

CSG 표현과 경계 표현을 이용한 입체의 설계 및 화면표시

(Design and Display of Solids Using CSG and
Boundary Representation)

朴 基 炫*, 慶 宗 昊*

(Kee Hyun Park and Chong Min Kyung)

要 約

본 논문에서는 CSG 방식으로 나타내어진 3차원 입체를 신속하게 외형선 표시방식으로 그려줄 수 있는 방법을 제안한다. 두 개의 CSG 트리가 하나로 결합될 때, 각 종속 트리에 해당하는 입체를 구성하는 다각형들 간의 교차 부분을 계산하여 주어진 결합 연산자에 따라 합성 입체의 경계선 표현을 얻어내고, 이를 트리의 루트노드에 저장한다. 루트 노드에 저장된 경계선 표현은 입체를 외형선 표시방식으로 그려주는 부분과 다음 경계선 표현 계산에서 사용된다. 자유 곡면을 모델링하기 위하여 Bezier 곡면을 기본 입체의 하나로 취급하였고, 설계된 입체에 대한 실제적인 영상을 얻기 위하여 scan-line 알고리듬을 사용하였는데, 이 방식에서는 각 scan-line을 다각형들이 교차하지 않는 구간들로 나누고, 입체의 CSG 표현을 이용하여 각 구간을 묘사한다.

Abstract

This paper presents a method for rapid wireframe drawing of the 3D objects represented by the CSG scheme. When the two CSG trees are combined into one, the intersection parts of the polygons constituting the object corresponds to each subtree are computed, and the boundary representation of the combined object is obtained according to the given combinational operator and stored in the root node. The boundary representation in the root node is used in the wireframe drawing of the object and later computation of boundary representation. Bezier surface is taken as one of the primitive objects for the purpose of modeling the free-form surfaces. For the realistic image of the designed object the scan-line algorithm is used, which subdivides each scan-line into the spans where no polygon is intersected, and renders each span with the CSG representation of the object.

I. 서 론

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)
接受日字 : 1989年 12月 6日

컴퓨터 그래픽스의 주요 응용분야 중의 하나인 기
하학적 모델링에서는 간단한 입체들의 조합으로 좀
더 복잡한 모양의 입체를 나타내는 방식인 CSG

(constructive solid geometry) 표현방식이 널리 사용되고 있다.^[1] 일반적으로 특수한 그래픽스 하드웨어가 없는 범용 컴퓨터에서 3차원 입체 설계 시스템을 구현할 때, 설계중인 입체를 색깔과 광원에 의한 음영 효과를 고려하여 그려주는 것은 계산시간이 많이 소요되기 때문에, 시스템과 사용자간의 반응속도를 고려하여 설계중에는 입체의 외형선만을 그려주고 입체에 대한 설계가 완료되었거나 사용자의 요구가 있을 때 색깔과 음영효과를 첨가한 실제적 영상을 그려주는 것이 효율적이다. 입체의 CSG 표현에서는 그 입체의 경계부분에 대한 정보를 바로 얻어낼 수 없고, 단지 입체의 경계면을 포함하고 있는 기본입체들의 경계면만을 알 수 있으므로, CSG 표현으로 나타내어진 입체를 화면에 그려주기 위해서는 일반적인 광선 추적 기법에서 광선과 입체간의 교차점이 실제 입체의 경계면이 되는가 CSG 트리를 탐색해보는 방법^[2]과 기본입체들의 경계면을 형성하고 있는 모든 점들에 대해 CSG 트리를 탐색해보며 그 점이 실제로 입체의 경계면을 이루는가 검사한 후 depth-buffer 알고리듬을 적용하는 방법^[3] 등이 있다. 따라서 CSG로 나타내어진 입체를 신속히 그려주기 위해서는 별도로 입체의 경계에 대한 표현(boundary representation)이 있어야 하는데, CSG 표현에서 경계표현을 얻어내는 방법들^{[4][5]}은 외형선 표시방식에는 적합하지 않으므로, 본 논문에서는 입체의 신속한 외형선 표시를 위해 입체의 경계부분중에서 경계선만을 CSG 표현으로부터 계산해내는 방법을 제안하였다. 입체에 대한 경계선 표현은 설계과정중 CSG 트리가 수정될 때마다 새로이 계산되어 루트 노드에 저장되어, 이 표현을 이용하여 현재 설계중인 입체를 신속히 외형선 표시방식으로 그려줄 수 있게 된다. CSG 표현을 위해 제공되는 기본입체로는 육면체, 구, 원뿔, 원기둥, 원환체등과 자유곡면을 설계하기 위해 bicubic Bezier 곡면을 추가하였다. 자유곡면은 열려진 입체로 일반적인 고형체(solid)의 정의에서 제외되기 때문에 다른 입체와의 접합 연산(합집합, 교집합, 차집합)을 수행할 수 있지만, 자유곡면과 다른 입체와는 합집합 연산만이 가능하도록 하여 자유곡면이 있는 입체를 설계할 수 있도록 하였다. 육면체이외의 기본입체들은 계산의 효율성과 화면에 표시했을 때 입체감을 주기 위해 다각형으로 근사화하여 나타내었다. 입체에 대한 실제적 영상을 얻는 작업에 있어서도 가능한 계산량을 줄이기 위하여 입체의 CSG 표현으로부터 scan-line 방식으로 계산을 수행하는 방법을 고려하였다.

즉 본 논문에서는 사용자에 의해 주어지는 CSG 표

현에서 입체의 외형선에 대한 정보를 얻어내어 신속히 입체의 외형선을 그려주고, CSG 표현에서 입체에 대한 실제적 영상을 얻어낼 수 있도록, CSG 표현과 경계선 표현의 두 가지 표현방식을 갖는 3차원 입체 설계 시스템을 개발하였다.

II. 입체에 대한 경계선 표현의 생성

1. 두 경계선 표현의 결합

입체A와 입체B, 그리고 이 두 입체를 결합시키는 연산자가 주어졌을 때, 입체A와 입체B의 경계 표현을 결합하여 새로운 입체에 대한 경계 표현을 얻어내어 이 정보를 결합된 트리의 루트 노드에 저장한다. 한 입체에 대한 경계 표현은 그 입체의 경계면을 구성하는 다각형들의 linked list 구조로 나타내어지고, 각 다각형들은 꼭지점들의 list로 나타내어 지는데, 이 때 꼭지점들은 시계 반대 방향의 순서로 나타난다.

새로운 입체에 대한 경계 표현을 얻는 과정은 다음과 같은 두 단계로 이루어진다.

1) 다각형 분할: 입체 A의 경계면을 형성하고 있는 각 다각형에 대해 이 다각형을 입체 B에 대하여 완전히 내부에 있는 부분, 외부에 있는 부분, 경계면 위에 있는 부분으로 나누어 주고, 마찬가지로 입체 B의 모든 다각형들도 입체 A에 대하여 분할한다.

2) 다각형 분류: 분할된 다각형들을 주어진 연산자에 따라 적절히 선택하여 결과 입체에 대한 경계선 표현을 형성하여 결합된 트리의 루트 노드에 저장한다.

한 입체에 속해있는 다각형을 다른 입체에 대해 바깥쪽 부분과 인쪽 부분으로 분류하기 위해서는 먼저 다각형이 다른 입체와 만나는 부분이 없도록 분할해 주어야 한다. 이를위해 입체 A의 다각형 A와 입체 B의 다각형 B가 만나는 경우에는 교차선분을 계산하게되고, 계산된 교차선분은 다각형 A와 다각형 B의 교차선분 리스트로 보내지게 되어 각 다각형의 교차선분 리스트를 수정하며 다각형을 분할하게 된다. 이 과정을 두 입체간의 모든 다각형 쌍에 대하여 수행한다.

2. 교차선분 리스트의 수정

어떤 다각형의 교차선분에서 선분의 끝점은 그 다각형의 꼭지점 위에 있는 경우, 선분 위에 있는 경우, 면 위에 있는 경우의 3가지 경우가 존재하게 되는데, 꼭지점과 선분 위에 있는 경우는 다각형의 경계선 위에 있는 경우로 경계선 형태라고 하고, 면에 있는 경우는 다각형의 내부에 있는 경우로 내부 형

태로 구별한다. 그러면, 두 다각형간의 교차선분은 두 끝점이 모두 경계선 형태인 경계선-경계선 형태, 두 끝점이 모두 내부 형태인 내부-내부 형태, 한 끝 점은 경계선 형태이고 다른 끝점은 내부 형태인 경계선-내부 형태의 3가지 형태가 있다. 그림 1은 이 3가지 형태의 예로, (a)는 경계선-경계선 형태, (b)는 내부-내부 형태, (c)는 내부-경계선 형태이다.

이중 경계선-경계선 형태인 경우에는 교차선분이 다각형의 내부를 완전히 분할하고 있는 경우이므로 이 교차선분으로 다각형을 분할하여 두 개의 다각형으로 만들어 준다. 경계선-내부 형태나 내부-내부 형태는 교차선분이 다각형의 내부를 완전히 분할하지는 못하는 경우로, 이러한 교차선분은 다각형의 교차선분 리스트에 등록시키고 새로이 추가되는 교차선분과 연결 가능한 경우에는 연결하여, 교차선분 리스트의 양 끝점이 모두 경계선 형태가 되게 되면 이 교차선분 리스트로 다각형을 두 개의 다각형으로 분할해 주고, 해당 교차선분들은 교차선분 리스트에서 삭제한다. 이 과정을 그림 2에서 설명하고 있는데, (a)에서 두 개의 교차선분은 각각 독립적으로 리스트에 존재하고 있다가 (b)에서처럼 새로 등록되는 교차선분에 의해 한 개의 선분으로 연결되면서 경계선-경계선 형태로 되어 다음 과정(c)에서 다각형이 분할하게 된다.

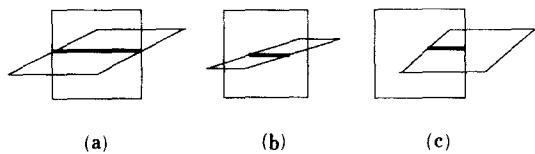


그림 1. 다각형간 교차선분의 형태

Fig. 1. Type of the intersection segment between polygons.

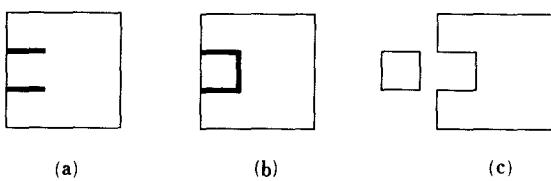


그림 2. 다각형의 분할 과정

Fig. 2. Division process of the polygon.

3. 다각형의 분류

한 입체와 다른 입체의 모든 다각형들이 교차하지 않도록 분할해 주는 과정이 완료되면, 각 다각형에 대해 그 다각형을 선택하여 결과 입체의 경계선 표현에 첨가시킬 것인가를 결정하여야 한다. 예를 들어 입체 A와 입체 B의 합집합인 경우에는 입체 A의 다각형들 중에서 입체 B의 외부에 있는 다각형들을 선택하고, 입체 B의 다각형들 중에서도 입체 A의 외부에 있는 것들을 선택하여 결과 입체의 경계 표현을 구성한다. 연산자에 따라 선택하여야 할 다각형들은 합집합 경우와 같이 명확히 알 수 있다.

다각형이 다른 입체에 대하여 내부에 있는지, 외부에 있는지를 결정하는데 있어, 다각형이 다른 입체와 교차하는 부분이 없어 원래 다각형이 그대로 넘어온 경우와 교차선분에 의해 다각형이 분할되어서 넘어온 경우에 따라 그 방법이 다르다. 먼저 다각형이 분할되어서 생긴 것이라면, 그 다각형의 교차선분 리스트에 교차선분을 첨가할 때, 그 교차선분이 생기게 된 평면에 대해 다각형이 내부에 있는지 외부에 있는지를 알 수 있다. 이 정보를 교차선분의 경계선 형태의 끝점에 가지고 있다가 다각형이 분할될 때 이 정보를 분할된 다각형에 넘겨준다. 이렇게 하면 분할된 다각형이 다른 입체의 내부에 있는지, 외부에 있는지를 쉽게 알 수 있다. 다각형이 다른 입체의 어떤 다각형과도 교차하지 않은 경우에는 그 다각형이 다른 입체에 완전히 포함되거나 외부에 있는 경우이므로, 그 다각형의 한 꼭지점을 이용하여 그 다각형이 다른 입체의 내부에 있는지 외부에 있는지를 결정한다. 한 점이 CSG로 나타내어진 입체에 대하여 내부점인지 외부점인지를 결정하는 방법은, CSG 트리에서 기본입체가 있는 중단노드부터 시작하여 한 점이 기본입체의 내부에 있는지 외부에 있는지를 결정하고, 중간노드에서는 두 종속트리에서 결정된 결과를 노드의 연산자에 따라 적절히 결정하여 루트 노드까지 계산해 올라오면 된다.

4. 다각형의 합성

입체 A의 다각형 A와 입체 B의 다각형 B 사이의 교차를 검사할 때 먼저 이 두 다각형이 같은 평면에 있는지를 검사하여, 같은 평면에 있는 경우라면 두 개의 다각형을 한 개의 다각형으로 합성하는 것이 외형선 표시에서 더 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그림 3의 (a)와 같이 두 개의 육면체를 더해 L형의 입체를 만드는 경우, (b)와 같이 그려주는 것보다 (c)와 같이 육면체의 옆 면에 해당하는 두 개의 다각형을 하나로 합성하여 그려주는 것이 더 적절한 방법이다.

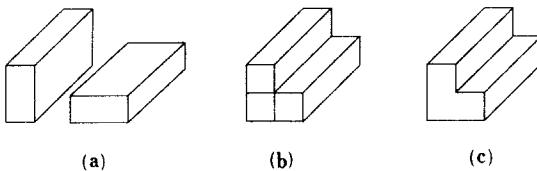


그림 3. 다각형을 합성하는 경우의 예
Fig. 3. Example of the polygon composition.

같은 평면에 있는 두 개의 다각형을 합성하는 것은 2차원 상에서 합집합, 교집합, 차집합 등의 CSG 연산을 수행하는 것이 되는데, 본 논문에서는 Weiler-Atherton의 다각형 clipping 알고리듬^[6]을 응용하여 적용하였다. 그림 4의 (a)와 같이 두 개의 다각형이 위치하고 있을 때 두 다각형의 교차점을 구하고, 각 교차점을 다각형 A가 다각형 B로 들어가면서 만나는 경우에는 진입 교차점으로, 다각형 A가 다각형 B를 나오면서 만나는 경우에는 진출 교차점으로 분류한다. (다각형은 시계 반대 방향으로 방향이 주어진다.) 진입 교차점이나 진출 교차점에서부터 시작하여 다각형의 선분을 따라가며 교차점을 만나면 다음의 규칙을 적용하면서 진행하여, 시작했던 교차점에 이르게 되면 하나의 다각형을 얻게 된다. 이 과정을 모든 교차점이 처리될 때 까지 계속한다.

i) 합집합 : 진입 교차점에서는 다각형 B의 선분을 따라가고, 진출 교차점에서는 다각형 A의 선분을 따라간다.

ii) 교집합 : 진입 교차점에서는 다각형 A의 선분을 따라가고, 진출 교차점에서는 다각형 B의 선분을 따라간다.

iii) 차집합 : 다각형 B의 꼭지점들의 순서를 역으로 정렬해 놓고 합집합의 규칙에 따른다.

이 방법으로 합집합, 교집합, 차집합의 경우에 구한 합성 다각형의 예를 그림 4의 (b), (c), (d)에 보였다.

III. Scan-line 방식의 묘화

본 논문에서 구현한 3차원 입체 모델링 시스템에서는 설계 입체를 그래픽 화면에 표현하기 위해 기본적으로 외형선 표시 방식을 채택하고, 좀 더 실제적인 영상을 얻을 수 있도록 scan-line 방식으로 입체를 묘화하는 과정을 추가하였다. 본 장에서는 scan-line 방식으로 설계 입체를 묘화하는 방법에 대하여 설명한다.

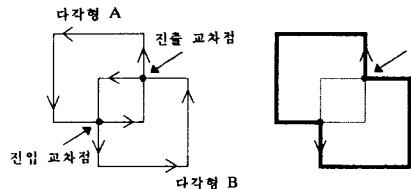
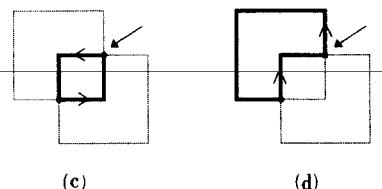


그림 4. 두 다각형의 합성 알고리듬
Fig. 4. Composition algorithm of two polygons.



(c)

(d)

입체가 CSG 방식으로 나타내어진 경우에는 scan-line 상에서 각 다각형들이 scan-line과 만나는 절편 (segment)들이 보이게 되는지 가려지게 되는지를 결정하는 과정과 함께 절편이 입체의 실제 경계면이 되는가 CSG 트리를 탐색해보며 검사하는 과정이 추가된다. 일반적으로 이러한 작업을 수행하는 방법은 먼저 scan-line을 절편의 끝점들에 의해 몇 개의 구간(span)으로 나눈 후, 한 구간에 대해 시작점과 끝점에서 보이는 절편을 찾아내어 그것이 같은 절편이면 찾아낸 절편으로 그 구간을 그려주고, 다른 절편이면 구간내에서 절편간의 교차가 생긴 경우이므로 교차점을 계산하여 구간을 두 개로 나누고 이와 같은 과정을 반복적으로 수행한다.^[7] 그러나, 이와 같은 방법은 일반적인 경우에는 적합한 결과가 나오지만, 특수한 경우로 구간내에서 절편이 여러번 교차되는 경우에는 구간의 양 끝점에서 찾은 절편이 같게 되는 경우가 생긴다. 따라서 본 논문에서는 scan-line을 가능한 모든 구간으로 미리 나누어놓고 각 구간의 중점에서 그려주어야 할 절편을 찾아내도록 하였다. 대략적인 알고리듬은 다음과 같다.

```

Subdivide scan-line into the spans
for each span
    sort segment with z value
    for each segment
        status = Classify (center point, CSG tree)
        if (status == ON)
            draw (segment, span)
            break
        end-for
    end-for

```

scan-line을 구간으로 나누어주는 경계점은 각 절편의 끝점들과 절편 사이의 교차점들이 되는데, 이렇게 나누어진 구간내에서는 그려주어야 할 절편이 1개만이 존재하게 된다. x 값이 작은 구간에서부터 시작하여 각 구간내에서 절편들을 z 값이 작은 순서로 (눈에서 부터의 거리가 가까운 순서로) 정렬한 후, 앞쪽에 있는 절편 부터 그 절편이 실제 입체의 경계면이 되는지 검사하여 그려주어야 할 절편을 찾게 되는데, 구간내에서의 절편을 대표하여 절편의 중점을 선택하여 이 점을 가지고 검사한다. 한 점이 CSG로 나타내어진 입체의 바깥에 있는지 안에 있는지, 경계면 위에 있는지 분류하는 것은 일반적으로 잘 알려진 문제^[8]로 트리의 종단 노드에서 기본 입체에 대하여 분류한 결과를 중간 노드의 연산자에 따라 결합하여 루트 노드까지 올라온다. 절편위의 한 점이 입체의 경계면 위에 있다면 그 절편을 그려주고, 그렇지 않은 경우에는 바로 뒤의 절편을 검사한다. 이와 같은 방식으로 구간내에서 절편의 가시성 검사와 경계 검사를 수행한다. 이와 같은 검사의 효율성을 높이기 위해 다음을 고려해 준다.

1) scan-line의 범위 : 묘화할 입체는 이미 외형선 표시방식으로 그려주었기 때문에 이 입체의 최대 및 최소 화면좌표값을 알 수 있다. 따라서, scan-line은 최소(혹은 최대) y 값에서 시작하여 최대(혹은 최소) y 값에서 끝낸다.

2) 구간의 범위 : 마찬가지로 한 scan-line 상에서 계산을 수행하여야 할 구간의 범위는 입체의 화면좌표에서 최소 x 값에서 최대 x 값까지이다. 이와 같이 화면좌표의 최소, 최대값에 대한 정보를 이용하게 되면 교집합이나 차집합과 같이 입체의 체적이 줄어드는 연산의 경우 많은 계산량을 줄일 수 있다.

3) 인접 구간의 유사성 : 인접한 구간내에 존재하는 절편들의 z 값에 의한 순서는 비슷하게 된다. 따라서, 구간내에서 절편들을 z 값으로 정렬하는 것은 삽입 정렬을 이용하여 빠른 시간내에 수행되도록 하였다.

4) 뒷 면의 고려 : 입체의 뒷면에 해당하는 절편은 scan-line을 구간으로 나누는 과정에서는 고려되지만 보이는 절편이 되지는 않는다. 그러므로, 구간내에서 그려주어야 할 절편을 찾을 때 입체의 뒷 면에 해당하는 절편은 제외한다. scan-line을 구간으로 나눌 때에도 뒷 면 절편간의 교차점은 고려하지 않는다. 차집합 연산에서는 뒷 면이 바뀌는 경우가 발생하는데, 예를 들어 그림5와 같이 입체 A가 입체 B와 입체 C의 차집합, $A = B - C$ 로 정의 됐을 때, 입체 C에서 보이지 않는 면인 뒷 면이 결과 입체 A에서

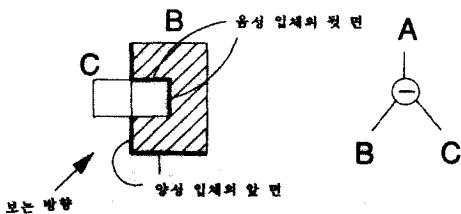


그림 5. 차집합 연산에서 입체의 뒷 면

Fig. 5. Backface of the solid in the difference operation.

는 보이는 면인 앞 면으로 된다. 그림 5에서 이러한 성질을 설명하였는데 입체 B와 입체 C의 면들중에서 A로 합쳐졌을 때 보이게 되는 면은 굵은 선으로 표시하였다.

입체가 CSG 트리에서 차집합 연산을 나타내는 노드의 오른쪽에 있게되면 앞 면과 뒷 면이 바뀌게 되는 음성 입체(negative primitive)가 된다.^[9] 루트 노드로 부터 기본입체까지의 경로에서 차집합 연산 노드의 오른쪽으로 걸라지는 횟수를 셉하여, 이 횟수가 홀수이면 그 기본입체는 음성 입체이다.

IV. 결과 및 결론

본 논문에서 제안한 방식의 3차원 입체 설계 시스템은 SUN 3/60 워크스테이션상에서 256 가지의 색깔을 이용하여 C 언어로 구현되었다. 그림 6은 설계된 자유 곡면과 다른 기본입체들이 결합되는 예를 보인 것이고, 그림 7은 설계 입체를 외형선 표시 방식으로 그린 화면이고, 그림 8은 설계 입체를 scan-line 방식으로 묘화한 화면이다.

본 논문에서는 3차원 입체 모델링 시스템에서 많이 사용되는 CSG 표현방식에 자유곡면을 기본입체

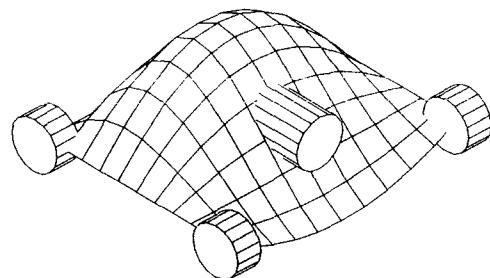


그림 6. Bezier 곡면과 다른 기본 입체들과의 결합

Fig. 6. Combination of the Bezier surface and other primitive objects.



그림 7. 외형선 표시방식으로 나타낸 설계 입체
Fig. 7. Wireframe display of the designed solid.



그림 8. Scan-line 방식으로 묘사된 설계 입체
Fig. 8. Scan-line rendering of the designed solid.

로 추가하여, 설계된 입체를 모델링 시스템에서 wire-frame 방식으로 화면에 표시하기 위해 CSG 표현에서 경계선 표현을 얻어내는 방법과 CSG 표현을 이용하여 scan-line 방식으로 묘사하는 방법을 제안 하

었다. CSG 표현에서 계산해낸 경계선 표현은 입체의 외형선을 신속히 그려줄 수 있도록 해줌으로서, 시스템과 사용자간 정보교환 속도를 증대시킬 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] Aristides A.G. Requicha, "Representations for solids: theory, methods, and systems," *Computing Surveys*, December 1980, pp 437-464.
- [2] Scott D. Roth, "Ray casting for modeling solids," *Computer Graphics and Image Processing*, no. 18 pp. 109-144, 1982.
- [3] Jaroslaw R. Rossinac, Aristides A. G. Requicha, "Depth-buffering display techniques for constructive solid geometry," *IEEE Computer Graphics and Applications*, September pp. 29-39, 1986.
- [4] David H. Laidlaw, W. Benjamin Trumbors, and John F. Hughes, "Constructive solid geometry for polyhedral objects," *Computer Graphics*, August pp. 161-170, 1986.
- [5] Hanan Samet, Markku Tamminen, "Bintress, CSG trees and time," *Computer Graphics*, July pp. 121-130, 1985.
- [6] David F. Rogers, "Procedural elements for computer graphics," McGraw-Hill pp. 179-1985, 1985.
- [7] Peter R. Atherton, "A scan-line hidden surface removal procedure for constructive solid geometry," *Computer Graphics*, July pp. 73-82, 1983.
- [8] Robert B. Tilove, "Set membership classification : A unified approach to geometric intersection problem," *IEEE Transactions on Computers*, October pp. 874-883, 1980.

著者紹介



朴基炫(正會員)

1963年 10月 16日生. 1986年 2月
서울대학교 전기공학과 학사학위
취득. 1989年 8月 한국과학기술
원 전기및 전자공학과 석사학위
취득. 1989年 9月~현재 한국과
학기술원 전기및 전자공학과 박
사과정 재학중. 주관심분야는 Computer Graphics 의
software 및 hardware 등임.

慶宗旻 (正會員) 第25卷 第10號 參照

현재 한국과학기술원 전기및
전자공학과 부교수