

“이책은 1989년도 문교부 학술연구조성비 지원에 의하여 출판되었음”

# 雙曲面航法에 있어서 偏位誤差의 最小化에 關한 研究

金 禹 塾\* 金 東 一\*\* 鄭 世 謨\*\*

A Study on Minimizing Position Error  
in Hyperbolic Fix Determination.

*Woo-Sook Kim · Dong-Il Kim · Se-Mo Chung*

目 次	
Abstract	3.1 雙曲面航法과 球面航法
Nomenclature	3.2 雙曲面航法과 橢圓·雙曲面航法
1. 序 論	4. 航法の 選擇에 依한 船位誤差의 最小化
1.1 電波航法の 歷史	4.1 GDOP를 規範으로한 航法の 選擇
1.2 研究의 背景	4.2 雙曲面航法の 測位結果를 利用한 時間同期誤差의 推定
2. 對象航法の 測位 알고리즘과 精度評價	4.3 시뮬레이션에 依한 評價
2.1 球面航法	5. 結 論
2.2 雙曲面航法	參考文獻
2.3 橢圓·雙曲面航法	
3. 시뮬레이션에 依한 測位精度의 評價	

## Abstract

The Radio Navigation System(R. N. S.) has been progressed consistantly with the development of electric-electronic engineering techniques since the R. D. E. had been developed in 1910.

The R. N. S. mostly depends on either Hyperbolic Navigation System(H. N. S.) or Spherical Navigation System(S. N. S.) in the ocean, and on Rectangular Navigation System(R. N. S.) in the air near the airport, or on a combination of the above systems in both area.

\* 正會員, 木浦海洋專門大學

\*\* 正會員, 韓國海洋大學

Another effective R. N. S may be the Ellipse-Hyperbola Navigation System(E-H N. S.), which is proposed and named such in this paper.

The equations calculating GDOP are derived and the GDOP values are calculated in the case of H. N. S., S. N. S. and E-H. N. S., respectively, for the specified case that four transmitting stations are arranged on the apex of a square. Then the GDOP diagrams of above navigation systems are presented for qualitative comparison in this paper.

To measure the distances from the receiver to the stations in S. N. S., and/or the sum of distances to two stations in E-H N. S., the time synchronization between the transmitter clocks and the receiver clock is a major premise.

The author has proposed the algorithm for getting this synchronization utilizing the by S. N. S. or E-H N. S while GDOPs of those are relatively good.

Even though clock synchronization error is inavoidable due to the fix error used, the simulated results show that the position accuracy of S. N. S. and E-H N. S. by the proposed method is far upgraded compared with that determined by H. N. S. directly, as far as the outer region of transmitter arrangement is concerned.

#### Nomenclature

- c : the radio wave velocity.
- $d_j$  : the distance from the  $j$ th beacon to the actual position of the receiver.
- $d_j^*$  : the distance from the  $j$ th beacon to the estimated position of the receiver.
- $\hat{D}_i$  : the distance from the  $j$ th beacon to the position of the receiver estimated by the Hyperbolic Navigation System at the moment when the  $i$ th time signal is transmitted.
- F : a  $(N \times 3)$  vector specifying the direction of beacons from the receiver.
- $i_j$  : a  $(1 \times 3)$  unit vector pointing from the receiver to the  $j$ th beacon.
- $P_e$  : a covariance matrix of  $\epsilon_j$
- $P_H$  : a covariance matrix of errors of Hyperbolic Navigation System.
- $P_R$  : a covariance matrix of errors of Ellipse-Hyperbola Navigation System.
- $P_m$  : a  $P_e$  matrix normalized by the mean squared values.
- $P_n$  : a  $P_H$  matrix normalized by the mean squared values.
- $P_o$  : a  $P_R$  matrix normalized by the mean squared values.
- $P_{RH}$  : a covariance matrix of  $\hat{R}_H - R_H$
- $P_{RR}$  : a covariance matrix of  $\hat{R}_R - R_R$
- $P_{RS}$  : a covariance matrix of  $\hat{R}_S - R_S$
- $Q_H$  : a quadratic error in Hyperbolic Navigation System.
- $Q_R$  : a quadratic error in Ellipse-Hyperbola Navigation System.
- $Q_S$  : a quadratic error in Spherical Navigation System.
- $R_H$  : a  $(3 \times 1)$  vector specifying the true position relative to the assumed position in Hyperbolic Navigation System.
- $R_R$  : a  $(3 \times 1)$  vector specifying the true position relative to the assumed position in Ellipse-Hyperbola Navigation System.

- $R_s$  : a  $(3 \times 1)$  vector specifying the true position relative to the assumed position Spherical Navigation System.
- $t_j$  : the time required for the signal propagate from the  $j$ th beacon to the receiver.
- $t_j^*$  : the measured time required for the signal propagate from the  $j$ th beacon to the receiver.
- $T_*$  : a  $(N \times 1)$  vector specifying  $t_j^*$ .
- $T_i$  : the time of the  $i$ th pulse transmission from the beacon.
- $T_m$  : the time of the  $m$ th pulse transmission from the beacon.
- $T_0$  : the time of the first pulse transmission from the beacon.
- $T_{ki}$  : the arrival time of  $i$ th pulse from the  $j$ th beacon to the receiver.

### Greek Letters

- $\delta_j^*$  : the distance from the  $j$ th beacon to the assumed position.
- $\delta^*$  : a  $(3 \times 1)$  vector specifying the  $\delta_j^*$ .
- $\Delta T$  : the interval between pulses.
- $\epsilon_j$  : the measured time error due to disturbance in the wave propagation medium and receiver noise.
- $\phi$  : an angle included between two beacons.
- $\xi_i$  : the random noise of  $T_{ki}$ .
- $(\sigma^*c)^2$  : the mean squared ranging error.

## 1. 序 論

### 1.1 電波航法の 歷史

1910年頃 電波航法方式으로는 처음으로 開發된 無線方位 測定方式은 그 때까지 燈臺 등 陸地의 視覺方位에 의한 位置測定法에 比하여 測定可能한 距離가 길고 天候 또는 밤낮에 關係없이 位置測定이 可能하다는 點에서 크게 脚光을 받았으며 電波를 航法에 利用할 수 있는 可能性을 열어놓았으나 이제까지의 光波航法에 比해서 精密度가 떨어지거나 經濟的으로 負擔이 컸기 때문에 光波航法이 不可能한 境遇의 代替手段으로서의 役割밖에 하지 못했다.

제2차 世界大戰中에는 軍事的인 必要性으로 부터 電波航法の 研究에 拍車을 加한 結果 RADAR를 시작으로 LORAN航法, DECCA航法 등 電波航法方式이 크게 發達하였다.<sup>1)2)</sup>

그 후 船舶 航空機가 大型化되고 高速化함에 따라 有效範圍의 增大, 精密度의 向上, 受信機의 自動

化 등 여러가지 요구에 副應하여 LORAN-C方式이 繼續 建設중에 있고 利用範圍가 擴大되고 있다.

3) 4) 5)

1976년에 Omega方式 등이 開發되었으며, 1964年 NNSS의 완성을 契機로 衛星航法時代가 開幕되었고, 그 후 美空軍이 主動이 되어 NNSS의 短點을 補完하고 位置의 精度를 높이는 GPS항법이 開發되어 1989년말까지 2次元 測位시스템은 完成될 것으로 보이며 1992년까지는 3次元測位도 可能해질 展望이다.<sup>6)9)</sup>

그러나 이러한 衛星航法方式은 어디까지나 美國의 國防上의 要求에 의하여 開發運用되고 있는 實情이며, 國際的인 趨勢<sup>10) 11) 12)</sup>는 2000년대 이후까지 LORAN-C 등 雙曲面航法이 중요한 航法手段으로 採擇될 展望이다.

### 1.2 研究의 背景

現在 使用중인 電波航法에 있어서 位置計測의 原理는 주어진 座標界 내에서 本船의 座標要素를

直接 救하는 것이 아니고 位置를 이미 알고있는 물표로부터의 方位, 距離, 高角 또는 두 물표로부터의 方位差, 距離差, 高角의 差 또는 이상 6要素의 時間微分測定値를 積分해서 元來의 6要素로 還元시키는 方法 등이 채용된다.

이들 要素들을 測定하면 하나의 位置超平面을 얻게 되고 두개의 超平面의 交線에 의해서 位置線을 얻게 된다. 이러한 위치선과 제3의 위치초평면의 교점으로 位置가 定義된다. 이렇게 구해지는 位置誤差의 크기는 位置超平面에 包含된 測定誤差와 位置超平面 사이의 幾何學的 相互關係의 兩者에 의해서 決定된다.

이러한 位置의 精度를 評價하는 基準으로서 1979년에 E. R. Swanson이 GDOP(Geometric Dilution of Precision)에 관한 논문<sup>13)</sup>을 발표한 이래 여러 학자들이 GDOP에 관한 연구를 계속하여 최근에는 GPS 항법의 利用範圍의 計算이나 使用할 衛星의 配置 및 選擇의 문제에 많이 利用되고 있다.<sup>9) 14) 15)</sup>

그후 많은 學者들이 항법과 측위오차에 대해 연구하였는데<sup>16)~22)</sup> 특히 日本의 Imazu(今津隼馬)는 直角航法の 정도를 確率理論을 導入하여 研究하였으며<sup>23)</sup>, Harry B. Lee는 雙曲線航法の GDOP에 관한 연구를 하였으나 雙曲線航法の 短點을 補完하는 데는 未洽하였다.<sup>20)</sup> B. T. Fang은 GPS航法에서의 GDOP를 計算하는 方式을 誘導하였고<sup>15)</sup> Paul Braisted와 William L. Polhemus는 GPS와 LORAN-C를 結合하는 方式을 研究하였으나 GPS衛星이 완전히 配置되지 않은 상황에서는 臨時方便에 不過하다.<sup>25) 28)</sup>

위에서 살펴본 바와 같이 각 測定要素의 誤差에 관한 研究나 GDOP에 관한 研究는 이제까지 많이 있었으나 現實的으로 利用可能한 항법에 있어서 測定要素에 包含되는 測定誤差와 GDOP에 의한 位置誤差를 同時에 考慮하여 最適航法方式을 찾아내고자 하는 努力을 찾아볼 수 없다. 따라서 이 論文에서는 이러한 方法을 追究하고자 한다.

또 다른 境遇는 RADAR항법에서 採用되는데, 利用範圍가 극히 좁은 연안에 限定된다. 또 다른 形態의 直角航法으로, 公同의 焦點을 갖는 橢圓과 雙曲線은 어느 地點에서 직각으로 만나므로 이러

점을 항법에 이용할 것을 提案하고 이것을 橢圓·雙曲面航法이라 부르기로 한다.

## 2. 對象航法の 精度評價

### 2.1 球面航法

#### 2.1.1 測位 알고리즘

球面航法은 位置를 알고 있는 複數개의 地點과 測位對象인 船舶과의 사이에 電波가 傳播하는데 걸리는 時間을 測定하여, 位置를 알고 있는 地點으로부터 等距離인 球面을 그러 複數개의 球面이 交叉하는 點으로 船舶의 位置를 구하는 航法이다.<sup>30)</sup>이다. 그 代表적인 것이 RADAR와 GPS航法이며 航空機에서 使用하는 DME-DME(Distance Measuring Equipment) 航法<sup>27) 31)</sup>이다.

測位시스템은 Fig. 1과 같이 N개의 비이콘과 하나의 受信機로 이루어지는 것으로 假定한다.

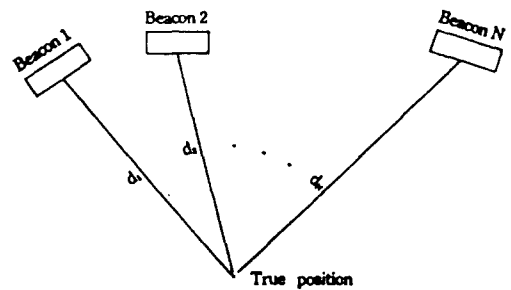


Fig. 1 The constitution of position fixing system

어떤 方法으로 비이콘으로부터 發射된 電波가 受信機까지 到達하는 데 소요되는 時間을 測定하였다고 하자. 그러면 다음과 같은 方程式<sup>20)</sup>을 얻을 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= d_1/c \\ t_2 &= d_2/c \\ &\vdots \\ t_N &= d_N/c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

단,  $t_j$ : j번째 비이콘으로부터 受信機까지 電波가 오는데 걸리는 시간.

$d_j$  :  $j$ 번째 비이콘의 위치로부터 受信機의 진위치까지의 거리.  
 $c$  : 신호(전파)의 속도.

原理的으로 受信機의 位置는  $d_j$ 를 알고 있는 비이콘 座標와 位置를 알지 못하는 受信點의 座標와의 關係로 表現되며 식(1)을 受信點의 座標에 대해 풀이하므로서 결정될 수 있다. 그러나 실제로는 식(1)에서  $t_j$ 와  $d_j$ 의 正確한 값을 알 수 없으므로 이들을 利用할 수는 없으며, 대신  $t_j^*$ 와  $d_j^*$ 를 定義하는 것<sup>20)</sup>이 有用하다.

$$\left. \begin{aligned} t_1^* &= d_1^*/c + \varepsilon_1 \\ t_2^* &= d_2^*/c + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ t_N^* &= d_N^*/c + \varepsilon_N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

단,  $t_j^*$  :  $j$ 번째 비이콘 신호가 수신점까지 傳播하는 데 걸린시간.

$d_j^*$  :  $j$ 번째 비이콘 위치로부터 알지 못하는 수신점까지의 거리.

$\varepsilon_j$  : 전파 매체의 교란에 의한 오차 및 수신기 잡음을 나타내는 오차항.

식(2)에서 통상 誤差項  $\varepsilon_j$ 는 알 수 없기 때문에 수신점의 위치는 正確하게 決定될 수 없다. 대신 식(2)로부터 근사적인 위치를 결정할 수 있을 뿐이며, 이 때의 近似度는 誤差  $\varepsilon_j$ 의 크기에 依存한다.

2.1.2 誤差의 推定

全體를 通해서 誤差  $\varepsilon_j$ 는 非相關零平均不規則變數(Unrelated zero mean random variables)로 모델화할 수 있는 것으로 假定하고 誤差項  $\varepsilon_j$ 를 다음과 같이 벡터로 나타낸다.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

또  $\varepsilon$ 의 期待値는 0이라고 假定한다.

$$E[\varepsilon] = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$\varepsilon_j$ 의 共分散行列  $P_\varepsilon$ 의 다음과 같이 形態를 갖는

다고 假定한다.

$$P_\varepsilon = E[\varepsilon\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \sigma_2^2 & \\ & & \ddots \\ & & & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

위에서 Prime은 轉置를 나타낸다.

식(4)와 식(5)의 假定은 각 비이콘에서 수신점까지 送信된 時間이 信號가 傳播되는 媒質의 標準傳播狀態로 미리 修正되었다면 應用面에서 合理的인 것이다.

2.1.3 最適推定에 依한 位置誤差

$R$ 을 實際 位置에서 假定位置를 向하는  $(3 \times 1)$  벡터라 둔다. 식(2)를  $R$ 에 關해 線形最小自乘法을 導入하여 解를 구하는 方法을 생각한다.

이 方法에서 수신점에 充分히 가까운 점에 대해 식(2)를 線形化하여 線形化誤差가 傳播時間의 RMS오차  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ 에 비해 無視할 수 있는 것으로 한다. Fig. 2에 나타낸 가정위치에 대한 수신점의 위치는 自乘誤差를 最小로 하는 벡터  $R$ 에 의해 計算된다.

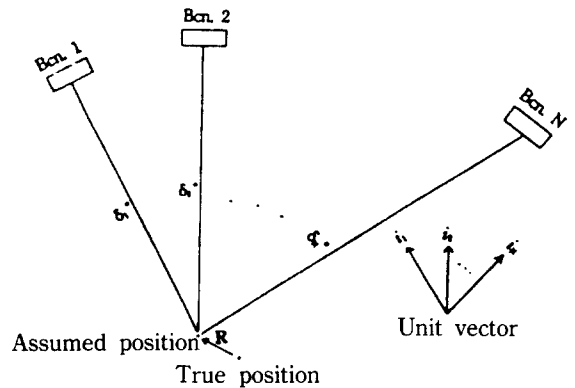


Fig. 2 The correlation of beacon, assumed position and true position.

自乘誤差는 다음 식으로 주어진다.



$$R_s = [F' \quad P_e^{-1} F]^{-1} F' \quad P_e^{-1} [cT^* - \delta^* - c\epsilon]$$

식(10)의 추정치  $\hat{R}_s$ 에서 위 식의 진값  $R_s$ 를 빼서 정리하면 다음과 같다.

$$\hat{R}_s - R_s = c[F' \quad P_e^{-1} F]^{-1} F' \quad P_e^{-1} \epsilon$$

위 식에서 만약  $\epsilon$ 이 0이면  $\hat{R}_s - R_s$ 는 명백하게 0이다. 더욱 일반적으로  $E[\epsilon] = 0$ 이면  $E[\hat{R}_s - R_s] = 0$ 이다. 따라서 식(10)은 치우침이 없다. 오차  $\hat{R}_s - R_s$ 에 관련된 共分散行列은 다음과 같다.

$$P_{RS} = E[(\hat{R}_s - R_s)(\hat{R}_s - R_s)] \\ = c^2 [F' \quad P_e^{-1} F]^{-1} \dots \dots \dots (11)$$

最小自乘法의 결과 식(10)은 수신점의 위치 R의 오직 하나의 가능한 추정치를 나타낸다.

2.1.4 精度的 評價

정도를 평가하기 위하여 공분산행렬 식(11)을 다음과 같이 다시 쓰는 것이 편리하다.

$$P_{RS} = (\sigma^* c)^2 \Gamma \\ = (\sigma^* c)^2 \begin{bmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_{yy} & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} & \Gamma_{zy} & \Gamma_{zz} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (12)$$

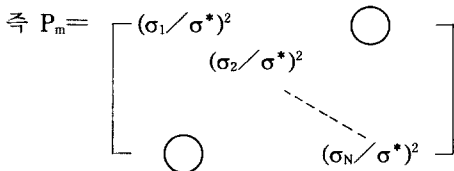
단,  $(\sigma^* c)^2$ 은 自乘平均距離誤差를 나타낸다.

$$\text{즉, } (\sigma^* c)^2 = 1/N \sum_{j=1}^N (\sigma_j c)^2$$

식(12)에서 식(11)을 이용하면  $\Gamma_s$  행렬은 다음의 관계로 정의된다.

$$\Gamma_s = 1/(\sigma^*)^2 [F' \quad P_e^{-1} F]^{-1} \\ = [F' \quad P_m^{-1} F]^{-1} \dots \dots \dots (13)$$

단,  $P_m$ 은 正規化한 共分散行列을 나타낸다.



모든 慣習的인 精度測定은  $\Gamma_s$ 의 요소항들로 쉽게 표현될 수 있다. 예를들면 平均自乘距離誤差의

X, Y, Z 方向의 각 成分은 다음과 같다.

$$\sigma_x^2 / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{xx} \dots \dots \dots (14)$$

$$\sigma_y^2 / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{yy} \dots \dots \dots (15)$$

$$\sigma_z^2 / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{zz} \dots \dots \dots (16)$$

마찬가지로 平均自乘誤差에 대한 全體自乘平均誤差  $(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)$ 의 비율은 다음과 같이 주어진다.

$$(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} + \Gamma_{zz} \dots \dots \dots (17)$$

결국 GDOP 또는 RMS 거리오차에 대한 RMS 위치오차의 비율은 다음과 같다.

$$GDOP = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2} / (\sigma^* c) \\ = (\Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} + \Gamma_{zz})^{1/2} \dots \dots \dots (18)$$

식(14)에서 식(18)까지의  $\Gamma_i$  函數는 基本的인 位置誤差가 수신점에 대한 비이콘의 幾何學的 位置에 의해 얼마만큼 增大되는가를 나타내는 誤差擴大因數로 解釋될 수 있다. 확실히 식(14)에서 식(18)까지의 값이 작을수록 좋다. 球面航法에서 GDOP의 計算은 식(13)의 trace의 平方根으로 구할 수 있다.<sup>20)</sup>

GDOP의 값은 채택한 항법방식, 이용 가능한 송신국의 배치 및 본선 位置와 이들 송신국과의 相對關係에 의하여 달라지며, 송신국 배치형태는 여러가지를 가상할 수 있다. 이 研究에서는 이용할 수 있는 국의 選擇의 여지가 비교적 크도록 4개의 송신국을 택하기로 하고 이들을 정사각형의 頂點에 配置하는 것으로 한다. 이 경우의 구면항법의 GDOP를 계산하여 GDOP 等誤差曲線을 그림으로 표시하면 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서 좌표축에 표시된 수자는 4각형의 内心으로 부터의 거리이며, 곡선상에 표시된 수자는 계산된 GDOP의 값이며, 구면항법의 거리측정오차의 標準偏差와 座標界의 尺度的 비에 의하여 결정되므로, 좌표계의 척도는 GDOP의 상대적인 비교에는 無關하다. 이 계산에서는 수신기가 비이콘과 同一平面에 있는 경우로 가정하였다. 식(2)의  $\epsilon_i$ 의 分散은 일정한 값으로 주고 식(13)을 이용하여 수신점의 위치와 구면항법에 의한 測定位置와 測定誤差의 關係를 등축위 오차곡선으로 나타낸 것이





2.3 橢圓·雙曲面航法

2.3.1 測位 알고리즘

Fig. 5에 보인 바와 같이 모든 測定位置에서 양국간의 거리의 합이 일정한 점들의 궤적인 타원과 양국으로 부터 거리차이가 일정한 점들의 궤적인 쌍곡선은 항상 직각으로 만나므로 이들 두 위치선의 교점으로 위치를 결정하면 위치선의 교각에 의한 偏位誤差를 줄일 수 있을 것으로 사료된다. 이를 규명하기 위하여 타원·쌍곡면항법에 의한 位置決定方程式을 세우면 다음과 같다.

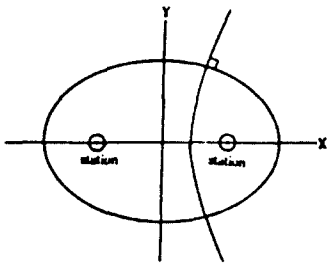


Fig. 5 The LOPs of a Ellipse and a Hyperbola with common focus

$$\left. \begin{aligned}
 t_1^* - t_2^* &= 1/\alpha(\delta_1^* - \delta_2^*) + 1/\alpha(i_1 - i_2) \cdot \\
 &\quad R_R + (\epsilon_1 - \epsilon_2) \\
 t_1^* + t_2^* &= 1/\alpha(\delta_1^* + \delta_2^*) + 1/\alpha(i_1 + i_2) \cdot \\
 &\quad R_R + (\epsilon_1 + \epsilon_2) \\
 &\quad \vdots \\
 &\quad \vdots \\
 t_{N-1}^* - t_N^* &= 1/\alpha(\delta_{N-1}^* - \delta_N^*) + 1/\alpha(i_{N-1} - i_N) \cdot \\
 &\quad R_R + (\epsilon_{N-1} - \epsilon_N) \\
 t_{N-1}^* + t_N^* &= 1/\alpha(\delta_{N-1}^* + \delta_N^*) + 1/\alpha(i_{N-1} + i_N) \cdot \\
 &\quad R_R + (\epsilon_{N-1} + \epsilon_N)
 \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

식(23)을 간략하게 쓰기 위하여 다음의 B행렬을 정의한다.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \bigcirc & & \\ & 1 & 1 & & \\ & & \bigcirc & 1 & -1 \\ & & & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 2N \text{ rows} \\ \dots (24) \\ N \text{ columns} \end{array}$$

위에서 정의한 B행렬을 이용하여 식(23)을 다음과 같이 간략하게 쓴다.

$$BT^* = 1/B\delta^* + 1/BFR_R + B\epsilon \dots (25)$$

橢圓·雙曲面航法の GDOP를 計算한 예는 Fig. 6과 같다.

Fig. 6은 비이콘의 배치 및 거리차 오차의 분산을 2.1 및 2.2의 경우와 같이 했을 때의 타원·쌍곡면항법의 GDOP 등오차곡선을 나타낸다. 식(2)의  $\epsilon_i$ 의 분산을 일정한 값으로 주고 각 항법의 측위위치와 측위오차의 관계를 등측위 오차곡선으로 나타낸 것이다. 측위시스템의 기하학적 특성을 나타내는 F에는 bias 오차 성분은 포함되지 않은 것으로 하였다. 이 그림에서 타원·쌍곡면항법의 GDOP는 국배치의 중심에서 멀어질수록 완만하게 증가하여 뚜렷한 변화는 보이지 않고 있다.

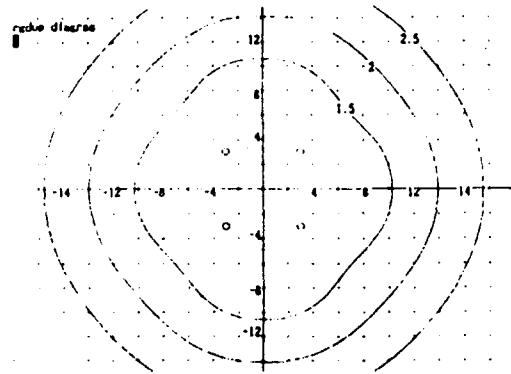


Fig. 6 The GDOP diagram of Ellipse-Hyperbola Navigation System.

3. 시뮬레이션에 의한 測位精度의 評價

3.1 雙曲面航法과 球面航法

2.1, 2.2, 2.3에서 列擧한 각종 항법방식을 比較하기 위하여 비이콘과 선박이 同一平面에 있는 경우를 가정하고, Fig. 7에 보인 바와 같이 비이콘을 정4각형의 頂點에 配置하였고, 여기에서는 항로의 선택도 여러가지를 고려할 수 있으나 이미 검토된 바와 같이 GDOP는 정사각형의 내부와 외부에서

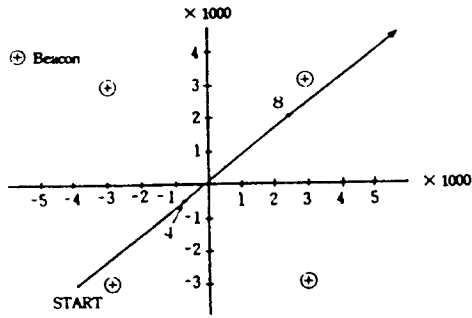


Fig. 7 The beacon arrangement and trace of the receiver. (scale 1000m)

현저히 차이가 나므로 선박이 정사각형의 외부에서 정사각형의 내심을 통과하는 항로를 예로 들어 Simulation에 의해 평가하였다.

이 simulation에서는 비이콘의 위치정보와 전파의 전파속도에 bias 오차가 있고, 가우스 백색잡음인 관측오차  $\epsilon_i$ 를 가정하여 Fig. 8에 측위결과의 한 예를 나타내었다.

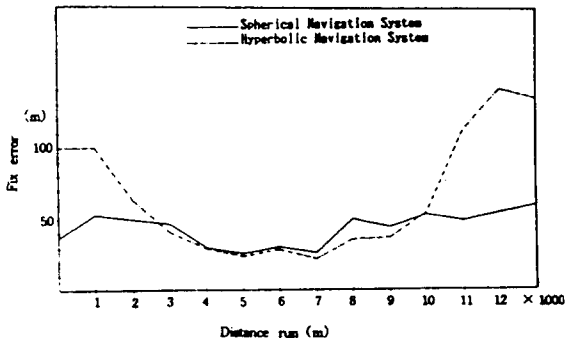


Fig. 8 The simulated results of the position error by Hyperbolic Navigation System and Spherical Navigation System respectively.

이 그림은 橫軸에 航過距離, 縱軸에 측위오차의 평균치를 나타낸 것이다. 측위오차는 쌍곡면항법의 출발점의 측위오차를 100으로 하고 구면항법과 쌍곡면항법의 측위오차를 相對值로 나타내었다. GDOP를 이용한 해석에서와 같이 비이콘 배치의

외부영역에서는 측위오차의 평균이 구면항법에서 보다 雙曲面航法에서 크게 나타남을 알 수 있다.

### 3.2 雙曲面航法과 橢圓·雙曲面航法

앞 절에서와 같은 조건하에서 쌍곡면항법과 타원·쌍곡면항법을 써서 Simulation을 행한 결과를 Fig. 9에서 표시하였다.

이 경우에는 시간동기는 유지된다는 전제하에서 계산한 것이며 위치오차의 값은 처음의 쌍곡면 항법의 경우를 100으로 하고 그 이후의 오차를 상대치로 나타내었다. Fig. 9에서도 GDOP를 이용한 해석에서와 같이 비이콘 배치의 외부영역에서 측위오차의 평균이 타원·쌍곡면항법보다 크게 나타남을 알 수 있다.

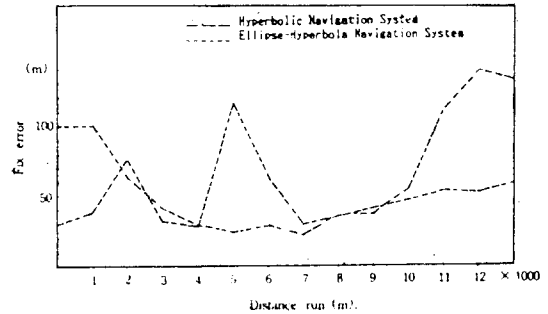


Fig. 9 The simulated results of the position error by Hyperbolic Navigation System and Ellipse · Hyperbola Navigation system respectively.

## 4. 航法の 選擇에 依한 船位誤差의 最小化

### 4.1 GDOP를 規範으로 한 航法の 選擇

앞에서 세가지의 항법에 관한 測位誤差特性的의 評價로 부터 비이콘 配置의 外部領域에서 쌍곡면 항법에 비해 구면항법이나 타원·쌍곡면항법쪽이 推定精度가 좋은 것을 알았다. 이같은 測位場所와 測位精度의 관계는 앞에서 논한 GDOP로 평가할 수 있다. 즉 몇 개의 항법이 使用可能한 경우에는 각 항법의 GDOP값을 평가하여, GDOP가 적은 항법을 선택하면 綜合的으로 측위오차를 작게 할 수

있다. 그렇게 하기 위하여 쌍곡면항법의 GDOP가 좋은 海域에서는 쌍곡면항법으로 위치를 결정하면서 송수신기간의 時間同期를 잡고 GDOP가 顯著하게 커지는 영역에서는 이 시간동기를 이용하여 국으로 부터의 거리나 두국으로 부터의 거리합을 구하여 구면항법 또는 타원·쌍곡면항법을 사용할 수 있을 것이라는 假定下에 그 알고리즘에 대하여 檢討하고자 한다.

4.2 雙曲面航法の 測位結果를 利用한 時間同期誤差의 推定

구면항법 또는 타원·쌍곡면항법을 적용함에는 송신국과 수신기의 시간동기의 維持가 前提되어야 하며, 현실적으로 송신국의 世界時에 대한 시간동기유지는 실용상 지장이 없는 수준에 도달해 있으나 受信機時間의 同期維持는 原子時計(세시움 또는 루비듐 시계)의 現 市場價格을 고려할 때 수신기의 단가 負擔 관계상 가까운 장래에는 실현될 가능성이 희박한 실정이다. 이의 해결책의 하나로 GDOP가 비교적 좋은 영역에서 쌍곡면항법으로 구한 선위를 이용하여 송신국과 수신기의 시간동기오차를 逆算하는 방법을 제안한다.

수신기의 시계를 기준한 비이콘에서의 신호발생 시각을 수신점에서 알 수 없는 경우에도 Fig. 10과 같이 等時間間隔으로 펄스신호가 송신되어 올 때에는 쌍곡면항법의 결과로부터 동기오차를 추정할 수 있다. 初期펄스發生時刻을  $T_0$ , 펄스 發射時間間隔을  $\Delta T$ 라 하면 m번째 펄스신호발생시각  $T_m$ 은 식(26)과 같다.

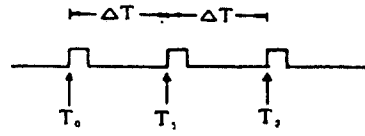
$$T_m = T_0 + m \cdot \Delta T \dots\dots\dots (26)$$

한편 i번째의 펄스신호를 수신했을때 쌍곡면항법을 써서 수신점의 위치가 추정되면 식(27)과 같은 觀測方程式을 얻을 수 있다.

$$T_{Ri}^j = \hat{D}_i^j / c + T_i + \xi_i^j \quad (i=1 \dots N) \dots\dots\dots (27)$$

단,  $T_{Ri}^j$ : 비이콘 j로 부터 i번째 펄스신호를 수신한 시각  
 $\hat{D}_i^j$ : 쌍곡면항법의 추정치를 이용하여 추정된 수신점과 비이콘 j와의 거리

$T_i$ : i번째 펄스발생시각  
 $\xi_i^j$ : 쌍곡면항법의 수신점 위치의 측정오차나 신호 수신시의 시각 측정오차에 의한 불규칙한 잡음



$T_0$ : the time of the first pulse  
 $\Delta T$ : the interval between pulses.

Fig. 10 The order of pulse signals.

식(27)은  $\Delta T$ 와  $T_0$ 를 사용하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$T_{Ri}^j = \hat{D}_i^j / c + T_0 + i \cdot \Delta T + \xi_i^j \dots\dots\dots (28)$$

이중에 未知 파라메타는  $T_0$ 뿐이며 여기서  $\Delta T$ 는  $\hat{D}_i^j / c$ 보다 크게 설계되어 있으며, 미리 알고 있다. i번째의 펄스신호에 대해서 N개의 정보를 종합하면 미지 파라메타  $T_0$ 는 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{T}_0^{(i)} = 1/N \sum_{i=1}^N [T_{Ri}^j - \hat{D}_i^j / c - i \cdot \Delta T] \dots\dots\dots (29)$$

m번째의 펄스 신호처리시점에서 초기펄스신호 발생시각의 추정치  $T_0$ 는 m번째까지의 추정치  $T_0^{(i)}$ 의 평균으로 주어지게 된다.

$$\text{즉, } \hat{T}_0 = 1/m \sum_{i=1}^m \hat{T}_0^{(i)} \dots\dots\dots (30)$$

식(30)을 逐次形式으로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{T}_0 = \hat{T}_0^{(i)} \quad (\text{초기 펄스}) \dots\dots\dots (31)$$

$$\hat{T}_0 = \hat{T}_0 + 1/m(\hat{T}_0^{(m)} - \hat{T}_0) \dots\dots\dots (32)$$

m번째의 펄스신호 발생시각은 추정된  $T_0$ 를 사용하여 다음 식(33)과 같이 計算된다.

$$\hat{T}_m = \hat{T}_0 + m \cdot \Delta T \dots\dots\dots (33)$$

### 4.3 시뮬레이션에 의한 評價

#### 4.3.1 雙曲面航法과 球面航法을 結合했을 때

위의 펄스신호 발생시각 추정 알고리즘을 이용하여 펄스신호 발생시각을 구하고 GDOP가 크게 되는 비이콘 設置 외부영역에서 쌍곡면항법 대신에 구면항법을 이용하여 위치를 決定하는 simulation을 하였다.

출발점에서 (Fig. 7) 4000m를 航過한 地點으로부터는 그 이전의 쌍곡면항법에 의한 비이콘 정보를 이용하여 T<sub>0</sub>를 구하고 이를 이용한 구면항법(擬似球面航法)을 適用하면 Fig. 11에 나타낸 바와 같이 위치정도가 크게 向上됨을 알수 있다.

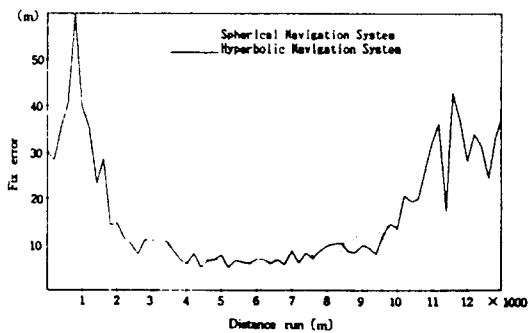


Fig. 11 The simulated results of estimated position error of Hyperbolic Navigation and Spherical Navigation System respectively.

#### 4.3.2 雙曲面航法과 橢圓·雙曲面航法을 結合했을 때

쌍곡면항법은 전파의 도착시간차를 측정하는 항법이므로 타원·쌍곡면항법에서 필요한 거리를 알 수 없다. 쌍곡면항법으로 위치를 구하고 그 위치에서 각 비이콘으로부터 전파가 출발한 시각을 逐次近似法으로 추정하여 각 비이콘까지의 거리를 계산하여 타원·쌍곡면항법을 이용할 수 있다. 비교적 精度가 높은 쌍곡면항법으로 위치를 측정하다가 Fig. 7의 출발점에서 4000m를 航過한 地點으로부터 逐次近似法으로 추정한 전파 출발시각을 이용하여 두 항법의 위치오차를 측정한다. Fig. 12에 보인 바와 같이 위치정도가 크게 向上됨을 알 수 있다.

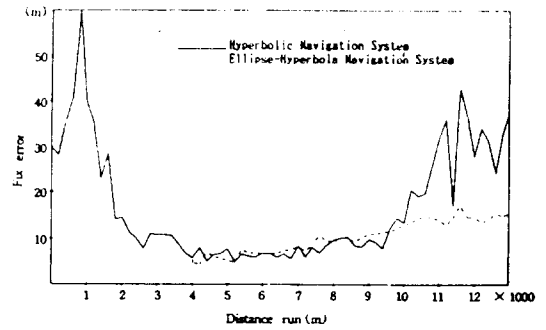


Fig. 12 The simulated results of estimated position error of Hyperbolic Navigation System and Ellipse-Hyperbola Navigation System respectively.

## 5. 結 論

電波航法方式의 測位誤差의 大小를 評價하는 基準으로 GDOP를 選擇하고 現在 많이 쓰이고 있는 球面航法과 雙曲面航法의 GDOP를 計算하는 Algorithm을 定立하고, 本 論文에서 提案한 橢圓·雙曲面航法의 GDOP計算을 完成하였다. 또한 正사각형의 頂點에 送信局을 配置한 예를 들어 각 항법에 의한 GDOP를 計算하여 GDOP 그림을 作成 比較하였다. 이 그림에 의하면 送信局 配置 4각형의 内部領域에서는 위의 세가지 항법의 優劣에 큰 差가 없으나 外部領域에서는 쌍곡면항법이 顯著히 不利하며, 구면항법과 타원·쌍곡면항법의 경우는 비슷한 결과를 나타냄을 確認하였다.

이들 結論을 再檢討하기 위해서 송신국 배치 사각형 內心을 가로 지르는 항로를 假定하고, 전파의 도래시간(또는 시간차) 측정에 白色雜音의 오차를 內包시켜 位置誤差를 計算하는 알고리즘을 提案하였다. 나아가서 이 알고리즘에 의하여 測定船位의 誤差를 Simulation으로 計算한 결과, GDOP에 의한 항법의 평가와 같은 결과가 얻어짐을 確認함으로써, GDOP가 항법의 精度평가의 강력한 道具가 됨을 立證하였다.

두 송신국으로부터의 전파의 도착시간차를 측정하는 雙曲面航法과는 달리 球面航法 또는 橢圓·雙曲面航法을 適用함에는 送受信機間의 時間同期

가 前提되어야 하며 이를 위한 수신기의 費用負擔을 輕減하기 위한 方便의 하나로 GDOP가 비교적 良好한 領域에서 쌍곡면항법으로 구한 船位로부터 時間同期誤差를 算出하여 쌍곡면항법의 GDOP가 나쁜 영역에서 구면항법이나 타원·쌍곡면항법을 利用하는 방법을 提案하고 이 方法의 有用성을 立證하였다.

이러한 方法의 導入을 통하여 한국 서남해안의 5970 LORAN-C 체인의 死角地帶에서도 체인내 송신국의 再配置 없이 정도 높은 선위를 측정할 수 있을 것으로 기대된다.

앞으로 이 논문에서 提案한 여러 方法의 應用을 위한 計算 알고리즘을 현용 LORAN-C 수신기의 內臟 processor 또는 最小限度로 용량을 증가시킨 processor에 壓縮하여 貯藏하는 具體적인 方法을 연구 개발하여 더욱 完璧하게 實用化할 수 있도록 하고자 한다.

### 參考文獻

1. 坂本賢三譯, "Geschichte der Navigation" by Hans-Christian Freiesleben, 航海術의 歷史, 岩波書店, pp. 209~220, (1983).
2. 飯田嘉郎, "航海術史", 出光書店, 東京, pp. 445~456, (1984).
3. K. F. Woodman et al, "LORAN-C Chains : Determination of Extent of Cover," J. of Navigation, vol. 41, no. 2, pp. 149~173, (1988).
4. F. Fuentes, "LORAN-C in the 21th Century," IEEE AES Magazine, pp. 8~10, Dec. (1987).
5. Andrew J. Sedlock, "Mid-Continent Loran-C Expansion," IEEE AES Magazine, pp. 11~14, Dec. (1987).
6. 정세모, "전파항법 및 전파수로측량," 아성출판사, 부산 pp. 287~297, (1987).
7. 김동일, "전파항법," 해기사협회, pp. 68~77, (1985).
8. 木村小一, "アメリカにおける船位測定システムの動向," 航海, 74號, pp. 22~28, (1982)
9. P. S Noe et al, "A Position Fixing Algorithm for the Low Cost GPS Receiver," IEEE, Trans. on AES, vol. AES-12, pp. 295~297, (1976)
10. Europe Loran-C policy Group. "Loran-C policy Group Report" pp. 1~28, Aug. (1989).
11. IALA, "IALA Special Radio Navigation conference London, England" pp. 106~107, March, (1987).
12. IALA, "Japanese Meeting of Experts on Loran-C," pp. 1~12, Oct. (1989).
13. E. R. Swanson, "Geometric Dilution of Precision," Navigation, vol 25, pp. 425~429, (1978).
14. 木村小一, "船舶電子航法ノート," 船の科學, vol. 40, pp. 80~84, (1987)
15. B. T. Fang, "Geometric Dilution of Precision in Global Positioning System Navigation," AIAA J. of Guidance and Control, vol. 4, no. 1, pp. 92~94, (1981)
16. 壓司和民 外1, "船位測定システム," 航海, 74號, pp. 17~21, (1982)
17. 佐藤尚登, "雙曲線航法システムの位置の線の偏差について," 航海, 43號, pp. 7~9, (1974)
18. 小坂滿隆, "異種側位アルゴリズム組合せによる側位精度の向上," 電氣學會論文誌C, 106券, 8號, pp. 173~179, (1986)
19. 木村小一, "雙曲面航法と衛星航法のGDOP," 日本航法學會論文集, 72號, pp. 41~48, (1985)
20. Harry B. Lee, "A Novel Procedure for Assessing the Accuracy of Hyperbolic Multilateration Systems," IEEE Trans. on AES, vol. AES-11, no. 1, pp. 2~15, (1975).
21. N. Lowhead, "Position Location System Technology," IEEE PLANS 76, pp. 49~57, (1976).
22. J. B. Parker, "The Arithmetic of Navigation Position Errors," J. of Navigation, vol. 35, no 1, pp. 28~38, (1982).
23. 今津隼馬 外 1, "直角航法とその精度について," 日本航海學會論文集, 53號, pp. 1~12, (19

- 75).
24. R. C. Rawlings et al. "The Flight Assessment and Applications of DME/DME," J. of Navigation, vol. 34, No. 1, pp. 103~133, (1981).
25. Paul Braisted et al, "Combining LORAN and GPS-The Best of Both World," Navigation, vol. 33, no. 1, pp. 20~25, (1986).
26. William L. Polhemus, "The Integration of GPS and LORAN-C, J. of Navigation, vol. 41, no. 3, pp. 410~416, (1988).
27. 本山證夫 et al, "日本におけるDME-DME航法の採用に關する 検討," SANE86-24, pp. 9~16, (1986).
28. 長岡政四, "最近のVORについて" 航海, 89號, pp. 47~55, (1986).
29. J. C. Bobick, "Updating Inertial Navigation Systems with VOR/DME Information," AIAA J., Vol. 11, No. pp. 1377~1384, (1973).
30. Leo Horowitz, "Direct Ranging LORAN," Navigation, vol. 17, no. 2, pp. 200~204, (1970).
31. A Becker, "Integrated Navigation, Communication and Surveillance System based on Standard Distance Measuring Equipment," J. of Navigation, vol. 40, no. 2, pp. 194~205, (1987).
32. Claud Powell, "Hyperbolic Origins," J of Navigation, vol. 34, no. 3, pp. 424~436, (1981).
33. 김우숙, 김동일, 정세모, "구면항법과 쌍곡면항법의 알고리즘을 조합한 고정도 위치 결정법에 관한 연구," 한국항해학회지, 12권, 1호, pp. 45~53, (1988).
34. 김우숙, 김동일, 정세모, "쌍곡선항법을 이용한 직각항법에 의한 측위정도 향상에 관한 연구," 한국항해학회지, 제13권, 제1호, pp. 1~10, (1989).
35. 木村小一, "GDOPの一般的な定義," 船の科學, 37券, pp. 106~107, (1984).