大韓土木學會論文集
第10卷 第3號 · 1990年 9月
pp. 7~17

구조물 형상최적화를 위한 근사해석방법에 관한 연구

An Approximation Method for Configuration Optimization of Structures

장 동 진* · 한 상 훈**
Jang, Dong Jin · Hoon, Sang Hun

Abstract

The objective of this paper is to provide a method of optimizing are as of the members as well as shape of both truss and arch structures.

The design process includes satisfaction of stress and Euler buckling stress constraints for truss and combined stress constraints for arch structures. In order to reduce the number of detailed finite element analysis, the Force Approximation Method is used. A finite element analysis of the initial structure is performed and the gradients of the member end forces are calculated with respect to the areas and nodal coordinates. The gradients are used to form an approximate structural analysis based on first order Taylor series expansions of the member end forces. Using move limits, a numerical optimizer minimizes the volume of the structure with information from the approximate structural analysis. Numerical examples are performed and compared with other methods to demonstrate the efficiency and reliability of the Force Approximation Method for shape optimization. It is shown that the number of finite element analysis is greatly reduced and that it leads to a highly efficient method of shape optimization of structures.

요 지

본 연구에서는 트러스구조와 아치구조의 부재단면적 및 기하형상을 동시에 최적화하는 효율적인 근사화 방법을 제안하고자 한다.

설계과정 중, 트러스구조에 대해서는 응력제약조건 및 좌굴응력제약조건을 만족하도록 하고, 아치구조에 대해서는 조합응력 제약조건을 만족하도록 하였다. 최적화에 필요한 구조해석의 수를 줄이기 위해 Force Approximation Method를 사용하였다. 초기치에 대한 유한요소해석이 수행된 다음 설계변수인 부재단면적과 절점좌표들에 대한 부재단면력들의 경사를 계산하였고, 그 경사정보를 이용 부재단면력들

*정회원 · 충북대학교 대학원 토목공학과 석사과정
**정회원 · 충북대학교 공과대학 토목공학과 부교수

의 1차 Taylor급수 전개에 근거를 둔 근사구조 해석을 형성하였다. 이동한계법을 적용하였으며, 근사구조해석으로 부터 얻어진 정보에 의해 구조물의 체적을 최소화 하였다.

형상최적화를 위한 제안된 본 방법의 효율성과 신뢰성을 보이기 위해 수치예를 들어 다른 방법들에 의한 결과와 비교하였다. 그 결과 구조해석의 수를 크게 감소시킬 수 있었으며, 구조물 형상최적화에 매우 효율적으로 적용될 수 있음을 알게 되었다.

1. 서 론

지난 25년 동안, 구조물 최적화 분야에서의 수치기법은 많은 발전을 보여왔다. 그러나 그 발전에도 불구하고 형상최적화에 대한 연구는 기하형상이 고정된 경우의 최적화 즉 단면최적화(member sizing) 만큼 큰 발전이 이루어 지지를 못하였다.

이러한 이유로는 결정변수의 증가와 비선형도의 증가 그리고 형상이 고정된 경우의 최적화와 형상최적화 사이의 위상 변화에 따르는 단면과 단면력의 변화등이 있다.[1]. 실제 설계상에서 위와 같은 이유들은 일반적으로 사용되어 지고 있는 효율적인 최적화 기법을 적용하는데 문제가 되었다. 이러한 문제점들을 극복하기 위하여 단면최적화공간과 절점좌표최적화공간으로 구성된 두개의 분리공간에서 최적화를 수행하는 접근방법이 시도되었다. 그러나 이 방법은 절점좌표가 수정될때 마다 단면의 재산정과 구조의 재해석이 반드시 수행되어야만 되어 종종 수백번 혹은 수천번의 구조해석이 요구되었다. 결과적으로 이것은 많은 계산시간을 요구하게 되어 비용이 커짐을 뜻하게 된다 위와 같은 대표적 최적화연구로는 1972년 Vanderplaats와 Moses[2]에 의해 두 설계공간에 의한 트러스구조의 형상최적화가 있었다. 1980년 Lipson와 Haque[3]는 직선뼈대요소로 구성한 아치구조의 형상최적화를 두 설계공간에 의한 방법으로 시도하였다. 그들은 재해석의 수를 줄이기 위해 경사를 구하지 않고도 최적화가 수행 되어지는 Complex Method를 적용하였다. 1978년 Imai는[4] Augmented Lagrange Multiplier Method에 근거를 둔 기법을 개발하여 단일설계공간에서 단면과 절점좌표변수들을 동시에 다루었다. 그러나 이방법도 수렴할때까지 많은 수의 구조해석이 요구되었다. 1975년 Schmit와 Miura는[5] 여러형태의 구조응답(응력, 변위)들에 대한 Taylor급수 전개에 근거를 둔 근사구조해석을 형성하여 최적화를 시도하였다. 이 접근방법은 매우 효율적인 것으로 판명되었으나 그것은 단면변수에만 국한된 것이었다. 1987년 Vanderplaats와 Salajeheh는[6] 단면변수만을 고려한 뼈대구조 최적설계에 새로운 개념을 도입하였다. 그들은 Schmit와 Miura의 연구와는 달리 부재단면력들에 대한 Taylor급수 전개에 근거를 둔 근사구조해석을 형성하여 최적화를 시도하였다. 이 방법은 응력을 직접적으로 선형화하는 방법보다 더 효율적인 것으로 판명되었다. 1988년 Hansen과 Vanderplaats는[7] 위의 접근방법을 절점좌표변수까지도 포함한 트러스 형상최적화에 확장하여 시도하였다.

본 연구에서는 부재단면력들에 대한 Taylor급수 전개에 근거를 둔 근사구조해석을 형성하는 개념을 도입하고, 이를 단면변수및 절점좌표변수들을 동시에 포함하는 트러스및 직선뼈대요소로 구성된 아치구조에까지 확장하여 형상최적화를 시도하였다.

2. 본 론

2.1 형상최적화문제의 형성

단일설계공간에서 형상최적화문제의 일반적인 형식은 다음과 같다.

$$\text{Minimize: } F(\vec{A}, \vec{Y})$$

$$\text{Subject to: } G_j(\vec{A}, \vec{Y}) \le 0 \quad j=1, m$$

$$A_i^L \le A_i \le A_i^U \quad i=1, n \qquad (1)$$

$$Y_k^L \le Y_k \le Y_k^U \quad k=n+1, \ell$$

여기서 $F(\vec{A}, \vec{Y})$와 $G_j(\vec{A}, \vec{Y})$는 각각 목적함수와 제약조건이고, $\vec{A}$는 단면적벡터, $\vec{Y}$는 절점좌표벡터이다. A_i^L과 Y_k^L는 설계변수들의 하한치를 나타내며 A_i^U와 Y_k^U는 상한치를 나타낸다.

2.2 트러스구조를 위한 형상최적화문제 형성.

트러스트구조에 대한 형상최적화 문제의 형식은 다음과 같다. 목적함수는 구조물의 중량함수로서 식(2)와 같이 표현된다.

$$W = \rho \sum_{i=1}^{NM} A_i L_i \qquad (2)$$

여기서 NM은 총부재의 수이고, ρ는 재료의 단위중량이다. 각 부재의 길이 L_i는 설계변수인 절점좌표의 함수로서 식(3)과 같이 구해진다.

$$L_i = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \qquad (3)$$

구조거동은 다음과 같은 제약조건을 만족시키도록 하였다.

2.2.1 응력 제약조건

$$\sigma_i^- \leq \sigma_{ij} \leq \sigma_i^+ \qquad (4)$$

여기서 σ_i^-와 σ_i^+는 하중조건 j에서 부재i에 대한 허용압축 및 인장응력을 나타낸다.

2.2.2 오일러 좌굴응력(Euler buckling stress) 제약조건

$$\sigma_{bi} \leq \sigma_i \qquad (5)$$

여기서 σ_b는 부재i에 대한 오일러 좌굴압축응력이며 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{bi} = (-K_i E A_i) / L_i^2 \qquad (6)$$

여기서 K_i는 단면형상에 따라 결정되는 상수이며, 본 연구에서는 타 연구와의 비교목적상 4.0의 값을 사용하였다. E는 재료의 탄성계수를 나타낸다.

2.2.3 설계변수 한계 제약조건.

설계변수인 부재단면적과 절점좌표들은 식(7)과 같이 정의되는 범위의 값을 갖도록 제한하였다.

$$A_{min} \leq A_i \leq A_{max} \qquad (7)$$
$$Y_{min} \leq Y_i \leq Y_{max}$$

2.2.4 설계변수들의 연결(linking of variables)

실제 최적설계문제에서 고려되어지며, 또 설계과정 중 그 효율성을 높이기 위해 설계변수들을 다음과 같이 연결하였다.

$$A_k = A_i \qquad (8)$$
$$Y_k = Y_i \qquad (9)$$
$$Y_k = a_k + b_k Y_i \qquad (10)$$

여기서 A_k와 Y_k는 종속설계변수이고, A_i와 Y_i는 독립설계변수이다. 절점좌표변수들은 종종 구조물의 상사성(symmetry)을 유지하기 위해 종종 식(10)과 같이 연결하기도 한다. 여기서 a_k와 b_k는 상수이다.

2.3 직선뼈대 요소로 구성된 아치구조의 형상최적화 문제 형성

직선 뼈대 요소로 구성된 아치구조의 형상최적화 문제형식은 다음과 같다. 목적함수는 구조의 중량함수로 식(2)와 같이 트러스구조일때와 동일하며 구조거동은 다음과 같은 제약조건을 만족시키도록 하였다.

2.3.1 조합응력 제약조건

$$\frac{\sigma_{ci}}{\sigma_{ai}} - 1.0 \leq 0. \qquad (11)$$

여기서 σ_a는 허용응력이고 σ_c는 부재i에 대해 계산된 응력으로서 식 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{ci} = \frac{P_i}{A_i} \pm \frac{M_i}{S_i} \qquad (12)$$

여기서 P_i와 M_i는 각가 i번째 부재의 축력과 휨모멘트이고 S_i는 i번째 부재의 단면계수이다. 본 연구에서는 제안된 방법의 초기연구로서, 또 설계변수의 수를 줄이기 위해 A_i, S_i 및 I_i 사이에 다음과 같은 관계식을 적용하였다.

$$S_i = a A_i^b \qquad (13)$$
$$I_i = c A_i^d$$

여기서 I_i는 i번째 부재의 단면이차모멘트이고, a, b, c, d는 상수이다.

2.3.2 설계변수 한계 제약조건

설계변수들은 트러스구조때와 마찬가지로 식(7)과 같이 정의되는 범위의 값을 갖도록 제한하였다.

2.3.3 설계변수들의 연결

아치구조를 위한 설계변수들의 연결은 트러스구조의 식(8), (9)와 같이 하였으며, 또 다른 예로서 아치구조의 기하형상을 포물선 형상으로 구속하기 위해 식(14)와 같이 연결하였다.

$$Y_k = \frac{4 Y_h X_k}{L_s} (1.0 - \frac{X_k}{L_s}) \qquad (14)$$

여기서 Y_h는 아치의 높이로 독립설계변수이고 L_s는 아치의 지간을 나타낸다. 2.2절 및 2.3절과 같이 구성된 형상최적화문제는 절점좌표변수들로 인하여 고차의 비선형문제로 된다. 따라서 직접 최적해를 구하기 위해서는 설계 변수에 대한 목적함수와 제약조건식의 경사를 수십번 혹은 수백번 계산하여야만 된다. 이것은 실제 설계에서 많은 수의 구조해석을 필요로 하게되어 계산경비가 많이 소요될 수 있음을 뜻한다.

2.4 근사적인 형상최적화문제 형성

부재에 작용되어지는 부재단면력 즉 축력과 모멘트는 설계변수들에 대해 다음과 같이 근사화 되어

질 수 있다.

하중조건 j를 받는 부재 i에서 단면력에 대한 Taylor급수 전개는 식(15)와 같이 표현되어 질 수 있다.

$$P_{ij}(\vec{A}, \vec{Y}) = P_{ij}(\vec{A}^\circ, \vec{Y}^\circ) + \sum_{k=1}^{NAV} \frac{\partial P_{ij}}{\partial A_k}(A_k - A_k^\circ) + \sum_{k=1}^{NCV} \frac{\partial P_{ij}}{\partial Y_L}(Y_L - Y_L^\circ) \quad (15)$$

$$M_{ij}(\vec{A}, \vec{Y}) = M_{ij}(\vec{A}^\circ, \vec{Y}^\circ) + \sum_{k=1}^{NAV} \frac{\partial M_{ij}}{\partial A_k}(A_k - A_k^\circ) + \sum_{k=1}^{NCV} \frac{\partial M_{ij}}{\partial Y_L}(Y_L - Y_L^\circ)$$

여기서 NAV는 단면적 설계변수의 수이고, NCV는 절점좌표 설계변수의 수이다. 응력제약조건식들에서 나타나는 축력및 모멘트 대신에 식(15)에서 구해진 근사적인 축력과 모멘트를 이용하면 최적화 과정에서 효율성을 크게 높일 수 있게 된다. 식(15)에서 나타나는 설계변수에 대한 단면력의 경사는 요소 강성 방정식으로 부터 쉽게 구해질 수 있다. 구조에 대한 평형방정식으로 부터 부재단면력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (16)$$

설계변수에 대한 부재단면력들의 경사는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = K\frac{\partial u}{\partial A_i} + \frac{\partial K}{\partial A_i}u$$
$$\frac{\partial F}{\partial Y_k} = K\frac{\partial u}{\partial Y_k} + \frac{\partial K}{\partial Y_k}u \quad (17)$$

실제 설계과정에서 윗식은 유한요소해석에 직접 삽입하여 계산되어 질 수도 있으나, 본 연구에서는 식(18)과 같이 유한 차분법(forward finite difference technique)을 사용하였다.

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = \frac{F(A_i + \Delta A_i) - F(A_i)}{\Delta A_i}$$
$$\frac{\partial F}{\partial Y_k} = \frac{F(Y_k + \Delta Y_k) - F(Y_k)}{\Delta Y_k} \quad (18)$$

이렇게 구해진 경사정보를 이용하여 축력만이 나타나는 트러스구조의 근사화된 형상최적화문제는 다음과 같이 표현된다.

Minimize $W = \rho \sum_{i=1}^{NM} A_i L_i$

Subject to;

$$(\overline{P}_{ij}/A_i)/\sigma_i^+ - 1.0 \le 0$$
$$(\overline{P}_{ij}/A_i)/\sigma_i^- - 1.0 \le 0 \quad (19)$$
$$(\overline{P}_{ij}/A_i)/\sigma_{bi} - 1.0 \le 0$$
$$A_i^L \le A_i \le A_i^u$$
$$Y_k^L \le Y_k \le Y_k^u$$

또한 직선뼈대요소로 구성된 아치구조의 근사화된 형상최적화문제는 다음과 같이 표현된다.

Minimize $W = \rho \sum_{i=1}^{NM} A_i L_i$

Subject to;

$$[\overline{P}_{ij}/A_i \pm \overline{M}_{ij}/aA_i^b]/\sigma_i^+ - 1.0 \le 0$$
$$[\overline{P}_{ij}/A_i \pm \overline{M}_{ij}/aA_i^b]/\sigma_i^- - 1.0 \le 0 \quad (20)$$
$$A_i^L \le A_i \le A_i^u$$
$$Y_k^L \le Y_k \le Y_k^u$$

본연구에서는 위와 같이 근사화된 형상최적화 문제를 해결하기 위하여 ADS(Automated Design Synthesis)의 Feasible Direction Method를 사용하였다.

형상최적화를 위한 전과정의 흐름도는 그림 1과 같다.

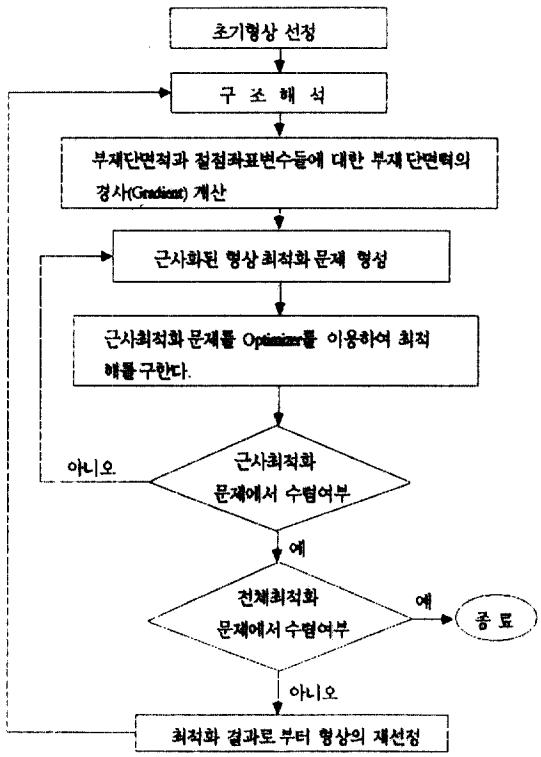


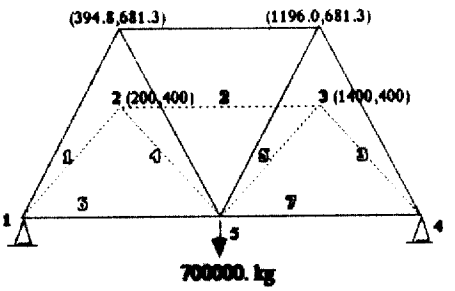
그림 1. 형상최적화를 위한 흐름도.

3. 수치예 및 고찰

수치예는 해석적 방법에 의한 최적화로도 그 결과를 알수 있고, 또 기발표 되었던 논문에서 사용되어진 표준 수치예를 들어 그 효율성을 비교 하였다.

case 1:응력 제약만을 받는 7부재 트러스

첫번째 경우는 참고문헌 (9)에서 사용된 수치예로서, 초기형상과 최적화 수행후 최적형상은 그림 2와 같다. 트러스는 단일수직하중을 받고 있으며 허용응력 $\sigma_a = \pm 2000 kg/cm^2$의 응력제약을 받고 있다. 부재 단면적변수들은 A1=A3, A4=A5, A6=A7, A2로 연결하였으며 절점좌표 변수들은 X2, Y2, X3, Y3로 취하였다. 초기설계치와 최적설계치는 표 1과 같고 목적함수와 반복횟수와의 관계는 그림 3과 같다. 표와 그림에서 알 수 있는 바와 같이 최적형상을 얻기위해 6번의 구조해석이 요구되었다.



$-2000. \leq \sigma_a \leq 2000. \ kg/Cm^2$

$E = 2.1 \times 10^6 \ kg/Cm^2$

그림 2. 7 부재 트러스의 초기및 최적형상

표 1. 7 부재 트러스의 형상최적화 결과

설계변수	초기치	최 적 해	
		제안된 방법	참고문헌(9)
A1(A3)	400.0	202.4	202.2
A2	400.0	205.0	201.7
A4(A5)	400.0	203.3	201.8
A6(A7)	400.0	101.4	101.2
X2	200.0	394.8	401.4
Y2	400.0	681.3	694.3
X3	1400.0	1196.0	1199.6
Y3	400.0	681.3	694.3
목적함수값 (cm^3)	2054659.0	970869.9	969953.0
구조해석의 수		6	N/A

A:cm^2 X, Y:cm

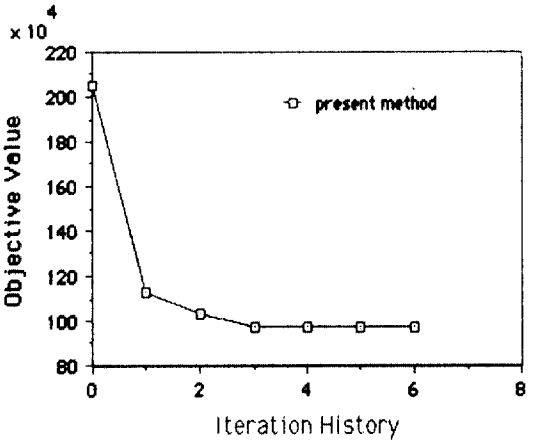


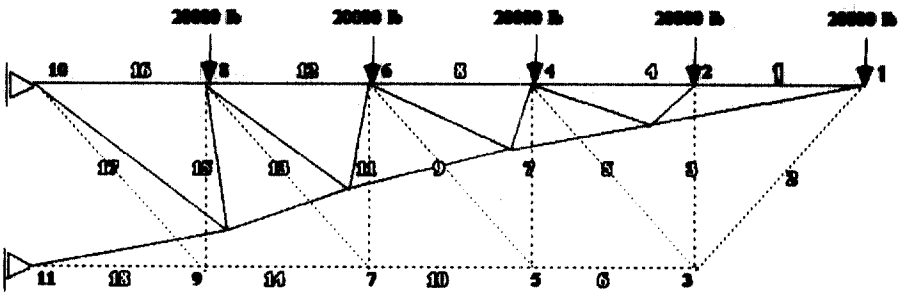
그림 3. 7 부재 트러스의 최적해 수렴과정

case 2:응력제약만을 받는 18부재 트러스

18부재 트러스는 Felic(10)와 Hansen(7)에 의해 사용되어졌던 수치예이다. 하중조건과 탄성계수 그리고 허용응력에 의한 응력제약조건을 초기형상과 최적화 수행후 최적형상을 나타낸 그림 4에 함께 나타내었다. 부재 단면적 변수들은 다음과 같이 연결하였다. A1=A4=A8=A12=A16, A2=A6=A10=A14=A18, A3=A7=A11=A15, A5=A9=A13=A17 그리고 X3, Y3, X5, Y5, X7, Y7, X9, Y9의 절점좌표들을 설계변수로 취하였다. 초기설계치와 최적설계치는 표 2와 같고, 목적함수와 반복횟수의 관계는 그림 5와 같다. 표에서 알수 있듯이 Felix의 연구에서는 59회, Hansen의 연구에서 8회의 구조해석이 필요한 반면 본 연구에서는 3회의 구조해석만이 요구되었다.

case 3: 응력과 오일러 좌굴응력 제약을 받는 18부재 트러스

이경우 case 2에 오일러 좌굴응력 제약조건을 추



$$-20{,}000\text{psi} \leq \sigma_a \leq 20{,}000\text{psi}$$

$$E = 1.0 \times 10^7 \text{psi}$$

$$\rho = 0.1 \text{ lbs/cu.in}$$

그림 4. 18 부재 트러스의 초기및 최적형상
(응력제약만 받는 경우)

표 2. 18 부재 트러스의 형상최적화 결과
(응력제약만 받는 경우)

설계변수	초기치	최적해		
		제안된방법	Felic(10)	Hansen(7)
A1(A4, A8, A12, A16)	10.00	11.52	11.05	10.7
A2(A6, A10, A14, A18)	15.00	15.20	15.07	15.19
A3(A7, A11, A15)	5.00	1.56	4.54	1.94
A5(A9, A13, A17)	7.07	4.34	5.33	5.19
X3	1000.00	937.97	991.17	881.42
Y3	0.00	198.16	19.68	178.76
X5	750.00	711.02	745.88	628.90
Y5	0.00	157.83	15.12	124.92
X7	500.00	457.98	494.61	390.54
Y7	0.00	97.99	34.53	66.79
X9	250.00	277.11	249.54	313.16
Y9	0.00	44.68	23.60	45.03
목적함수값 (lb)	4780.50	3909.09	4524.70	3906.80
구조해석의 수		3	59	8

A:in² X, Y:in

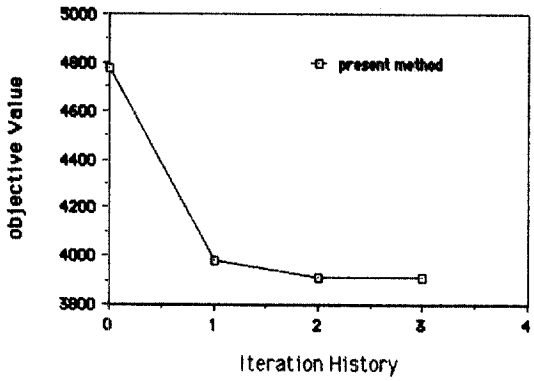


그림 5. 18 부재 트러스의 최적해 수렴과정
(응력제약만 받는 경우)

가 하였다. 좌굴상수(buckling constant)k는 4.0으로 취하였다. 초기 형상과 최적형상을 그림 6에 나타내었다. 초기설계치와 최적설계치는 표 3과 같고 목적함수와 반복횟수의 관계는 그림 7과 같다. 표에서 알 수 있듯이 Imai는 111회, Felix는 7회, Hansen는 8회의 구조해석이 필요한 반면, 본 연구에서는 4회의 구조해석만이 요구되었다.

case 4 : 조합응력 제약을 받는 아치

수치예는 그림 8과 그림 9와 같은 2활절아치와 고정아치를 취하였으며 하중조건과 재료의 성질은 표

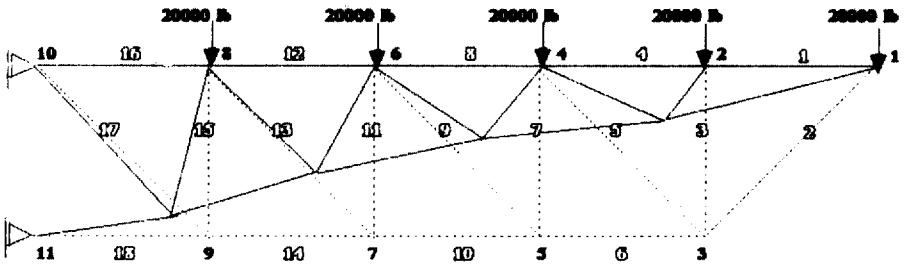


그림 6. 18 부재 트러스의 초기 및 최적형상
(응력및 오일러 좌굴응력제약을 받는 경우)

표 3. 18 부재 트러스의 형상최적화 결과
(응력및 오일러 좌굴응력제약을 받는 경우)

설계변수	초기치	최적해			
		제안된방법	Felix(10)	Imai(4)	Hansen(7)
A1(A4, A8, A12, A16)	10.00	12.74	11.34	11.24	12.76
A2(A6, A10, A14, A18)	21.65	17.65	19.28	15.68	17.77
A3(A7, A11, A15)	12.50	5.75	10.97	7.93	5.55
A5(A9, A13, A17)	7.07	3.55	5.30	6.49	3.26
X3	1000.00	913.13	994.57	891.1	881.42
Y3	0.00	179.29	162.31	143.6	178.76
X5	750.00	741.89	747.36	608.2	628.90
Y5	0.00	141.91	102.92	105.4	124.92
X7	500.00	408.28	482.90	381.7	390.54
Y7	0.00	94.78	32.96	57.1	66.79
X9	250.00	198.80	221.71	181.0	313.16
Y9	0.00	31.50	17.10	3.2	45.03
목적함수값 (lb)	6430.70	4540.56	5713.0	4667.90	4505.00
구조해석의 수		4	78	111	8

A:in² X, Y:in

4와 같다. 세 경우에 대하여 요구되는 구조해석의 수와 수렴도를 비교하였다.

A) 중앙 집중하중을 받는 아치의 최적형상

부재 단면적 변수들은 A1=A10, A2=A9, A3=A8, A4=A7, A5=A6, 그리고 절점좌표변수들은 Y2=

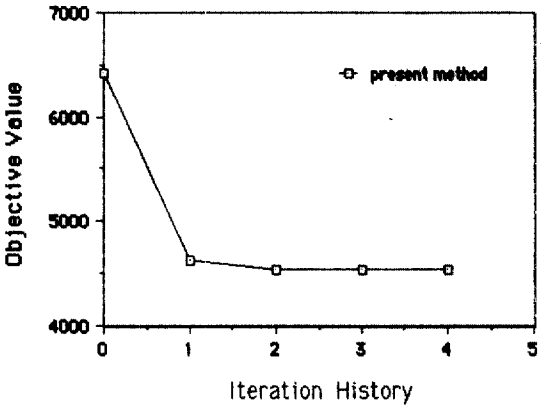


그림 7. 18 부재 트러스의 최적해 수렴과정
(응력 및 오일러 좌굴응력제약을 받는 경우)

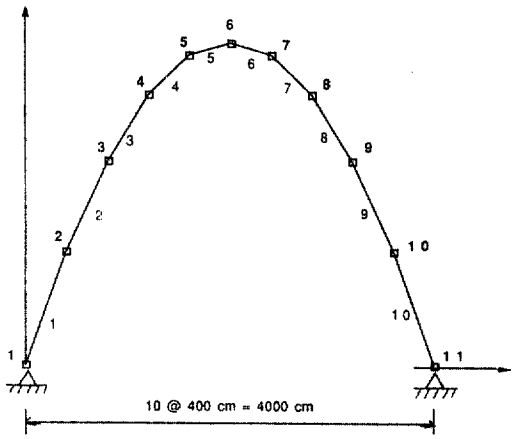


그림 8. 2 활절아치

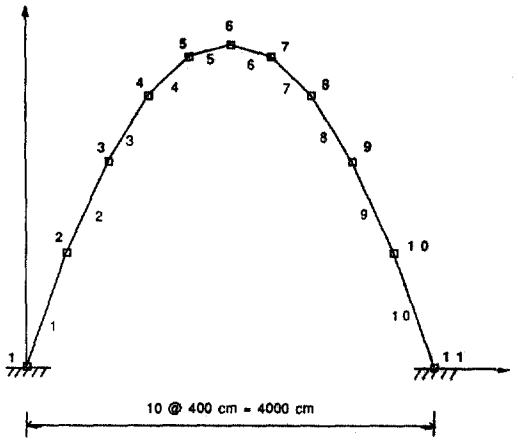


그림 9. 고정아치

표 4. 하중조건과 재료의 성질

하중	절점	Fx(N)	Fy(Y)	M(N.cm)
단일하중인 경우	6	0	−147000.	0.
만재하중인 경우	2	0.	−196000.	0.
	3	0.	−196000.	0.
	4	0.	−196000.	0.
	5	0.	−196000.	0.
	6	0.	−196000.	0.
	7	0.	−196000.	0.
	8	0.	−196000.	0.
	9	0.	−196000.	0.
	10	0.	−196000.	0.

탄성계수:200Gpa
허용인장응력:+137Mpa:
허용압축응력:−137Mpa

Y10, Y3=Y9, Y4=Y8, Y5=Y7, Y6으로 연결하여 설계변수로 취하였다. 초기설계치와 최적설계치는 표 5와 같다. 표로부터 알 수 있듯이 최적형상은 삼각형 형태가 되며 이는 축력선과 아치의 중심선이 일치하게되는 형상이 최적형상이 된다는 것과 같다. 또한 해석적인 방법으로 구한 최적형상과도 거의 일치하므로 본 방법이 신뢰성있게 적용될 수 있음을 알 수 있다 .그림 10은 목적함수와 반복횟수와의 관계를 보여주며 8번의 구조 해석이 요구되었다.

B) 만재 하중을 받는 아치의 최적형상:포물선 형상으로 구속한 경우

부재단면적 변수의 연결은 A의 경우와 같고, 절

표 5. 중앙집중하중을 받은 2활정아치의 형상최적화 결과

설계변수	초기치	해석적방법	제안된방법
A1(A10)	250.0	7.6	7.8
A2(A9)	250.0	7.6	7.8
A3(A8)	250.0	7.6	7.8
A4(A7)	250.0	7.6	7.8
A5(A6)	250.0	7.6	7.8
Y2(Y10)	576.0	400.0	388.9
Y3(Y9)	1024.0	800.0	777.8
Y4(Y8)	1344.0	1200.0	1166.5
Y5(Y7)	1536.0	1600.0	1555.5
Y6	1600.0	2000.0	1944.4
목적함수값 (cm^3)	1331442.5	42857.1	43307.2
구조해석의 수			8

A:cm^2 Y:cm

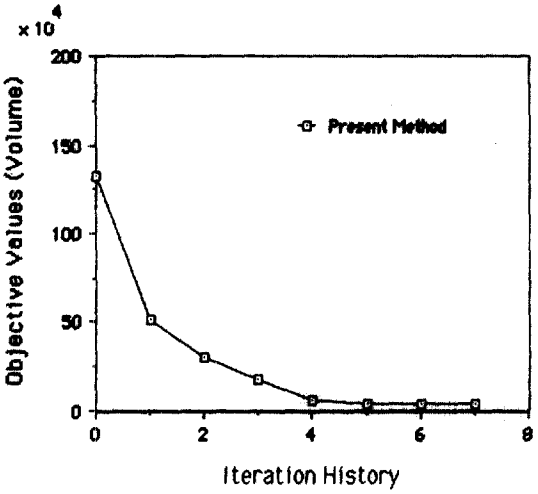


그림 10 중앙집중하중을 받는 2활절 아치의 최적해 수렴과정.

점좌표 변수로는 아치의 높이인 Y6만을 취하였다. 그리고 나머지 절점좌표는 다음과 같은 포물선 식을 따르도록 연결하였다.

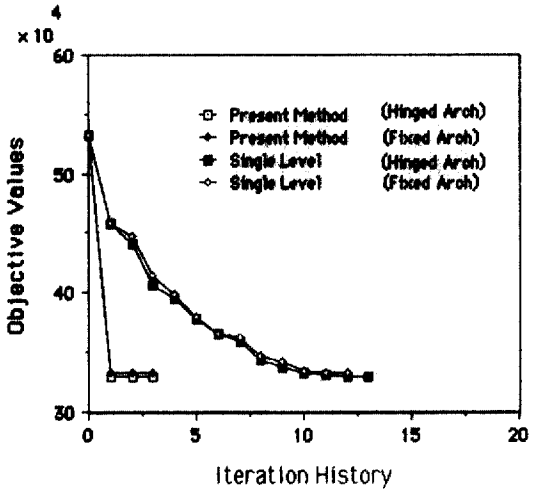


그림 11. 만재하중을 받는 아치의 최적해 수렴과정
(포물선형상으로 구속한 경우)

$$Y_k = \frac{4\,Y_6\,X_k}{L_s}\left(1-\frac{X_k}{L_s}\right)$$

초기설계치와 최적설계치는 표 6과 같고 제안된 방법과 근사 기법을 사용하지 않은 방법 그리고 두 설계 공간에 의한 방법을 비교하였다. 표와 그림 11에서 알 수 있듯이 제안된 방법은 4회, 근사기법이 사용되지 않은 방법에서는 125~128회의 구조해석이 요구됨을 알 수 있다.

C) 만재하중을 받는 아치의 최적형상:형상을 구속하지 않은 경우

사용한 부재 단면적변수와 절점좌표 변수 그리고 그 연결은 A의 경우와 같다. 초기설계치와 최적설계치는 표 7과 같고 근사기법을 사용하지 않은 방법과 비교하였다. 표로부터 알 수 있듯이 만재 하중을 받는 아치의 최적형상은 포물선 형상으로 수렴함이 증명되었다. 표와 그림 12로부터 본 논문에서 제안된 방법은 5~9번, 근사기법을 사용하지 않은 방법은 250~284번의 구조해석이 요구됨을 알 수 있다.

표 6. 만재하중을 받는 아치의 형상최적화 결과
(포물선형상으로 구속한 경우)

설계 변수	초기치	두설계공간에 의한방법		단일 설계공간 에 의한 방법		제안된 방법	
		2활절아치	고정아치	2활정아치	고정아치	2활정아치	고정아치
A1(A10)	100.0	76.2	77.1	76.1	77.5	77.8	78.3
A2(A9)	100.0	64.7	64.9	64.5	65.4	66.7	66.3
A3(A8)	100.0	54.5	54.0	54.2	54.5	56.8	55.5
A4(A7)	100.0	46.4	46.0	46.1	46.7	49.1	47.9
A5(A6)	100.0	41.8	41.5	41.4	42.2	44.8	43.5
Y6	1600.0	1752.6	1782.5	1766.5	1750.9	1633.3	1696.7
목적함수값 (cm^2)	532577.0	329380.0	332620.0	329376.0	332663.0	330414.0	333205.0
구조해석의수		N/A	N/A	128	125	4	4

A:cm^2 Y:cm

표 7. 만재하중을 받는 아치의 형상최적화 결과
(형상을 구속하지 않은 경우)

설계 변수	초기치	두설계공간에 의한방법		제안된 방법		*포물선식에 의한 절점좌표	
		2활절아치	고정아치	2활절아치	고정아치	2활절아치	고정아치
A1(A10)	500.0	191.8	77.1	76.1	77.5		
A2(A9)	400.0	124.5	64.9	64.5	65.4		

설계 변수	초기치	두설계공간에 의한방법	제안된 방법	*포물선식에 의한 절점좌표			
		2활절아치	고정아치	2활절아치	고정아치	2활절아치	고정아치
A3(A8)	330.0	93.8	54.0	54.2	54.5		
A4(A7)	300.0	78.2	46.0	46.1	46.7		
A5(A6)	280.0	71.4	41.5	41.4	42.2		
Y2(Y10)	450.0	416.6	404.8	427.5	412.7	427.5	412.6
Y3(Y9)	800.0	751.8	743.1	760.0	733.5	760.1	733.4
Y4(Y8)	1000.0	983.0	984.6	997.6	962.7	997.6	962.6
Y5(Y7)	1150.0	1125.6	1126.3	1139.9	1100.1	1140.1	1100.2
Y6	1250.0	1170.0	1175.3	1187.6	1146.0	1187.6	1146.0
목적함수값 (cm^2)	1809660.0	561853.0	524770.0	356391.0	366087.0		
구조해석의수		284	250	5	9		

A:cm^2 Y:cm

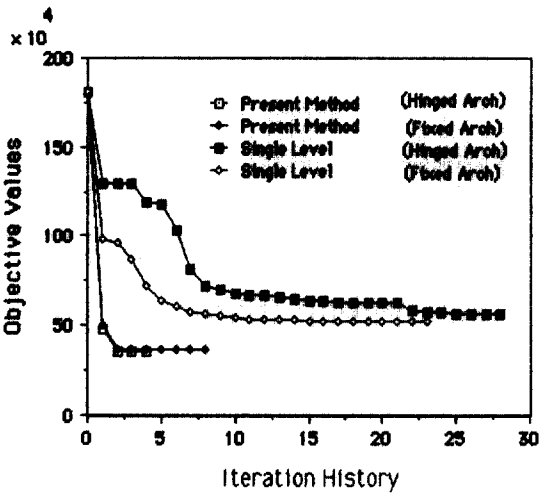


그림 12. 만재하중을 받는 아치의 최적해 수렴과정 (형상을 구속하지 않은 경우)

4. 결 론

본 연구에서는 트러스 구조및 직선뼈대요소로 구성된 아치구조의 최적 형상을 구하기 위하여 부재 단면력(축력, 모멘트) 근사화에 근거를 둔 일반적인 최적화 과정을 제안하였다. 부재 단면적과 절점좌표 변수들에 대한 부재 단면력의 1차 Taylor급수가 매우 정확한 근사화 방법이고, 단면변수와 형상변수들을 동시에 다룰 수 있음을 보였다. 수치예의 결과에서 최적해를 얻기 위해 필요한 구조해석의 수도 크게 감소하였고 단면만을 최적화하는 경우와 거의 같은 효율성을 갖게되어, 본 방법이 트러스 구조및 직선뼈대요소로 구성된 아치구조의 최적형상 설계에 효율적이고 신뢰성있게 적용될 수 있음을 알았다.

감사의 말씀

본 연구는 한국 과학재단의 1989년도 전반기 기초 연구과제에 의하여 지원 받았으며, 이에 재단에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. Lev, O. E., "*Structural Optimization*(Recent Developments and Applications)," Special Publication of the ASCE. pp. 1－24, 1981
2. Vanderplaats, G. N. and Moses, F., "Automated Design of trusses for Optimum Geometry," *J. of Structural Division, ASCE*, No. ST3, pp. 671－690, 1972.
3. Lipson, S. L. and Haque, M. I., "Optimal Design of Arches Using the Complex Method," *J. of Structural Division, ASCE*, ST12, pp. 2509－2525, 1980.
4. Imai, K., "*Configuration Optimization of Truss by the Multiplier Method,*", Report No, UCLA－Eng 7842, Mechanics and Structures Department,

School of Engineering Applied Science, University of California, Los Angeles, 1978.

5. Schmit, L. A and Miura, H., "*Approximation Concepts for Efficient Structural Synthesis,*" NASA CR－2552, 1975.
6. Vanderplaats, G. N. and Salajegheh, E., "A New Approximation Method for Stress Constraints in Structural Synthesis," *Proceedings AIAA/ASME/ASCE/AHS 28th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Monterey, California, 1987.
7. Hansen, S. R. and Vanderplaats, G. N., "An Approximation Method for Configuration Optimization of Trusses," *Proceedings AIAA/ASME/ASCE/AHS 29th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Williamsburg, Virginia, 1988.
8. Vanderplaats, G. N., "*ADS－A Fortran Program for Automated Design Synthesis,*" NASA CR 172460, OCT., 1984.
9. 이규원, 변근주, 황학주, "평면 트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구" **대한토목학회논문집**, 제5권, 제3호, pp. 49－59, 1983.
10. Felix, J. and Vanderplaats G. N., "Configuration Optimization of Trusses Subject to Strength, Displacement, and Frequency Constraint," *Journal of Mechanics, Transmissions and Automation in Design, ASME*, Vol. 109, No, 2, pp. 233－241, 1987.
11. 변근주, 한상훈, "아치의 형상최적화" **대한토목학회논문집**, 제4권, 제4호, pp. 127－135, 1984.
12. 한상훈, 변근주, "Force Approximation Method에 의한 아치구조의 형상최적화" 1989년도 대한토목학회구조분과학술발표회논문개요집, pp. 15－21, 1989.
13. 한상훈, 장동진, 변근주 "Force Approximation Method에 의한 평면 트러스구조의 형상최적화" 1989년도 대한토목학회학술발표회논문개요집, pp. 119－122, 1989.

(접수:1990. 3. 16)