

數值地籍 測量을 위한 寫眞測量技法의 正確度 分析

Accuracy Analysis of Photogrammetric Techniques for Numerical Cadastral Surveying

柳 福 模* · 劉 煥 熙**
Yeu Bock Mo · Yoo Hwan Hee

Abstract

In the land boundary surveying related to the real-estate problem, numerical cadastral surveying techniques are now widely required for the accuracy improvement.

In this paper, the photogrammetric techniques in order to improve the accuracy of numerical cadastral surveying were investigated, Independent Model Triangulation, Bundle Adjustment, and Bundle Adjustment with additional parameters were compared and analyzed to propose the method for the more reliable and accurate results in numerical cadastral surveying.

요 지

地籍測量에 의한 不動產의 位置決定에 있어서 土地境界를 명확히 해야하고 正確度を 높이기 위해 數值地籍測量이 요구되고 있다. 본 연구에서는 數值地籍測量 正確度を 향상 시키기 위해 寫眞測量技法 중 독립모델법, 번들조정법, 부가변수를 갖는 번들조정법을 比較分析 하므로써 보다 信賴性 있고 精確한 數值地籍 測量成果를 얻기 위한 방법을 제시 하고자 한다.

1. 序 論

土地는 인간활동의 基礎를 형성하며 사회가 고도화 되고 다원화 되고 있는 현시점 에서는 매우 중요하며, 地籍測量의 法律的, 技術的 개발이 시급하다. 이러한 地籍測量은 부동산의 位置決定에 있어서 토지境界를 명확히 하고 분쟁이 발생 했을때 가장 精確하게 복원할 수 있어야 하므로 正確度を 높이기 위하여, 土地境界線의 등록을 座標化 하는

數值地籍測量方法이 요구되고 있다. 또한 境界點을 數值化 하는 방법으로는 여러가지 방법이 있으나 사진측량방법의 활용과 컴퓨터의 이용으로 지적측량의 전산화가 가장 효율적인 것으로 입증되고 있다. 그동안 국내에서도 航空寫眞에 의한 圖解의 地籍測量을 시도하여 왔으나 앞으로는 數值的으로 자료를 획득하고 입력하므로써 耕地整理地區, 市街地計劃整理地區, 不符合地域整理와 地籍圖縮尺變更 등을 數值的 方法으로 처리하여 精確하

* 正會員 · 延世大學校 工科大學 教授, 土木工學科

** 正會員 · 慶尙大學校 工科大學 助教授, 都市工學科

고 체계적인 地籍圖 관리가 요구되고 있다.

본 연구에서는 數值地籍測量의 정확도를 향상시키기 위해 寫眞測量技法을 도입 하는데 있어 보다 신뢰성 있고 정확한 測量成果를 얻기위한 방법을 제시하고자 한다.

2. 寫眞測量 理論

2.1 獨立모델法(Independent Model triangulation)

獨立모델法은 모델을 기본단위로 하여 각모델마다 7개의 未知變數의 解를 구하고, 이것을 이용하여 地上基準點座標系로 모델좌표를 변환하는 방법이다.

최근에는 獨立모델法에 過大誤差檢出 기능을 첨가시킨 PAT-MR 프로그램이 개발되어 解釋圖化機에 내장되어 이용되고 있다. 獨立모델法은 平面座標와 높이座標를 동시에 조정하는 방법과 분리하여 조정하는 방법이 있으며 동시조정 觀測方程式은 다음과 같다.^{1) 2) 3)}

1) 地上基準點에 대한 觀測方程式

$$\begin{pmatrix} x & 0 & z & y & 1 & 0 & 0 \\ y & z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 \\ z & -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ \Delta\omega \\ \Delta\phi \\ \Delta k \\ Y_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix} \quad (1)$$

2) 接合點에 대한 觀測方程式

$$\begin{pmatrix} x & 0 & z & y & 1 & 0 & 0 \\ y & z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 \\ z & -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ \Delta\omega \\ \Delta\phi \\ \Delta k \\ X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & X_1 \\ 0 & -1 & 0 & Y_1 \\ 0 & 0 & -1 & Z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

분리조정방법은 식(1)과 식(2)의 매개변수중 平面座標와 높이座標의 매개변수로 분리하여 조정하는 방법으로 계산용량을 절약할 수 있는 장점을 갖고 있다.⁽¹⁾

2.2 번들조정법(bundle adjustment)

번들조정법은 共線條件에 의해 사진이 회전요소와 위치를 결정하고, 이것을 이용하여 대상물에 존재하는 對象點의 위치를 결정하는 방법으로써 초기에는 렌즈수차나 필름變形 등의 定誤差에 의해

정확도가 다소 떨어졌으나 최근 정오차를 보정하는 번들조정법이 개발되면서 이에 대한 관심이 높아지고 있다. 부가변수를 갖는 번들조정법의 觀測方程式은 다음과 같다.^(4, 5, 6)

$$V + \bar{B} \cdot \bar{\delta} + \bar{B} \cdot \delta + \bar{B} + \cdot \delta = \epsilon \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} V \\ V \\ V \\ V \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B & B & B \\ -I & O & O \\ O & -I & O \\ O & O & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\delta} \\ \delta \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix} \quad (4)$$

부가변수를 갖는 번들조정법에서 定誤差를 보정하기 위해 定誤差 補正式을 사용하는데 정오차식의 변수들은 相關關係가 있어 이것에 대한 統計的 處理가 요구된다.⁷⁾

식(4)를 定規方程式으로 구성하고 係數行列을 다시 간단히 표시하면

$$\begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix} \quad (5)$$

이며, 여기서 N_{22} 가 정오차 보정식으로 구성된 계수행렬이다. 정오차보정항중에 有意(Significance)한 변수항을 선택하기 위해 Grün(1978)^(8, 9)과 Huang(1986)⁽¹⁰⁾은 다음과 같은 가설검정을 제안했다.

$$H_0: IV_s = V_s' \quad (6)$$

여기서, I 는 단위행렬, V_s 는 정오차 보정항, V_s' 는 事前情報가 없는 경우 $V_s'=0$ 으로 선택된다. 또한 定誤差 補正式에 대한 경중를 계수행렬(Q_{ss})은

$$Q_{ss}^{-1} = N_{22} - N_{12}^T N_{11}^{-1} N_{12} \quad (7)$$

이며, 각변수에 대한 檢定統計量은 다음과 같다.

$$|\hat{T}|_i = \frac{(V_s)_i - (V_s)_i'}{\hat{\sigma}_v \sqrt{(q_{ss})_i}} \quad (8)$$

식 (8)의 檢定統計量 $|\hat{T}|_i$ 은 t -檢定棄却값에 의해 검정된다.

$$\begin{aligned} |\hat{T}|_i &\leq (t\text{-檢定棄却값}) \\ |\hat{T}|_i &> (t\text{-檢定棄却값}) \end{aligned} \quad (9)$$

3. 定誤差補正式 開發 및 結果分析

3.1 定誤差補正式 開發

렌즈왜곡수차와 필름변형 그리고 精密座標觀測機의 機械的誤差 등에 의해 필름상에 나타난 대상점은 歪曲되어 나타나게 되는데 이 歪曲된량을 보정하기 위해 定誤差補正式이 이용된다.

본 연구에서는 放射距離에 따른 定誤差를 3차원 spherical harmonics function을 이용하여 표현하

따라서 정확한 定誤差 補正을 하고자 시도 하였다. 3차원 spherical harmonics function을 필름면상의 像點位置로 고려하여 xy평면에 대한 식으로 유도 하면

$$V(r_0, 90^\circ, \lambda_0) = a_1 + a_2 r_0 \cos \lambda_0 + a_3 r_0 \sin \lambda_0 + a_4 r_0^2 + a_5 r_0 \cos 2\lambda_0 + a_6 r_0 \sin 2\lambda_0 + a_7 r_0^3 \cos \lambda_0 + a_8 r_0^3 \sin \lambda_0 + a_9 r_0^3 \cos 3\lambda_0 + a_{10} r_0^3 \sin 3\lambda_0 + a_{11} r_0^4 + a_{12} r_0^4 \cos \lambda_0 + a_{13} r_0^4 \sin \lambda_0 + a_{14} r_0^4 \cos 2\lambda_0 + \quad (10)$$

이다. x, y방향성분으로 나눠 정리하면 다음과 같다.

$$\Delta x = V(r_0, 90^\circ, \lambda_0) \frac{x}{r_0} \quad (11)$$

$$\Delta y = V(r_0, 90^\circ, \lambda_0) \frac{y}{r_0} \quad (12)$$

$$\Delta x = a_1 x/r_0 + a_2 x \cos \lambda_0 + a_3 x \sin \lambda_0 + a_4 r_0 x + a_5 x r_0 \cos 2\lambda_0 + a_6 x r_0 \sin 2\lambda_0 + a_7 r_0^2 x \cos \lambda_0 + a_8 r_0^2 x \sin \lambda_0 + a_9 r_0^2 x \cos 3\lambda_0 + a_{10} r_0^2 x \sin 3\lambda_0 + a_{11} r_0^3 x + a_{12} r_0^3 x \cos \lambda_0 + a_{13} r_0^3 x \sin \lambda_0 + a_{14} r_0^3 x \cos 2\lambda_0 + \quad (12)$$

$$\Delta y = a_1 y/r_0 + a_2 y \cos \lambda_0 + a_3 y \sin \lambda_0 + a_4 r_0 y + a_5 y r_0 \cos 2\lambda_0 + a_6 y r_0 \sin 2\lambda_0 + a_7 r_0^2 y \cos \lambda_0 + a_8 r_0^2 y \sin \lambda_0 + a_9 r_0^2 y \cos 3\lambda_0 + a_{10} r_0^2 y \sin 3\lambda_0 + a_{11} r_0^3 y + a_{12} r_0^3 y \cos \lambda_0 + a_{13} r_0^3 y \sin \lambda_0 + a_{14} r_0^3 y \cos 2\lambda_0 + \quad (13)$$

여기서, $r^2 = x^2 + y^2$, $\lambda_0 = \arctan(y/x)$

식 (12)는 기본식으로써 Grun(1978)과 Huang(1986)이 제안한 有意性 檢定을 통해 定誤差補正式을 개발한 결과 다음과 같다.

$$\Delta x = a_1 x \cos \lambda_0 + a_2 r_0 x + a_3 x r_0 \cos 2\lambda_0 + a_4 r_0^2 x \cos \lambda_0 + a_5 r_0^2 x \sin \lambda_0 + a_6 r_0^3 x + a_7 r_0^3 x \cos \lambda_0 \quad (13)$$

$$\Delta y = a_1 y \cos \lambda_0 + a_2 r_0 y + a_3 y r_0 \cos 2\lambda_0 + a_4 r_0^2 y \cos \lambda_0 + a_5 r_0^2 y \sin \lambda_0 + a_6 r_0^3 y + a_7 r_0^3 y \cos \lambda_0 \quad (14)$$

여기서, $r_0^2 = x^2 + y^2$, $\lambda_0 = \arctan(y/x)$

식 (13)식의 妥當性을 분석하기 위해 Grun과 Fraser에 의해 발표된 定誤差補正式을 이용하여 平均제곱근誤差 (RMSE)의 수렴과정을 분석하였다.

1) Grün의 定誤差 補正式

$$\Delta x = a_1 x + a_2 xy - a_3 xy^2 + a_4 x^2 y + a_5 y^2 + a_6 x^2 y^2$$

$$\Delta y = b_1 x + b_2 xy + b_3 xy^2 + b_4 x^2 y + b_5 y^2 + b_6 x^2 y^2 \quad (14)$$

2) Fraser의 定誤差 補正式

$$\Delta x = x r_0^2 k_1 + x r_0^4 k_2 + (3x^2 + y^2) P_1 + 2x y P_2 + a_4 x y^2 - x_0 + (-x/c)$$

$$\Delta y = y r_0^2 k_1 + y r_0^4 k_2 + (2xy) P_1 + (x^2 + 3y^2) P_2 + b_1 x + b_5 x^0 y + b_6 x y^2 - y_0 + (-y/c) dc \quad (15)$$

표 1. 定誤差補正式의 RMSE

정오차보정식	반복횟수에 따른 RMSE(μm)			
	0	1	2	3
유도된 식	1211.2	235.2	9.0	9.0
Grun 식	1543.9	306.3	18.1	18.1
Fraser 식	1455.6	286.2	11.9	11.9

표1에 나타난 개발된 定誤差補正式과 Grun의 定誤差補正式 그리고 Fraser의 定誤差補正에 대한 RMSE를 비교한 결과 개발된 定誤差補正式이 최종수렴에서 9.0μm로 수렴한 반면 Grun의 定誤差補正式과 Fraser의 定誤差補正式은 18.1μm, 11.9μm로 收斂하여 개발된 定誤差補正式이 더 작은 RMSE값으로 收斂하므로써 안정된 定誤差補正式임을 알 수 있었다.

3.2 寫眞測量技法의 比較分析

본 연구에서 개발된 定誤差補正式을 번들조정법에 적용한 正確度를 분석하기 위해서 세계적으로 널리 이용되고 있는 航空三角測量 프로그램인 PAT-MR프로그램에 의해 계산된 결과를 나타낸 것으로 水平位置에 대한 標準誤差(σ_{xy})가 0.008cm, 垂直

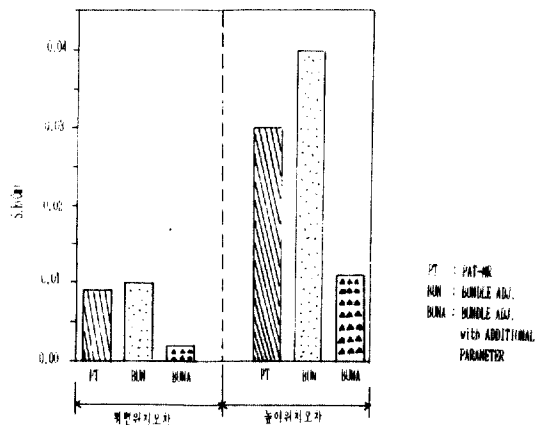


그림 1. 寫眞測量 調整技法의 正確度 比較

표 2. PAT-MR 프로그램의 계산결과

TRANSFORMED PHOTOGRAMMETRIC MODEL COORDINATES AND RESIDUALS
 (IN UNITS OF THE TERRAIN SYSTEM)

POINT NUMBER	X	Y	Z	INITIAL	CHANGED	R _X	R _Y	R _Z	SIG	CHECK
MODEL NUMBER	1									
12	157.454	97.828	14.195	HV1						
13	219.329	98.436	19.081	HV1						
14	280.253	97.596	15.813	HV1						
22	157.616	78.656	18.119	SP1						
23	219.064	78.453	15.125	SP1						
24	279.850	77.895	20.234	SP1						
32	157.553	59.252	14.084	SP1						
33	218.244	59.488	21.382	SP1						
34	279.837	57.718	15.585	SP1						
42	157.571	39.059	18.156	HV1						
43	218.890	38.136	15.010	SP1						
44	279.733	38.984	21.246	HV1						
52	157.300	17.931	14.277	SP1						
53	219.101	10.526	20.822	SP1						
54	279.530	17.861	15.853	SP1						
62	158.435	-1.717	19.888	SP1						
63	218.414	-2.390	15.003	SP1						
64	280.076	-2.170	18.033	SP1						
72	157.351	-21.869	14.576	HV1						
73	218.281	-21.074	20.801	HV1						
74	279.329	-22.350	16.092	HV1						
112	179.814	98.946	11.204	SP1						
113	260.503	98.647	11.789	SP1						
202	188.320	79.100	11.399	SP1						
302	188.546	59.953	11.504	SP1						
402	188.090	37.717	11.512	SP1						
403	249.650	36.655	12.108	SP1						
502	187.748	17.392	11.544	SP1						
503	249.058	17.472	12.172	SP1						
602	187.967	-2.399	11.687	SP1						
603	248.832	-3.049	12.349	SP1						
712	179.513	-22.942	11.518	SP1						
713	258.516	-23.602	12.379	SP1						
9050080	293.109	9.329	414.331	PC1						
9060000	193.429	11.116	412.731	PC1						

SC = .25581

SIGMA NAUGHT FOR HORIZONTAL BLOCK = .008
 SIGMA NAUGHT FOR VERTICAL BLOCK = .033

표 3. 번들조정법에 의한 계산 결과

점번호	부가변수를 고려하지 않은 경우				부가변수를 고려한 경우			
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_p	σ_x	σ_y	σ_z	σ_p
12	.0080	.0081	.0320	.0340	.0044	.0045	.0178	.0189
22	.0116	.0089	.0462	.0487	.0045	.0038	.0178	.0187
13	.0105	.0074	.0420	.0439	.0046	.0032	.0184	.0192
42	.0108	.0063	.0427	.0445	.0018	.0011	.0072	.0075
52	.0147	.0074	.0587	.0610	.0082	.0042	.0329	.0342
62	.0111	.0058	.0443	.0460	.0012	.0006	.0048	.0048
72	.0040	.0024	.0160	.0166	.0014	.0008	.0056	.0059
112	.0064	.0047	.0316	.0326	.0026	.0019	.0130	.0134
602	.0021	.0014	.0113	.0116	.0014	.0010	.0077	.0079
502	.0535	.0024	.0190	.0195	.0014	.0009	.0076	.0077
402	.0018	.0014	.0098	.0100	.0000	.0000	.0002	.0002
202	.0009	.0008	.0046	.0048	.0015	.0014	.0080	.0038
302	.0060	.0068	.0323	.0335	.0014	.0015	.0074	.0077
112	.0129	.0162	.0640	.0672	.0029	.0037	.0144	.0151
13	.0052	.0085	.0369	.0384	.0007	.0014	.0053	.0053
23	.0029	.0044	.0207	.0214	.0006	.0009	.0041	.0042
33	.0094	.0118	.0659	.0676	.0047	.0060	.0332	.0342
43	.0029	.0031	.0208	.0212	.0000	.0000	.0003	.0003
53	.0091	.0083	.0643	.0654	.0011	.0010	.0076	.0078
63	.0054	.0050	.0385	.0392	.0018	.0017	.0129	.0138
73	.0078	.0083	.0547	.0558	.0016	.0017	.0113	.0132
113	.0005	.0005	.0035	.0035	.0018	.0018	.0121	.0123
603	.0045	.0046	.0357	.0363	.0023	.0024	.0184	.0187
503	.0015	.0015	.0118	.0120	.0002	.0002	.0012	.0012
403	.0000	.0000	.0002	.0002	.0000	.0000	.0001	.0001
113	.0168	.0323	.1273	.1324	.0018	.0035	.0138	.0144
24	.0079	.0107	.0489	.0516	.0020	.0027	.0126	.0130
34	.0046	.0051	.0294	.0302	.0014	.0015	.0090	.0092
44	.0063	.0059	.0401	.0410	.0008	.0007	.0049	.0050
54	.0044	.0036	.0281	.0287	.0003	.0002	.0019	.0019
64	.0109	.0091	.0694	.0708	.0023	.0019	.0148	.0151
74	.0068	.0065	.0436	.0446	.0002	.0002	.0015	.0016
	$\sigma_{xy} = 0.010$	$\sigma_H = 0.039$			$\sigma_{xy} = 0.0030$	$\sigma_H = 0.010$		

位置에 대한 標準誤差(σ_H)가 0.033cm로 나타났다. 또한 표 3은 번들조정법에 의한 결과값으로 定誤差補正값을 위해 부가변수를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 결과값이다. 그림 1과 표 3에서 알 수 있듯이 부가변수를 고려하지 않은 경우는 $\sigma_{xy} = 0.01cm$, $\sigma_H = 0.039cm$ 로 PAT-MR의 결과보다 다소 正確度가 떨어지나 부가변수를 고려한 경우 $\sigma_{xy} = 0.003cm$, $\sigma_H = 0.010cm$ 로써 正確度가 크게 향상되고 있음을 알 수 있다. 따라서 數値地籍을 위한 地籍 再調査事業을 수행하는데 있어 부가변수를 고려한 번들조정법을 이용한 航空三角測量技法을 적용할 경우 經費와 時間을 節約할 수 있는은 물론, 正確度 면에서도 크게 향상될 것으로 기대된다.

4. 結 論

數値地籍測量의 正確度를 향상시키기 위해 최근 寫眞測量分野에서 관심이 집중되고 있는 번들조정법을 이용하는데 있어 定誤差補正式을 유도하고 사진측량방법들을 比較分析한 결과 다음과 같은 結論을 얻었다.

첫째, 사진측량분야에서 사진기와 座標觀測器 등에 의해 발생하는 定誤差를 보정하기 위해, 본 연구에서는 spherical harmonics function을 導入하여 有意性檢定을 통해 定誤差補正式을 개발하였으며, 개발된 정오차보정식은 기존의 Grun 이나 Fraser의 정오차보정식보다 標準誤差가 더 작게 收斂함으로써 안정된 정오차보정식임을 알 수 있었다.

둘째, 항공사진측량 프로그램으로 널리 이용되고 있는 PAT-MR 프로그램과 본 연구에서 개발된 번들조정법을 비교분석한 결과 정오차보정을 실시한 번들조정법의 正確度가 좋게 나타나고 있어 수치

지적을 위한 地籍 再調整事業에 있어 사진측량기
법으로 附加變數를 갖는 번들조정법의 活用이 기
대된다.

參 考 文 獻

1. Ackermann, F., H. Ebner. and H. Klein, "Block triangulation with Independent Models", *Photogrammetric Engineering*, Vol. 39, No. 9, 1973, pp.967-981.
2. Ghosh, S.K., "Analytical Photogrammetry", Pergamon Press, 1979, pp.145-156.
3. 柳腹模, "空中三角測量에 있어서 電子計算機에 의한 誤差調整", 大韓土木學會誌, 제20권, 제1호, 1973, pp.44-57.
4. Matos, R.A., "Multiple station Analytical Triangulation", *Photogrammetry Engineering*, Vol. 30, No. 2, 1971, pp.173-176.
5. 劉換熙, "近距離 寫真測量에 의한 變形解析의 研究", 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 1988.
6. Fraser, C.S., "Simultaneous Multiple Camera and Multiple Focal Setting Self-Calibration in Photogrammetry", Ph.D. Dissertation, University of Washington, 1979.
7. Brown, D.C., "The Bundle Adjustment-progress and prospects", *comm. III, 13th Congress of ISPRS*, 1976, 151-159.
8. Gruen, A., "Accuracy, Reliability and Statistics in Close-Range Photogrammetry", *Comm. V, Inter-congress symp. of ISPRS*, 1978, pp.1-24.
9. Huang, Y.D., "More Remarks on Self-Calibration", *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. 25, No. 5, 1986, pp.57-67.

(接受: 1989. 11. 22)