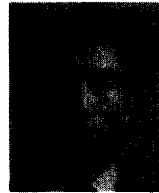


정온도형 열선유속계의 오차해석과 그 응용

고 상 근

서울대학교 기계공학과 교수



● 1950년생
● 열유체계측제어, 열전달을 전공하였으며, 메카트로닉스 분야에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

유속, 특히 난류를 측정하는 장치로는 크게 열선유속계와 레이저 유속계를 들 수 있다. 이들은 서로 장단점을 가지고 있어서, 우열을 가릴 수 있는 성질이 아니며, 경우에 따라 선택되어야 한다. 또 열선유속계는 정온도형 열선유속계(CTA : constant temperature anemometer)와 정전류형 열선유속계(CCA : constant current anemometer)가 있으나, 오늘날 정온도형 열선유속계가 정전류형 열선유속계보다 많은 장점을 가지고 있어서 널리 사용되고 있다. 따라서 본 글에서는 정온도형 열선유속계에 국한하여 설명하고자 한다.

열선유속계는 유체의 속도를 측정하는 장치이다. 가는 열선의 온도를 주위 유체보다 높게 유지할 때, 그 열선으로부터 유체로의 열손실이 발생한다. 즉 유체의 속도가 빠리지면 열손실량이 커지며, 그 열손실량을 측정하면 속도를 계산해 낼 수 있다. 이런 원리를 이용한 열선유속계가 지난 40년간 사용되어 왔다. 오늘날 반도체 기술의 발달로 유속계의 정밀도 및 신뢰성 향상이 이루어졌다. 그러나 열선유속계는 제품의 성능보다 그 사용자의 기술 수준에 따라 이용가치가 달라질 수 있다고 여겨진다. 즉 TV를 조작하는 것과 같이 그 원리를 이해하지 않고서도 사용할 수 있는 것과는 달리,

그 원리를 잘 이해하여야 정밀 계측이 가능할 것이다. 요즘 컴퓨터에 의하여 제어되는 열선유속계(예로서, TSTIFA 100 intelligent flow analyzer)의 사용자일수록 그 원리를 이해하여야 한다.

따라서 본 글에서는 열선유속계를 사용하고 자하는 연구원, 대학원생, 또는 현장 실무자에게 도움이 될 수 있는 내용을 정리하고자한다.

열선주위의 유체속도와 열전달과의 관계는 King's Law로 다음과 같다.

$$Nu=0.335+0.497Re^{1/2} \quad (1)$$

이 식은

$$q=a+bV^{1/2} \quad (2)$$

로 표시할 수 있다.

여기에서 a, b 는 상수이며 V 는 유체의 속도이다. 열선으로부터의 열량 q 는 전기적으로 공급되므로 bridge top의 전압을 E , 열선의 저항을 R 이라 할 때,

$$q=E^2/R \quad (3)$$

와 같으며, 식 (3)을 식 (2)에 대입하면, 유속과 유속계의 출력전압과의 관계를

$$E^2=a'+b'V^{1/2} \quad (4)$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 식 (4)를 변환하면,

$$V = [(E^2 - a')/b']^2 \propto E^4 \quad (5)$$

이 되어, 출력전압을 측정하여 식 (5)에 대입하면 유속을 얻을 수 있다. 그러나 식 (5)를 사용하기 위해서는 상수계수인 $a'b'$ 를 식 (1)에서 알 수 있으나, 그 값이 여러 가지 요인에 의하여 부정확하여, 실험을 통해 알아야 하는데, 그 과정을 유속계의 교정(calibration)이라 한다.

2. 열선유속계의 정특성 Modeling

열선의 전기저항값이 온도에 직선적으로 변화한다고 가정하고, 기준온도 0°C 에서의 온도를 T_0 라 하면, 열선의 저항은

$$R_1 = R_0(1 + \alpha T_1) \quad (6)$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha T_2) \quad (7)$$

$$R_w = R_0(1 + \alpha T_w) \quad (8)$$

으로 표시된다. 여기서 R_0, R_1, R_2 는 각각 유체 온도 T_0, T_1, T_2 에서의 열선 저항이며, R_w 는 열선이 T_w 의 온도에서 작동할 때의 저항이다.

식 (7), (8)를 결합하면 다음과 같이 표시된다.

$$T_w - T_2 = \frac{R_w - R_2}{\alpha R_0} \quad (9)$$

열선에 가해지는 전기에너지와 열선에서 유체로의 열손실이 평형을 이룬다면

$$\frac{R_w E^2}{(R_3 + R_w)^2} - h(T_w - T_2) = 0 \quad (10)$$

이 되며, 식 (9)와 식 (10)이 결합되면 다음과 같은 열선에 대한 방정식이 된다.

$$\frac{R_w E^2}{(R_3 + R_w)^2} - \frac{h(R_w - R_2)}{\alpha R_0} = 0 \quad (11)$$

그림 1은 정온도형 열선유속계의 개략도이다.

여기서 차동증폭기의 이득이 G , 오프셋 전압이 E_0 인 경우, 입력 e 에 대하여, 출력 E 는 다음과 같이 표시된다.

$$E = Ge + E_0 \quad (12)$$

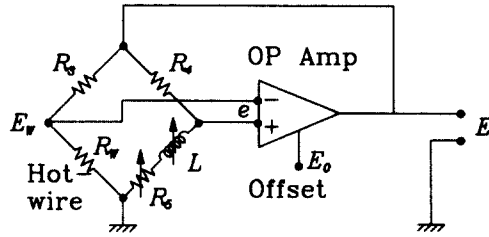


그림 1 정온도형 열선유속계의 개략도

Wheat stone bridge에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{e}{E} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} - \frac{R_w}{R_w + R_3} \quad (13)$$

R_5 은 유속계 사용자에게 의하여 다음과 같이 조정된다.

$$R_5 = \frac{r_n R_1 R_4}{R_3} \quad (14)$$

여기서 r_n 은 공칭과열비이다.

만약 증폭기 이득이 무한대이라면, 귀환에 의하여 브리지가 평형을 이루어, $e=0$ 가 될 것이며, 식(13)은 다음과 같이 간단하게 표시될 수 있다.

$$R_w = r_n R_1 \quad (15)$$

식(11)과 식(15)을 결합하면,

$$E^2 = \frac{h(R_w - R_2)(R_w + R_3)^2}{\alpha R_0 R_w} \quad (16)$$

이 된다. 즉 이 식은 유속계의 출력전압의 제곱이 열전달계수 h 와 비례한다는 것을 알 수 있다. 그리고 열전달 계수는 식 (1)로부터 속도의 제곱근에 비례하므로 이 식은 식 (4)에 대한 정량적인 식이다. 일반적으로 유체의 온도는 교정할 때의 온도 T_1 와 작동할 때의 온도 T_2 가 같다고 여긴다. 그러나 만약 다르다면, 식 (16)으로부터 유속계 출력전압이 유체 온도 T_2 와 관련된 R_2 에 따라 변한다는 것을 알 수 있다⁽¹⁾.

3. 열선유속계의 특성 검토

먼저 열선유속계의 정특성을 검토한다. 정온 도형 열선유속계는 열선의 온도가 유속, 또는 기타 외부의 교란에 대하여 일정하게 유지되는 원리를 이용한 것이다. 그러나 열선의 온도를 엄밀히 일정하게 유지시키는 것은 불가능하다. 왜냐하면 feedback amp의 이득을 무한대로 할 수 없기 때문이다. 식 (16)을 유도할 때 무한앰프이득을 가정하였지만, 유한이득의 경우에는 복잡한 관계식이 얻어진다⁽²⁾. 유한이득의 경우에 수치해석을 하여 얻은 결과를 그림에 나타내었다⁽³⁾. 그림 2, 3은 열선의 온도변화를 나타낸다. 이 그림들에서 볼 수 있는 바와 같

이, 고정된 앰프 이득, Offset전압의 경우에, 유속의 변화에 따라 열선저항이 변하고 있음을 알 수 있다. 이 열선저항의 변화는 그림 4, 5에서 알 수 있듯이 유속계 출력의 변화를 초래한

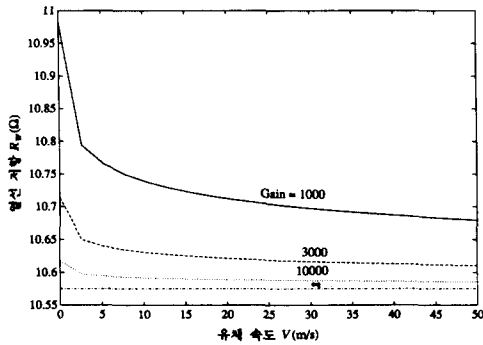


그림 2 증폭기 이득이 일정한 경우 유속에 따른 열선 저항의 변화

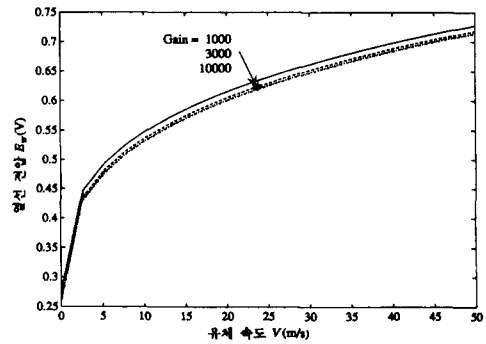


그림 4 증폭기 이득이 일정한 경우 유속에 따른 열선 양단의 전압변화

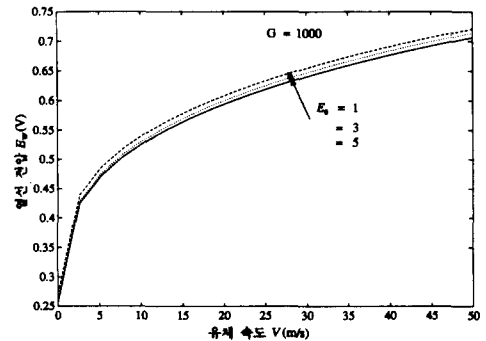


그림 5 오프셋 전압이 일정한 경우 유속에 따른 열선 양단의 전압변화

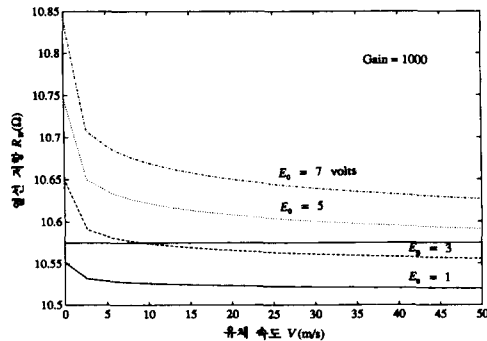


그림 3 오프셋 전압이 일정한 경우 유속에 따른 열선 저항의 변화

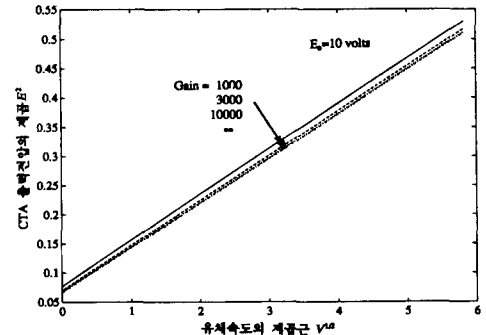


그림 6 증폭기 이득이 일정한 경우 속도의 제곱근과 전압의 제곱과의 관계

다. 그림 6는 $E\%$ 와 \sqrt{V} 의 관계를 나타내며, 앰프이득에 따라, 직선이 평행이동됨을 알 수 있다.

그림 7은 유속계의 출력전압이 주위유체의 온도변화에 따라 변하는 것을 나타낸다. 이 차이는 과열비의 변화가 주된 원인이지만, 열선 온도의 변화에 대한 영향도 중첩되었다고 볼 수 있다.

열선유속계의 동특성은 열선 자체의 열용량과 관련되는 시간상수가 지배적인 요소이다. 그러나 정온도형 열선유속계의 특징은 케환앰프가 있기 때문에 시스템 전체의 시간 상수는 열선만의 시간상수보다 작게 조정할 수 있다. 이것을 조정하는 것이 인덕턴스(inductance, L)에 의한 주파수 보상(frequency compensation)이다. 모든 열선유속계는 이것을 위한 조정나사가 있다. 이 조정나사를 회전시킬 때 그

인덕턴스값에 대한 계단형 교란에 대한 응답을 그림 8에 나타내었다. 이 그림에서 볼 때 인덕턴스가 125-127 μH 사이가 적당한 값을 알려져 있다.

4. 오차의 발생 요인과 교정

앞서 언급한 이상적 조건하에서의 열선 응답은 각기 다른 조건하의 열선에서의 열전달 정보를 비교해야 할 경우와 특정한 적용시의 신호분석과정을 해석하는 기초로서 매우 중요하다. 그러나 실제 측정시에는 거의 모든 경우에 열선 응답의 해석은 열선응답계의 직접보정에 기초한다. 왜냐하면 위의 식은 여러 가지 요인에 의하여 맞지 않기 때문이다. 이것은 적절한 속도 범위의 유동에서 민을 만한 기준(예를 들어 pitot tube)의 도움으로 기지의 조건(온도와 압력)하에서 수행된다.

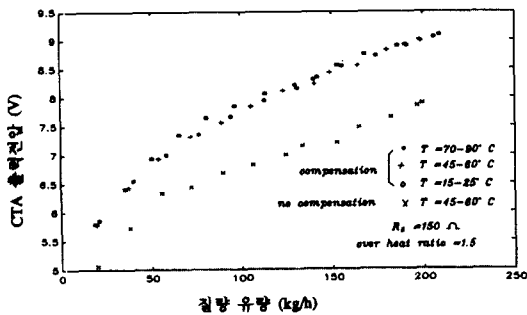


그림 7 온도보상을 고려하지 않은 경우의 공기유량과 CTA의 출력전압

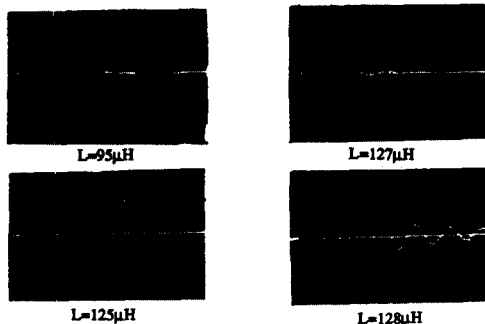


그림 8 인덕턴스 변화에 따른 CTA의 계단파응답

4.1 교정식

이렇게 얻어진 교정식은 열선응답을 나타내는 것이 아니라 probe와 전자회로로 구성되는 전체 열선유속계의 응답을 나타낸다. CTA에서 열선은 Wheatstone bridge의 한쪽 arm에 놓여있고 반대편 arm에는 과열비의 정의를 위해, 즉 열선의 온도 정의를 위해 고정 저항이 놓여있다. 귀환된 증폭기는 모든 상황에서 bridge균형을 유지하기 위해 bridge전류를 조정한다. 따라서 열선의 저항과 그것의 온도는 냉각율에 무관하게 일정하게 유지된다.

우리는 무차원 수에 물리적 양을 도입함으로써 열선유속계의 출력인 bridge전압과 유속을 일반적인 열전달식과 유사하게 표현할 수 있다. 대기압 근처의 적용에서 밀도의 변화는 무시될 수 있다. 연속체 유동에 있어서 우리는 보통 King의 법칙이라 불리는 식 (1)을 이용하게 된다. 비록 이 형태의 보정식은 많은 제한을 포함하지만 지금까지 가장 광범위하게 사용되었다. 온도와 압력의 loading효과를 분리하기 위해 많은 연구가 수행되었다. 표 1에 여

표 1 저속유동에서의 열전달 관계식

	HEAT TRANSFER LAW	CRITERIA FOR LEAST SQUARES FIT	METHOD OF CURVE FITTING	NO. OF PARAMETERS	PARAMETERS					ESTIMATED PERCENTAGE UNCERTAINTIES				
					A	B	C	D	U	IN A	IN B	IN C	IN D	IN U
1	KING'S LAW $E^2=A+B/U$	MINIMUM SES IN E^2	LINEAR	2	5.68	2.27	—	—	0.18	0.35%	0.20%	—	—	61.11%
2	FLOATING EXPONENT POWER LAW $E^2=A+BU^c$	MINIMUM SES IN E^2	LINEAR TRIAL AND ERROR	3	4.10	3.27	0.43	—	0.10	5.37%	4.59%	2.05%	—	110%
		MINIMUM SES IN U	NON-LINEAR-ITERATION	3	3.97	3.35	0.42	—	0.096	7.56%	2.69%	2.86%	—	115%
3	EXTENDED POWER LAW $E^2=A+BU^{1/2}+CU$	MINIMUM SES IN E^2	POLYNOMIAL FIT	3	4.97	2.62	-0.04	—	0.096	1.69%	1.60%	12.50%	—	112%
4	POLYNOMIAL IN E^2 QUADRATIC $U=A+B(E^2)+C(E^2)^2$ 3rd Order $U=A+B(E^2)+C(E^2)+D(E^2)^3$	MINIMUM SES IN U	POLYNOMIAL FIT	3	12.68	-3.07	0.22	—	0.11	13.49%	7.82%	3.64%	—	127%
		MINIMUM SES IN U	POLYNOMIAL FIT	4	-2.36	-0.037	0.022	0.0044	0.10	438%	HIGH	680%	75%	250%

러 가지 함수형태와 그 계수 및 정밀도가 나타나 있다.

오늘날 최신의 열선유속계라 할 수 있는 TST IFA Thermal anemometry는 다음식을 사용하고 있다⁽⁴⁾.

$$V = -47.4 + 113.9E - 93.7E^2 + 22.5E^3 + 3.768E^4 \quad (17)$$

그러므로 과거와는 달리 요즘은 컴퓨터의 발달로 다항식형태의 보정식을 쓰는 것이 합리적이라고 여겨진다.

4.2 열선의 유한 길이에 의한 영향과 교정

인용된 교정 관계식은 끝손실(end loss)을 고려하지 않았기 때문에 무한히 긴 이상적인 열선의 경우와는 다르다. 끝손실의 교정은 원통 주위의 유동에서 여러 가지 길이 대 직경비에 대한 열전달 자료를 비교해야 하거나, 낮은 속도에서 King 법칙을 적용할 때, 또는 열선이 동적 온도 측정을 위한 저항 온도계로 사용될 때 수행되어야 한다.

열선 길이에 대한 열전달 법칙의 변화는

Bruun에 의해 조사되었다. 그는 직경 $5\mu\text{m}$, 길이가 각각 1mm, 2mm에 대한 $(E^2 - E_0^2)_1$, $(E^2 - E_0^2)_2$ 비를 구하였다. 교정 곡선은 10~20 m/s의 속도에서는 일반적인 형태가 유지되었지만 속도가 0에 접근함에 따라 길이 대 직경비에 큰 영향을 받았다. 여러 가지 교정 방법 중에서 Lowell에 의해 제안된 방법이 가장 정확하고 복잡하다. Kovasznay은 지지봉의 온도를 공기 온도와 같다고 가정하여 적절히 단순화하였다.

Nusselt수는 다음과 같이 정의되는 인자에 의해 교정된다.

$$\frac{\bar{a}}{a^* + \bar{a}} \quad (18)$$

여기서 $\frac{\bar{a}}{a^*}$ 의 비는 다음과 같이 근사될 수 있다.

$$\frac{\bar{a}}{a^*} = 1 - 1.1s \quad (19)$$

$$s = \frac{D_w}{L} \left[\frac{X_w}{\lambda_{fm}} \right]^{1/2} (Nu_m)^{1/2} (1 + \bar{a})^{1/2} \quad (20)$$

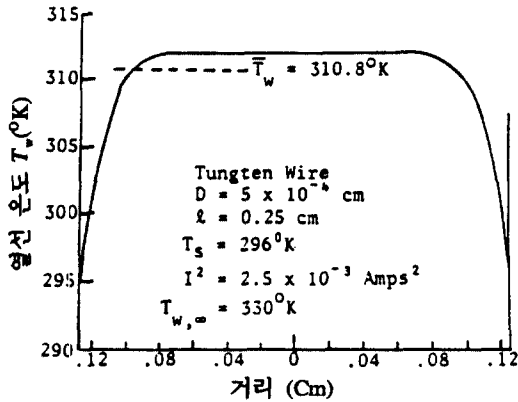


그림 9 열선의 온도 분포

$$Nu'_m = \frac{I^2 R_w}{\pi \lambda_{fm} L (T_w - T_f)} \quad (21)$$

따라서,

$$Nu_m = \frac{\frac{\bar{a}}{a^*} + \bar{a}}{1 - \bar{a}} Nu'_m \quad (22)$$

이 방법에 의해 계산된 끝손실은 직경 $5\mu\text{m}$ 텅스텐 열선의 경우 전체 열손실의 10%에 해당하며 이는 Lowell에 의한 손실양보다 2.5% 작다. 끝손실과 관련된 열선에서의 온도분포를 그림 9에 나타내었다.

4.3 열선의 경사각에 의한 영향과 보정

길이 대 직경비가 작은 실제 열선 유속계에서 끝손실은 열선의 방향 민감성에 매우 중요한 영향을 미친다. 무한히 긴 이상적인 열선에는 접선 방향의 열전달이 없으며 방향에 따른 응답도 완전한 cosine함수이다. 즉

$$U_{eff} = U \cdot \cos\alpha \quad (23)$$

Hinze는 yaw-factor k_1 를 도입하여 유한한 열선 길이에 대한 교정을 제안하였다.

$$U_{eff}^2 = U^2 (\cos^2\alpha + k_1^2 \sin^2\alpha) \quad (24)$$

이론적으로는 열선축에 대한 회전은 열손실에 영향을 주지 않지만 프롱이나 프로브 몸체 때문에 실제 프로브에서는 회전에 의한 작은 영

향이 존재한다. 따라서 대부분의 3차원 연구에서는 pitch-factor k_2 를 고려한다.

$$U_{eff}^2 = U_x^2 + k_2^2 U_y^2 + k_1^2 U_z^2 \quad (25)$$

여기서 U_x, U_y, U_z 는 각각 직각 좌표계에서의 속도 성분들이다. 상수 k_1, k_2 는 길이 대 직경비와 속도 범위에 의해 영향을 받으며 실험적으로 결정되어야 한다. 직경 $5\mu\text{m}$ 의 금박열선에 대해 낮은 속도에서의 k_1, k_2 는

$$k_1 = 0.2, k_2 = 1.02 \quad (26)$$

4.4 열선이 벽면에 접근할 때의 영향

열선은 크기가 작기 때문에 종종 벽근처의 경계층의 연구에 사용된다. 벽근처에서는 열선 주위의 온도장과 속도장이 벽의 영향을 받아 열선으로부터의 열전달이 변화한다. 평균 속도 분포는 $bu^*/v \cong 5$ 에 영향을 받는데 여기서 u^* 은 마찰 속도이다. 가장 간단한 교정은 Van der hegge zijnen에 의해 행해졌는데 속도의 크기를 고려하지 않고 벽으로부터의 거리만을 고려하여 다음과 같이 나타내었다.

$$Q_{add} = \text{constant} \times \frac{L(T_w - T_f)^2}{b} \quad (27)$$

그러나 Wills와 Repilk이 행한 실험 자료에 의하면 교정량은 유동 속도에 크게 의존한다. Repik은 다음과 같은 교정식을 추천했다.

$$\left[\frac{U_{act}}{U_\infty} \right]^{0.45} = \left[\frac{U_{meas}}{U_\infty} \right]^{0.45} - \frac{Ku}{U_\infty^{0.45}} \quad (28)$$

층류 경계층에서의 Ku 는 다음과 같이 결정된다.

$$Ku_{lam} = 3.88 \times 10^{-6} b^{-1.14} [m/s]^{0.45} \quad (29)$$

b 는 m 단위로 측정된다. 난류 경계층에서의 Ku 는

$$Ku_{turb} = K_{Re_b} K_{lam} \quad (30)$$

교정인자 K_{Re_b} 는 $2 < Re_b < 6$ 범위에서 1에서 0.5까지 선형적으로 변화한다. 실제속도에서 교정은 쉽게 20~30%에 도달한다. 교정방법은 매우 복잡하기 때문에 교정방법을 선택하기 전

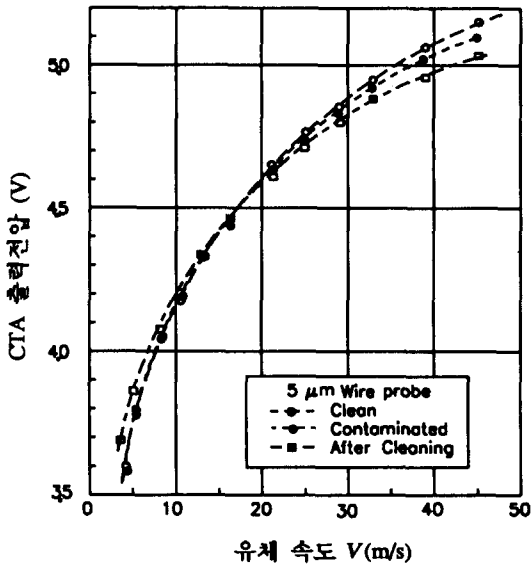


그림 10 열선의 오염정도가 유속계 출력에 미치는 영향

에, 경계층 측정에 요구되는 정확도를 높이는 것이 중요하다. 또 열선의 오염정도에 대한 영향을 그림 10에 나타내었다.

5. 맺 음 말

TSI IFA 100 Thermal anemometer와 같이 자동화된 유속계라 할지라도, 사용자가 조정해야 하는 과열비, 인덕턴스 등과 같은 인자가 있다. 이와 같은 조정의 문제 외에도 오차를

고려해야 하는 많은 요소가 있다. 이들 중 주위 유체의 온도 변화에 대한 영향 등에 깊은 이해를 가지고 있어야 정밀계측을 가능하게 할 것이다. 그 예로서 자동차에서 사용되는 정온도형 열선유속계형의 공기유량계는 주위온도 보상을 위한 회로가 내장되어, 동절기와 하절기 사이의 온도차를 보상하고 있다⁽⁶⁾.

참 고 문 헌

- (1) Bullock, K.J., Ledwich M.A. and Lai, J.C. S., 1985, Numerical simulation of transient response of heat transfer from a hotwire anemometer transducer, *Int. J. Heat & Fluid Flow*, V.6, N.1, pp. 57~65.
- (2) 이택식, 고상근, 1986, "열선유속계의 시작 및 성능향상에 관한 연구", *대한기계학회논문집*, 제10권, 제4호, pp. 541~557.
- (3) Kauh, S., Lee, T.S. and Moffat, R., 1989, Static response of the constant temperature anemometer including the effect of both the finite amplifier gain and fluid temperature, *Pro. of KSME*, pp. 131~135.
- (4) Freymuth, P., 1983, *A Bibliography of thermal anemometry*, TSI Inc.
- (5) 이민형, 윤준원, 김사량, 유정열, 고상근, 김동성, 1990, "열선형 공기유량계 개발에 관한 기초 연구", *한국자동차공학회 춘계학술대회초록집*, pp. 67~71.

