

論文 90-27-8-18

## 4 광파 혼합에 의한 선형 위상 공액 발진기의 발진조건 (The Oscillation Conditions of a Linear Phase-Conjugate Oscillator using Four-Wave Mixing)

趙濟煌\*, 楊仁應\*\*

(Che Hwang Cho and In Eung Young)

### 要 約

본 논문에서는 광굴절 결정체에 적용되는 4광파 혼합에 있어서 자체 펌프 방식이 아닌 외부에서 인가되는 두개의 펌프파를 사용함으로써, 광굴절 결정체와 기존의 두 거울로 구성된 선형 위상 공액 발진기의 발진 조건이 두 펌프파의 세기비, 편광 상태, 및 광 경로차 등의 여러가지 매개변수로써 간편하게 제어됨을 지적하였다.

### Abstract

In this paper, the oscillation condition for the linear phase-conjugate oscillator which consists of one photorefractive crystal, two conventional mirrors, and two pump waves applied externally has been analyzed.

In the result, it has been shown that the oscillation condition of this type oscillator can be easily controlled by adjusting the various parameters such as the intensity ratio, polarization states, and light path difference of two pump waves, etc.

### I. 서 론

BaTiO<sub>3</sub>, Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub>(BSO), Bi<sub>12</sub>GeO<sub>20</sub>(BGO), 그리고 LiNbO<sub>3</sub> 등과 같은 광굴절 결정체(photorefractive crystals)는 기존의 광학 필름에 버금가는 광감도를 갖는 매질로써, 왜곡된 광파의 위상을 보상하는 응용에 중요한 매질이다.<sup>[1]</sup> 4광파 혼합에 의해 광굴절 결정체에서 발생하는 위상 공액파(phase-conjugate wave)는 결정체에 입사되는 광파의 시반전(time-re-

versal)된 형태로 반사되어 광파의 왜곡된 위상을 보상하기 때문에, 특히 광발진기에 다양하게 적용된다.<sup>[2]</sup> 광굴절 결정체로 구성된 광발진기는 기존의 광발진기와는 달리 임의의 캐비티 길이에서도 발진이 가능한데, 이는 결정체에 인가되는 펌프파의 주파수와 발진 주파수 간의 미소한 차이에 의해 발생하는 광굴절 결정체의 비가역적(nonreciprocal) 위상 변화에 기인한다.<sup>[3]</sup> 선형 발진기를 구성하는 광굴절 결정체에 4광파 혼합을 적용하는 경우, 두 펌프파(pump waves)를 기존 거울에서의 반사에 의해 얻게되는 자체 펌프(self-pumping) 방식을 적용함으로써 광발진기의 구조가 간단해진다.<sup>[4]</sup> 그러나 이러한 광발진기는 구조적으로 단순한 반면, 발진을 다양하게 제어하기가 어렵다. 따라서 자체 펌프 방식이 아닌 외부에서 인가되는 펌프파를 사용하는 4광파 혼합을 거

\*正會員, 東新工大 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Dongshin Eng. College)

\*\*正會員, 光云大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Kwangwoon Univ.)

接受日字: 1990年 6月 25日

용함으로써 구조적으로 복잡하더라도 두 펌프파의 세기비, 편광 상태, 그리고 광 경로차 등을 매개 변수로 하여 다양하게 발진의 제어가 가능한 선형위상 공액 발진기를 구성할 수 있다. 참고문헌[5]에서는 이러한 선형 위상 공액 발진기의 발진조건을 P. Yeh의 분석 방법<sup>[6]</sup>을 이용하여 주파수 비동조(frequency detuning)를 고려하지 않고 구했다. 본 논문에서는 무감손 펌프 근사(nondepletion pump approximation)<sup>[7]</sup>를 적용하고, 두 펌프파의 편광 상태가 평행인 경우 캐비티 비동조(cavity detuning)에 대한 발진 조건으로써 두 펌프파의 세기비를 구하여 비교 분석하고자 한다.

II. 이 론

광굴절 결정체 중의  $\bar{4}3m$  대칭군(symmetry group)에 속하는 결정체에 대하여 4광파 혼합을 적용할 때 만족되는 결합파 방정식(coupled wave equations)은 고려되는 광파의 편광 상태가 동일한 경우 다음과 같이 주어진다.<sup>[4,5]</sup>

$$dA_1/dz = -WA_4 \tag{1a}$$

$$dA_2^*/dz = -WA_3^* \tag{1b}$$

$$dA_3/dz = WA_2 \tag{1c}$$

$$dA_4^*/dz = WA_1^* \tag{1d}$$

여기서 그림 1에 주어진 것과 같이  $A_1, A_2$ 는 4 광파 혼합시 동일 선상에서 서로 반대 방향으로 결정체에 인가되는 두 펌프파이고,  $A_4$ 는 탐사파(probe wave), 그리고  $A_3$ 는 위상 공액파이다. \*는 복소공액(complex conjugation)을 의미하며, W는 다음과 같다.

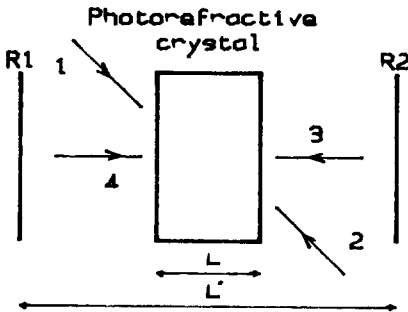


그림 1. 광굴절 결정체로 구성된 선형 위상 공액 발진기  
 Fig. 1. Linear phase-conjugate oscillator employing a photorefractive crystal.

$$W = \gamma(A_1 A_4^* + A_2^* A_3) / I_0 \tag{2}$$

여기서,

$$I_0 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2 + |A_4|^2 \tag{3}$$

$$\gamma = g / (1 + i\delta\tau) \tag{4}$$

여기서,  $\delta$ 는 펌프파와 위상 공액파 간의 주파수 차이로써, 1Watt/cm<sup>2</sup>의 광파 세기에 대하여 수 Hz 이고,  $\tau$ 는 광굴절 결정체의 특성 시간(characteristic time)이며,  $g$ 는  $\delta=0$ 인 경우의 결합상수(coupling const.)이다.<sup>[9]</sup>

식(1)에 무감손 펌프 근사를 적용하고,  $A_j = I_j^{1/2} \exp(i\theta_j)$  (단,  $j=1, 2, 3, 4$ )를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{I_0}{2} \frac{b}{dz} \text{Ln}(I_3) = \sqrt{I_1 I_2 I_4 / I_3} (\alpha \cos \Psi + \beta \sin \Psi) + \alpha I_2 \tag{5a}$$

$$\frac{I_0}{2} \frac{d}{dz} \text{Ln}(I_4) = \sqrt{I_1 I_2 I_3 / I_4} (\alpha \cos \Psi - \beta \sin \Psi) + \alpha I_1 \tag{5b}$$

$$I_0 \frac{d\theta_3}{dz} = \sqrt{I_1 I_2 I_4 / I_3} (\alpha \sin \Psi - \beta \cos \Psi) - \beta I_2 \tag{6a}$$

$$I_0 \frac{d\theta_4}{dz} = \sqrt{I_1 I_2 I_3 / I_4} (\alpha \sin \Psi + \beta \cos \Psi) + \beta I_1 \tag{6b}$$

여기서, Ln은 자연대수(natural logarithm)를 의미하고,  $\alpha, \beta$  그리고  $\Psi$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha = g / (1 + (\delta\tau)^2) \tag{7}$$

$$\beta = g \cdot \delta\tau / (1 + (\delta\tau)^2) \tag{8}$$

$$\Psi = \theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 \tag{9}$$

여기서 고려되는 선형 위상 공액 발진기는 외부에서 인가되는 두 펌프파를 사용함으로써 두 펌프파의 세기비, 편광 상태, 그리고 광 경로차 등을 발진을 제어하는 매개변수로 이용할 수 있으나, 본 논문에서는 계산을 단순화하기 위하여 발진 조건으로써 캐비티 비동조에 대한 두 펌프파의 세기비로 제한하며, 따라서 광 경로차에 관계되는  $\Psi$ 를 다음과 같이 고정된 것으로 가정한다.

$$\Psi = 2n\pi \text{ (단, } n \text{은 정수)} \tag{10}$$

식(5)와 (6)에 조건식 (10)을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$$I_0 \frac{d}{dz} \sqrt{I_3} = \alpha \cdot (\sqrt{I_1 I_2 I_4} + I_2 \sqrt{I_3}) \quad (11a)$$

$$I_0 \frac{d}{dz} \sqrt{I_4} = \alpha \cdot (\sqrt{I_1 I_2 I_3} + I_1 \sqrt{I_4}) \quad (11b)$$

$$I_0 \frac{d\theta_3}{dz} = -\beta \cdot (\sqrt{I_1 I_2 I_4 / I_3} + I_2) \quad (12a)$$

$$I_0 \frac{d\theta_4}{dz} = \beta \cdot (\sqrt{I_1 I_2 I_3 I_4} + I_1) \quad (12b)$$

식 (11)로부터  $I_3, I_4$  각각에 대한 두가지 상미분 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{d^2}{dz^2} \sqrt{I_3} = \alpha \frac{d}{dz} \sqrt{I_3} \quad (13a)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \sqrt{I_4} = \alpha \frac{d}{dz} \sqrt{I_4} \quad (13b)$$

$z=0, L$ 에서의 경계조건을 이용하여 식 (13)의 해를 구하면 각각 다음과 같다.

$$(1+r) \sqrt{I_{3L}} = (\sqrt{I_{40}} + r \sqrt{I_{30}}) \exp(\alpha L) + \sqrt{I_{30}} - \sqrt{I_{40}} \quad (14a)$$

$$(1+r) \sqrt{I_{4L}} = (\sqrt{I_{40}} + \sqrt{r I_{30}}) \exp(\alpha L) - \sqrt{r I_{30}} + r \sqrt{I_{40}} \quad (14b)$$

여기서,  $I_{3L}$ 과  $I_{4L}$ 은  $z=L$ 에서의 경계값이고,  $I_{30}$ 와  $I_{40}$ 은  $z=0$ 에서의 경계값이며,  $r$ 은  $I_2/I_1$ 로써 펌프파 세기비(pump wave intensity ratio)이다. 식 (7), (8)과  $z=0, L$ 에서의  $\theta_3, \theta_4$ 에 대한 경계값을 이용하여 식 (11a)를 식 (12a)에 대입하고 식 (11b)는 식 (12b)에 대입하여 미분 방정식의 해를 구하면 각각 다음과 같다.

$$\theta_{3L} - \theta_{30} = -\frac{\delta \tau}{2} \text{Ln} \frac{I_{3L}}{I_{30}} \quad (15a)$$

$$\theta_{4L} - \theta_{40} = \frac{\delta \tau}{2} \text{Ln} \frac{I_{4L}}{I_{40}} \quad (15b)$$

그림 1에 주어진 선형 위상 공액 발진기가 안정한 발진 상태(steady-state oscillation)에 있을때 발진파 전기장(electric field)성분의 진폭과 위상이 발진기 내의 각 왕복시 동일해야하고, 따라서 다음과 같은 두가지 조건을 만족해야한다.

$$R_1 R_2 T_3 T_4 = 1 \quad (16a)$$

$$\Delta \theta + 2kL' = 2n\pi \quad (\text{단, } n \text{은 정수}) \quad (16b)$$

여기서,  $R_1$ 과  $R_2$ 는 그림 1에서 주어진 것과 같이 두 기존 거울의 반사율이고,  $T_3$ 와  $T_4$ 는 각각  $I_3, I_4$ 에 의한 광굴절 결정체의 투과율이다. 그리고  $k$ 는 파수(wavenumber)로써 주파수에 의한 변화량은 무시되

었다.  $L'$ 는 캐비티 길이(cavity length)이며,  $\Delta \theta$ 는 광굴절 결정체에서의 비가역적 위상 변화량을 의미하는 것으로 다음과 같다.

$$\Delta \theta = \theta_{4L} - \theta_{40} + \theta_{30} - \theta_{3L} \quad (17)$$

식 (17)로 주어지는 결정체의 위상 변화량은 캐비티 비동조를 보상할 수 있기 때문에 기존의 광발진기 발진 조건과는 달리 임의의 캐비티 길이에서도 발진이 가능함을 예측할 수 있다. 따라서 결정체에서의 위상 변화량과 캐비티 비동조와의 관계를 식(16b)와 (17)로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \theta = \tilde{\phi} + 2N\pi \quad (\text{단, } N \text{은 정수}) \quad (18)$$

여기서  $\tilde{\phi}$ 는 캐비티 비동조를 의미한다.

식 (14)와 (16a)로부터 다음식을 구할 수 있으며,

$$\exp(\alpha L) = \frac{(1-\sqrt{r})(1+\sqrt{rR_2})}{(1+\sqrt{r})(\sqrt{R_2}-\sqrt{r})} = \xi \quad (19)$$

식 (14), (15), (17) 그리고 (18)로부터 다음식을 유도할 수 있다.

$$\exp(\tilde{\phi} / \delta \tau) = \frac{(1-r)(1-\sqrt{r})\sqrt{R_2}}{(1+\sqrt{r})(\sqrt{R_2}-\sqrt{r})^2} = \eta \quad (20)$$

여기서  $R_1$ 은 전반사 거울로 가정하며, 식 (7), (19) 그리고 (20)으로부터 그림 1에 주어지는 광발진기의 발진 구간으로서 캐비티 비동조에 대한 펌프파 세기비의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$gL = \text{Ln}(\xi) \cdot \{1 + (\tilde{\phi} / L_n(\eta))^2\} \quad (\text{단, } 0 < r < R_2 \text{ 또는 } r > 1) \quad (21)$$

### III. 결과 및 고찰

그림 2는 식 (20)과 (21)로부터 구해진 발진 조건으로써, 결합강도(coupling strength)  $gL=1, 3$  그리고 5인 경우,  $R_2=0.98$ (2a),  $0.9$ (2b),  $0.8$ (2c) 그리고  $0.65$ (2d)의 각각에 대하여 캐비티 비동조에 대한 비동조(detuning:  $\delta \tau$ )의 관계를 보여준다. 결합 강도가 발진구간과 비동조에 영향을 미치는 반면, 기존 거울  $R_2$ 의 반사율은 발진 구간에는 영향을 미치지 않고 비동조의 크기에 영향을 미친다. 결합 강도가 클수록 보다 넓은 발진 구간을 갖고 동일한 캐비티 비동조에서 더 큰 비동조( $\delta \tau$ )를 나타내며, 반사율의 증가에 따라 더 큰 비동조를 나타낸다. 그림 3은 식(20)으로부터 구해진 캐비티 비동조에 대한 펌프파 세기비의 관계를 보여준다. 발진 구간내에서 기존 거울의 반사율 감소는 펌프파 세기비의 감소를 나타내고, 따라서 감소된 반사율의 기존 거울로 구성된 광발진

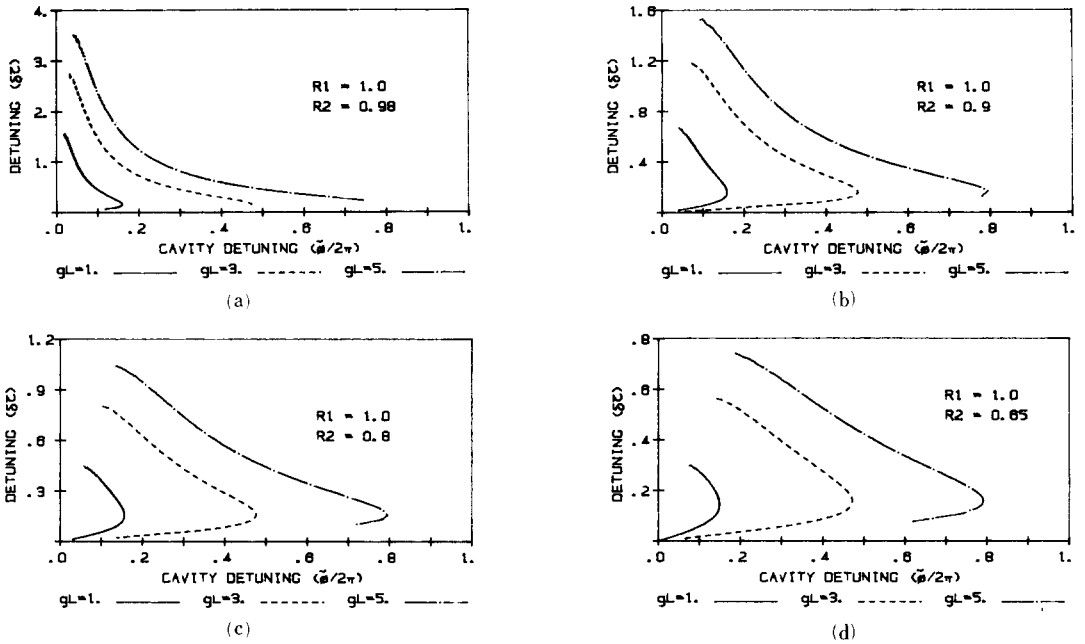


그림 2. 캐비티 비동조와 비동조의 관계:  $R_1 = 1.0$ 과

(a)  $R_2 = 0.98$  (b)  $R_2 = 0.9$  (c)  $R_2 = 0.8$  (d)  $R_2 = 0.65$

Fig. 2. The relation between cavity detuning and detuning:  $R_1 = 1.0$  and

(a)  $R_2 = 0.98$ , (b)  $R_2 = 0.9$ , (c)  $R_2 = 0.8$ , (d)  $R_2 = 0.65$ .

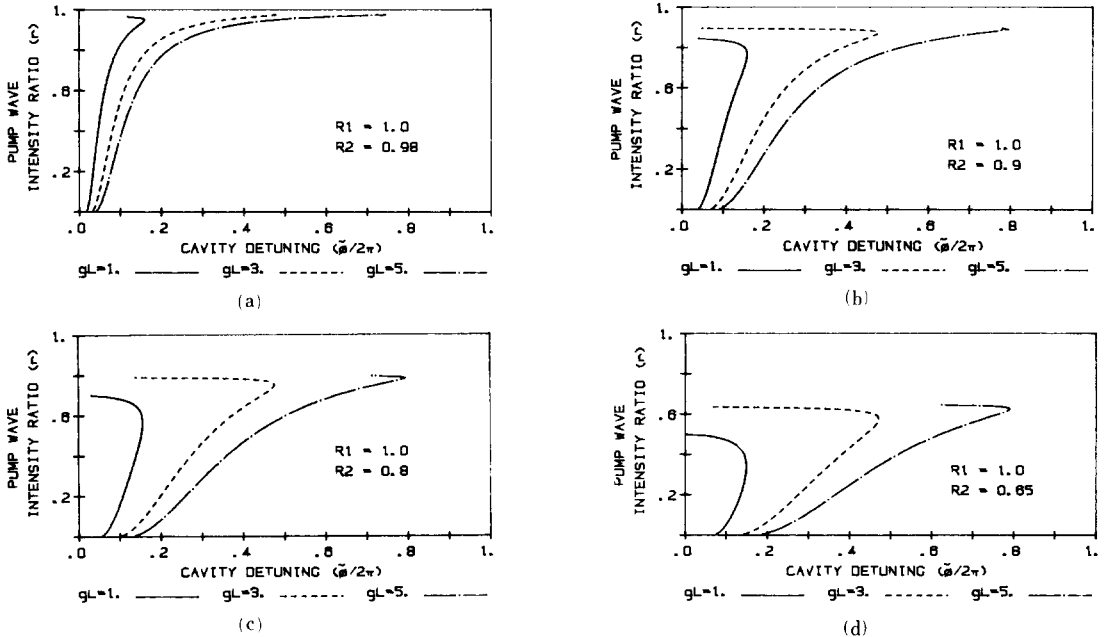


그림 3. 캐비티 비동조와 펌프파 세기비의 관계:  $R_1 = 1.0$ 과

(a)  $R_2 = 0.98$  (b)  $R_2 = 0.9$  (c)  $R_2 = 0.8$  (d)  $R_2 = 0.65$

Fig. 3. The relation between cavity detuning and pump wave intensity ratio:  $R_1 = 1.0$  and

(a)  $R_2 = 0.98$ , (b)  $R_2 = 0.9$ , (c)  $R_2 = 0.8$ , (d)  $R_2 = 0.65$ .

기의 발진을 위해서는 광굴절 결정체에 인가되는 펌프파  $I_1$ 을 펌프파  $I_2$  보다 더 증가시켜야 한다. 발진 가능 구간에서 다중치(multivalued)의 비동조를 갖는 것은 자체 펌프방식과 유사하나, 기존 거울의 반사율 증가에 따라 발진 구간이 증가되는 자체 펌프 방식과는 달리 발진 구간의 변화는 거의 없다.<sup>9)</sup>

#### IV. 결 론

기존의 광발진기의 발진 조건과는 상이하게 광굴절 결정체로 구성된 선형 위상 공액 발진기는 임의의 캐비티 구간에서 발진이 가능하며, 이는 결정체에서 발생하는 비가역적 위상 변화가 캐비티 비동조를 보상하기 때문이다. 4 광파 혼합에 의하여 광굴절 결정체에서 발생하는 위상 공액파는 왜곡된 위상을 보상할 뿐만 아니라 증폭될 수 있기 때문에 광발진기 구성에 광범위하게 적용된다. 자체 펌프 방식을 적용한 광굴절 결정체로 구성된 선형 위상 공액 발진기는 구조적으로 단순한 반면, 외부적으로 발진을 제어하기가 어렵다. 따라서 다양한 발진의 제어를 필요로 할 경우, 구조적으로 복잡하더라도 외부에서 인가되는 펌프파를 사용하는 4 광파 혼합을 적용함으로써 다양한 발진의 제어가 가능하다. 본 논문에서는 두 펌프파의 편광 상태를 동일한 것으로 보고, 두 펌프파의 광경로차는 고정된 것으로 가정하여 발진 조건으로써 캐비티 비동조에 대한 펌프파 세기비를 구했다.

#### 參 考 文 獻

- [1] R.A. Fisher, *Optical Phase Conjugation*, Academic Press, 1983.
- [2] B. Fischer, S. Sternklar, and S. Weiss, "Photorefractive oscillators," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 25, pp. 550, 1989.
- [3] P. Yeh, "Photorefractive coupling in ring resonators," *Appl. Opt.*, vol. 23, pp. 2974, 1984.
- [4] M. Cronin-Golomb and A. Yariv, "Plane-wave theory of nondegenerate oscillation in the linear photorefractive passive phase-conjugate mirror," *Opt. Lett.*, vol. 11, pp. 242, 1986.
- [5] C.H. Cho, I.E. Young, and E.S. Kim, "Linear phase-conjugate oscillator employing a photorefractive crystal," *Opt. Lett.*, vol. 14, pp. 569, 1989.
- [6] P. Yeh, "Theory of phase-conjugate oscillators," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 2, pp. 727, 1985.
- [7] B. Fischer, M. Cronin-Golomb, J.O. White, and A. Yariv, "Amplified reflection, transmission, and self-oscillation in real-time holography," *Opt. Lett.*, vol. 6, pp. 519, 1981.
- [8] A. Yariv and P. Yeh, *Optical waves in crystal*, J. Wiley & Sons, 1984.
- [9] S. K. Kwong, M. Cronin-Golomb, and A. Yariv, "Oscillation with Photorefractive Gain" *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 22, pp. 1508, 1986.

#### 著 者 紹 介

趙 濟 煌 (正會員) 第26卷 第8號 參照  
현재 동신공과대학 전자공학과  
전임강사

楊 仁 應 (正會員) 第25卷 第9號 參照  
현재 광운대학교 전자공학과  
교수