

# 附加媒介變數를 考慮한 번들블럭調整에 關한 研究

## A Study on Bundle Block Adjustment with Additional Parameters

柳 福 模\* · 權 現\*\* · 李 顯 職\*\*\* · 鄭 樹\*\*\*\*  
Yeu, Bock Mo · Kwon, Hyon · Lee, Hyun Jik · Jeong, Soo

### Abstract

In this study, the block adjustments are performed by bundle adjustment method of analytical photogrammetry, and the characteristics of 3-dimensional errors for the objects are analysed.

The optimal arrangement and configuration of the control points is selected from various arrangements and configurations of control points, and the accuracies of result obtained by block adjustment and by single model adjustment are compared. And the accuracy of bundle block adjustment is compared with that of the independent model triangulation which is another method in block adjustment with additional parameters by selecting the suitable systematic error model.

As a result of this study, an the effective method to improve accuracy in close-range photogrammetry was presented by forming blocks and using bundle block adjustment with proper arrangement and configuration of control point.

### 要 旨

本 研究에서는 解析的 寫眞測量에서 使用되고 있는 번들조정기법을 使用하여 地上寫眞에 對한 블럭조정을 실시하고, 대상물에 對한 3次元 座標의 正確度의 特性을 分析하였다.

다양한 基準點 配置 및 形態를 適用하여 最適 基準點 形態 및 配置를 選定하였으며, 同一 對象 地域에 對하여 블럭조정에 의한 正確度와 單모델조정에 의한 正確도를 比較하고 또다른 블럭조정기법인 독립모델법과도 正確도를 比較하였다. 또한, 적절한 定誤差 模型을 選定하여 附加媒介變數에 의한 번들블럭 조정의 正確도 向上을 解析하기 爲해, 近距離 寫眞測量에 의한 블럭을 形成하고, 적절한 기준점 형태 및 배치에 따른 번들블럭조정을 實施함으로써 効果적인 正確도 향상 方法을 提示할 수 있었다.

\*正會員 · 延世大學校 工科大學 土木工學科 教授  
\*\*正會員 · 延世大學校 產業技術研究所 客員研究員  
\*\*\*正會員 · 延世大學校 大學院 土木工學科 博士過程  
\*\*\*\*正會員 · 延世大學校 大學院 土木工學科 研究助教

## 1. 序 論

寫眞測量에 의한 3次元 位置決定方法으로는 多項式法과 獨立모델法 및 번들조정법이 利用되고 있다. 多項式法은 計算量은 적으나 必要한 基準點 數가 많고 精確도도 낮으므로 현재는 거의 이용되지 않으며, 독립모델법은 모델을 基本單位로 座標調整을 行하므로, 필요한 기준점 수가 적고 全體的인 精確도가 良好하여, 地形圖 製作 등과 같은 大單位 地域의 블럭조정에 많이 이용되어 왔다. 또한, 寫眞을 基本單位로 하는 번들조정법은 精確도가 좋은 것으로 평가되어 最近에 가장 많이 이용되고 있는 調整技法으로, 이에 대한 연구가 활발히 進行되고 있다.

일반적으로 近距離 新進測量에 의한 地上施設物 觀測에 있어서 單모델에 의한 觀測은 周邊의 地形 地物에 의해 充分한 攝影距離를 確保하기 곤란한 경우가 있으며, 대상물 전체에 대하여 細部的으로 精確한 觀測을 要할 경우에는 對象物의 크기에 따라 촬영거리가 제약되어 觀측값의 精確도가 저하하므로, 이러한 경우에는 대상물에 대한 블럭을 구성하여 촬영을 행하고 이를 블럭조정기법에 의해 解析하므로써 효과적인 所要 精確도를 얻을 수 있다.

따라서 본 연구에서는 近거리 사진측량에 있어서, 既存에 單모델에 대한 번들조정법을 스트립이나 블럭과 같은 넓은 範圍에도 適用하며, 촬영거리의 制約을 克服하고 높은 精確도로 세부관측을 遂行할 수 있는 近거리 사진측량에서의 번들블럭조정 기법에 대해 연구하고 또한, 사진상에 포함된 正오차를 보정할 수 있는 부가매개변수(additional parameter)를 導入하므로써 近거리 사진측량에 대한 번들블럭조정기법의 精確도를 向上시키는 데 그 目的을 두고 있다.

## 2. 번들블럭조정의 基本理論

### 2.2 自體檢定 번들調整

#### 2.2.1 共線條件式의 擴張

사진측량의 函數모델은 像點과 露出點 및 상점에 대응하는 對象點이 一直線 위에 存在하여야 한다는 共線條件式(collinearity equation)을 根據로 한다. 그러나, 實際에 있어서는 렌즈의 不完全에 의해 對象點으로부터의 光線이 일직선을 이루지 못하므로

像座標에 대한 定誤差의 補正이 必要하다. 이러한 보정에는 주점에 대한 보정 및 렌즈歪曲에 대한 보정이 반드시 수행되어야 하며, 이밖에도 필름의 伸縮 및 扁平度, 大氣의 屈折, 指標座標의 補正 등이 고려될 수 있으나 近거리사진에서는 이들의 影響이 極히 작으므로 일반적으로 考慮되지 않는다.

기존의 正오차 모델들은 寫眞測量에서의 歪曲(distortion)에 대해 상당한 補正을 할 수 있으나, 그 限界性 및 說明할 수 없는 異狀歪曲(anormalous distortion)을 일으키는 몇가지 原因으로 인하여 몇가지 種類의 나머지 定誤差(異狀歪曲)가 殘存하게 된다. 이러한 歪曲이 많은 수의 寫眞에 一貫되게 나타난다면, 나머지 定誤差의 影響을 吸收하는 附加媒介變數(additional parameter, APs)를 包含하도록 函數모델을 擴張하므로써 補正할 수 있으며 또한 殘差에 대해서도 몇가지 後續적인 補間處理가 遂行될 수 있다.

일반적인 共線條件式에 대해 定誤差의 補正項이 包含된 擴張된 共線條件式은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(x) = x - x_p - c \frac{X'}{Z'} + dx = 0 \quad (2.1)$$

$$F(y) = y - y_p - c \frac{Y'}{Z'} + dy = 0$$

$$\text{여기서} \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

$x, y$  : 寫眞座標

$x_p, y_p$  : 主點의 寫眞座標

$c$  : 主點距離

$m_i$  : 對象物 座標軸에 대한 寫眞座標軸의 標定을 정의하는 直交回轉行列의 要素

$X_0, Y_0, Z_0$  : 對象物 座標界에서의 投影中心

이다.

#### 2.1.2 定誤差 모델

補正項  $dx, dy$ 는 몇몇 研究者들에 의해 서로 다르게 모델화 되었으나, 본 연구에서 採擇된 正오차 모델은 式(2.2)와 같이 순수히 幾何學的인 概念만이 포함된 것으로서, 內部標定要素에 대해 擴張된 形態를 갖는 二變量直交多項式(bivariate orthogonal polynomial)의 形態를 나타낸다.

$$dx = a_1x + a_2y - a_3(2k) + a_4xy + a_5(1) + a_7x(1) + a_9y(k) + a_{11}(k1) + (x/c)dc + x_p \quad (2.2)$$

$$dy = -a_1y + a_2x + a_3xy - a_4(21) + a_6(1) + a_8y + a_{10}x(1) + a_{12}(k1) + (y/c)dc + y_p$$

여기서,  $k = (x - 2b^2/3)$

$$1 = (y - 2b^2/3)$$

$a_i$  : 多項式 係數

$b$  : 主點 基線 길이

$dc$  : 寫眞機 常數에 대한 補正

이다.

### 2.1.3 觀測方程式의 形成

未知變數의 變化에 의한 調整의 概念은 標定要素, 附加媒介變數, 혹은 基準點 座標등 주어진 資料가 誤差를 包含할 수 있다는 假定下에 觀測 可能한 量이므로 觀測과 나머지 주어진 未知의 媒介變數 사이의 關係를 表現하는 충분한 間接觀測이 成立되어야만 한다.

擴張된 共線條件式인 式(2.1)은 非線形이므로 Taylor 級數에 의한 展開를 통해 線形化되며, 2次項 이상을 無視하면 다음과 같이 觀測方程式으로 表現된다.

$$AV + \dot{B}\dot{\Delta} + \dot{B}\dot{\Delta} + \dot{B}\dot{\Delta} + E = 0 \quad (2.3)$$

여기서,  $A, \dot{B}, \dot{B}, \dot{B}$ 는 係數行列들로서 다음과 같다.

$$\dot{A}_{2.2} = \begin{bmatrix} \partial F(x)/\partial(x, y) \\ \partial F(y)/\partial(x, y) \end{bmatrix}$$

$$\dot{B}_{2.6} = \begin{bmatrix} \partial F(x)/\partial(\text{exterior orientation parameters}) \\ \partial F(y)/\partial(\text{exterior orientation parameters}) \end{bmatrix}$$

$$\dot{B}_{2.3} = \begin{bmatrix} \partial F(x)/\partial(\text{survey coordinates}) \\ \partial F(y)/\partial(\text{survey coordinates}) \end{bmatrix}$$

$$\dot{B}_{2.n_{ap}} = \begin{bmatrix} \partial F(x)/\partial(AP_s) \\ \partial F(y)/\partial(AP_s) \end{bmatrix}$$

$n_{ap}$  : 附加媒介變數의 數

共線條件式의 形態에 따라 行列  $A$ 는 單位行列이 되며, 補正量 벡터  $\Delta$ 와 殘差벡터  $V$  및 較差벡터  $E$ 는 다음과 같이 된다.

$$\dot{\Delta}_{6.3} = \begin{bmatrix} \delta X_0 \\ \delta Y_0 \\ \delta Z_0 \\ \delta \kappa \\ \delta \varphi \\ \delta \omega \end{bmatrix}; \dot{\Delta}_{3.1} = \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{bmatrix}; \dot{\Delta}_{n_{ap}} = [\partial AP]$$

$$V_{2.1} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}; E_{2.1} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}$$

外部標定媒介變數와 對象物座標의 附加媒介變數에 대한 觀測方程式은 다음과 같다.

$$\dot{V} - \dot{\Delta} + \dot{E} = 0 \quad (2.4)$$

$$\dot{V} - \dot{\Delta} + \dot{E} = 0 \quad (2.5)$$

$$\dot{V} - \dot{\Delta} + \dot{E} = 0 \quad (2.6)$$

### 2.1.4 輕重率 導入

輕重率 行列(weight matrix)은 觀測量에 대해 決定된 分散-共分散行列의 逆行列과 比例한다. 像座標에 대한 相對的인 分散-共分散 行列은 다음과 같다.

$$\dot{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

여기서,  $\sigma_0^2$ 은 單位 輕重率의 事前分散에 대한 實際값이고,  $\sigma_x^2$ 와  $\sigma_y^2$ 은  $x$ 와  $y$ 각각에 대한 像座標이며  $\sigma_{xy}$ 는 두 觀測에 대한 共分散이다.  $x$ 와  $y$ 사이의 相關性이 없다면 式(2.7)로 부터 像座標 觀測에 대한 輕重率 行列은 다음과 같이 된다.

$$W = \sigma_0^2 \dot{\Sigma}^{-1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1/\sigma_x^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

이와 같은 方法으로 다른 觀測媒介變數에 대해서도 마찬가지로 適用하면 輕重率 行列은 다음과 같다.

$$\dot{W} = \sigma_0^2 \dot{\Sigma}^{-1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1/\sigma_{x_0}^2 & & & 0 \\ & 1/\sigma_{y_0}^2 & & \\ & & 1/\sigma_{z_0}^2 & \\ & & & 1/\sigma_{\kappa}^2 \\ & & & & 1/\sigma_{\varphi}^2 \\ 0 & & & & & 1/\sigma_{\omega}^2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\dot{W} = \sigma_0^2 \dot{\Sigma}^{-1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1/\sigma_x^2 & 0 \\ & 1/\sigma_y^2 \\ 0 & & 1/\sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\dot{W} = \sigma_0^2 \dot{\Sigma}^{-1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1/\sigma^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{ap}^2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

여기서,  $\dot{W}$ 는 外部標定要素에 대한 輕重率이며,  $\dot{W}$ 는 對象物 座標,  $\dot{W}$ 는 定誤差 補正項에 대한 輕重率 行列이다.

### 2.1.5 正規方程式의 形成

觀測方程式 (2.3), (2.4), (2.5), (2.6)을 適當한 輕重率行列과 結合시켜 表現하면 다음과 같은 組合된

觀測方程式이 된다.

$$\bar{V} + \bar{B}\bar{\Delta} + \bar{E} = 0; W \quad (2.12)$$

여기서

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} V \\ \dot{V} \\ \ddot{V} \\ \dot{V} \\ \ddot{V} \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} \dot{B} & \dot{B} & \dot{B} \\ & 0 & 0 \\ 0 & & 0 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}; \bar{\Delta} = \begin{bmatrix} \dot{\Delta} \\ \ddot{\Delta} \\ \dot{\Delta} \\ \ddot{\Delta} \end{bmatrix}; \bar{E} = \begin{bmatrix} E \\ \dot{E} \\ \ddot{E} \\ \dot{E} \\ \ddot{E} \end{bmatrix}$$

$$W = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \Sigma^{-1} & & 0 \\ & \Sigma^{-1} & \\ & & \Sigma^{-1} \\ 0 & & & \Sigma^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & 0 \\ & \dot{W} \\ & & \ddot{W} \\ 0 & & & \dot{W} \end{bmatrix}$$

이 되며, 식(2.12)에 대한 最小제곱조정은 다음과 같은 quadratic form을 最少化시키는 값을 滿足시키는 벡터  $\bar{V}$ 와  $\bar{\Delta}$ 를 決定하므로써 이루어진다.

$$\bar{V}^T \bar{W} \bar{V} = \text{最小} \quad (2.13)$$

이러한  $\bar{V}^T \bar{W} \bar{V}$ 의 最小값은 다음과 같은 定規方程式을 통해 未知媒介變數( $\bar{\Delta}$ )에 대한 모든 觀測의 解를 算出하게 된다.

$$\bar{N} \bar{\Delta} + \bar{U} = 0 \quad (2.14)$$

혹은, 自體檢定번들조정에 대한 擴張된 形態는

$$\begin{bmatrix} \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} + \dot{W} & \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} & \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} \\ & \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} + \dot{W} & \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} \\ & & \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} + \dot{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Delta} \\ \ddot{\Delta} \\ \dot{\Delta} \\ \ddot{\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{B}^T \dot{W} \dot{E} - \dot{W} \dot{E} \\ \dot{B}^T \dot{W} \dot{E} - \dot{W} \dot{E} \\ \dot{B}^T \dot{W} \dot{E} - \dot{W} \dot{E} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

이 되며  $\bar{N}$ 행렬이 特異行列(singular matrix)이 아닌 다음과 같이 計算된다.

$$\bar{\Delta} = -\bar{N}^{-1} \bar{U} \quad (2.16)$$

式(2.16)과 같은 數學的 모델을 線形化하는 過程에서 2次項 以上을 無視하는 것에 의한 影響은 마지막 벡터( $\bar{\Delta}$ )가 무시할 정도로 작게 될 때까지 反復 收斂計算을 함으로써 除去된다.

## 2.2 번들불력조정 正確度의 分析

外部標定要素와 對象點座標의 附加媒介變數에 대한 初期값에 대해 最終의인 補正이 행해진 후에  $V^T W V$ 에 대한 quadratic form은 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{V}^T \bar{W} \bar{V} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \dot{V}_{ij}^T \dot{W}_{ij} \dot{V}_{ij} + \sum_{i=1}^m \dot{V}_i^T \dot{W}_i \dot{V}_i + \sum_{j=1}^m \ddot{V}_j^T \dot{W}_j \ddot{V}_j \quad (2.17)$$

調整에 의해 算定된 單位輕重率에 대한 標準誤差(standard error)는 quadratic form,  $\bar{V}^T \bar{W} \bar{V}$ 를

自由度(degree of freedom)로 나눔으로써 計算된다. 自由度는 唯一한 解에 대해 最小로 必要로 하는 觀測數를 뺀 나머지 관측수를 나타낸다.

$$\sigma_0^2 = \frac{\bar{V}^T \bar{W} \bar{V}}{R} \quad (2.18)$$

觀測에서의 모든 偶然誤差(random error)에 根據하여  $\sigma_0^2$ 을 單位輕重率의 事前分散값과 比較함으로써 調整의 成果를 알 수 있다. 특히 定誤差의 有意度(significant degree)가 있을 경우에 그러하다. 이러한 比較는 ( $\bar{V}^T \bar{W} \bar{V} / \sigma_0^2$ )이 自由度 R을 갖는 chi-square分布를 이룬다는 사실을 利用하여 行할 수 있다.

번들조정의 成果는 check point에서의 平均제곱根誤差(root mean square error, RMSE)를 決定하여 分析하며, 基準點 測量成果와 寫眞測量調整結果값의 差(RMSE)는 定誤差 補正의 效果에 대한 正確度 變化를 分析하는 데 利用된다.

$$S_x = [\Sigma(X_P - X_G)^2 / n_x]^{1/2} \quad (2.19)$$

$$S_y = [\Sigma(Y_P - Y_G)^2 / n_y]^{1/2} \quad (2.20)$$

$$S_{xy} = [S_x^2 + S_y^2] / 2]^{1/2} \quad (2.21)$$

$$S_z = [\Sigma(Z_P - Z_G)^2 / n_z]^{1/2} \quad (2.22)$$

여기서,  $X_P, Y_P, Z_P$ : 寫眞測量으로 決定한 對象物 座標

$X_G, Y_G, Z_G$ : 測地座標觀測에 의한 對象物 座標

$n_x, n_y, n_z$ : 未知數의 數

## 3. 觀測 및 結果分析

### 3.1 觀測

#### 3.1.1 Test Field設置 및 攝影

本 研究에서는 地上寫眞機 Wild P31를 利用하여 선정된 Test Field에 대해 사진攝影을 하였다. Wild P31의 焦點距離는 101.75mm이고 필름의 크기는 83mm×117mm이다.

本 연구의 對象物은 260cm×120cm의 크기의 模型 對象物을 이용하였으며, 모형대상물 상에 기준점과 check point로 이용될 21점을 골고루 配置하여 寫眞測量 및 基準點 測量을 遂行하였다. 대상물상에 배치된 標定點에 대해 1"讀 테오돌라이트 Wild T2를 利用하여 기준점측량을 실시하고, 三角水準測量에 의해 표정점의 3차원좌표를 획득하였으며, 像座標 觀測에는 단좌표관측기 Kern MK-2를 利用하

있고 또한, 獨立모델블럭조정에 이용되는 모델座標는 精密立體圖化機 Wild A10으로 획득하였다.

攝影方法으로는 모형대상물에 대해 블럭촬영을 위해 攝影距離 1.4m로 스트립 당 4모델씩, 2스트립으로 이루어진 블럭을 構成하여 攝影하였으며, 單모델과의 正確度 比較分析을 위해 攝影距離 4.0m로 模型對象 全體가 重複範圍 안에 包含되도록 攝影하였다.

본 연구에서 사용한 Wild P31 寫眞機의 攝影範圍는 指標를 中心으로 左右 各 34°, 위로 34.9°, 아래로 14.5°의 齣角을 나타내므로 촬영거리 1.4m에서의 攝影面積은 1.64m×1.18m가 되므로 촬영면적을 계산하여 縱重複 및 각 스트립 간의 橫重複 모두 60%가 되도록 블럭을 形成하여 총 10장의 사진을 直角水平攝影方法으로 攝影하였다. 본 연구의 대상물에 대한 촬영위치 및 블럭구성은 그림 1과 같으며, 표정점의 배치상태는 그림 2와 같다.

### 3.1.2 外部標定要素의 초기값 決定

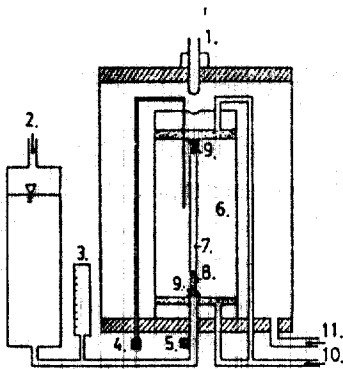


그림 1. Test Field의 攝影位置 및 블럭構成

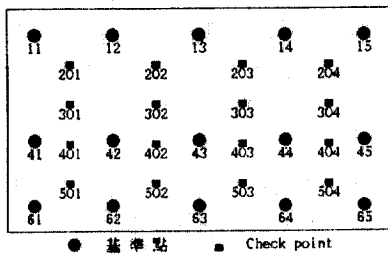


그림 2. 標定點 配置 形態

模型對象物에 設置된 각 測點과 寫眞攝影點의 3次元 座標값을 얻기 위해 對象物로 부터 5.8m 位置에서 基準點 測量을 實施하였으며 攝影點에 대한 基準點 測量結果를 利用하여 표 1과 같이 變換調整의 入力값이 되는 外部標定要素의 初期값을 決定하였다.

### 3.2 觀測값 解析

#### 3.2.1 基準點 形態 및 配置에 따른 正確度 分析

본 연구에서의 基準點 形態 및 配置는 그림 3와 같이 構成하였으며 그에 대한 블럭全體의 check point에 대한 平均제곱根誤差(RMSE)는 표 2 및 그림 4와 같다.

표 2는 그림 4의 結果에 나타난 바와 같이,

표 1. 攝影點의 初期外部標定要素값

사진번호	$\omega$ ( $^{\circ}$ )	$\varphi$ ( $^{\circ}$ )	$\kappa$ ( $^{\circ}$ )	$X_0$ (m)	$Y_0$ (m)	$Z_0$ (m)
11	0.0	0.0	0.0	1.5606	0.5056	4.4280
12	0.0	0.0	0.0	2.1620	0.5051	4.4299
13	0.0	0.0	0.0	2.7618	0.5052	4.4189
14	0.0	0.0	0.0	3.3687	0.5095	4.3989
15	0.0	0.0	0.0	3.9600	0.5060	4.4103
21	0.0	0.0	0.0	1.5606	0.2056	4.4280
22	0.0	0.0	0.0	2.1620	0.2051	4.4299
23	0.0	0.0	0.0	2.7618	0.2052	4.4189
24	0.0	0.0	0.0	3.3687	0.2095	4.3989
25	0.0	0.0	0.0	3.9600	0.2060	4.4103
A	0.0	0.0	0.0	1.9383	0.0376	4.0844
B	0.0	0.0	0.0	2.9370	0.0369	4.0933

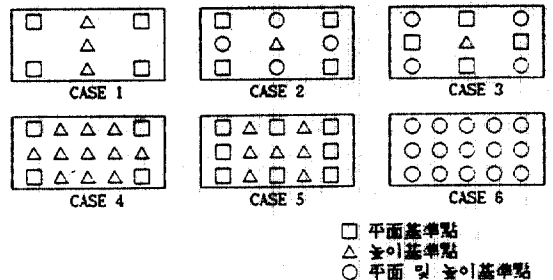


그림 3. 基準點 形態 및 配置

□ 平面基準點  
△ 높이基準點  
○ 平面 및 높이基準點

표 2. 基準點 形態 및 配置에 따른 check point의 RMSE

CASE	自由度	$\sigma_0$ ( $\mu\text{m}$ )	R M S E (cm)			
			$S_x$	$S_y$	$S_{xy}$	$S_z$
CASE 1	34	51.90	0.3253	0.0984	0.2403	4.6310
CASE 2	46	47.78	0.0768	0.0334	0.0592	0.3110
CASE 3	46	45.35	0.0813	0.0348	0.0625	0.3485
CASE 4	87	38.63	0.0691	0.0299	0.0533	0.2475
CASE 5	82	41.15	0.0747	0.0305	0.0570	0.2301
CASE 6	92	39.91	0.0824	0.0271	0.0613	0.2905

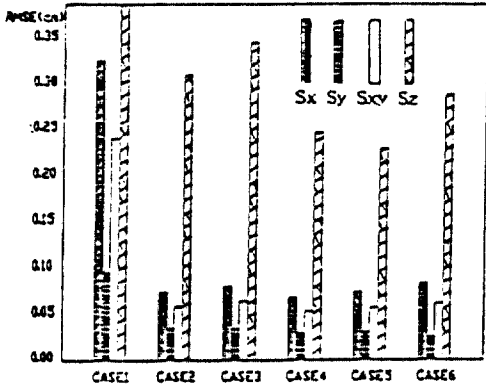


그림 4. 基準點 形態 및 配置에 따른 check point의 RMSE

CASE 1과 CASE 2의 경우 平面( $S_{xy}$ ) 및 높이( $S_z$ ) 위치誤差에 있어 CASE 2의 경우가 正確도가 매우 좋은 것으로 나타났으며, 이는 CASE 2가, CASE 1에 附加的으로 基準點이 더해진 경우임을 考慮해 볼 때, 적절한 基準點 附加에 의해 自由度(degree of freedom) 수를 늘림으로써 블럭 내의 幾何學的 強度를 向上시킬 수 있음을 알 수 있었다. 이러한 基準點 數의 增加에 의한 正確度的 向上은 CASE 1, 2, 3과 CASE 4, 5, 6을 比較해 볼 때 더욱 明確하게 立證된었다.

CASE 2와 CASE 3은 같은 數의 基準點을 같은 位置에 形態를 달리하여 配置한 경우이며 調整時의 自由度 數는 서로 같다. 이 경우 CASE 2가 CASE 3에 比較하여 平面 및 높이 위치誤差의 正確도가 좋은 것으로 나타났으며, 따라서 같은 수의 기준점을 동일한 위치에 배치할 경우, 外廓에 평면 및 높이 기준점을 배치하는 것 보다는 平면 기준점을 배치하

여 블럭 內部的 幾何學的 強度를 增加시킴으로써 全體의인 正確도를 向上시킬 수 있음을 알 수 있었다.

또한 CASE 4와 CASE 5의 경우에 있어서는, CASE 4에서 平面位置의 正確도가 좋은데 비하여 CASE 5에서는 높이 위치오차의 正確도가 좋은 것으로 나타났으며, 전체적인 위치오차의 側面에서 分析해 보면 3次元 位置 正確도는 높이 좌표의 오차가 가장 중요한 영향을 미치므로, 平면 위치오차에 있어 CASE 4가 CASE 5보다 微少하게 좋으나, 全體의으로는 CASE 5의 경우가 正確도가 좋다고 할 수 있다.

CASE 6의 경우는 전체적으로 平면 및 높이기준점이 고루 分布된 데 비하여 CASE 4나 CASE 5에 비하여 正確도가 낮은 것으로 나타났으나, 이는 기준점에 포함된 過大誤差가 조정 단계에서 check point의 正確도에 영향을 미치는 것으로 생각된다.

이상과 같이 기준점 형태 및 배치에 따른 正確도를 分析한 결과, CASE 5의 오차가 다른 경우에 비해 比較적 작게 나타나므로 가장 바람직한 기준점 배치 형태가 됨을 알 수 있었다.

### 3.2.2 附加媒介變數에 의한 번들블럭 조정의 正確度 向上

본 연구에서는 3.2.1절의 각 CASE들에 대해 定誤差補正을 위한 附加媒介變數를 적용하여 自體檢定 번들조정(self calibration bundle adjustment)을 실시한 결과 표 3과 같은 結果를 얻었다. 본 연구의 부가매개변수의 選定은 각 부가매개변수의 상관성을 分析하여 상관성이 높은( $\rho > 0.75$ ) 媒介變數들을 順次的으로 除去함으로써 選擇되었다.

표 3의 結果를 표 2의 結果와 比較해 보면 각 CASE에 대해 적절한 부가매개변수를 적용하여 자체검정번들조정을 실시함으로써 平면 및 높이 위치 오차에 대한 正確도를 향상시킬 수 있음을 알 수 있었다. 따라서, 精密을 요구하는 근거리 사진측량에서는 부가변수를 고려한 번들조정방법의 이용이 要望된다.

### 3.2.3 單모델 조정과 블럭 조정의 正確度 比較

본 연구에서는 단모델 조정과 블럭 조정의 正確도를 分析하기 위해 3.2.1절에서 選定한 基準點 形態 및 配置(CASE 5)에 대해 附加媒介變數를 고려하여 블럭 조정과 攝影距離 4.0m에서 촬영한 單모델에 의

표 3 附加變數의 適用에 의한 check point의 RMSE

CASE	R M S E (cm)				適用된 附加變數 ( $\rho < 0.75$ )
	S <sub>x</sub>	S <sub>y</sub>	S <sub>xy</sub>	S <sub>z</sub>	
CASE 1	0.3022	0.0943	0.2238	2.9455	B <sub>1</sub> , B <sub>2</sub> , B <sub>3</sub> , B <sub>4</sub> , B <sub>5</sub> , B <sub>6</sub> , B <sub>7</sub> , B <sub>9</sub> , B <sub>11</sub>
CASE 2	0.0715	0.0301	0.0549	0.2902	B <sub>1</sub> , B <sub>2</sub> , B <sub>7</sub> , B <sub>8</sub> , B <sub>12</sub>
CASE 3	0.0760	0.0306	0.0579	0.3125	B <sub>1</sub> , B <sub>2</sub> , B <sub>3</sub> , B <sub>7</sub> , B <sub>11</sub>
CASE 4	0.0641	0.0270	0.0492	0.2206	B <sub>3</sub> , B <sub>4</sub> , B <sub>8</sub> , B <sub>7</sub> , B <sub>8</sub> , B <sub>12</sub>
CASE 5	0.0701	0.0279	0.0533	0.2155	B <sub>3</sub> , B <sub>5</sub> , B <sub>6</sub> , B <sub>8</sub> , B <sub>12</sub>
CASE 6	0.0779	0.0250	0.0579	0.2741	B <sub>3</sub> , B <sub>9</sub> , B <sub>10</sub> , B <sub>11</sub>

표 4. 단모델조정과 블록조정의 RMSE 比較

調整方法	R M S E (cm)				攝影距離
	S <sub>x</sub>	S <sub>y</sub>	S <sub>xy</sub>	S <sub>z</sub>	
단모델조정	0.0704	0.0466	0.0597	0.2398	400cm
블록조정	0.0701	0.0279	0.0533	0.2155	140cm

표 5. 獨立모델법과 번들조정법의 RMSE 比較

調整方法	R M S E (cm)				攝影距離
	S <sub>x</sub>	S <sub>y</sub>	S <sub>xy</sub>	S <sub>z</sub>	
獨立모델법	0.0432	0.0405	0.0416	0.3832	10
번들조정법	0.0701	0.0279	0.0533	0.2155	6

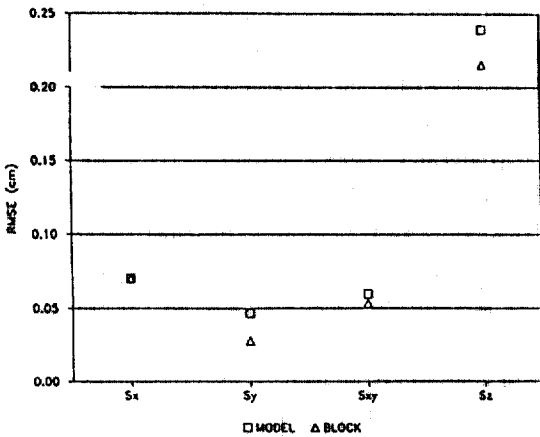


그림 5. 단모델조정과 블록조정의 비교

해 조정한 결과값의 標準誤차를 比較분석하였다. 그 결과는 표 4 및 그림 5와 같다.

표 4 및 그림 5에 나타난바와 같이, 촬영거리가 1.4m인 블록조정의 경우가 4.0m에서의 단모델조정에 비해 平面位置誤差(S<sub>xy</sub>)는 64 $\mu$ m, 높이位置誤差(S<sub>z</sub>)는 243 $\mu$ m가 저하되어, S<sub>xy</sub>의 경우 10.72%, S<sub>z</sub>의 경우 10.13%의 正確度가 向上됨을 보였다. 또한 이와같은 경향은 攝影距離에 따라 큰 영향을 받으므로 촬영거리가 멀어질 수록 블록조정과 단모델조정

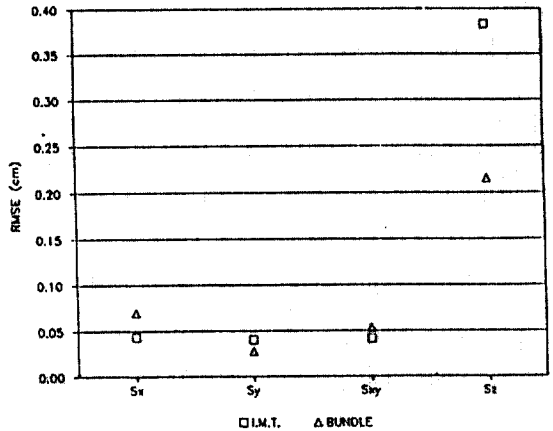


그림 6. 獨立모델법과 번들조정법의 비교

의 正確度의 差異는 더욱 커질 것으로 사료된다.

### 3.2.4 獨立모델법과 번들조정법의 比較

본 연구에서는 3.2.1절에서 選定한 基準點形態 및 配置(CASE 5)에 대해 獨立모델法과 附加變數를 고려한 번들조정에 의한 블록조정의 결과값을 比較하여, 표 5 및 그림 6을 얻었다.

표 5 및 그림 6에 나타난 바와 같이 獨立모델법의 경우에는 S<sub>x</sub>, S<sub>y</sub> 즉, 平面의 正確度가 좋은 反面에 높이位置誤차가 번들조정법에 비해 크게 低下되어, 全體的인 正確度를 볼 때 번들조정에 의한 블록조정이 獨立모델법에 의한 블록조정보다 正確度가 좋

음을 알 수 있다. 이는 獨立모델法에 모델좌표를 얻는 方法에 있어 機械的인 方法으로 3次元 모델좌표를 얻는 半解析的 方法에 起因하는 것으로 생각된다.

또한 寫眞枚數에 있어 獨立모델법의 경우, 對象點 座標에 대한 모델座標을 觀測하여 調整이 이루어지므로 모든 點들이 重複地域 안에 들어와야 하는 데 比하여, 번들조정법의 경우는 重複地域 外의 對象點에 대해서도 調整이 可能하므로 全體 블럭에 사용되는 寫眞枚數를 獨立모델法에 比하여 더욱 적게 할 수 있어 經濟的이다.

#### 4. 結 論

本 研究에서는 近距離 寫眞測量에 附加媒介變數를 考慮한 번들조정법과 獨立모델법을 適用시켜 基準點 配置 및 形態와 모델 形成에 따른 블럭조정의 正確度解析을 한 結果, 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 近距離 寫眞測量에서 周邊의 地形地物 등에 의해 充分한 攝影距離를 確保할 수 없을 경우나 全體的인 精密을 要할 경우에는 블럭조정법을 適用하여 攝影距離의 制約을 克服함으로써 單모델에 의한 調整보다 더 좋은 正確度를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

2. 번들調整技法에 의한 블럭調整方法和 獨立모델法에 의한 블럭調整方法을 比較해 본 結果, 平面位置 正確度에 있어서는 獨立모델法에 의한 경우가 좋았고, 높이座標의 正確度에 있어서는 번들調整技法의 경우가 좋았다.

3. 適切한 附加媒介變數를 適用하여 自體檢定번들調整을 實施한 結果, check point에 대한 正確度를 더욱 向上시킬 수 있었다.

#### 감사의 글

본 연구는 1990년도 연세대학교 학술연구비에 의해

이루어진 것으로 동 재단에 심심한 사의를 표한다.

#### 참 고 문 헌

1. 유복모, "사진측정학 개론", 회중당, 1987, pp. 240-254.
2. Schut, G. H., "Selection of Additional Parameters for the Bundle Adjustment", *P. E. & R. S.*, Vol. 45, No. 9, 1979, pp.1243-1252.
3. Ackermann, F., H. Ebner, and H. Klein, "Block Triangulation with Independent Models", *Photogrammetric Engineering*, Vol. 39, No. 9, 1973, pp.967-981.
4. Kenefick, John F., Gyer, M. S., Harp, B. F., "Analytical Self Calibration", *P. E. & R. S.*, Vol. 38, No. 11, 1972, pp.1117-1126.
5. Ebner, H., "Self-Calibration Block Adjustment", *Bildmessung und Luftbildwesen*, No. 44, 1976, pp. 128-139.
7. Grun, A., "Progress in Photogrammetry Point Determination by Compensation of Systematic Errors and Detection of Gross Errors", *Comm. , ISPRS*, 1978, pp.113-140.
9. Wolf, P. R., "Elements of Photogrammetry", 2nd ed., McGraw-Hill, 1983, pp.584-587.
10. Merchant, D. C., "Analytical Photogrammetry-Theory and Practice", Unpublished Lecture Notes, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, 1979.
11. Abdel-Aziz, Y. I., "Lens Distortion at Close-Range", *Photogrammetric Engineering*, Vol. 39, No. 6, 1973, pp.611-615.
12. Madani, M. S., "Accuracy Potential of Non-Metric Cameras in Close-Range Photogrammetry", Ph. D. Dissertation, The Ohio State University, 1987.

(接受:1990. 9. 8)