

論文 90-27-11-2

초고주파 유전체공진기의 복소유전율 측정

(Microwave Measurement of Complex Permittivity of Dielectric Resonators)

金正 弼*, 朴 位 相**

(Jeong Phill Kim and Wee Sang Park)

要 約

원통형 및 환형 유전체공진기의 복소유전율과 투자율을 측정하기 위한 이론적인 해석과 측정방법을 제시하였다. 두 개의 평면도체 사이에 유전체공진기를 놓고 공진주파수와 무부하 Q, 그리고 치수를 측정하면 복소유전율과 투자율을 구할 수 있으며 이 방법을 고차모우드에 대하여 반복적으로 행하면 더 넓은 주파수 범위에서 측정이 가능하다. 이 때 각각의 공진모우드는 유전체공진기의 방위각과 측 방향에 대한 전자계 세기의 변화를 측정함으로써 결정할 수 있다. 그리고 여러가지 오차의 요인들을 고려한 측정오차의 해석으로부터 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드를 측정에 이용할 경우 복소유전율의 실수부분은 0.5%, 허수부분은 4% 이내의 측정오차를 가짐이 밝혀졌다.

Abstract

A theoretical analysis and measurement technique to determine the complex permittivity and permeability of cylindrical and ring type dielectric resonators is given. The resonant frequency, unloaded quality factor and physical dimensions of dielectric resonator placed between two parallel conducting plates are used to evaluate the complex permittivity and permeability. This process is repeated for other higher-order modes to expand the evaluation at higher resonant frequencies. The nature of each mode is identified by measuring the variations of field strength along the azimuthal and longitudinal direction. An error analysis taking into account various error sources reveals that TE_{0np} or quasi-TE modes yield the least amount of measurement error, which is less than 0.5% for the real part, 4% for the imaginary part of complex permittivity.

I. 서 론

비유전율이 크고 손실이 적은 유전체공진기는 저

렴한 제작비용, 높은 Q값, 온도에 대한 안정성 등으로 인하여 초고주파 대역의 여파기와 발진기에 많이 사용되고 있으며, 최근에는 안테나의 복사패턴을 향상시키는데도 쓰이고 있다.^{[1,2]}} 이는 유전체공진기를 사용함으로써 안정된 동작주파수를 얻을 수 있고 회로의 소형화 및 경량화를 기할 수 있기 때문이다. 대부분의 초고주파 집적회로에서 유전체공진기는 TE_{010} 모우드로 동작하지만 최근 위성통신 시스템에서 HEM_{110} 모우드를 이용한 고성능 이중모우드 여파기

*準會員, 金星精密(株)

(Goldstar Precision Co., LTD.)

**正會員, 浦項工科大学 電子電氣工學科

(Dept. of Electronic and Electrical Eng., Pohang Institute of Science and Technology)

接受日字: 1990年 7月 27日

(dull-mode filter)가 실현되면서,^[4] 고차모우드의 사용에 많은 관심이 쏠리고 있다. 그리고 실제의 초고주파 집적회로에는 기판에 쉽게 고정할 수 있는 환형 유전체공진기가 많이 사용되고 있는데,^[2] 이는 상황에 따라 유전체나 자성체, 또는 금속봉 등을 이용하여 공진주파수를 변화시킴으로써 회로의 동작특성 변화를 용이하게 보완할 수 있기 때문이다.

유전체공진기를 이용한 초고주파 회로의 동작주파수는 유전체공진기의 치수와 비유전율에 의존하고, 동작특성은 유전손실탄젠트와 밀접한 관계가 있다. 그런데 제작자가 제시하는 유전체공진기의 비유전율은 보통 3~5%, 그리고 유전손실탄젠트는 약 10% 정도의 오차가 있으므로, 정밀한 회로를 제작하기 위해서는 이 값들을 정확히 측정할 필요가 있으며, 또 유전체공진기가 자성을 갖고 있으면 비투자율과 투자손실탄젠트도 정확히 측정해야 한다.

어떤 물질의 복소유전율은 비유전율과 유전손실탄젠트를 알면 결정되고, 복소투자율은 비투자율과 투자손실탄젠트를 알면 결정되는데, 초고주파 영역에서 이 값들은 주로 전송선과 금속공동공진기를 이용하여 측정한다. 전송선 방법은 넓은 주파수 범위에서 측정할 수 있지만 측정오차가 크고, 금속공동공진기 방법은 측정은 정확하지만 공진모우드를 식별하기가 어려워 측정주파수 대역이 제한되어 있다.^[5] 또한 이 방법들은 측정 시료를 정확히 위치시켜야 하는 문제점도 갖고 있다. 그러나 두 평면도체 사이에 유전체공진기를 놓고 특성을 측정하는 Courtney방법^[6,7,8]은 유전체공진기의 위치에 따른 오차가 적고, 비유전율이 10이상일 때 측정이 매우 정확하다. 하지만 이 방법도 공진모우드를 식별하기가 어려워 측정모우드는 TE₀₁₁ 모우드로 제한되어 왔다.

최근에 이러한 문제점을 해결하여 고차모우드에서 유전체공진기의 비유전율 측정결과^[1]와 측정오차에 대한 간단한 해석^[11]은 발표된 바 있으나, 유전손실탄젠트의 측정결과는 제시된 바 없다. 따라서 본 논문에서는 모든 공진모우드에서 원통형 및 환형 유전체공진기의 복소유전율 및 투자율 측정이론과 측정방법, 그리고 측정오차의 해석을 다루었고, 주어진 유전체공진기들의 복소유전율 측정결과를 보였다.

II. 유전체공진기의 전자기적 이론

그림 1 처럼 비유전율이 ε_r이고 비투자율이 μ_r인 저손실의 균질하고 등방성인 원통형 유전체공진기를 무한히 넓은 두 평면도체 사이에 놓고 전자파를 유키시켰을 때, 공진을 일으키는 HEM_{mn} 모우드의

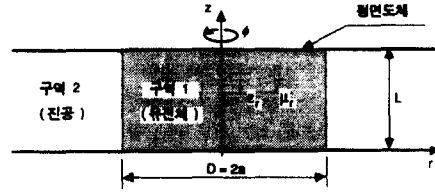


그림 1. 두개의 평면도체 사이의 원통형 유전체공진기
Fig. 1. A cylindrical dielectric resonator placed between two parallel conducting plates.

phasor 전장계 E와 H는 맥스웰방정식으로부터 구할 수 있으며,^[12] 특성 방정식은 r=a에서의 경계조건으로부터 식(1)로 주어진다. 그림 1에서 D는 유전체공진기의 직경을 나타내고, L은 길이를 나타낸다.

$$\{\mu_r F_m(u) + M_m(v)\} \{\epsilon_r F_m(u) + M_m(v)\} = R_m^2(u, v)$$

$$F_m(u) = \frac{J'_m(u)}{uJ_m(u)}, \quad M_m(v) = \frac{K'_m(v)}{vK_m(v)} \tag{1}$$

$$R_m(u, v) = \frac{\beta m}{k_0} \left[\frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2} \right] \tag{2a, b, c}$$

$$u^2 = (k_1^2 - \beta^2) a^2, \quad v^2 = (\beta^2 - k_0^2) a^2 \tag{3a, b}$$

$$k_1^2 = k_0^2 \epsilon_r \mu_r, \quad k_0^2 = \omega_0^2 \epsilon_0 \mu_0, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \tag{4a, b, c}$$

$$\beta = \frac{p\pi}{L}, \quad p=0, 1, 2, 3, \dots \tag{5}$$

식(2)에서 J_m(u)와 J'_m(u)는 각각 1종 m차 베셀함수와 u에 대한 1차 도함수이고, K_m(v)와 K'_m(v)는 각각 변형된 2종 m차 베셀함수와 v에 대한 1차 도함수이다. ε₀와 μ₀는 진공에서의 유전율과 투자율이고, f₀는 공진주파수이다.

식(1)에서 m≠0일 때, n이 짝수이면 H_z가 E_z보다 우세한 quasi-TE모우드가 되고, n이 홀수이면 E_z가 H_z보다 우세한 quasi-TM 모우드가 된다. 그리고 m=0일 경우는 TE_{0np} 또는 TM_{0np} 모우드가 되는데, 각각의 특성방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\mu_r J_1(u)}{uJ_0(u)} + \frac{K_1(v)}{vK_0(v)} = 0, \quad \text{for TE}_{0np} \text{ modes} \tag{6}$$

$$\frac{\epsilon_r J_1(u)}{uJ_0(u)} + \frac{K_1(v)}{vK_0(v)} = 0, \quad \text{for TM}_{0np} \text{ modes} \tag{7}$$

그리고 식(3)과 (4)로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_r \mu_r = \frac{u^2 + v^2}{(k_0 a)^2} + 1 \tag{8}$$

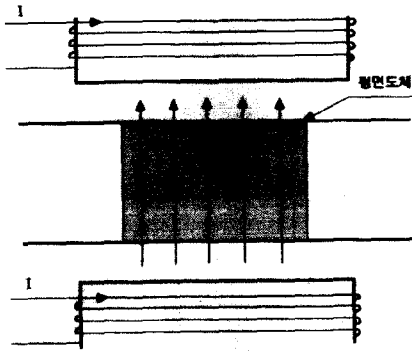


그림 2. 유전체공진기의 자성을 제거하는 방법
Fig. 2. A method for removal of magnetic properties of dielectric resonators.

일반적으로 유전체공진기는 비자성체이지만 공진 주파수의 튜닝과 같이 특수한 용도로 쓰일 때는 자성체일 수도 있다. 이 경우에 ϵ_r 과 μ_r 을 독립적으로 측정하기 위해서는 그림 2와 같이 코일에 정전류를 공급하여 정자기장을 축방향으로 포화가 되도록 해야 한다.⁽⁶⁾ 이렇게 하면 유전체공진기의 자성이 거의 없어져 μ_r 은 1이 되고, 식(8)은 (9)로 바뀐다.

$$\epsilon_r = \frac{u^2 + v^2}{(k_0 a)^2} + 1 \quad (9)$$

따라서 유전체공진기의 치수와 공진모우드, 그리고 f_0 를 알면 ϵ_r 을 구할 수 있다.

그리고 유전손실탄젠트인 $\tan\delta_e$ 는 식 (10)의 Q인자 관계식으로부터 식 (11)이하 (17)까지의 과정을 통해 구할 수 있다.

$$\frac{1}{Q_u} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_c} \quad (10)$$

$$Q_d = \frac{\omega W_e}{P_d} = \frac{\omega W_{e1}}{P_d} \left[1 + \frac{W_{e2}}{W_{e1}} \right] = \frac{1}{\tan\delta_e} \left[1 + \frac{W_p}{\epsilon_r} \right] \quad (11)$$

$$Q_c = \frac{\omega W_e}{P_c} = \frac{\omega W_{e1}}{P_c} \left[1 + \frac{W_p}{\epsilon_r} \right] = \frac{\omega \epsilon_r \epsilon_r L}{4R_s X_p} \left[1 + \frac{W_p}{\epsilon_r} \right] \quad (12)$$

$$W_{e1} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^a |E_1|^2 r dr d\phi dz \quad (13)$$

$$W_{e2} = \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_a^\infty |E_2|^2 r dr d\phi dz \quad (14)$$

$$P_c = 2 \times \frac{R_s}{2} \left[\int_0^{2\pi} \int_0^a |H_{u1}|_{z=0}^2 r dr d\phi + \int_0^{2\pi} \int_a^\infty |H_{u2}|_{z=0}^2 r dr d\phi \right] \quad (15)$$

$$W_p = \frac{\int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^a |E_z|^2 r dr d\phi dz}{\int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^a |E_1|^2 r dr d\phi dz} \quad (16)$$

$$X_p = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a |E_u|_{z=0}^2 r dr d\phi + \int_0^{2\pi} \int_a^\infty |H_{u2}|_{z=0}^2 r dr d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^a |E_1|_{z=0}^2 r dr d\phi} \quad (17)$$

여기에서 W_{e1} 과 W_{e2} 는 각각 구역 1과 2에 저장된 전기에너지이며, W_e 는 W_{e1} 과 W_{e2} 의 합이다. Q_u 는 무부하 Q인자이고, Q_d 는 유전체공진기 자체의 전력손실인 P_d 에 관계된 Q인자이며, Q_c 는 평면도체의 표면저항에 의한 전력손실인 P_c 에 관계되는 Q인자이다. 첨자 t는 접선성분을 나타내고, 첨자1과 2는 구역을 나타낸다. 그리고 식 (15)에서 앞의 2는 평면도체의 수를 나타내고, R_s 는 평면도체의 표면저항을 나타낸다. 이 관계식들로부터 $\tan\delta_e$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tan\delta_e = \frac{A_p}{Q_{up}} - B_p R_s \quad (18)$$

$$A_p = 1 + \frac{W_p}{\epsilon_r}, \quad B_p = \frac{4X_p}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r L} \quad (19a, b)$$

결국 $\tan\delta_e$ 는 Q_u 와 R_s 를 측정하면 구할 수 있다. 원통형 유전체공진기의 복소투자율은 μ_r 과 투자손실탄젠트인 $\tan\delta_m$ 을 측정하면 알 수 있는데, 복소유전율 측정시 절여주었던 정자기장을 제거하고 먼저 구한 ϵ_r 과 $\tan\delta_e$ 를 이용하면 μ_r 과 $\tan\delta_m$ 을 구할 수 있다.

$$\mu_r = \frac{1}{\epsilon_r} \left[\frac{u^2 + v^2}{(k_0 a)^2} + 1 \right] \quad (20)$$

$$\tan\delta_m = D_p \left[\frac{A_p}{Q_{up}} - B_p R_s - \tan\delta_e \right] \quad (21)$$

$$D_p = \frac{W_{e1}}{W_{m1}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^a |E_1|^2 r dr d\phi dz}{\mu_0 \mu_r \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^a |H_1|^2 r dr d\phi dz} \quad (22)$$

식 (20)과 (21)에서 u, v, A_p , B_p 등은 복소유전율 측정시의 값들과는 다른 값을 갖게 되며, 식 (22)에서 W_{m1} 은 구역 1에 저장된 자기 에너지를 나타낸다.

다음은 환형 유전체공진기에 대해서 생각해 본다.

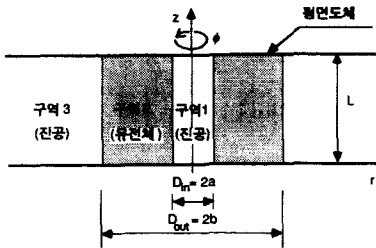


그림 3. 두 개의 평면도체 사이의 환형 유전체공진기
 Fig. 3. A dielectric ring resonator placed between two parallel conducting plates.

그림 3 처럼 무한히 넓은 두 평면도체 사이에 환형 유전체공진기를 놓고 전자파를 유기시켰을 때, HEM_{mnp} 모우드의 특성방정식은 $r=a$ 와 $r=b$ 에서 경계조건을 적용하여 원통형 유전체공진기와 같은 요령으로 구할 수 있으며, ϵ_r 과 μ_r , 그리고 $\tan\delta_e$ 와 $\tan\delta_m$ 역시 같은 방법으로 구할 수 있다. 그림 3에서 D_{in} 은 내부 직경을 나타내고, D_{out} 은 외부 직경, L 은 길이를 나타낸다.

III. 측정장치 및 측정방법

직접 제작한 유전체공진기의 복소유전율 측정장치를 그림 4에 보였다. 일반적으로 유전체공진기는 비자성체이므로 정자기장을 걸어주는 장치는 제작하지 않았으며, 평면도체의 직경을 200mm로 크게 하여 ϵ_r 이 비교적 작은 알루미늄이나 유전체 공진기의 복소유전율도 측정할 수 있게 하였다. 스위프발진기(sweep oscillator)로부터 동축선을 이용하여 유전체공진기에 전자파를 유기시키고, 반대편에서 커플링된 신호를 회로망분석기(network analyzer)로 보내서 각 모우드의 f_0 와 Q_u 를 측정하면 복소유전율을 구할 수 있다. 전자파는 동축선 끝의 작은 원형 또는 사각형 고리를 이용하여 유기시키는데, 고리의 면을 평면도체와 평행하게 하면 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드가, 수직으로 하면 TM_{0np} 또는 quasi-TM 모우드가 강하게 유기된다. 공진모우드를 식별하기 위해서 그림 5 처럼 고리를 유전체공진기 가까이 근접시켜 공진 현상을 관찰한 후, 스위프발진기와 연결된 고리는 고정시키고 회로망분석기와 연결된 고리를 유전체공진기 축을 중심으로 회전시키면서 전자파의 세기를 측정한다. 그러면 m 을 알게 되고, 다시 고리를 측방향으로 이동하면서 측정하면 p 를 알게 된다. 그리고 n 은 m 과 p 로부터 순차적으로 결정할 수 있는데,

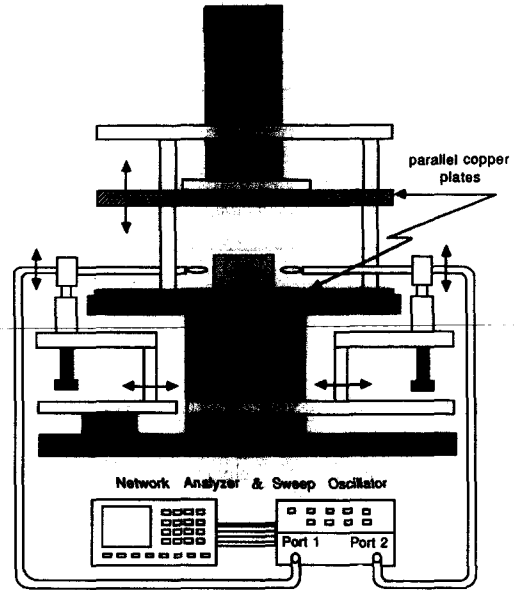


그림 4. 유전체공진기의 복소유전율 측정장치
 Fig. 4. Measurement apparatus for complex permittivity of dielectric resonators.

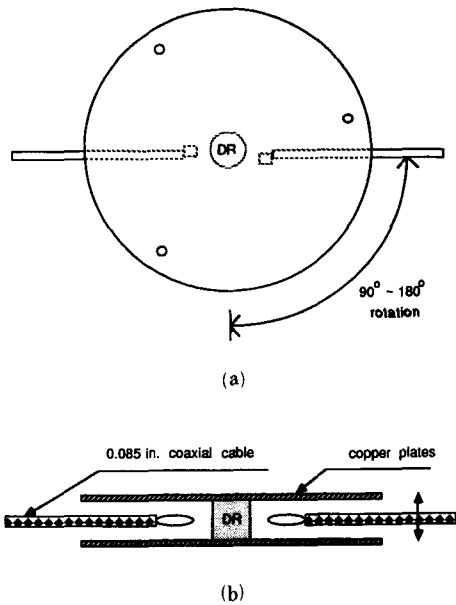


그림 5. 공진모우드를 식별하는 방법
 (a) m의 결정 (b) p의 결정
 Fig. 5. Method for identification of resonant modes
 (a) determination of m ,
 (b) determination of p .

quasi-TE 모드이면 짝수이고, quasi-TM 모드이면 홀수임을 이용하면, 공진모우드를 쉽게 판정할 수 있게 된다. 그리고 공진주파수는 고리를 가능한 한 유전체공진기로부터 멀리 위치시켜 커플링에 의한 주파수 천이를 무시할 수 있도록 하여 측정한다.

이렇게 하여 결정된 유전체공진기의 공진모우드와 측정된 f_0 및 치수로부터 v 를 계산하여 특정방정식에 대입하면 특성방정식은 u 만의 함수가 되며, 특성방정식을 만족하는 u 의 값은 그림 6에 나타낸 것처럼 Newton-rapson 방법을 이용하여 반복적으로 계산할 수 있으므로 식(9)로부터 ϵ_r 을 구할 수 있다. 그리고 이렇게 구한 ϵ_r 과 각종 베셀함수의 적분 값으로부터 얻어지는 W_p, X_p 에서 A_p, B_p 의 값을 구할 수 있으므로, 각 공진모우드에서 Q_u 와 R_s 를 측정하면 식(18)에서 $\tan\delta_e$ 를 구할 수 있다. 프로그램은 포트란 언어를 사용하여 작성하였으며, 베셀함수의 값들은 VAX-8800에 있는 IMSL 부프로그램을 호출하여 계산하였다.

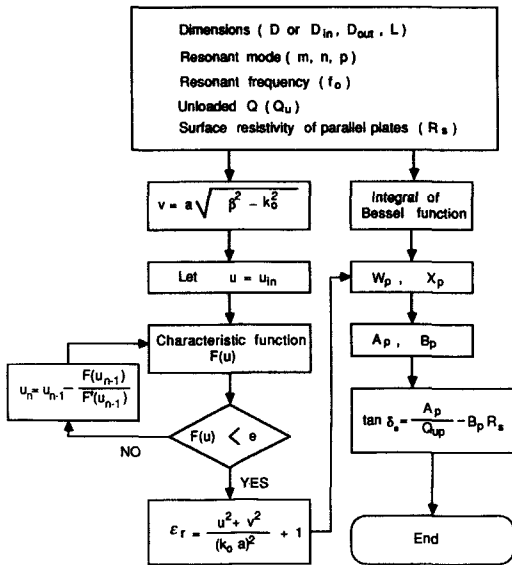


그림 6. 유전체공진기의 비유전율과 유전손실탄젠트를 계산하는 알고리즘

Fig. 6. Algorithm for the calculation of dielectric constant and loss tangent of dielectric resonators.

Q_u 는 식 (23)과 같이 부하 Q인자인 Q_L 과 측정시스템의 S_{21} 을 알면 구할 수 있는데, Q_L 은 f_0 와 반전력대역폭 Δf 로부터 구할 수 있다.⁽¹³⁾

$$Q_u = \frac{Q_L}{1 - |S_{21}|}, \quad Q_L = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (23a, b)$$

다음에는 R_s 를 구하는 방법에 대해서 알아본다. 그림 7처럼 길이가 p배 되는 유전체공진기를 하나 더 사용하여, 원래의 유전체공진기에는 TE₀₁₁ 모우드를 공진시키고 길이가 p배 되는 다른 유전체공진기에는 TE_{01p} 모우드를 공진시킨다. 그러면 각각의 공진주파수가 같아져서 $\tan\delta_e$ 는 식 (24)처럼 서로 같은 값을 갖게 된다. 따라서 각각의 Q_u 를 측정하면 식 (25)에서 R_s 를 구할 수 있다.⁽⁹⁾

$$\frac{A_1}{Q_{u1}} - B_1 R_s = \frac{A_p}{Q_{up}} - B_p R_s \quad (24)$$

$$R_s = \frac{1}{B_1 - B_p} \left[\frac{A_1}{Q_{u1}} - \frac{A_p}{Q_{up}} \right] \quad (25)$$

그러나 실제 측정에서 유전체공진기를 정확히 p배 되도록 가공하기가 어려우므로 각각의 공진주파수는 조금 다르게 된다. 하지만 $\tan\delta_e$ 를 서로 같다고 가정하여도 무리가 없다. 따라서 R_s 가 주파수의 제곱근에 비례한다는 관계식을 이용하면 식 (26)을 얻을 수 있다. 여기에서 f_{01} 은 길이가 짧은 유전체공진기의 TE₀₁₁ 모우드의 공진주파수이고, f_{0p} 는 긴 유전체공진기의 TE_{01p} 모우드의 공진주파수이다.

$$R_s = \frac{1}{C_1 - C_p} \left[\frac{A_1}{Q_{u1}} - \frac{A_p}{Q_{up}} \right] \quad (26)$$

$$C_p = B_p \sqrt{f_{0p}/f_{01}} \quad (27)$$

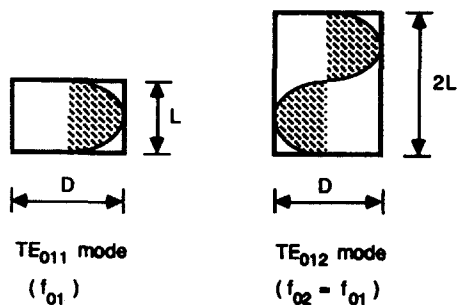


그림 7. 길이가 다른 두 개의 유전체공진기를 이용한 평면도체의 표면저항 측정법
Fig. 7. Measurement method for the surface resistivity of parallel conducting plates by using two dielectric resonators with different lengths.

IV. 측정오차의 해석

원통형유전체공진기의 복소유전율 측정시 ϵ_r 측정 오차는 D, L, f_0 등을 측정함에 있어서의 정확도와 평면도체와 유전체공진기 사이의 공극의 크기에 의존하고, $\tan\delta_e$ 측정오차는 Q_{UP} 와 R_s 들을 측정함에 있어서의 정확도에 의존한다. 따라서 ϵ_r 과 $\tan\delta_e$ 의 측정 상대오차는 각 변수의 영향이 독립적일 때 다음과 같다.

$$\frac{\Delta\epsilon_r}{\epsilon_r} = \sqrt{\left[S_{D'}^{\epsilon_r} \frac{\Delta D}{D}\right]^2 + \left[S_{L'}^{\epsilon_r} \frac{\Delta L}{L}\right]^2 + \left[S_{f_0'}^{\epsilon_r} \frac{\Delta f_0}{f_0}\right]^2 + \left[S_{L_1'}^{\epsilon_r} \frac{\Delta L_1}{L}\right]^2 + \left[S_{L_2'}^{\epsilon_r} \frac{\Delta L_2}{L}\right]^2} \quad (28)$$

$$\frac{\Delta \tan\delta_e}{\tan\delta_e} = \sqrt{\left[S_{Q_{UP}}^{\tan\delta_e} \frac{\Delta Q_{UP}}{Q_{UP}}\right]^2 + \left[S_{R_s}^{\tan\delta_e} \frac{\Delta R_s}{R_s}\right]^2} \quad (29)$$

식 (28)에서 L_1 과 L_2 는 그림 8에 나타낸 것처럼 공극의 크기를 나타내고, 식 (29)에서 $\tan\delta_e$ 의 측정오차에 미치는 다른 변수들의 영향은 거의 무시할 수 있으므로 고려하지 않았다. 일반적으로 y 의 x 에 대한 감도 $S_{x'}^y$ 는 식 (30)으로 정의되는데, 감도가 1이라는 것은 x 가 1% 변할 때 y 가 1% 변함을 의미한다. 식 (9)와 (18)로부터 식 (30)을 적용하면 다음의 각 감도들을 구할 수 있으며, 공극에 관련된 감도는 나중에 정의하여 살펴보기로 한다.

$$S_{x'}^y = \frac{x}{y} \frac{\partial y}{\partial x} \quad (30)$$

$$S_{D'}^{\epsilon_r} = -2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{u^2 - v^2 X}{u^2 + v^2}$$

$$S_{L'}^{\epsilon_r} = -2 \frac{1+X}{\epsilon_r} \frac{u^2 + v^2 \epsilon_r}{u^2 + v^2}$$

$$S_{f_0'}^{\epsilon_r} = -2 \frac{\epsilon_r + X}{\epsilon_r} \quad (31a, b, c)$$

$$S_{Q_{UP}}^{\tan\delta_e} = -\frac{A_p}{Q_{UP}} \frac{1}{\tan\delta_e}$$

$$S_{R_s}^{\tan\delta_e} = -\frac{B_p R_s}{\tan\delta_e} \quad (32a, b)$$

$$X = \frac{\partial u^2}{\partial u^2} = \frac{u}{v} \frac{\partial u}{\partial v} \quad (33)$$

그리고 복소투자율 측정시 각 변수의 영향이 독립적일 때, μ_r 과 $\tan\delta_m$ 의 측정 상대오차와 각 감도들은 복소유전율의 경우와 같은 방법으로 계산하면 다음과 같다.

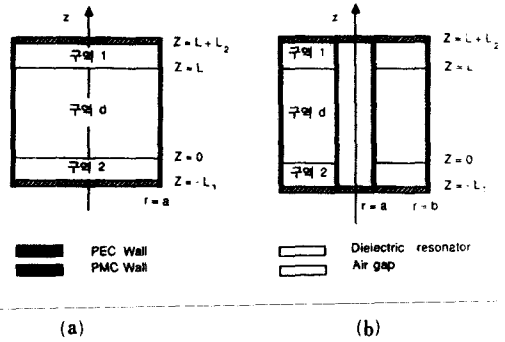


그림 8. PMC 벽을 가정한 유전체공진기와 평면도체 사이의 공극에 대한 모델링 (a) 원통형 유전체공진기 (b) 환형 유전체공진기

Fig. 8. Modeling for the airgap existing between dielectric resonator and parallel conducting plates with the PMC wall assumption. (a) cylindrical dielectric resonator, (b) dielectric ring resonator

$$\frac{\Delta\mu_r}{\mu_r} = \sqrt{\frac{\left[S_{D'}^{\mu_r} \frac{\Delta D}{D}\right]^2 + \left[S_{L'}^{\mu_r} \frac{\Delta L}{L}\right]^2 + \left[S_{f_0'}^{\mu_r} \frac{\Delta f_0}{f_0}\right]^2 + \left[S_{\epsilon_r'}^{\mu_r} \frac{\Delta \epsilon_r}{\epsilon_r}\right]^2 + \left[S_{L_1'}^{\mu_r} \frac{\Delta L_1}{L}\right]^2}{\left[S_{L_2'}^{\mu_r} \frac{\Delta L_2}{L}\right]^2}} \quad (34)$$

$$\frac{\Delta \tan\delta_m}{\tan\delta_m} = \sqrt{\left[S_{Q_{UP}}^{\tan\delta_m} \frac{\Delta Q_{UP}}{Q_{UP}}\right]^2 + \left[S_{R_s}^{\tan\delta_m} \frac{\Delta R_s}{R_s}\right]^2 + \left[S_{\tan\delta_e}^{\tan\delta_m} \frac{\Delta \tan\delta_e}{\tan\delta_e}\right]^2} \quad (35)$$

$$S_{D'}^{\mu_r} = -2 \frac{\epsilon_r \mu_r - 1}{\epsilon_r \mu_r} \frac{u^2 - (X/\mu_r)v^2}{u^2 + v^2}$$

$$S_{L'}^{\mu_r} = -2 \frac{1 + (X/\mu_r)}{\epsilon_r \mu_r} \frac{u^2 + \epsilon_r \mu_r v^2}{u^2 + v^2}$$

$$S_{f_0'}^{\mu_r} = -2 \frac{\epsilon_r \mu_r + (X/\mu_r)}{\epsilon_r \mu_r}$$

$$S_{\epsilon_r'}^{\mu_r} = -\frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \left[\frac{v^2}{(k_0 a)^2} + 1 \right] \quad (36a, b, c, d)$$

$$S_{Q_{UP}}^{\tan\delta_m} = -\frac{D_p A_p}{Q_{UP}} \frac{1}{\tan\delta_m}$$

$$S_{R_s}^{\tan\delta_m} = -\frac{D_p B_p R_s}{\tan\delta_m}$$

$$S_{\tan\delta_e}^{\tan\delta_m} = -\frac{D_p \tan\delta_e}{\tan\delta_m} \quad (37a, b, c)$$

다음은 공극의 영향⁽¹¹⁾을 그림 8처럼 PMC벽(perfect magnetic conductor wall)을 가정한 Cohn모델⁽¹⁴⁾에서 살펴본다. 이 경우 가능한 모우드는 TE_{mnp} 또

는 TM_{mnp} 모드인데, 유전체공진기의 비유전율이 30이상일 때, 이런 가정하에서 구한 공진모우드의 공진주파수는 수치해석적으로 거의 정확하게 구한 값과 비교하면 약 5~10% 정도의 차이가 있다. 그렇지만 복소유전율에 미치는 공극의 영향을 분석하는 데는 충분하다. 자성을 갖는 경우도 같은 방법을 적용하여 공극의 영향을 살펴볼 수 있지만 여기서는 비자성체인 경우에 대해서만 생각한다.

먼저 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모드드가 공진을 일으켰을 때는 TE_{mnp} 모우드로 근사된다. 이때 $r=a$ 에서 자계의 접선성분이 0이라는 PMC 벽의 조건과 $z=0$ 과 $z=L$ 에서 전자계의 접선성분이 연속이라는 조건에서 식 (38)의 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$\beta L = \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{2} + \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{2} + p\pi, \quad p=0, 1, 2, 3, \dots \quad (38)$$

식 (38)에서 $\sqrt{\epsilon_1}$, $\sqrt{\epsilon_2}$ 는 식 (39)를 만족하고, 나머지 관계식은 식 (40)으로 주어진다.

$$\frac{\sqrt{\epsilon_j}}{2} = \tan^{-1} \left\{ \frac{\alpha}{\beta} \coth(\alpha L_j) \right\} \quad (39)$$

$$(\beta a)^2 = (k_0 a)^2 \epsilon_r - x_{mn}^2$$

$$(\alpha a)^2 = x_{mn}^2 - (k_0 a)^2 \quad (40a, b)$$

식 (40)에서 x_{mn} 은 $J_m(x) = 0$ 을 만족하는 x 의 n 번째 근이다. 그리고 L_1, L_2 가 아주 작을 경우에 식 (38)과 (39)로부터 식 (41)을 유도할 수 있다.

$$\beta(L + L_1 + L_2) = p\pi, \quad p=1, 2, 3, \dots \quad (41)$$

이 경우 ϵ_r 은 식 (42)로 주어지는데, 공극에 의해 공진주파수가 변하므로 먼저 식 (40)으로부터 식 (43)의 $S_{L_j}^{\epsilon_r}$ 를 구해야 한다. 그리고 $S_{L_j}^{\epsilon_r}$ 를 식 (44)로 정의하면 $S_{L_j}^{\epsilon_r}$ 는 식 (45)와 같이 된다.

$$\epsilon_r = \frac{1}{(k_0 a)^2} \left[\left(\frac{p\pi a}{L + L_1 + L_2} \right)^2 + x_{mn}^2 \right] \quad (42)$$

$$S_{L_j}^{\epsilon_r} = -2 \quad (43)$$

$$S_{L_j}^{\epsilon_r} = \frac{L}{f_0} \frac{\partial f_0}{\partial L_j} \quad (44)$$

$$S_{L_j}^{\epsilon_r} = S_{L_j}^{\epsilon_r} S_{L_j}^{\epsilon_r} = \frac{1}{1 + \left[\frac{x_{mn}L}{p\pi a} \right]^2}, \quad j=1, 2. \quad (45)$$

이와 유사한 방법으로 TM_{0np} 또는 quasi-TM 모우드에 대해서는 TM_{mnp} 모우드로 근사되는데, $S_{L_j}^{\epsilon_r}$ 는 식 (46)으로 주어진다.

$$S_{L_j}^{\epsilon_r} = -2 \left[\frac{\epsilon_r}{1 + \left[\frac{p\pi a}{x_{mn}L} \right]^2} - 1 \right], \quad j=1, 2. \quad (46)$$

여기에서 x'_{mn} 은 $J'_m(x') = 0$ 을 만족하는 x' 의 n 번째 근이다.

환형 유전체공진기의 복소유전율을 측정할 때 ϵ_r 의 측정오차는 D_{in}, D_{out}, L, f_0 등의 측정의 정확도와 공극의 크기에 관련이 있으며, $\tan \delta_e$ 의 측정오차는 Q_u 와 R_s 를 측정함에 있어서의 정확도와 관련이 있다. 공극의 영향은 그림 8(b)처럼 PMC 벽을 가정하여 해석해도 무방하며, 각 감도들은 원통형 유전체공진기에서와 같은 방법으로 구할 수 있다.

V. 측정결과 및 검토

본 논문에서는 Murata Erie North America, Inc 에서 제작한 ϵ_r 이 약 38인 DRD210UE093 원통형 유전체공진기와 DRT178U040E079 환형 유전체공진기의 복소유전율을 측정하였다. 측정은 약 3GHz에서 7 GHz 까지의 주파수 범위에서 하였으며, 각각의 공진현상은 그림 9에 나타났다. 그리고 DRD210UE093 유전체공진기의 공진모우드 식별을 위해 방위각 방향에 대한 각 모우드의 전자장 세기의 변화를 그림 10에 나타났다.

평면도체의 R_s 를 측정하기 위해 길이가 다른 두

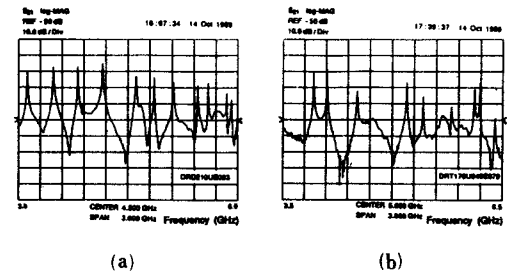


그림 9. 유전체공진기의 공진 현상
 (a) 원통형 유전체공진기 (DRD210UE093)
 ($D=20.95\text{mm}, L=9.30\text{mm}$)
 (b) 환형 유전체공진기 (DRT178U040E079)
 ($D_{in}=4.03\text{mm}, D_{out}=17.81\text{mm}, L=7.90\text{mm}$)
Fig. 9. Resonant phenomena for dielectric resonators.
 (a) cylindrical dielectric resonator, DRD210UE093 ($D=20.95\text{mm}, L=9.30\text{mm}$)
 (b) dielectric ring resonator, DRT178U040E079 ($D_{in}=4.03\text{mm}, D_{out}=17.81\text{mm}, L=7.90\text{mm}$)

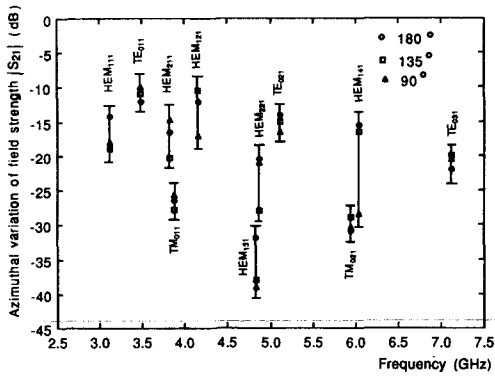


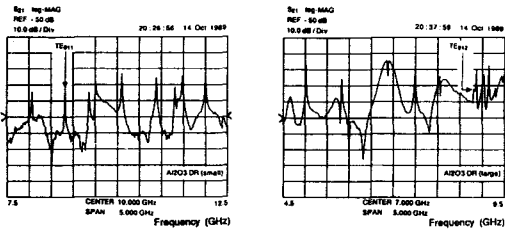
그림 10. 유전체공진기 DRD210UE093의 공진모우드 식별을 위한 방위각 방향에 대한 전자기 세기의 측정결과

Fig. 10. Measurement result of the azimuthal variation of electromagnetic field strength for the identification of resonant modes of dielectric resonator DRD210UE093.

표 1. 길이가 다른 두개의 알루미늄 유전체 공진기를 이용한 평면도체의 표면저항 측정결과

Table 1. Measurement result for the surface resistivity of parallel conducting plates by using two Al_2O_3 dielectric resonators with different lengths.

	유전체공진기 1	유전체공진기 2
공진모우드	TE ₀₁₁	TE ₀₁₂
D (mm)	19.103	19.101
L (mm)	6.623	13.275
f ₀ (MHz)	8824.4397	8813.3072
Q _u	3055.59 ± 20.89	3935.31 ± 22.40
u	3.1840	3.1818
v	4.1737	4.1617
ε _r	9.8317	9.8193
A _p	1.00768	1.00774
B _p (10 ⁻³)	6.2463	3.1155
C _p (10 ⁻³)	6.2463	3.1135
tan δ _e (10 ⁻⁴)	1.828	
R _s (10 ⁻²)	2.353 ± 0.085	



(a)

(b)

그림 11. 길이가 다른 두개의 알루미늄 유전체 공진기의 공진현상

- (a) 길이가 짧은 알루미늄 유전체공진기
- (b) 길이가 긴 알루미늄 유전체공진기

Fig. 11. Resonant phenomena of two Al_2O_3 dielectric resonators with different lengths. (a) short Al_2O_3 dielectric resonator (b) long Al_2O_3 dielectric resonator

개의 원통형 알루미늄 유전체공진기를 이용했는데, 각각의 공진현상을 그림 11에, 측정결과를 표1에 나타냈다. 그리고 표 1의 결과를 이용하여 측정된 원통형 및 환형 유전체공진기의 ε_r과 tan δ_e를 표 2에 보였다.

다음은 측정오차의 관계식으로부터 DRD210UE093 유전체공진기의 ε_r과 tan δ_e의 각 변수에 대한 감도와 측정 상대오차를 계산하였다. 유전체공진기의 D,

L의 측정오차를 0.0254mm(1mil), f₀의 측정오차를 1MHz, 공극의 크기를 0.0127mm(0.5mil)로 가정하고, 표 1의 결과로 미루어 Q_u의 측정오차를 20, R_s의 측정 상대오차를 0.03642라 가정하였다. 이렇게 하여 계산한 결과를 표 3과 그림 12에 나타냈다.

표 3(a)에 나타낸 D, L, f₀에 대한 비유전율의 감도들은 음수인데, 고차모우드로 갈수록 S_{UP}^{tan δ_e}는 커지고, S_{RS}^{tan δ_e}는 작아지는 경향을 보이고 있다. 그리고 S_{UP}^{ε_r}는 공진모우드에 거의 무관한 값을 나타낸다. 또한 비유전율의 공극에 대한 감도는 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드에서는 양의 작은 값으로 거의 일정한 반면 TM_{0np} 또는 quasi-TM 모우드에서는 음의 큰 값을 가지면서 고차모우드로 갈수록 점점 커지고 있다. 이 변수들의 영향을 모두 고려한 ε_r의 측정 상대오차는 표 3(a)와 그림 12(a)에 나타나 있는데, TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드에서 작은 값을 보이며, 주로 공극의 크기에 의존함을 알 수 있다.

표 3(b)에 보인 각 공진모우드에서의 S_{UP}^{tan δ_e}와 S_{RS}^{tan δ_e}는 모두 음수인데, TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드에 비해 TM_{0np} 또는 quasi-TM 모우드에서 크다. 그리고 이 변수들의 영향을 고려하여 표 3(b)와 그림 12(b)에 나타낸 tan δ_e의 측정 상대오차는 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드에서 작은 값을 보이며, 고차모우드

표 2. 유전체공진기의 각 모드에서 비유전율과 유전손실탄젠트의 측정결과
(a) DRD210UE093 (b) DRT178U040E079

Table 2. Measurement result for dielectric constant and loss tangent of dielectric resonators at each resonant mode.
(a) DRD210UE093,
(b) DRT178U040E079.

공진모우드	f_0 (MHz)	Q_u	ϵ_r	$\tan\delta_e (10^{-4})$
HEM ₁₁₁	3124.111	2389.8	37.0389	1.9306
TE ₀₁₁	3476.624	3352.1	38.0315	1.5408
HEM ₂₁₁	3823.389	2584.4	36.3790	1.9385
TM ₀₁₁	3876.849	2334.8	37.1977	2.1120
HEM ₁₂₁	4156.526	3279.5	37.9136	2.0291
HEM ₁₃₁	4830.262	2498.3	36.5978	2.1276
HEM ₂₂₁	4871.407	3446.9	37.7034	2.1261
TE ₀₂₁	5123.676	3804.6	37.9923	2.0434
TM ₀₂₁	5951.356	2768.5	35.6153	1.8742
HEM ₁₄₁	6041.853	4618.9	37.9305	51.7475
TE ₀₃₁	7115.092	5121.7	37.9512	1.6895

(a)

공진모우드	f_0 (MHz)	Q_u	ϵ_r	$\tan\delta (10^{-4})$
HEM ₁₁₁	3923.321	2308.3	37.2689	2.0214
TE ₀₁₁	4110.851	3041.7	38.0841	1.7243
HEM ₂₁₁	4519.858	2679.4	36.7355	1.6262
TM ₀₁₁	4933.641	2546.9	36.4447	1.6689
HEM ₁₂₁	5208.181	3478.3	37.5026	1.5081
HEM ₂₂₁	5813.065	4110.5	37.7902	1.5521
HEM ₁₃₁	6141.809	2897.7	36.4384	1.8802
TE ₀₂₁	6201.361	4823.2	37.9722	1.5998

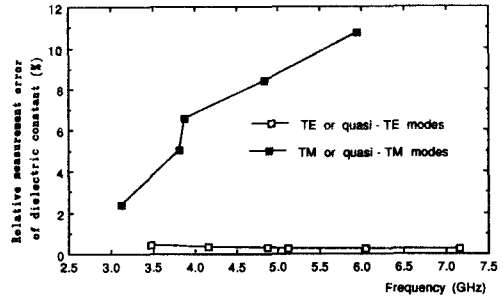
(b)

로 갈수록 점점 더 작아지는 경향을 보이고 있다.

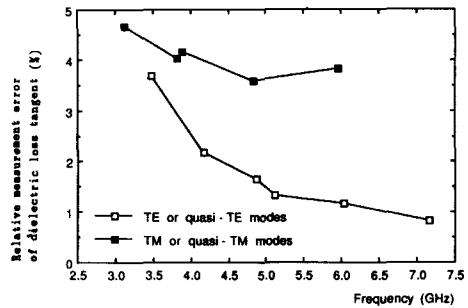
오차해석의 결과로부터 유전체공진기의 복소유전율을 측정하는 데는 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드를 이용함이 바람직함을 알 수 있고, 이 경우 ϵ_r 은 0.5%, $\tan\delta_e$ 는 4% 이내의 상대오차를 보인다. 따라서 이 측정방법을 사용하면 다른 방법에 비해 복소유전율을 매우 정확하게 측정할 수 있다.

IV. 결 론

저자는 본 논문에서 원통형 및 환형 유전체공진기의 공진모우드를 해석하였고, 직접 제작한 측정장치에 의한 모우드 식별방법을 통한 복소유전율 및 투자율 측정방법을 제시하였다. 이 방법은 고차공진모우드를 측정에 이용함으로써 TE₀₁₁ 모우드만 사용하



(a)



(b)

그림 12. 유전체공진기 DRD210UE093의 각 모우드에서 비유전율과 유전손실탄젠트의 측정 상대오차

(a) 비유전율 (b) 유전손실탄젠트

Fig. 12. Relative measurement error of dielectric constant and loss tangent of dielectric resonator DRD210UE093 at each resonant mode.

(a) dielectric constant,
(b) dielectric loss tangent.

는 Courtney 방법보다 주어진 규격의 공진기의 복소유전율을 더 넓은 주파수 범위에서 구할 수 있는 장점이 있다.

복소유전율을 구하기 위한 비유전율과 유전손실탄젠트는 측정된 공진주파수와 무부하 Q로부터 계산될 수 있으며, 본 연구에서는 이 값들을 초고주파 회로의 소자로 사용되고 있는 비유전율이 약 38이고 유전손실탄젠트가 약 1.8×10^{-4} 인 원통형 및 환형 유전체공진기들의 11개 공진모우드에 대하여 3GHz 부터 7GHz까지의 주파수 범위에서 측정하였다.

오차해석으로부터 측정오차가 작은 모우드는 TE_{0np} 또는 quasi-TE 모우드로 밝혀졌고, 이 경우 비유전율은 0.5%, 유전손실탄젠트는 4% 이내의 측정 상대오차를 가진다.

표 3. 유전체공진기 DRD210UE093의 각 모드에서 비유전율과 유전손실탄젠트의 측정 상대오차

(a) 비유전율 (b) 유전손실탄젠트

Table 3. Relative measurement error of dielectric constant and loss tangent of dielectric resonator DRD210UE093 at each resonant mode.

(a) dielectric constant,
(b) dielectric loss tangent.

공진모우드	$S_v^{\epsilon_r}$	$S_L^{\epsilon_r}$	$S_{L_j}^{\epsilon_r}$	$S_{L_j}^{\epsilon_r}$	$\Delta\epsilon_r/\epsilon_r(\%)$
HEM ₁₁₁	-0.65	-1.35	-2.00	-12.04	2.36
TE ₀₁₁	-0.75	-1.25	-2.01	1.37	0.45
HEM ₂₁₁	-1.21	-0.78	-1.99	-26.99	5.06
TM ₀₁₁	-1.05	-0.95	-2.00	-33.96	6.57
HEM ₁₂₁	-1.08	-0.93	-2.01	0.92	0.34
HFM ₁₃₁	-1.41	-0.59	-2.00	-43.35	8.38
HEM ₂₂₁	-1.30	-0.71	-2.01	0.64	0.28
TE ₀₂₁	-1.38	-0.63	-2.01	0.58	0.27
TM ₀₂₁	-1.57	-0.44	-2.00	-55.43	10.71
HEM ₁₄₁	-1.55	-0.47	-2.01	0.41	0.24
TE ₀₃₁	-1.67	-0.34	-2.01	0.29	0.23

(a)

공진모우드	$S_{qup}^{\tan\delta_e}$	$S_{R_2}^{\tan\delta_e}$	$\Delta\tan\delta_e/\tan\delta_e(\%)$
HEM ₁₁₁	-2.18	-1.18	4.65
TE ₀₁₁	-1.94	-0.94	3.67
HEM ₂₁₁	-2.01	-1.01	4.02
TM ₀₁₁	-2.05	-1.05	4.15
HEM ₁₂₁	-1.51	-0.51	2.16
HEM ₁₃₁	-1.90	-0.90	3.57
HEM ₂₂₁	-1.37	-0.37	1.65
TE ₀₂₁	-1.29	-0.29	1.33
TM ₀₂₁	-1.96	-0.96	3.82
HEM ₁₄₁	-1.25	-0.25	1.17
TE ₀₃₁	-1.16	-0.16	0.82

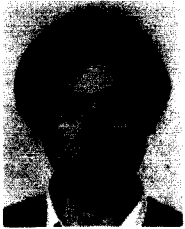
(b)

参 考 文 献

[1] J.K. Plourde & C. L. Ren, "Application of dielectric resonators in microwave components," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-29, no. 8, pp. 754-769, Aug. 1981.
 [2] D. Kajfez & P. Guillon, *Dielectric resonators*, Artech House, Inc., 1986.
 [3] A.A. Kishk et al., "Radiation characteristics of cylindrical dielectric resonator antennas

with new applications," *IEEE Antennas & Propagation Society, Newsletter*, pp. 7-16, Feb. 1989.
 [4] S.J. Fiedziuzko, "Dual-mode dielectric resonator loaded cavity filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-30, pp. 1311-1316, Sep. 1982.
 [5] M.N. Afsar, "The measurement of the properties of materials," *Proceedings of IEEE*, vol. 74, no. 1, pp. 183-199, Jan, 1986.
 [6] B.W. Hakki & P.D. Coleman, "A dielectric resonator method of measuring inductive capacities in the millimeter range," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-8, pp. 401-410, Jul. 1960.
 [7] S.B. Cohn & K.C. Kelly, "Microwave measurement of high dielectric constant materials," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-14, pp. 406-410, Sep. 1966.
 [8] W.E. Courtney, "Analysis and evaluation of a method of measuring the complex permittivity and permeability of microwave insulators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-18, pp. 476-485, Aug. 1970.
 [9] Y. Kobayashi & M. Katoh, "Microwave measurement of dielectric properties of low-loss materials by the dielectric rod resonator method," *IEEE Trans. Microwave Theory, Tech.*, vol. MTT-33, no. 7, pp. 586-592, Jul. 1985.
 [10] W.P. Wheless & D. Kajfez, "The use of higher resonant modes in measuring the dielectric constant of dielectric resonators," *IEEE Trans. MTT-S Symposium Dig.*, pp. 473-476, Jun. 1985.
 [11] D. Kajfez, W.P. Wheless & R.T. Ward, "Influence of an airgap on the measurement of dielectric constant by a parallel-plate dielectric resonator," *IEE Proc.*, vol. 133, Pt. H, no. 4, pp. 253-258, Aug. 1986.
 [12] S. Ramo & J.R. Whinnery & T.V. Duzer, *Fields and waves in communication electronics*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1984.
 [13] E.L. Ginzton, *Microwave measurements*, McGraw-Hill, New York, 1957.
 [14] S.B. Cohn, "Microwave bandpass filters containing high-Q dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-16, pp. 218-227, Apr. 1968.

著 者 紹 介



金 正 弼(準會員)

1964年 11月 2日. 1988年 2月
서울대학교 전자공학과 졸업. 1990
年 2月 포항공대 전자전기공학과
졸업(석사과정). 1990年 1月 ~현
재 금성정밀(주)연구소 방산1실
연구원. 주관심분야는 Microwave

measurements, field analysis and circuit design 등임.



朴 位 相(正會員)

1952年 2月 27日生. 1974年 서
울대학교 전자공학과 학사. 1982
年 미국 위스칸신대학교 대학원
전기공학 석사. 1986年 동 대학
원 전기공학 박사. 1986年~1988
年 미국 위치타 주립대학교 객원

조교수. 1988年 5月~현재 포항공과대학 전자전기공
학과 조교수. 주관심분야는 전자기학, 마이크로파공
학, 광섬유 센서공학 등임.