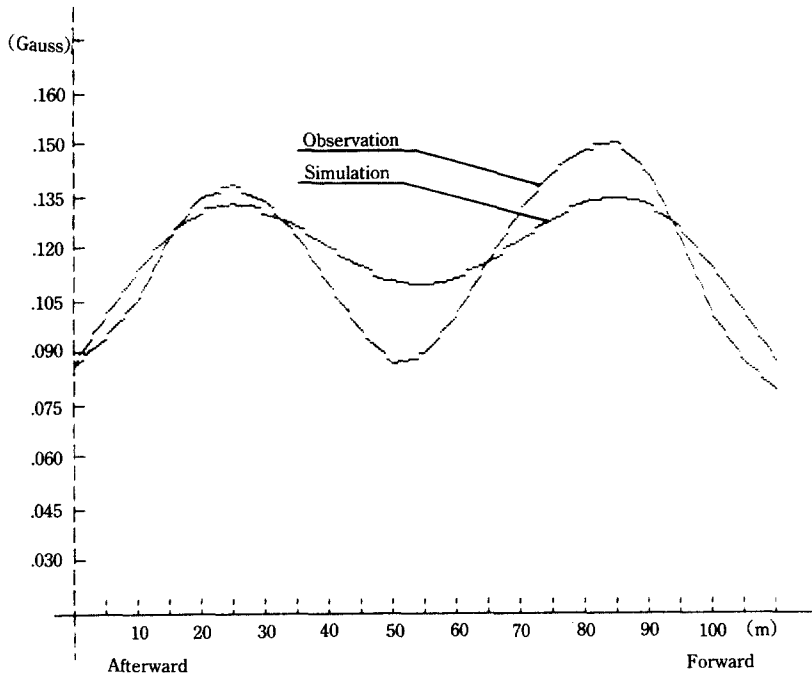


Fig. 1 Simulation result and observation intensity for M/V Hanbada

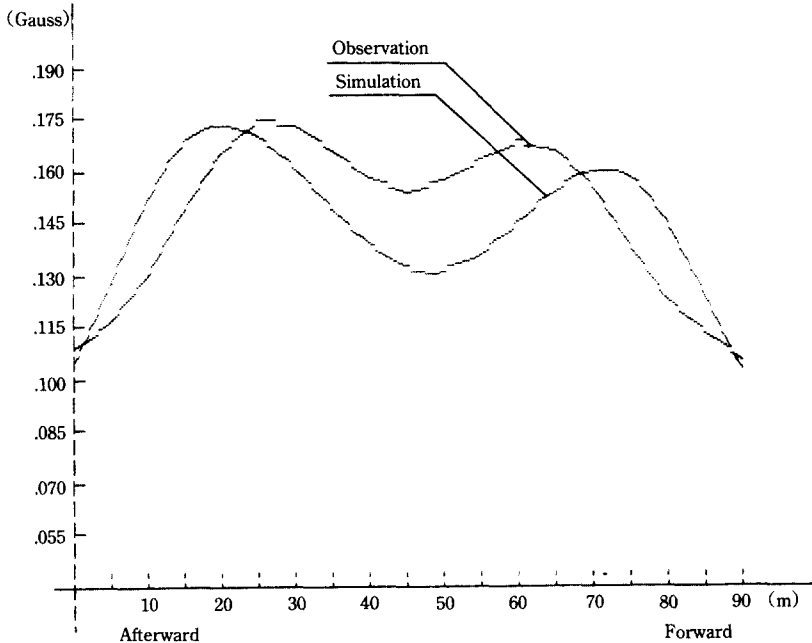


Fig. 2 Simulation result and observation intensity for M/V Yudal

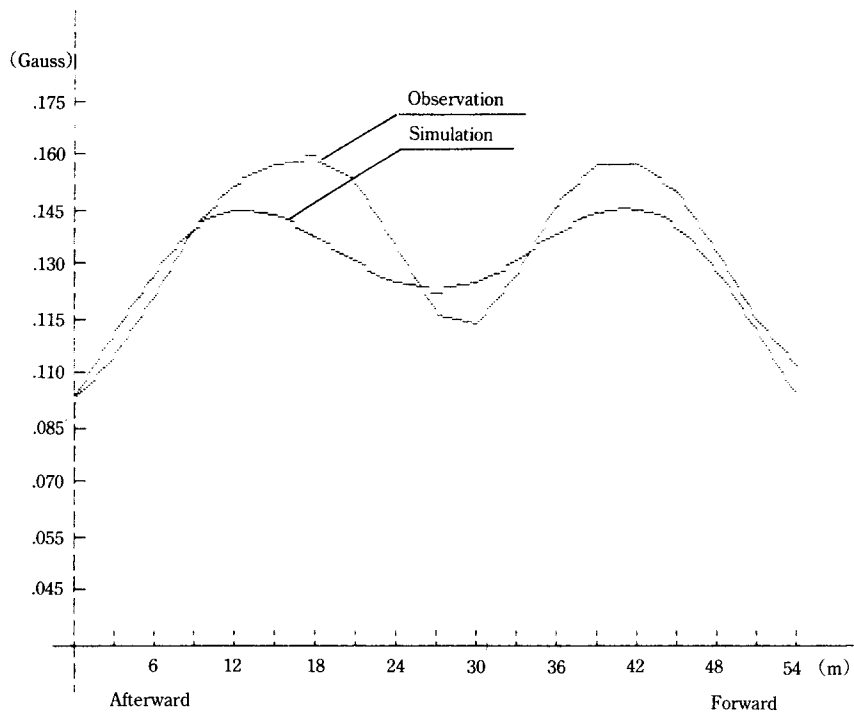


Fig. 3 Simulation result and observation intensity for M/V Busan 851

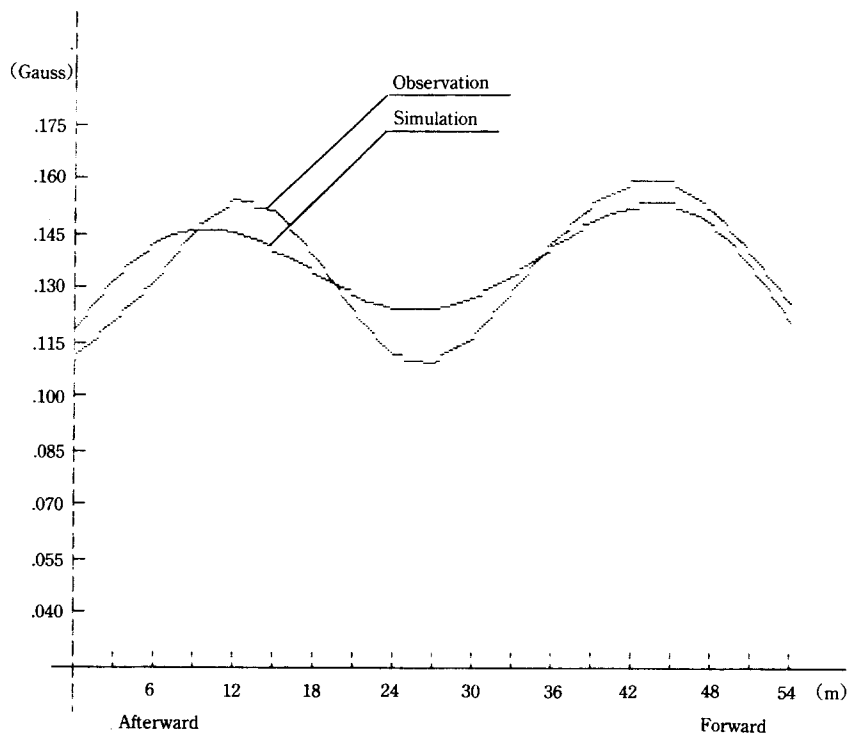


Fig. 4 Simulation result and observation intensity for M/V Busan 205

IV. 結 論

本 論文에서는 船舶用 磁氣콤파스의 正確도와 效用性を 높이기 위한 일련의 기초 연구로서 새로운 船體磁場 모델이 제안되었다. 船體構造의 형태에 주목하면 선체를 偏長回轉橢圓體形 磁性體로 간주할 수 있다는 點에 착안하여 이것에 관한 磁位·磁場 理論을 전개하고 모델을 構成하였으며 시뮬레이션 결과와 實測磁場을 비교·분석 하였던 바 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 제안된 모델을 이용한 시뮬레이션 결과와 실 측자장의 특성 곡선은 국부적으로 어긋난 부위가 있었으나 總體的인 特性은 거의 일치하는 경향이 있었다.
- 2) 선박의 크기에 관계없이 船體의 中央 부위에 最小磁場點이 있음을 알 수 있다.
- 3) 그러므로 船體形態가 三島型으로 된 경우에는 그것을 偏長回轉橢圓體로 간주하고 그 理論에 따라 構成된 모델은 매우 유용하다는 것이 立證되었다.

本 研究에서는 測定對象船舶이 三島型 船舶에 국한하였으나 앞으로 다양한 船舶들에게 적용될 수 있도록 모델식의 범위를 확대하여 나가는 방안이 모색되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

1. 이상집 : “기본항해기기”, pp. 215~218, 아성

출판사, 1982

2. 李相鍊·鄭泰權 : “遠隔指示式 磁氣콤파스에 관한 研究(II)”, 韓國航海學會誌, 第12卷, 1號, 1988.
3. 朴吉鉉·鄭泰權·李相鍊, “總體的 船體磁場의 實驗모델”, 韓國航海學會誌, 第13卷, 3號, 1989.
4. Cullity, “INTRODUCTION TO MAGNETIC MATERIALS”, pp. 49~61, Addison-Wesley, 1972.
5. 孫雲澤(譯) : “磁氣工學”, pp. 84~105, 1980.
6. Murray R. Spiegel, “Vector Analysis”, pp. 139~140, McGraw-Hill, 1974.
7. Philip M. Morse & Herman Feshbach, “Methods of Theoretical Physics”, pp. 1284-1292, McGraw-Hill, 1953.
8. D. A. Nixon & F. E. Baker, “Using prolate spheroidal magnetization distributions for magnetic modeling”, Journal of Applied Physics, Vol. 52(2), p. 539, 1981.
9. Munir H. Nayfeh & Morton K. Brussel, “Electricity and Magnetism”, John Wiley & Sons, pp. 300~306, 1985.
10. Ladis D. Kovach, “boundary-value Problems”, Addison-Wesley, pp. 318~334, 1984.
11. 前掲書 (2) : p. 60
12. 前掲書 (3) : p. 15