

論文 90-27-12-3

모드 정합법을 이용한 마이크로스트립 선로 계단형 불연속의 해석

(Analysis of Step Discontinuities of Microstrip Lines
Using the Mode-Matching Technique)

高 東 秀*, 尹 相 元**, 張 益 淳**

(Dong Soo Koh, Sang Won Yun, and Ik Soo Chang)

要 約

모드 정합법을 사용하여 마이크로스트립 선로의 계단형 불연속을 해석하였다. 이때 마이크로스트립 선로의 도파관 모델을 사용하였으며, 고차모드까지 고려하여 일반화된 산란행렬을 얻었다. 대칭형 뿐만 아니라 비대칭형 계단형 불연속의 해석도 가능하며, 마이크로스트립 패치를 두 개의 계단형 불연속이 규일 마이크로스트립 선로를 거쳐 cascade로 연결된 구조로 보고 해석하여 산란특성을 구하였고, 이 결과를 실험을 통해 확인하였다.

Abstract

Step discontinuities of microstrip lines are analyzed using the mode-matching technique based on the well-known waveguide model. Including higher-order modes, the generalized scattering matrices are obtained. Asymmetrical step discontinuities as well as symmetrical step discontinuities are analyzed. The resonance characteristics of microstrip patches are calculated by cascading two microstrip step discontinuities through a uniform microstrip line. Experimental results agree well with theoretical ones.

I. 서 론

마이크로스트립 선로의 불연속은 의사 TEM 모드에 기초한 해석에서 T등가회로 및 등가소자를 구할 수 있으나, 주파수가 X-band 이상으로 증가하는 경우 고차모드가 발생하므로 등가소자를 이용한 회로망 해석법보다는 고차모드를 고려한 새로운 해석법

이 요구된다. 한편, 복합 모드 해석법으로 고차모드를 고려한 해석법이 제시되었으나,^[1] 단일 계단형 불연속에 대한 해석에 그치고 있다.

본 논문에서는, 유효 유전율 및 유효 스트립 폭을 가정할 때 스트립 양측에 자기벽이 있다고 보는 도파관 모델에 고차모드를 포함하여 모드 정합시키므로써 마이크로스트립 선로 계단형 불연속을 해석하였다. 이 구조는 마이크로스트립 선로를 이용한 $\lambda/4$ 변성기의 특성이나, 공진소자인 마이크로스트립 패치를 마이크로스트립 선로로 직접 연결하여 급전하는 경우 공진 주파수를 이론적으로 산출하는데, 또는

*準會員, **正會員, 西江大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Sogang Univ.)

接受日字：1990年 10月 5日

각종 마이크로스트립 선로를 이용한 여파기 해석 등에 응용할 수 있다.^[2,3] 본 논문에서는 일반적인 마이크로스트립 선로의 계단형 불연속을 해석하였으며, 마이크로스트립 선로가 패치의 중앙 또는 중앙에서 벗어난 위치에서 급전되는 경우에 대한 실험을 수행하고 그 결과를 이론적인 결과와 비교하였다.

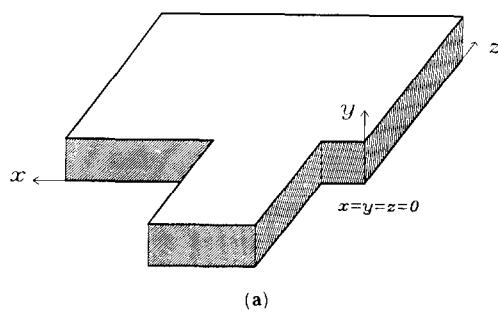
II. 해석

마이크로스트립 선로의 불연속 구조를 해석하기 위해 그림 1과 같은 도파관 모델을 사용한다.^[4] 이때, 위 아래벽은 전기벽, 좌우벽은 자기벽이 되도록 마이크로스트립 선로의 가장자리 효과를 고려한 유효유전율 및 유효폭을 식(1)과 (2)를 이용하여 고려한다.^[5]

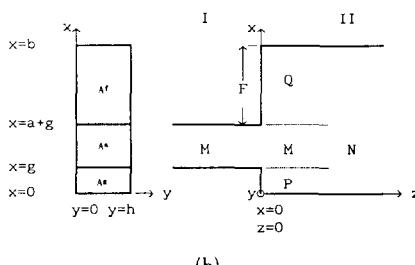
$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} (1 + 10h/W)^{-1/2} \quad (1)$$

$$Z_0 = [120\pi/\sqrt{\epsilon_{eff}}] (h/W_{eff}) \quad (2)$$

유전체의 두께가 파장보다 매우 작으므로 ($h \ll \lambda_g$), y 방향으로 전자계의 변화가 없다고 가정할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 TEM 모드와 TE_{n0} 모드만 존재한다고 보고 해석한다.^[6]



(a)



(b)

그림 1. 마이크로스트립 불연속 구조의 도파관 모델
(a) 입체도 (b) 측면도 (c) 평면도

Fig. 1. Waveguide model of a microstrip step discontinuity.
(a) schematic diagram,
(b) cross section, (c) top view.

우선 모드 정합법을 사용하기 위해 $z=0$ 에서의 경계조건을 살펴보면,

$$O = H_t^{II} (A^g, A'^g) \quad (3a)$$

$$H_t^{I'} = H_t^{II} (A^a) \quad (3b)$$

$$E_t^{I'} = E_t^{II} (A^a) \quad (3c)$$

와 같이 되며, t 는 전자계의 접선성분을 가리키고, A^a, A^g 와 A'^g 는 그림 1(b)에 표시된 영역을 가리킨다. 이를 입사파와 반사파로 나누어 표시하면 다음과 같다.

$$E_t^{Iin} + E_t^{Irefl} = E_t^{IIrefl} + E_t^{IIn} \quad (4a)$$

$$H_t^{Iin} - H_t^{Irefl} = H_t^{IIrefl} - H_t^{IIn} \quad (4b)$$

이때, 각 영역에서의 도파관의 모드를 사용하여 불연속 면에서의 전자계 접선성분을 기술하면,

$$E_y : \sum_{m=0}^{\infty} A_m \phi_m^{I'} + \sum_{m=0}^{\infty} B_m \phi_m^{I'} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \phi_n^{II} + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \phi_n^{II} \quad (5a)$$

$$-H_x : \sum_{m=0}^{\infty} A_m Y_m^{I'} \phi_m^{I'} - \sum_{m=0}^{\infty} B_m Y_m^{I'} \phi_m^{I'} = -\sum_{n=0}^{\infty} C_n Y_n^{II} \phi_n^{II} + \sum_{n=0}^{\infty} D_n Y_n^{II} \phi_n^{II} \quad (g \leq x \leq a+g) \quad (5b)$$

$$0 = -\sum_{n=0}^{\infty} C_n Y_n^{II} \phi_n^{II} + \sum_{n=0}^{\infty} D_n Y_n^{II} \phi_n^{II} \quad (x \leq g, x \geq a+g) \quad (5c)$$

와 같이 된다. 여기에서

$$\phi_m^{I'} = \sqrt{\epsilon_{m0}/ah} \cos \frac{m\pi(x-g)}{a}, \quad m=0, 1, \dots \quad (6a)$$

$$\phi_n^{II} = \sqrt{\epsilon_{n0}/bh} \cos \frac{n\pi x}{b}, \quad n=0, 1, \dots \quad (6b)$$

$$\epsilon_{m0} = 1, \quad m=0 \\ 2, \quad m \neq 0$$

그리고,

$$\beta_m^{I'} = \sqrt{\epsilon_{m0}/k_0^2 - (m\pi/W)^2} \quad i=I, II, W=a, i=I \\ b, i=II \quad (7a)$$

$$Y_m^{I'} = \beta_m^{I'}/\omega\mu, \quad i=I, II \\ , \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (7b)$$

이며, $m=0$ 인 경우는 TEM 모드이고 $m \geq 1$ 인 경우는 도파관 모드를 표시한다.

노멀 모드 계수로 고쳐주면, 식(5)는

$$E_y : \sum_{m=0}^{\infty} \sqrt{Z_m^{I'}} \phi_m^{I'} (a_m^{I'} + b_m^{I'}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{Z_n^{II}} \phi_n^{II} (a_n^{II} + b_n^{II}) \quad (8a)$$

$$U_1 = (I - S^{22}S^{(L)}S^{33}S^{(L)})^{-1} \quad (16a)$$

$$U_2 = (I - S^{33}S^{(L)}S^{22}S^{(L)})^{-1} \quad (16b)$$

이미 I 는 단위행렬, S^i ($i=1, 2, 3, 4$)는 계단형 불연속, $S^{(L)}$ 은 균일 마이크로스트립 선로의 일반화된 산란계수이다. 그림 2에서 모두 행렬로써 표시된다.

또한, 1-port 마이크로스트립 패치는 그림 2에서 $L/2$ 지점에 자기벽이 있는 경우, 즉 양 port에서 동위상의 입력이 인가되는 경우로 보고 해석하여 그 특성을 유도할 수 있다. 이때 자기벽에서의 가장자리 효과^[5]를 더하여 주어야 한다.

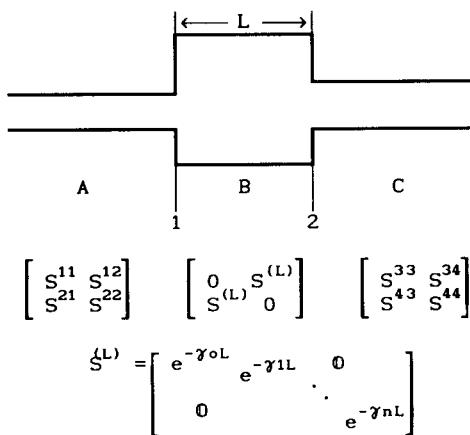


그림 2. Cascaded 마이크로스트립 불연속 구조
Fig. 2. Cascaded microstrip step discontinuities.

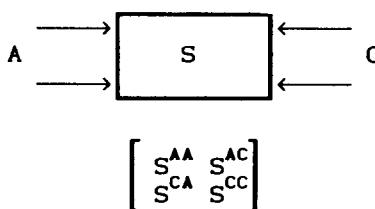


그림 3. Cascaded 마이크로스트립 불연속의 등가 모델
Fig. 3. Equivalent model of cascaded microstrip step discontinuities.

III. 수치해석 및 실험결과

해석한 마이크로스트립 선로 계단형 불연속에서의 일반화된 산란계수 중 TEM 모드의 산란특성을 실험을 통하여 확인하기 위해, 계단형 접합을 균일 마이크로스트립 선로와 cascade로 연결하고 2-port 공진기를 만들어서 그 공진주파수를 실험결과와 비교하였다.

이는 공진기의 길이가 입사된 전자파의 반파장이 될 때 공진하는 성질을 응용한 것으로서, 변의 길이가 각각 30mm, 9.55mm인 정사각형 패치에 대하여 실험하였다. 그림 4는 30mm 정사각형 패치에 대한 실험결과 및 해석결과이다. 주 모드의 공진주파수가 각각 3.16GHz, 3.15GHz로서 그 오차는 식(1) 및 (2)의 오차와 실험 상의 오차에 기인하는 것으로 생각된다. 또한 X-band에서 설계하여 9.55mm 패치에 대해서도 실험하였다. 이때 공진주파수는 9.92GHz였으며, 해석한 공진주파수는 9.90GHz로 매우 적은 오차를 보임을 알 수 있다(그림5). 본 논문은 고차모드까지 고려하여 해석하였으므로 공진 주파수 근처의 특성 뿐 아니라 그 위 주파수 대역에서의 산란계수의 주파수 특성도 살펴보았다. 주파수가 높아짐에 따른 가장자리 효과에 의하여 실험결과가 해석결과

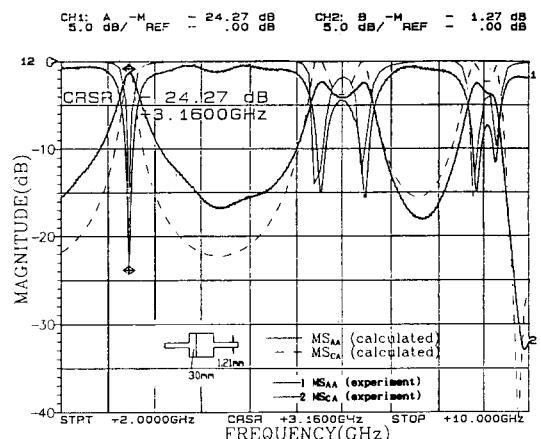


그림 4. 대칭형 불연속 구조를 가진 정방형 마이크로스트립 선로 패치의 주파수에 따른 산란계수의 크기
($\epsilon_r=2.5$, $h=0.44$ mm, $a=1.21$ mm, $b=30$ mm)
Fig. 4. Frequency response of the magnitude of scattering parameters of a 2-port square microstrip patch with two symmetrical step discontinuities.
($\epsilon_r=2.5$, $h=0.44$ mm, $a=1.21$ mm, $b=30$ mm)

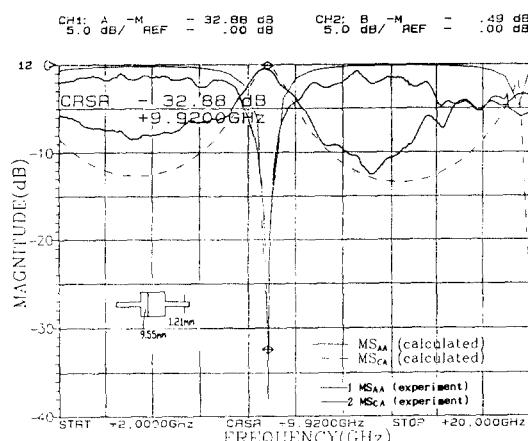


그림 5. 9.55mm × 9.55mm 패치의 주파수에 따른 산란계수의 크기

Fig. 5. Frequency response of the magnitude of scattering parameters of a 2-port microstrip patch with 9.55mm × 9.55mm dimensions.

보다 주파수가 높은 쪽으로 약간 천이를 하고 있는 것을 볼 수 있다. 이는 식(1) 및 (2)가 의사 TEM 모드로 해석한 결과이므로, 높은 주파수 대역의 고차 모드에서는 가장자리 효과로 인한 패치의 길이 증가분이 실제보다 크게 고려된 데 기인한 것으로 생각된다.

대칭형 계단형 불연속의 해석 뿐만 아니라 비대칭형 계단형 불연속의 해석도 가능하므로 offset 형태의 패치를 제작 실험하였다. 패치의 크기는 대칭형에서와 같이 30mm × 30mm, 9.55mm × 9.55mm를 취하였다. 먼저 30mm 패치에 대하여 살펴보면 그림 6에서 공진주파수가 4.58GHz로 대칭형일 때 보다 윗쪽에 나타나고 있음을 볼 수 있으며, 대칭형일 때 공진이 일어나던 3GHz 부근에서는 radiation이 일어나는 것을 볼 수 있다. 해석결과에서도 공진주파수가 4.52GHz로 실험결과와 적은 오차를 보였으며, radiation이 일어나는 주파수 부근에서는 약하게 공진의 모습을 띠었는데 이는 해석에서 radiation을 고려하지 않은 결과이다. 9.55mm 패치도 같은 경향을 나타내었으며, 공진주파수는 그림 7의 실험결과에서 14.2GHz, 해석결과에서 14.6GHz로 이 경우에도 적은 오차를 보이고 있다.

IV. 결 론

모드 정합법을 이용하여 마이크로스트립 선로의

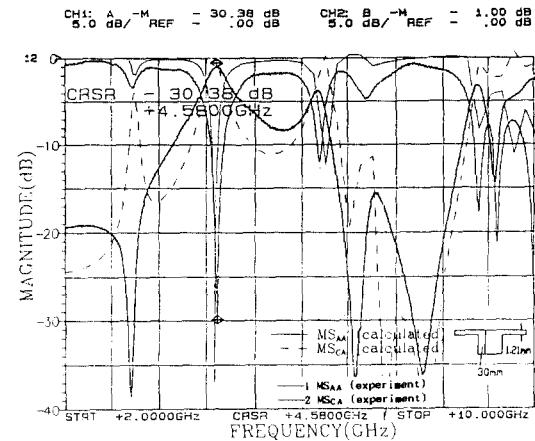


그림 6. 비대칭형 불연속 구조를 가진 정방형 마이크로스트립 선로 offset의 주파수에 따른 산란계수의 크기

($\epsilon_r = 2.5$, $h = 0.44\text{mm}$, $a = 1.21\text{mm}$, $b = 30\text{mm}$)

Fig. 6. Frequency response of the magnitude of scattering parameters of a 2-port square microstrip offset with two asymmetrical step discontinuities.

($\epsilon_r = 2.5$, $h = 0.44\text{mm}$, $a = 1.21\text{mm}$, $b = 30\text{mm}$)

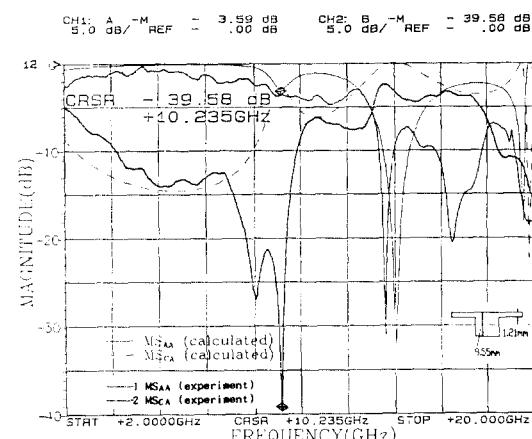


그림 7. 9.55mm × 9.55mm offset의 주파수에 따른 산란계수의 크기

Fig. 7. Frequency versus the magnitude of scattering parameters of a 2-port microstrip offset with 9.55mm × 9.55mm dimensions.

계단형 불연속을 해석하였다. 해석에는 가장자리 효과를 고려한 도파관 모델을 사용하였으며, 대칭형 뿐만 아니라, 비대칭형 계단형 불연속에 대한 해석결

과를 세시하였다. 해석결과를 확인하기 위하여, 계단형 불연속을 cascade로 연결하여 패치형태로 3GHz와 10GHz 부근에서 공진하도록 제작하였으며, 공진주파수를 해석결과와 비교, 잘 일치함을 확인하였다. 또한 비대칭형 계단형 불연속의 예로서 offset 금전된 패치를 제작, 실험결과와 해석결과가 일치함을 확인하였다. 이와같이, 모드정합법을 사용하면 고차모드의 영향까지 고려한 해석을 할 수 있고, 계단형 불연속이 포함된 각종 마이크로스트립 선로의 회로특성을 예측하는데 사용할 수 있다.

본 연구에서는 가장자리 효과가 의사 TEM 모드로 해석한 결과를 사용하여, X-band 이상의 주파수 대역에서는 그 오차가 적지 않을 것으로 예측되며, 보다 정확한 가장자리 효과를 해석한 결과를 이용함으로써 공진주파수의 측정치와 이론치의 차이를 줄일 수 있을 것으로 기대된다. 특히 본 해석방법은 패치를 배열한 주기적 또는 비주기적 구조에 적용이 가능하다.^[10]

부 록

1. 식 (13) 및 (14)의 요소

$$\sum_{n=0}^N a_{kn} = \sum_{n=0}^N [\sqrt{Y_k^T Z_n^H} + \sqrt{Z_k^T Y_n^H}] XD_{nk} b_n^H \\ k=0, 1, \dots, M \quad (A1)$$

$$\sum_{n=0}^N a_{kn} = \sum_{n=0}^N \sqrt{Y_n^H} X E_{np} b_n^H \\ p=k-M-1=0, 1, \dots, P \quad (A2)$$

$$\sum_{n=0}^N a_{kn} = \sum_{n=0}^N \sqrt{Y_n^H} X E_{nq} b_n^H \\ q=k-M-P-2=0, 1, \dots, Q \quad (A3)$$

$$b_{kk} = [\sqrt{Y_k^T Z_k^H} + \sqrt{Z_k^T Y_k^H}] a_k^T \quad k=0, 1, \dots, M \quad (A4)$$

$$\sum_{n=0}^N b_{kn}' = -\sum_{n=0}^N [\sqrt{Y_k^T Z_n^H} - \sqrt{Z_k^T Y_n^H}] XD_{nk} a_n^H \\ k=0, 1, \dots, M \quad (A5)$$

$$\sum_{n=0}^N b_{kn}'' = \sum_{n=0}^N \sqrt{Y_n^H} X E_{np} a_n^H \\ p=k-M-1=0, 1, \dots, P \quad (A6)$$

$$\sum_{n=0}^N b_{kn}''' = \sum_{n=0}^N \sqrt{Y_n^H} X F_{nq} a_n^H \\ q=k-M-P-2=0, 1, \dots, Q \quad (A7)$$

2. $S_{11}(k, m), S_{12}(k, n)$ 유도

식 10(a)에서 $a_n^H = 0$ 으로 포트 II의 전자계를 정합시키고, 연립방정식 (13)을 풀어 얻은 b_n^H 를 대입하면

$$b_k^T = -a_m^T + \frac{1}{\sqrt{Z_k^T}} \sum_{n=0}^N \sqrt{Z_n^H} b_n^H XD_{nk} \\ k=0, 1, \dots, M \\ m=0, 1, \dots, M \quad (A8)$$

가 얻어지고, $S_{11}(k, m) = b_k^T / a_m^T$ 이다.

마찬가지로 식 10(a)에서 $a_n^T = 0$ 으로 포트 I의 전자계를 정합시키고, 연립방정식 (14)을 풀어 얻은 b_n^H 를 대입하면

$$b_k^T = \frac{1}{\sqrt{Z_k^T}} \sum_{n=0}^N \sqrt{Z_n^H} (a_n^H + b_n^H) XD_{nk} \\ k=0, 1, \dots, M \quad (A9)$$

가 얻어지고, $S_{12}(k, n) = b_k^T / a_n^H$ 이다.

參 考 文 獻

- [1] T.S. Chu, T. Itoh, and Y.C. Shih, "Comparative study of mode-matching formulations for microstrip discontinuity problems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, pp. 1018-1023, Oct. 1985.
- [2] T.C. Edwards, *Foundations for microstrip circuit design*, John Wiley & Sons, 1981.
- [3] R.K. Hoffmann, *Handbook of Microwave integrated circuits*, Artech House, (Norwood, MA), 1987.
- [4] W. Menzel and I. Wolff, "A method for calculating properties of microstrip discontinuities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, pp. 107-112, Feb. 1977.
- [5] K.C. Gupta, et. al., *Computer-aided design of microwave circuits*, Artech House (Dedham, MA), 1981.
- [6] K.C. Gupta, et. al., *Microstrip lines and slot lines*, Artech House, (Dedham, MA), 1979.
- [7] 고동수, 윤상원, 장익수 "모드 정합법을 이용한 마이크로스트립 선로 계단형 불연속의 해석," 대한전자공학회 마이크로파 및 전파전파·광파 및 양자전자공학 합동학술발표회 논문집 (서울, 중앙대학교), vol. 13, no. 1, pp. 26-28, 1990.
- [8] T.S. Chu and T. Itoh, "Generalized scattering matrix method for analysis of cascaded

- and offset microstrip step discontinuities," *IEEE Trans. Microwave theory Tech.*, vol. MTT-34, pp. 280-284, Feb. 1986.
- [9] F. Arndt, J. Bornemann, D. Grauerholz, and R. Vahldieck, "Theory and design of low-insertion loss fin-line filters," *IEEE Trans. Microwave Theroy Tech.*, vol. MTT-30, pp. 155-163, Feb. 1982.
- [10] J. Birkeland and T. Itoh, "Quasi-optical planar FET transceiver models," in *IEEE MTT-S Int. Symp. Dig.* (Long Beach, CA), pp. 119-122, 1989.

著者紹介



高 東 秀(準會員)

1967年 2月 24日生. 1989年 2月
서강대학교 전자공학과 졸업. 1989
年 2月~현재 서강대학교 대학원
전자공학과 재학. 주관심분야는
Microwave Communication, Com-
puter Aided Circuit Analysis and
Design 등임.

尹 相 元 (正會員) 第26卷 第8號 參照

현재 서강대학교 전자공학과
교수

●

張 益 淳 (正會員) 第27卷 第10號 參照

현재 서강대학교 전자공학과
교수