

# 전열면 온도의 균일분포를 위한 냉각 및 가열관의 최적 배열에 관한 연구

## A Study on the Optimal Arrangement of Heating and Cooling Tubes for Uniform Temperature Distribution of Heat Transfer Surface

민 현 석\* 이 우 일\*\*  
H. S. Min, W. I. Lee

### ABSTRACT

The temperature distributions inside molds with heating or cooling tubes were calculated using special boundary element method. This special boundary element method was employed in order to reduce the error for small diameter tubes. Calculated temperature was compared with results using finite element method. It was found that the current method becomes more accurate as tubes' diameter gets smaller. Optimal arrangement of tubes for uniform temperature distribution along specific surface was found. CONMIN program was employed for the optimization.

### 1. 서 론

재료를 성형하는 여러 제조 공정에서 냉각 및 가열이 요구되는 여러 과정에서 냉각 혹은 가열면의 전체에 걸쳐 균일한 온도분포를 유지하는 것이 아주 중요한 경우가 많다. 예를 들면 냉각 및 가열과정 중 금형면이 균일한 온도를 유지하는 것은 최종 성형품의 여러 성질에 결정적인 영향을 미치게 된다. 냉각 및 가열관 혹은 금형의 냉각 및 가열은 관속의 유체(열매 및 냉매)유동 혹은 전열선 등으로 이루어지므로 온도분포는 관이나 전열선의 갯수, 위치 및 반경, 유체의 유량에 의한 열전달 계수 및 온도, 전열선의 열량 등에 영향을 받는다. 전열면의 온도분포를 균일하게 하기 위하여는

이러한 조건들을 설계변수로 채택하여 원하는 구간의 온도편차를 최소화 하도록 하여 최적 설계변수를 결정하여 목적을 달성할 수 있다. 관이나 전열선의 단면은 원이라 볼 수 있으므로 실제의 문제를 푸는 과정은 내부에 원이 존재하는 2차원 정상상태 열전도 문제의 경우가 된다. 외부 경계조건은 미리 결정하여 일정한 값을 갖고 내부 경계조건이 바뀌어 가면서 문제에 적용되는 외부 경계지역의 온도편차를 최소화하는 최적 내부 경계조건 즉 최적 설계변수를 결정하는 문제라고 볼 수 있다.

주어진 문제는 그 기하학적 형상이 복잡하므로 수치 해석법을 이용하여야 해를 구할 수 있다. 수치해석 방법으로는 유한요소법이 고려될 수 있다. 그러나 유한요소법은 최적화가 진

\* 서울대학교 대학원 기계공학과

\*\* 서울대학교 공과대학 기계공학과

행됨에 따라 관의 위치가 바뀌고 이에따라 내부 경계가 바뀌게 되어 매회 mesh generation 을 다시 해야하는 번거로움이 있고 mesh generation 과정에서 계산결과에 오차를 많이 주는 비틀림이 많은 요소가 나타날 수 있는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완할 수 있는 방법이 경계 요소법이다. 경계 요소법은 계산영역의 경계만 고려하므로 상대적으로 유한요소법보다 요소 수가 훨씬 줄어들어 계산 시간에 도움을 주고 또 내부 경계의 이동에 따른 유한요소법에서의 mesh generation 의 문제점을 생각하지 않아도 된다. 그러나 내부 경계 요소의 크기가 상대적으로 외부 경계요소에 비하여 작을 경우, 크기의 차이가 심하면 각 요소간의 크기의 불균형을 가져와 계산결과에 많은 오차를 수반할 수 있다.

이러한 전열면의 온도분포를 균일하게 할 수 있는 관 혹은 전열선의 최적 위치를 결정하는 문제는 Barone 과 Caulk<sup>1),2)</sup> Kwon<sup>3)</sup>들에 의하여 연구가 되어있다. Barone 과 Caulk들은 경계 요소법을 약간 변형된 형태로 사용하여 전열선을 최적 배열하였고 Kwon은 경계 요소법만을 사용하여 관의 최적 배열을 시도했다. 그러나 Barone 과 Caulk<sup>1),2)</sup>들은 전열선의 경우 그 반경이 매우 작아서 전열선 둘레의 온도분포가 균일하다고 가정하여 해석을 시도하였으며, Kwon<sup>3)</sup>은 관의 경우 경계 요소법을 그대로 적용하겠으나 경계 요소의 크기의 불균일성 때문에 그 해의 정확성이 떨어진 결과를 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 내부에 관이 존재하는 금형에서 구간에서의 온도분포를 균일하게 하는 관의 위치를 결정하기 위하여 수정된 특별한 경계 요소법을 사용하여 온도분포에 대한 최적화를 시도하고 이로부터 최적의 관의 위치를 찾아내고자 한다. 최적화 방법으로는 conjugate gradient method<sup>4)</sup> 를 이용한 CONMIN program<sup>5)</sup>을 사용하고자 한다. 또 기존의 수치해석 방법과 계산결과를 비교하여 새로운 방법의 타당성을 살펴보기로 한다.

2. 수치해석

2 차원 정상상태 열전도 방정식은 온도를  $\phi$  라고 할 때 다음과 같다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (1)$$

금형내에 관 혹은 전열선이 존재하는 경우의 온도분포를 구하려면 식(1)의 해를 주어진 영역에서 풀어야 하는데, 식(1)을 풀기 위하여 m개의 원을 포함하는 임의의 2 차원 구역 R 을 설정한다(Fig. 1). 여기서 원의 중심의 위치는  $\xi^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, m$ )이고 반경은  $a_\alpha$ 이며 관의 경계는  $\partial C^\alpha$ 이며 외부 경계구역은  $\partial R$ 이다. 식(1)을 만족하는  $\phi(y)$ 는 다음과 같은 적분 방정식을 만족한다.<sup>2)</sup>

$$\lambda \phi(y) + \int_{\partial R} (\phi \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial \phi}{\partial n}) ds + \sum_{\alpha=1}^m \int_{\partial C^\alpha} (\phi \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial \phi}{\partial n}) ds = 0 \dots\dots (2)$$

여기서

$$g(x,y) = -\frac{1}{2\pi} \log|x - y| \dots\dots\dots (3)$$

$$\lambda = \begin{cases} 1 & : y \in R \\ \frac{1}{2} & : y \in \{\partial R, \partial C^\alpha\} \dots\dots\dots (4) \\ 0 & : y \in \{R, \partial R, \partial C^\alpha\} \end{cases}$$

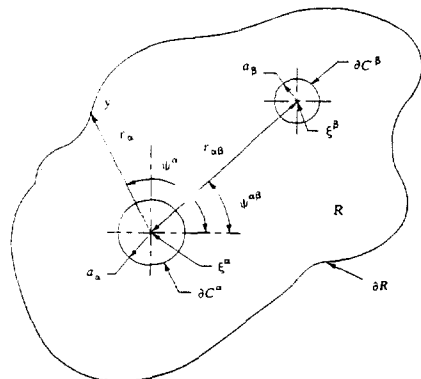


Fig.1 Two-dimensional region with circular holes : geometry and notation

이다. 식(3)에서  $g$ 는 기존의 경계 요소법에서 유도된 fundamental solution이다. 기존의 경계 요소법과 다른점은 경계구역을  $\partial R$ 과  $\partial C^\alpha$ 로 나누어서 식(2)에서 좌변의 세번째 항이 첨가된 것이다. 원의 반경이 외부 경계 요소에 비하여 상대적으로 작을 경우에는 원을 경계 요소화 했을 때 외부 경계요소와의 크기의 불균형을 가져온다. 따라서  $\partial C^\alpha$  구역은 경계 요소화하지 않고 이 구역의 온도와 열유속을  $\phi^\alpha$ ,  $q^\alpha$ 라고 했을 때 식(1)을 만족하고 기하학적 형상이 원이고 따라서 주기성을 가져야 하므로 각각을 다음과 같은 함수로 표시하기로 한다.<sup>1)</sup>

$$\phi^\alpha = \phi_0^\alpha + \sum_{n=1}^K (\phi_{1n}^\alpha \sin n\theta^\alpha + \phi_{2n}^\alpha \cos n\theta^\alpha) \dots\dots\dots (5)$$

$$q^\alpha = q_0^\alpha + \sum_{n=1}^K (q_{1n}^\alpha \sin n\theta^\alpha + q_{2n}^\alpha \cos n\theta^\alpha) \dots\dots\dots (6)$$

본 연구에서는  $K = 1$ 인 경우만 생각하기로 한다. 여기서 식(5), (6)을 식(2)에 대입하여 수학적 공식을 이용하여<sup>2)</sup> 정리하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\phi(y) + \int_{\partial R} (\phi \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial \phi}{\partial n}) ds + \sum_{\alpha=1}^m \\ & [-\frac{1}{2}b_\alpha(\phi_1^\alpha \sin \psi^\alpha + \phi_2^\alpha \cos \psi^\alpha) + \\ & a_\alpha\{q_0^\alpha \log r_\alpha - \frac{1}{2}b_\alpha(q_1^\alpha \sin \psi^\alpha + \\ & q_2^\alpha \cos \psi^\alpha)\}] = 0 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$b_\alpha = \frac{a_\alpha}{r_\alpha} \dots\dots\dots (8)$$

$$r_\alpha = |y - \xi^\alpha| \dots\dots\dots (9)$$

$$\psi^\alpha = \theta^\alpha(y) \dots\dots\dots (10)$$

식(5), (6)에서 각각의 미정계수를 구하기 위하여 다음과 같은 kernel function을 도입한다.<sup>2)</sup>

$$g_0^\alpha(x) = g(x, \xi^\alpha) \dots\dots\dots (11)$$

$$g_1^\alpha(x) = \frac{\sin \theta^\alpha}{|x - \xi^\alpha|} \dots\dots\dots (12)$$

$$g_2^\alpha(x) = \frac{\cos \theta^\alpha}{|x - \xi^\alpha|} \dots\dots\dots (13)$$

식(11)~(13)을 식(2)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{\partial R} (\phi \frac{\partial g_0^\beta}{\partial n} - g_0^\beta \frac{\partial \phi}{\partial n}) ds + \phi_0^\beta + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m [- \\ & \frac{1}{2}b_{\alpha\beta}(\phi_1^\alpha \sin \psi^{\alpha\beta} + \phi_2^\alpha \cos \psi^{\alpha\beta})] \\ & + q_0^\beta a_\beta \log a_\beta + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m a_\alpha [q_0^\alpha \log r_{\alpha\beta} - \\ & \frac{1}{2}b_{\alpha\beta}(q_1^\alpha \sin \psi^{\alpha\beta} + q_2^\alpha \cos \psi^{\alpha\beta})] = 0 \dots\dots (14) \\ & \int_{\partial R} (\phi \frac{\partial g_1^\beta}{\partial n} - g_1^\beta \frac{\partial \phi}{\partial n}) ds + \frac{\pi}{a_\beta} \phi_1^\beta + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m \\ & (\phi_0^\alpha S_0^{\alpha\beta} + \phi_1^\alpha S_1^{\alpha\beta} + \phi_2^\alpha S_2^{\alpha\beta}) - \pi q_1^\beta + \\ & \pi \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m [2b_{\alpha\beta} q_0^\alpha \sin \psi^{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}^2 (q_1^\alpha \sin 2\psi^{\alpha\beta} \\ & - q_1^\alpha \cos 2\psi^{\alpha\beta})] = 0 \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{\partial R} (\phi \frac{\partial g_2^\beta}{\partial n} - g_2^\beta \frac{\partial \phi}{\partial n}) ds + \frac{\pi}{a_\beta} \phi_2^\beta + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m \\ & (\phi_0^\alpha T_0^{\alpha\beta} + \phi_1^\alpha T_1^{\alpha\beta} + \phi_2^\alpha T_2^{\alpha\beta}) - \pi q_2^\beta + \\ & \pi \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m [2b_{\alpha\beta} q_0^\alpha \cos \psi^{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}^2 (q_1^\alpha \sin 2\psi^{\alpha\beta} \\ & + q_2^\alpha \cos 2\psi^{\alpha\beta})] = 0 \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$S_0^{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}} [b_{\alpha\beta}^2 Y_1^{\alpha\beta} - \frac{b_{\alpha\beta}}{2} (3Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) + Y_1^{\alpha\beta}] \sin \psi^{\alpha\beta} \dots\dots\dots (17)$$

$$S_1^{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}} [\frac{b_{\alpha\beta}^2}{2} (Y_0^{\alpha\beta} - Y_2^{\alpha\beta}) \cos^2 \psi^{\alpha\beta} +$$

$$\frac{b_{\alpha\beta}^2}{2} (Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) \sin^2 \psi^{\alpha\beta} - \frac{b_{\alpha\beta}}{4} (7Y_1^{\alpha\beta} +$$

$$y_3) \sin^2 \psi^{\alpha\beta} + \frac{b_{\alpha\beta}}{4} (Y_3^{\alpha\beta} - Y_1^{\alpha\beta}) \cos^2 \psi^{\alpha\beta}$$

$$+ \frac{1}{2} (Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) \sin^2 \psi^{\alpha\beta}] \dots\dots\dots (18)$$

$$S_2^{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}} [\frac{b_{\alpha\beta}^2}{2} Y_2^{\alpha\beta} \sin 2\psi^{\alpha\beta} -$$

$$\frac{b_{\alpha\beta}}{4} (3Y_1^{\alpha\beta} + Y_3^{\alpha\beta}) \sin 2\psi^{\alpha\beta} +$$

$$\frac{1}{4} (Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) \sin 2\psi^{\alpha\beta}] \dots\dots\dots (19)$$

$$T_0^{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}} [b_{\alpha\beta}^2 Y_1^{\alpha\beta} - \frac{b_{\alpha\beta}}{2} (3Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta})$$

$$+ Y_1^{\alpha\beta}] \cos \psi^{\alpha\beta} \dots\dots\dots (20)$$

$$T_1^{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}} [\frac{b_{\alpha\beta}^2}{2} Y_2^{\alpha\beta} \sin 2\psi^{\alpha\beta} - \frac{b_{\alpha\beta}}{4} Y_1^{\alpha\beta}$$

$$+ Y_3^{\alpha\beta}) \sin 2\psi^{\alpha\beta} + \frac{1}{4} (Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) \sin 2\psi^{\alpha\beta}]$$

\dots\dots\dots (21)

$$T_2^{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}} [\frac{b_{\alpha\beta}^2}{2} (Y_0^{\alpha\beta} - Y_2^{\alpha\beta}) \sin^2 \psi^{\alpha\beta} +$$

$$\frac{b_{\alpha\beta}^2}{2} (Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) \cos^2 \psi^{\alpha\beta} - \frac{b_{\alpha\beta}}{4} (7Y_1^{\alpha\beta}$$

$$+ Y_3^{\alpha\beta}) \cos^2 \psi^{\alpha\beta} + \frac{b_{\alpha\beta}}{4} (Y_3^{\alpha\beta} - Y_1^{\alpha\beta}) \sin^2 \psi^{\alpha\beta}$$

$$+ \frac{1}{2} (Y_0^{\alpha\beta} + Y_2^{\alpha\beta}) \cos^2 \psi^{\alpha\beta}] \dots\dots\dots (22)$$

$$Y_0^{\alpha\beta} = 2\pi \frac{1 + b_{\alpha\beta}^2}{Z_{\alpha\beta}^3} \dots\dots\dots (23)$$

$$Y_1^{\alpha\beta} = 4\pi \frac{b_{\alpha\beta}^3}{Z_{\alpha\beta}^3} + 4\pi \frac{b_{\alpha\beta}}{Z_{\alpha\beta}^2} \dots\dots\dots (24)$$

$$Y_2^{\alpha\beta} = 4\pi \frac{b_{\alpha\beta}^4}{Z_{\alpha\beta}^3} + 6\pi \frac{b_{\alpha\beta}^2}{Z_{\alpha\beta}^2} \dots\dots\dots (25)$$

$$Y_3^{\alpha\beta} = 4\pi \frac{b_{\alpha\beta}^5}{Z_{\alpha\beta}^3} + 8\pi \frac{b_{\alpha\beta}^3}{Z_{\alpha\beta}^2} \dots\dots\dots (26)$$

$$Z_{\alpha\beta} = 1 - b_{\alpha\beta}^2 \dots\dots\dots (27)$$

$$b_{\alpha\beta} = \frac{a_{\alpha}}{r_{\alpha\beta}} \dots\dots\dots (28)$$

$$r_{\alpha\beta} = |\xi^{\alpha} - \xi^{\beta}| \dots\dots\dots (29)$$

$$\psi^{\alpha\beta} = \theta^{\alpha}(\xi^{\beta}) \dots\dots\dots (30)$$

관속에 유체가 흐를 때 내부 경계조건은 열전달 계수에 관련된다고 볼 수 있다. 따라서 급형의 열전도율을  $k_m$ 이라 하고 유체의 열전달 계수와 온도를 각각  $h_{\alpha}$ ,  $T_{\alpha}$ 라고 했을 때 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$-k_m q^{\alpha} = h_{\alpha} (\phi^{\alpha} - T_{\alpha}) \dots\dots\dots (31)$$

식(31)을 식(7), (14)~(16)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$A_{ij} \phi_j + B_{iN}^{\alpha} \phi_N^{\alpha} = C_i \dots\dots\dots (32)$$

$$A_{Mj}^{\beta} \phi_j + B_{MN}^{\beta\alpha} \phi_N^{\alpha} = C_M^{\beta} \dots\dots\dots (33)$$

식(32)~(33)에서 계수  $A, B$  및  $C$ 의 형태는 APPENDIX에 표기하기로 한다. 식(32)에서  $A_{ij}$ 는 외부 경계 조건만으로 결정되므로 설계 변수의 변화에 관계없이 일정하다. 따라서  $\phi_j$ 는 식(32)로부터

$$\phi_j = A_{ji}^{-1}(C_i - B_{jN}^{\alpha} \phi_N^{\alpha}) \dots\dots\dots (34)$$

이고 식(34)를 식(33)에 대입하여  $\phi_N^{\alpha}$ 에 대하여 정리하면

$$K_{MN}^{\beta\alpha} \phi_N^{\alpha} = F_M^{\beta} \dots\dots\dots (35)$$

이 된다. 여기서

$$K_{MN}^{\beta\alpha} = B_{MN}^{\beta\alpha} - A_{Mj}^{\beta} A_{ji}^{-1} B_{jN}^{\alpha} \dots\dots\dots (36)$$

$$F_M^{\beta} = C_M^{\beta} - A_{Mj}^{\beta} A_{ji}^{-1} C_i \dots\dots\dots (37)$$

이다. 식(35)로부터  $\phi_N^{\alpha}$ 를 구한 후 그 값을 식(34)에 대입하여  $\phi_j$ 를 구하게 된다.

### 3. 최적설계

외부 경계의 온도에 영향을 주는 설계 변수는 관의 위치( $\xi_1^{\alpha}, \xi_2^{\alpha}$ ), 관의 반경  $a_{\alpha}$ , 유체의 열전달계수  $h_{\alpha}$ , 온도  $T_{\alpha}$ 가 될 수 있다. 유체의 Nusselt 수( $Nu_{\alpha}$ )는 Reynolds 수( $Re_{\alpha}$ )가 10,000 과 120,000 사이이고 Prandtl수( $Pr_{\alpha}$ )가 0.7 과 120 사이에서 다음과 같은 관계식을 만족한다.<sup>7)</sup>

$$Nu_{\alpha} = \frac{h_{\alpha} D_{\alpha}}{k_{\alpha}} = 0.023 Re_{\alpha}^{0.8} Pr_{\alpha}^{0.4} \dots\dots\dots (38)$$

여기서

$$Re_{\alpha} = \frac{\rho_{\alpha} V_{\alpha} D_{\alpha}}{\mu_{\alpha}} = \frac{4 \rho_{\alpha} Q_{\alpha}}{\pi D_{\alpha} \mu_{\alpha}} \dots\dots\dots (39)$$

$$Pr_{\alpha} = \frac{\mu_{\alpha} C_{p\alpha}}{k_{\alpha}} \dots\dots\dots (40)$$

이다. 또한  $D_{\alpha}, V_{\alpha}, Q_{\alpha}, k_{\alpha}, \rho_{\alpha}, \mu_{\alpha}, C_{p\alpha}$ 는 각각 관의 직경, 유체의 속도, 유량, 열전도도,

밀도, 점도, 비열을 나타낸다. 따라서 유량과 열전달 계수의 관계로부터 유량  $Q_{\alpha}$ 를 설계 변수로 채택할 수 있다.

균일하게 하려는 온도를  $\phi_c$ , 온도분포를 균일하게 하려는 금형의 외부 구역을  $\partial R_c$ , 그 구역의 주위온도를  $\phi_{\alpha}$ 라고 표시할 때  $\partial R_c$  구역의 온도분포를 고르게 하기 위해 무차원 온도  $\phi^*$ 를 정의하여 다음과 같은 목적 함수  $\Phi$ 를 도입하여  $\Phi$ 를 최소화하여 최적설계를 하기로 한다.

$$\Phi = \sum_{y_i \in \partial R_c} [\phi^*(y_i) - 1]^2 \dots\dots\dots (41)$$

여기서

$$\phi^* = \frac{\phi - \phi_{\alpha}}{\phi_c - \phi_{\alpha}} \dots\dots\dots (42)$$

이다.

최적화하는데 있어서 각 설계 변수가 취할 수 있는 값의 범위가 주어지게 되는데 관의 위치는 각각 금형의 내부를 벗어나지 않도록 하는 범위를 주고 반경 및 유체의 온도는 가능한 일정한 범위를 설정하고 유량은 식(39)에서  $Re$ 가 10,000에서 120,000으로 변함에 따른 범위가 구해진다. 그리고 관의 위치변화에 따라서 다음과 같은 구속조건을 만족시켜야 한다.

$$|\xi^{\alpha} - \xi^{\beta}| \geq d + a_{\alpha} + a_{\beta} \dots\dots\dots (43)$$

$d$ 는 임의로 정할 수 있는 관 사이의 간격이다.

실제로 최적화하는 과정에서 식(43)을 구속조건으로 사용하면 계산시간이 많아진다. 따라서 실제로는 관 한개마다 각각 위치가 바뀔 때마다 서로 겹치지 않도록 독립적인 범위를 주어 최적설계를 하도록 한다.

최적화 문제의 해결을 위하여 conjugate gradient method<sup>4)</sup>를 사용한 CONMIN program<sup>5)</sup>을 사용하였다.

4. 수치계산 결과 및 검토

앞에서 설명한 특별한 경계 요소법을 실제 최적화 문제에 적용해 보기로 한다. 재료의 성형 과정은 실제의 경우에는 시간에 관계되므로 비정상 상태이다. 따라서 금형의 열전도 현상은 주위의 경계조건이 시간에 따라 변하므로 비정상 상태이다. 그러나 문제를 해결하기 위하여 전체의 과정을 적당한 가정과 해석을 통하여 대응되는 정상상태로 가정할 수 있다.<sup>8)</sup>

주위의 경계조건이 일정하게 정해진 금형을 생각해 보기로 한다(Fig. 2). 외부 경계요소는 요소내에서의 값이 일정한 일정요소를 사용하였고 조밀한 간격의 요소가 있는 구역이 해석하고자 하는 구역이다(Fig. 3). 우선 특별한 경계 요소법의 타당성을 검증해보기 위하여 금형 내부에 속도가 100 cm/s 인 유체가 흐르는 3개의 원의 중심을 같은 위치에 놓고 관의 반경을 0.5 cm 그리고 0.4cm까지 변화시키면서 유한 요소법과 기존의 경계 요소법의 결과를 본 연구 방법의 경우와 비교하였다(Fig. 4 ~

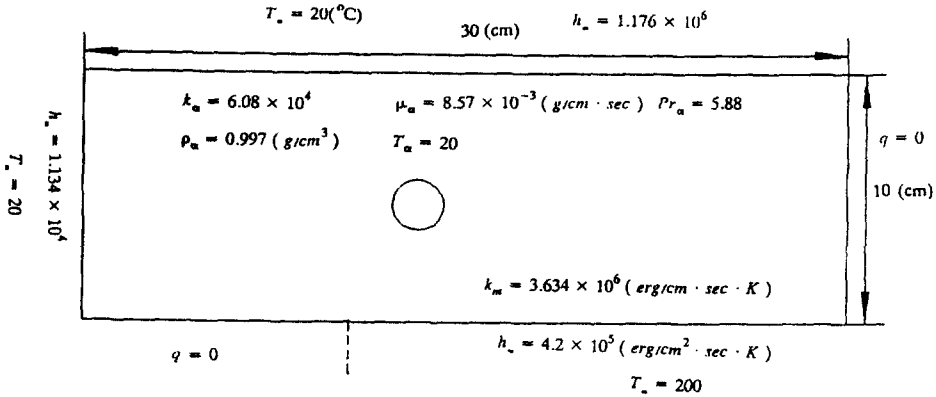


Fig. 2 Example mould: geometry and boundary condition

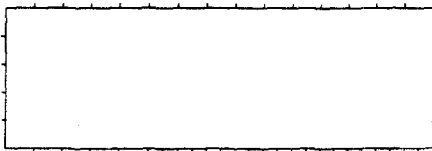


Fig. 3 Example mould: boundary discretization

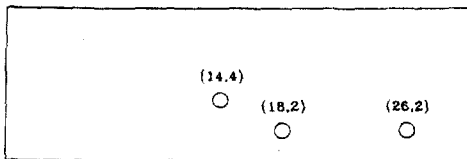


Fig. 4 Example arrangement of holes for  $a_\alpha = 0.5$  cm,  $V_\alpha = 100$  cm/s: case 1

Fig. 7). 유한 요소법을 사용한<sup>8)</sup> 결과 많은 요소로 나누어(Fig. 8) 더 이상의 요소를 사용하여도 계산결과에 차이가 나지 않으므로 유한 요소법에 의한 해를 엄밀해라고 보았다. 그림에서 볼 수 있듯이 관의 반경이 작아질수록 본 연구방법이 기존의 경계 요소법보다 정확함을 볼 수 있는데 경계 요소법의 오차는 각 요소간의 크기의 불균형에 그 원인이 있다. 반경이 커질 경우에는 식(5), (6)에서  $K$  값을 증가시켜 고차항을 포함시키면 계산결과와의 오차를 줄일 수 있다.

특별한 경계 요소법을 사용하여 조밀구역의 온도를 80 °C로 균일하게 하기 위하여 관의 중심의 위치를 관의 갯수가 3개, 반경이 0.5cm 인 경우와 관의 갯수가 4개, 반경이 0.5cm인 경우에 대하여 최적 배열을 해보았다(Fig. 9.

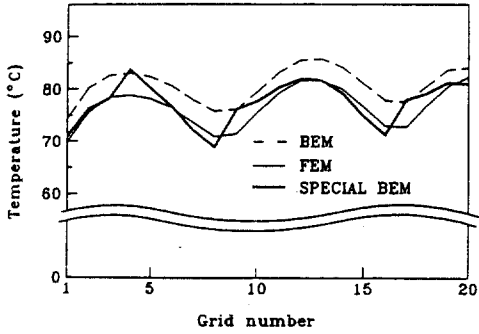


Fig. 5 Comparison of temperature distribution with other methods : case 1

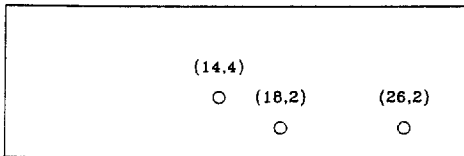


Fig. 6 Example arrangement of holes for  $a_\alpha = 0.4 \text{ cm}$ ,  $V_\alpha = 100 \text{ cm/s}$  : case 2

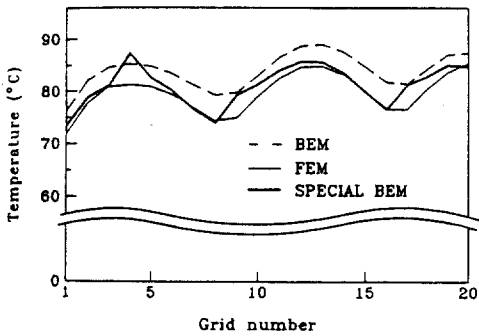


Fig. 7 Comparison of temperature distribution with other methods : case 2

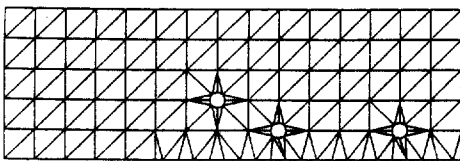


Fig. 8 Finite element mesh : case 1

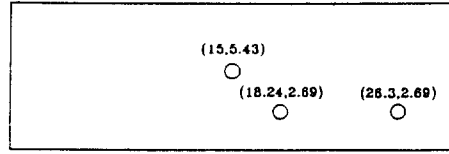


Fig. 9 Optimal design for three holes,  $a_\alpha = 0.5 \text{ cm}$ ,  $V_\alpha = 200 \text{ cm/s}$  : case 3

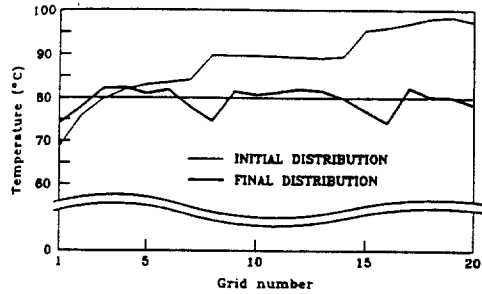


Fig. 10 Optimal temperature distribution : case 3

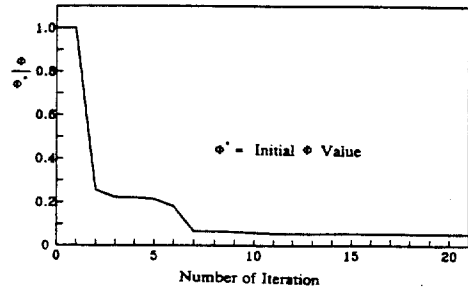


Fig. 11 Change of objective function,  $\phi$  during iteration process : case 3

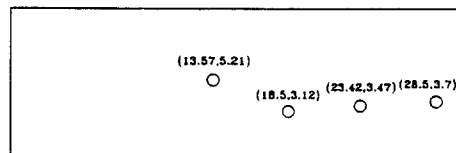


Fig. 12 Optimal design for four holes,  $a_\alpha = 0.4 \text{ cm}$ ,  $V_\alpha = 250 \text{ cm/s}$  : case 4

Fig. 12). 이 과정에서 설계 변수는 관의 중심의 위치만 채택하였고 나머지 조건에 대하여는 일정한 값을 주었다. 최적화 과정에서는

conjugate gradient method<sup>4)</sup>를 사용하는 CONMIN program<sup>5)</sup>을 이용하여 식(41)에서 정의된 목적 함수를 반복과정을 통하여 값을 줄여 가면서 식(44)에 표기된 termination criteria를 만족하는 최소값을 찾아내어 최적화 목적을 달성했다.

반복 수행결과를 보면(Fig. 11, Fig. 14) 초기의 반복 과정에서 급격하게  $\phi$  값이 감소하고 그 이후에는 완만하게 줄어드는 현상을 볼 수 있어 적은 반복 과정으로 최적화를 수행할 수 있었다. 최적화된 온도 분포를 보면(Fig. 10, Fig. 13) 온도 분포의 불균일성을 볼 수 있는데 이러한 불균일성을 해결하기 위하여 관 속의 유체와 외부 경계 구역의 온도차, 유체의 유량, 관의 갯수 및 반경 등을 제어하여 온도 분포를 보다 고르게 할 수 있다.

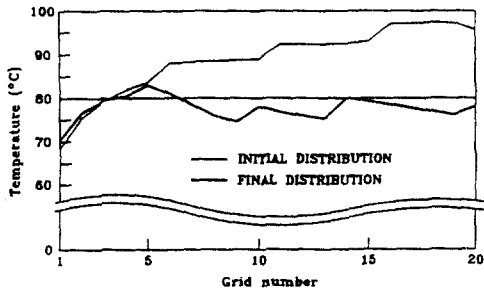


Fig. 13 Optimal temperature distribution: case 4

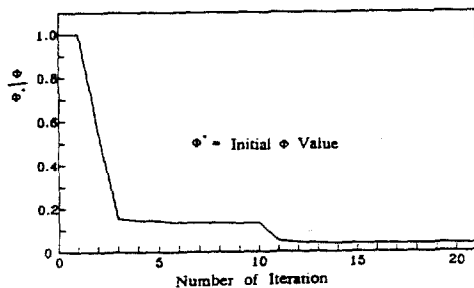


Fig. 14 Change of objective function,  $\phi$  during iteration process: case 4

## 5. 결 론

이상의 연구 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 관의 반경이 외부 경계요소에 비하여 작을때 특별한 경계 요소법이 기존의 경계 요소법보다 엄밀해와의 오차가 줄어든다는 사실을 확인했다. 이 방법의 장점은 외부의 경계 요소를 드문 간격으로 나누어도 오차가 적다는 사실이다.

(2) 위의 방법으로 금형의 일부의 외부구역의 온도분포를 가장 균일하게 하는 최적의 관의 중심의 위치를 CONMIN program을 이용하여 찾아낼 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 과학재단의 기초연구비(일반) 지원으로 이루어졌습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

## APPENDIX

### 식(32), (33)의 계수

외부 경계 구역  $\partial R$ 에서  $\phi$ ,  $q$ 가 한개의 요소에서 각각 일정한 값을 갖는다고 가정하여  $c_i \subset \partial R$ 이라고 할 수 있다. 식(7), (14)~(16)을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}\phi_i + \sum_{j=1}^n \left\{ \phi_j \int_{c_j} \frac{\partial g_j}{\partial n} ds - q_j \int_{c_j} g_j ds \right\} + \sum_{\alpha=1}^m \left[ -\frac{1}{2} b_{\alpha i} (\phi_1^{\alpha} \sin \psi^{\alpha i} + \phi_2^{\alpha} \cos \psi^{\alpha i}) + a_{\alpha} \{ q_0^{\alpha} \log r_{\alpha i} - \frac{1}{2} b_{\alpha} (q_1^{\alpha} \sin \psi^{\alpha i} + q_2^{\alpha} \cos \psi^{\alpha i}) \} \right] = 0 \quad (45)$$

$$\sum_{j=1}^n \left\{ \phi_j \int_{c_j} \frac{\partial g_0^{\beta}}{\partial n} ds - q_j \int_{c_j} g_0^{\beta} ds \right\} + \phi_0^{\beta} + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m \left[ -\frac{1}{2} b_{\alpha \beta} (\phi_1^{\alpha} \sin \psi^{\alpha \beta} + \phi_2^{\alpha} \cos \psi^{\alpha \beta}) \right] + q_0^{\beta} a_{\beta} \log a_{\beta} + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m a_{\alpha} [q_0^{\alpha} \log r_{\alpha \beta} -$$



$$\frac{1}{2}b_{\alpha\beta}(q_1^\alpha \sin \psi^{\alpha\beta} + q_2^\alpha \cos \psi^{\alpha\beta}) = 0 \dots (46)$$

$$\sum_{j=1}^n \{ \phi_j \int_{c_j} \frac{\partial g_1^\beta}{\partial n} ds - q_j \int_{c_j} g_1^\beta ds \} + \frac{\pi}{a_\beta} \phi_1^\beta + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m (\phi_0^\alpha S_0^{\alpha\beta} + \phi_1^\alpha S_1^{\alpha\beta} + \phi_2^\alpha S_2^{\alpha\beta}) - \pi q_1^\beta + \pi \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m [2b_{\alpha\beta} q_0^\alpha \sin \psi^{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}^2 (q_2^\alpha \sin 2\psi^{\alpha\beta} - q_1^\alpha \cos 2\psi^{\alpha\beta})] = 0 \dots (47)$$

$$\sum_{j=1}^n \{ \phi_j \int_{c_j} \frac{\partial g_2^\beta}{\partial n} ds - q_j \int_{c_j} g_2^\beta ds \} + \frac{\pi}{a_\beta} \phi_2^\beta + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m (\phi_0^\alpha T_0^{\alpha\beta} + \phi_1^\alpha T_1^{\alpha\beta} + \phi_2^\alpha T_2^{\alpha\beta}) - \pi q_2^\beta + \pi \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^m [2b_{\alpha\beta} q_0^\alpha \cos \psi^{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}^2 (q_1^\alpha \sin 2\psi^{\alpha\beta} + q_2^\alpha \cos 2\psi^{\alpha\beta})] = 0 \dots (48)$$

$$g_i(x) = g(x, y_i), \quad r_{\alpha i} = |y_i - \xi^\beta| \dots (49)$$

$$b_{\alpha i} = \frac{a_\alpha}{r_{\alpha i}}, \quad \psi^{\alpha i} = \theta^\alpha(y_i) \dots (50)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} + \int_{c_j} \frac{\partial g_i}{\partial n} ds, \quad A_{Nj}^\beta = \int_{c_j} \frac{\partial g_N^\beta}{\partial n} ds \dots (51)$$

$$p_\alpha = -\frac{h_\alpha}{k_m}, \quad v_\alpha = -\frac{h_\alpha T_\alpha}{k_m} \dots (52)$$

$$B_{i0}^\alpha = v_\alpha a_\alpha \log r_{\alpha i}, \quad B_{i1}^\alpha = -$$

$$\frac{1}{2} b_{\alpha i} (1 + a_\alpha p_\alpha) \sin \psi^{\alpha i}, \quad B_{i2}^\alpha = -$$

$$\frac{1}{2} b_{\alpha i} (1 + a_\alpha p_\alpha) \cos \psi^{\alpha i} \dots (53)$$

$$C_i = \sum_{j=1}^n q_j \int_{c_j} g_i ds + \sum_{\alpha=1}^m v_\alpha a_\alpha \{ \log r_{\alpha i} - \frac{1}{2} b_\alpha (\sin \psi^{\alpha i} + \cos \psi^{\alpha i}) \} \dots (54)$$

$$C_0^\beta = \sum_{j=1}^n q_j \int_{c_j} g_0^\beta ds + v_\beta a_\beta \log a_\beta + \sum_{\alpha=1}^m v_\alpha a_\alpha [ \log r_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} b_{\alpha\beta} (\sin \psi^{\alpha\beta} + \cos \psi^{\alpha\beta}) ] \dots (55)$$

$$C_1^\beta = \sum_{j=1}^n q_j \int_{c_j} g_1^\beta ds - \pi v_\beta + \pi \sum_{\alpha=1}^m v_\alpha [ 2b_{\alpha\beta} \sin \psi^{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}^2 (\sin 2\psi^{\alpha\beta} - \cos 2\psi^{\alpha\beta}) ] \dots (56)$$

$$C_2^\beta = \sum_{j=1}^n q_j \int_{c_j} g_2^\beta ds - \pi v_\beta + \pi \sum_{\alpha=1}^m v_\alpha [ 2b_{\alpha\beta} \cos \psi^{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}^2 (\sin 2\psi^{\alpha\beta} + \cos 2\psi^{\alpha\beta}) ] \dots (57)$$

$\alpha \neq \beta$  일 때는 다음과 같다.

$$B_{00}^{\beta\alpha} = 1 + p_\alpha a_\alpha \log r_{\alpha\beta}, \quad B_{01}^{\beta\alpha} = -$$

$$\frac{1}{2} b_{\alpha\beta} (1 + a_\alpha p_\alpha) \sin \psi^{\alpha\beta}, \quad B_{02}^{\beta\alpha} = -$$

$$\frac{1}{2} b_{\alpha\beta} (1 + a_\alpha p_\alpha) \cos \psi^{\alpha\beta} \dots (58)$$

$$B_{10}^{\beta\alpha} = S_0^{\beta\alpha} + 2\pi p_\alpha b_{\alpha\beta} \sin \psi^{\alpha\beta}, \quad B_{11}^{\beta\alpha} =$$

$$S_1^{\beta\alpha} - \pi p_\alpha b_{\alpha\beta}^2 \cos 2\psi^{\alpha\beta} \quad B_{12}^{\beta\alpha} = S_2^{\beta\alpha} + \pi p_\alpha b_{\alpha\beta}^2 \sin 2\psi^{\alpha\beta} \dots (59)$$

$$B_{20}^{\beta\alpha} = T_0^{\beta\alpha} - 2\pi p_\alpha b_{\alpha\beta} \cos \psi^{\alpha\beta}, \quad B_{21}^{\beta\alpha} =$$

$$T_1^{\beta\alpha} - \pi p_\alpha b_{\alpha\beta}^2 \sin 2\psi^{\alpha\beta} \quad B_{22}^{\beta\alpha} = T_2^{\beta\alpha} + \pi p_\alpha b_{\alpha\beta}^2 \cos 2\psi^{\alpha\beta} \dots (60)$$

$\alpha = \beta$  일 때는 다음과 같다.

$$B_{MN}^{\beta\alpha} = 0 \quad (M \neq N) \quad \dots\dots\dots (61)$$

$$B_{00}^{\beta\alpha} = 1 + p_\alpha a_\alpha \log a_\alpha, \quad B_{11}^{\beta\alpha} = B_{22}^{\beta\alpha} = \pi \left( \frac{1}{a_\alpha} - p_\alpha \right) \quad \dots\dots\dots (62)$$

참 고 문 헌

1. M.R. Barone and D.A. Caulk, "Special Boundary Integral Equation for Approximate Solution of Laplace's Equation in Two - Dimensional Regions with Circular Holes", *Qt. J. Mech. Appl. Math.*, Vol.34, pp.265-286, 1981.
2. M.R. Barone and D.A. Caulk, "Optimal Arrangement of Holes in a Two-Dimensional Heat Conductor by a Special Boundary Integral Method", *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, Vol.18, pp.675-685, 1982.
3. T.H. Kwon and S.J. Forcucci, "Optimal Heating System Design for Compression Molds", *Polym, Eng. Sci.*, Vol.29, pp. 1027-1038, 1989.
4. G.V. Reklaitis, A. Ravindran and K.M. Ragsdell, *Engineering Optimization*, Wiley Interscience, 1983.
5. J.L. Kuester and J.H. Mize, *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill Book Company, 1973.
6. I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, New York, 1965.
7. B. Gebhart, *Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, 1971.
8. T.H. Kwon, "Mold Cooling System Design Using Boundary Element Method", *J. Eng. Industry*, Vol.110, pp.384-394, 1988.
9. E. Hilton and D.R.J. Owen, *Finite Element Programming*, Academic Press, New York, 1977.