

(論 文)

판 및 셸의 편심 보강 유한 요소

김용우* · 박건순* · 민옥기**

(1990년 12월 26일 접수)

Stiffener Elements of Eccentrically Stiffened Plate/Shell

Yong Woo Kim, Gun Soon Park and Oak Key Min

Key Words : Plate Part(판부), Stiffner Part(강성 강화 부재부), Eccentric-Stiffner Element (편심 보강 유한 요소), Offset Beam Element(편심 보. 요소), Compersated Shell Element(보정 셸 요소)

Abstract

Finite element analysis of eccentrically stiffened plate/shell may entail discrepancies in stiffness and location of mid-surface unless a special attention is given to eccentric stiffener. The numerical results show lacking/overestimating of the stiffness, if the eccentric stiffener is modelled by beam element or shell element. In order to obtain the effect of stiffness of eccentric stiffener more accurately, two kind of elements are suggested. The first one is the offset beam element which has 2 nodes and 6 degrees-of-freedom per node, and the second one is the modified shell element. The performance of these elements is examined by modelling the cantilever of T-cross section. The offset beam element and modified shell element provide the effect of the stiffness and the location of mid-surface of the eccentrically stiffened plate/shell more correctly than those of beam element or shell element, regardless of H/L (ratio of height of stiffener to width of plate).

1. 서 론

항공기, 선박 및 건축 구조물 등에는 강성을 강화하기 위하여 보강재를 부착한 판이나 셸의 구조물이 많이 사용되고 있다. 그러나, 복잡한 기하학적 형상, 경계 조건 및 하중 조건을 가지는 구조물에서는 수학적 해석 방법에 의해 해를 구하는 것이 불가능할 경우가 많다. 이 경우 수치적 해석 방법이 널리 사용되고 있다. 특히 유한요소법에 의한 해석은 실제의 복잡한 물리적 현상을 잘 묘사할 수 있는 장점이 있어, 컴퓨터 분야의 발달과 함께 복

잡한 3차원 구조물에 대한 해석도 활발히 이루어지고 있다.

유한 요소 해석에서 강성 강화 부재로 사용할 수 있는 기존의 요소로는 셸(shell) 요소, 보(beam) 요소 등이 있다. 그러나, 기존의 유한 요소 해석에서는, 이들 요소들로 편심 강성 강화 부재를 모델링 하면 강성의 크기가 실제의 강성의 크기에 비해 작거나 크게 계산되는 경우가 많다. 이는 이들 요소들이 실제의 강성 강화 부재의 단면 모양과 위치를 제대로 묘사해 주지 못하기 때문이다. 즉, 이들 강성 강화 부재(보강재, stiffener)의 강성과 관련된 단면 2차 모멘트 및 중립면의 위치를 정확하게 예측하지 못하기 때문이다.

강성 강화 부재로 기존의 보 요소나 셸 요소를

* 연세대학교 대학원

** 정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

사용하지 않고 편심 보강된 판 및 셸을 해석하는 방법은 크게 두 가지로 대별된다⁽¹⁾. 첫째로 제한적인 접근 방법으로 강성 강화 부재를 독립된 부재로 보지 않고 강성 강화 부재의 강성 효과를 판 및 셸에 흡수시켜, 보강된 판 및 셸의 강성에 상당하는 판 및 셸로 대체하는 방법이다. Boot와 Moore⁽²⁾는 보강된 판을 2차원의 연속체로 대체할 수 있는 일반적인 조건을 조사하였다. 그러나 이 방법은 강성 강화 부재의 크기, 형태 그리고 방향 등에 제약을 받는다. 둘째로는, 일반적인 접근 방법으로 편심 보강된 판 및 셸을 셸(판부)요소와 편심된 보(강성 강화 부재)요소로 나누어 생각하는 것이다. 이에 따라 일반적인 보 이론을 기초로 하여 보의 도심을 판이나 셸의 중립면으로부터 실제의 보요소(강성 강화 부재)의 도심의 위치로 이동시키는 방법 등, 강성 강화 부재를 개별된 요소로 개발하는 많은 연구가 이루어져 왔다. Vörös⁽³⁾는 일반적인 보 이론을 기초로 하여 횡전단 변형과 뒤틀림(torsional warping)을 고려해 편심된 아이소파라메트릭(isoparametric) 유한 요소를 개발하였고, Buragohain⁽⁴⁾ 등은 기존의 여덟개의 절점을 갖는 40 자유도의 슈퍼파라메트릭(superparametric) 셸 요소와 결합하여 판/보 구조물을 해석할 수 있는 3 절점, 18 자유도의 편심 보 요소를 개발하였다.

본 논문에서는 앞에서 언급한 두번째 방법으로, 편심된 강성 강화 부재가 붙어 있는 얇은 판 또는 얇은 셸에 대해 유한 요소 해석을 할 때, 편심된 강성 강화 부재를 개별된 요소로서 정확히 묘사할 수 있도록, 일반적인 보 이론을 기초로 하여 2개의 절점을 갖고, 각 절점당 6자유도를 갖는 3차원 편심 보 요소(offset beam element)에 대하여 수식화하여 변위와 응력을 계산한다.

그러나 복잡한 구조물을 해석할 때 편심 보 요소만으로는 강성 강화 부재를 모두 모델링하기 곤란한 경우가 있으므로, 편심 보 요소의 수식화를 하기 전에 보 요소 그리고 셸 요소로 편심된 강성 강화 부재를 모델링하였을 때 강성을 얼마나 정확히 계산하는 지에 대해 알아보고, 이들 요소들을 사용하여 강성 강화 부재를 모델링한 각 경우에 대하여 실제의 강성과 근사한 강성을 줄 수 있는 보정 방법에 대해 검토한다.

이에 따라 강성 강화 부재로 편심 보 요소와 셸 요소를 사용하여 이상화할 수 있는 구조물(T형 보)의 변위 및 응력을 해석하고, 해석 결과를 이론

해 및 실험값과 비교하여 유한 요소 해석을 위한 수식화의 타당성을 검토, 확인한다.

2. 편심 보강 유한 요소의 수식화

본 장에서는 편심된 강성 강화 부재가 붙어 있는 판 또는 셸에 대해 유한 요소 해석을 할 때, 편심된 강성 강화 부재를 정확히 묘사할 수 있는 방법을 모색한다. 이를 위하여 첫째, 기존의 보 요소나 셸 요소로 편심 강성 강화 부재를 모델링한 경우 이들 요소들이 편심 강성 강화 부재의 강성을 제대로 계산하는지 검토하여 이의 보정 방법을 살펴보고 둘째, 3차원 12자유도의 편심 보 요소를 수식화한다.

2.1 편심 보강 유한 요소에 관한 고찰⁽⁴⁾

굽힘 변형을 받는 편심된 강성 강화 부재를 갖는 판 및 셸을 보 요소 및 셸 요소로 모델링하여 유한 요소 해석을 할 경우, 정확한 수치해를 얻기 위해서는 강성 강화 부재를 포함한 전체 단면의 강성을 정확히 계산해야 한다. 이를 위해서는 굽힘 강성과 관련된 단면 2차 모멘트가 정확히 계산되어야 하며, 단면 2차 모멘트가 정확히 계산되기 위해서는 전체 단면의 중립면의 정확한 위치가 고려되어야 한다.

그러나, 편심된 강성 강화 부재를 기존의 보 요소나 셸 요소로 모델링하면 이와 같은 고려가 결여됨으로써 강성을 정확히 계산할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 우선, Fig. 1과 같은 모델의 강성

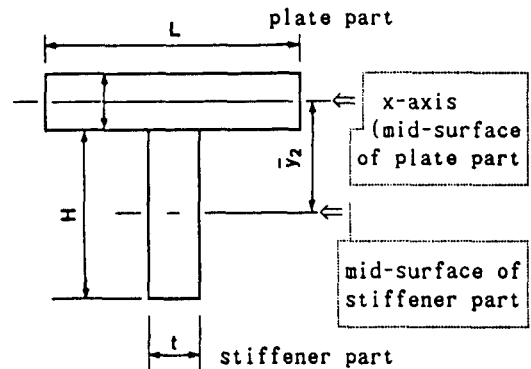


Fig. 1 Cross-section of eccentrically-stiffened plate

강화 부재를 셀 요소나 보 요소로 각각 모델링하여, 중립면의 위치와 단면 2차 모멘트를 구한 다음, 이 값들(중립면의 위치, 단면 2차 모멘트)에 대해 실제의 중립면의 위치 그리고 단면 2차 모멘트와 비교, 검토하여 보고자 한다.

판에 강성 강화 부재가 Fig. 1과 같이 붙어 있는 경우에, 보에 대한 공학 이론(technical theory)⁽⁶⁾을 이용하여, 중립면의 위치와 단면 2차 모멘트는 다음과 같이 구해진다.

중립면의 위치는

$$\bar{y} = \frac{A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2}{A_1 + A_2} \quad (1)$$

$$= \frac{H(H+t)}{2(L+H)}$$

으로 주어진다.

여기서, $A_1 = Lt$ (판부의 단면적)

$A_2 = Ht$ (강성 강화 부재의 단면적)

$\bar{y}_1 = 0$ (x -축으로부터 판부의 중립면까지의 거리)

$\bar{y}_2 = (H+t)/2$ (x -축으로부터 강성 강화 부재부의 중립면까지의 거리)

이다.

또한, 단면 2차 모멘트를 Fig. 2에서와 같이 판부와 강성 강화 부재부로 나누어 생각하면,

$$I = I_p + I_s \quad (2)$$

으로 쓸 수 있으며,

여기서 I_p = (전체 단면의 중립면 x -축에 대한 판부의 단면 2차 모멘트)

I_s = (전체 단면의 중립면 x -축에 대한 강

성 강화 부재부의 단면 2차 모멘트)이다. 전체 단면의 단면 2차 모멘트(I_s)를 구하기 위하여 I_p 와 I_s 를 다음과 같이 구한다.

중립면인 x -축으로부터 판부의 중립면까지의 거리를 \bar{d}_1 , x -축으로부터 강성 강화 부재부의 중립면까지의 거리를 \bar{d}_2 라 하면 Fig. 2로부터 다음과 같고

$$\bar{d}_1 = \frac{H(H+t)}{2(L+H)}$$

$$\bar{d}_2 = \frac{H+t}{2} - \bar{d}_1 = \frac{H+t}{2} - \frac{H(H+t)}{2(L+H)}$$

$$= \frac{L(H+t)}{2(L+H)}$$

전체 단면의 중립면에 대한 판부의 단면 2차 모멘트 I_p 와 강성 강화 부재부의 단면 2차 모멘트 I_s 는 Fig. 2로부터

$$I_p = I_p' + A_1 \bar{d}_1^2 \quad (3)$$

$$I_s = I_s' + A_2 \bar{d}_2^2$$

여기서, I_p' = (판부의 중립면에 대한 판부의 단면 2차 모멘트)

I_s' = (강성 강화 부재의 중립면에 대한 강성 강화 부재의 단면 2차 모멘트)

이므로

$$I_p = \frac{Lt^3}{12} + Lt \left\{ \frac{H(H+t)}{2(L+H)} \right\}^2$$

$$I_s = \frac{tH^3}{12} + Lt \left\{ \frac{L(H+t)}{2(L+H)} \right\}^2$$

이다.

그러므로, 식 (2)로부터 전체 단면 2차 모멘트는

$$I = \frac{Lt^3 + tH^3}{12} + \frac{LHt(H+t)^2}{4(H+L)} \quad (4)$$

이 된다.

(1) 강성 강화 부재로 보요소를 사용한 경우

강성 강화 부재로 보요소(BEAM)를 사용할 경우 판부와 강성 강화 부재는 Fig. 3과 같은 단면에 대해 강성을 계산하게 된다. 따라서 강성 강화 부재로 보요소를 사용하면 단면 2차 모멘트의 크기는 실제의 단면 2차 모멘트의 크기보다 훨씬 작게 계산된다. 이를 보정하기 위하여 다음의 두 가지 방법을 생각해 볼 수 있다.

(i) BEAM 1, 강성 강화 부재만의 강성을 보정해 주는 방법

이 방법은 Fig. 4에서와 같이 판부의 강성은 그대로 두고 강성 강화 부재(보요소)부의 강성만을 보정해 주는 것이다.

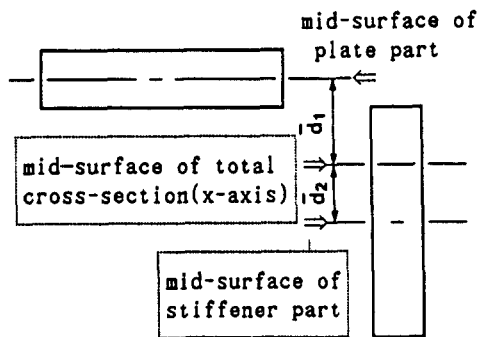


Fig. 2 Locations of plate part and stiffener part with reference to mid-surface of total cross-section

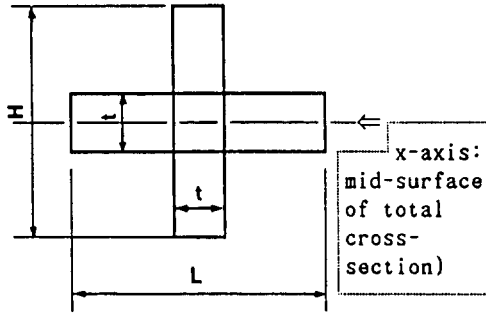


Fig. 3 Locations of plate part and stiffener part (beam element) with reference to mid-surface of total cross-section

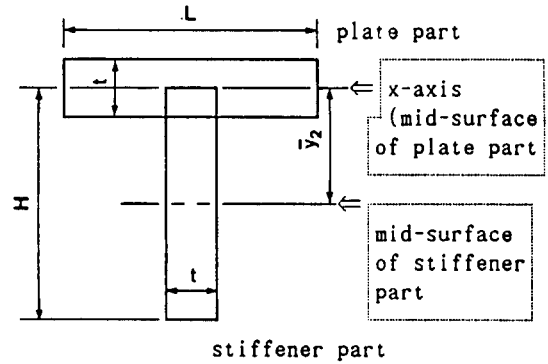


Fig. 5 Locations of plate part and stiffener part (SHELL 1) with reference to mid-surface of total cross-section

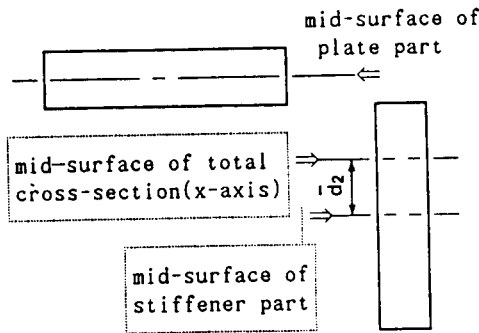


Fig. 4 Distance (\bar{y}_2) from mid-surface of total cross-section to mid-surface of stiffener part (beam element)

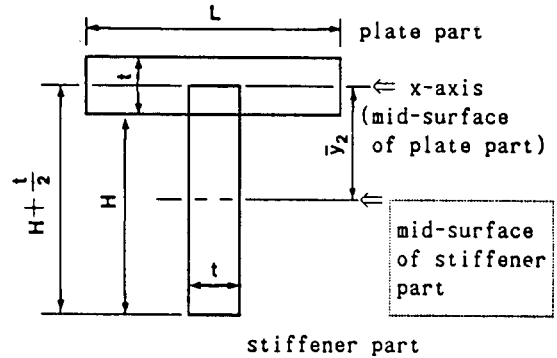


Fig. 6 Locations of plate part and stiffener part (SHELL 2) with reference to mid-surface of total cross-section

(ii) BEAM 2, 판부의 강성과 강성 강화 부재부의 강성을 모두 보정하는 방법

이 방법은 판부 및 강성 강화 부재(보요소)부의 단면 2차 모멘트를, 실제의 전체 단면의 중립면에 대해 각각 보정하여 주는 방법으로 실제의 단면에 대하여 구한 단면 2차 모멘트와 같은 값을 갖는다.

(2) 강성 강화 부재로 셸요소를 사용한 경우

(i) SHELL 1, 강성 강화 부재로서의 강성을 보정하지 않은 셸 요소

강성 강화 부재로 셸 요소를 사용한 경우, 강성 강화 부재의 한 쪽 절점은 Fig. 5와 같이 판부의 중립면에 위치한다. Fig. 5에서 볼 수 있듯이, 셸 요소의 한 절점이 판부의 중립면에 있으므로 실제

의 보강재 높이에 비하여 강성 강화 부재(셸 요소)의 위치가 판부의 중립면 쪽으로 $t/2$ 만큼 당겨지고, 판부의 단면과 셸 요소의 단면이 $Ht/2$ 만큼 겹쳐진다.

(ii) SHELL 2, 강성을 보정한 셸 요소

이 방법은 Fig. 6과 같이 강성 강화 부재(셸 요소)의 높이 H 를 $t/2$ 만큼 늘려 준다. 이와 같은 방법으로 보정하면 실제 단면에 비하여 판부에 접해 있는 $Ht/2$ 의 면적이 강성에 추가되나, 앞에서의 셸 요소를 사용했을 경우보다는 강성에 많은 영향을 미치는 하단의 $Ht/2$ 의 면적이 강성에 추가되므로 실제 값에 근사한 단면 2차 모멘트를 구할 수 있다.

Table 1 Location of mid-surface of total cross-section and inertia of moment in case stiffener is modeled by beam element or shell element

	Location of mid-surface of total cross-section (\bar{y}) with reference to mid-surface of plate part	Inertia of moment (I)
BEAM	0	$\frac{Lt^3 + tH^3}{12}$
BEAM 1	0	$\frac{Lt^3 + tH^3}{12} + Ht \left\{ \frac{L(H+t)}{2(L+H)} \right\}^2$
BEAM 2	0	$\frac{Lt^3 + tH^3}{12} + \frac{LHt(H+t)^2}{4(L+H)}$
SHELL 1	$\frac{H^2}{2(L+H)}$	$\frac{Lt^3 + tH^3}{12} + \frac{LtH^3}{4(L+H)}$
SHELL 2	$\frac{(H+0.5t)^2}{2(L+H+0.5t)}$	$\frac{Lt^3 + t(H+0.5t)^2}{12} + \frac{Lt(H+0.5t)^3}{4(L+H+0.5t)}$
Exact	$\frac{H(H+t)}{2(L+H)}$	$\frac{Lt^3 + tH^3}{12} + \frac{LHt(H+t)^2}{4(L+H)}$

지금까지 검토해본 강성 강화 부재부로 보 요소 및 셸 요소를 사용한 경우에 중립면의 위치 및 단면 2차 모멘트의 크기를 Table 1에 정리하여 이 값들을 실제 중립면의 위치 및 단면 2차 모멘트와 비교하여 Fig. 7~Fig. 10에 도시한다.

2.2 편심 보 요소의 수식화

유한 요소 해석에서 편심된 강성 강화 부재로 보 요소를 사용하면 2.1절에서 살펴본 바와 같이 강성의 크기가 실제의 강성보다도 작게 계산된다. 이는 Fig. 11과 같이 보 요소의 도심이 절점에 있기 때문이다.

그러므로, 편심된 강성 강화 부재로서 보 요소를 사용할 때 보 요소의 위치를 실제의 강성 강화 부

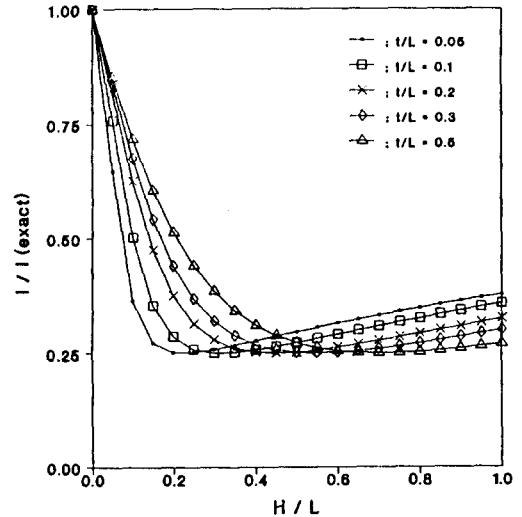


Fig. 7 Ratio of inertia of moment to exact inertia of moment in case of beam-stiffener

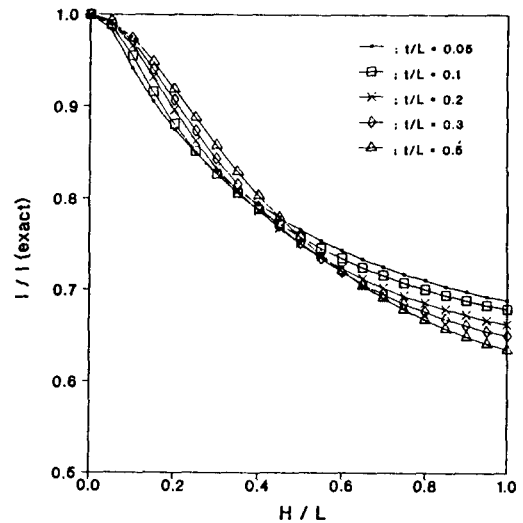
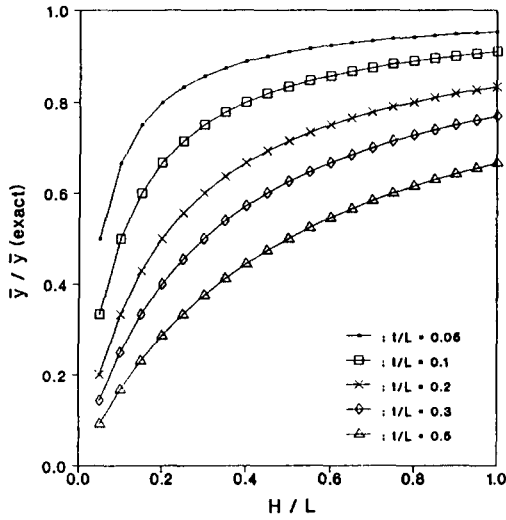


Fig. 8 Ratio of inertia of moment to exact inertia of moment in case of BEAM 1-stiffener

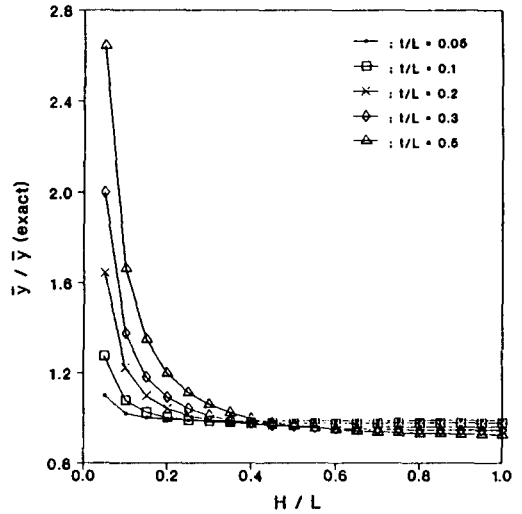
재의 위치와 같게 해줄 필요가 있다.

(1) 기본 개념⁽⁵⁾

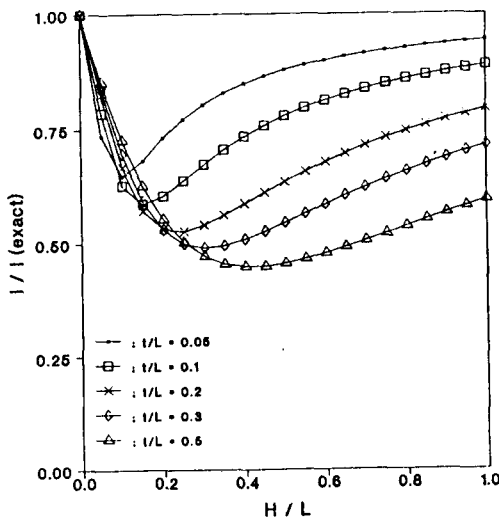
점 A에 작용하는 xy좌표계의 하중 W_2 를 Fig. 12(a)와 같이 $x'y'$ 좌표계의 하중 W_2' 와 모멘트 W_6' 로 정력학적으로 동일(equivalent)하게 바꿔줄 수 있다. 그러나, 평행의 관점에서는 두 계(system)가 동일하지만 처짐이나 회전 등 다른 관점에서는



(a) Ratio of mid-surface(\bar{y}) to exact mid-surface($\bar{y} \text{ exact}$)

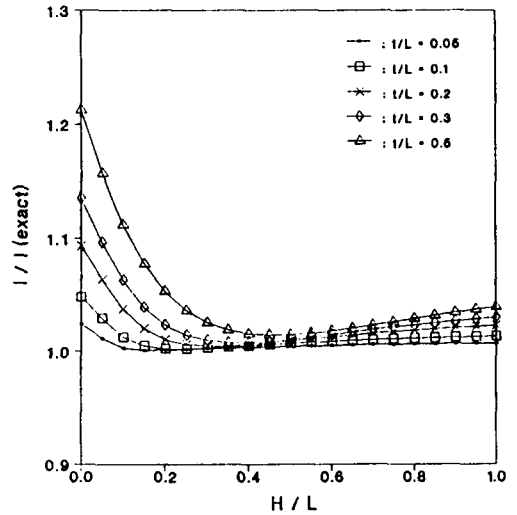


(a) Ratio of mid-surface(\bar{y}) to exact mid-surface($\bar{y} \text{ exact}$)



(b) Ratio of inertia of moment to exact inertia of moment

Fig. 9 SHELL 1-stiffener



(b) Ratio of inertia of moment to exact inertia of moment

Fig. 10 SHELL 2-stiffener

두 계가 동일하지는 않다.

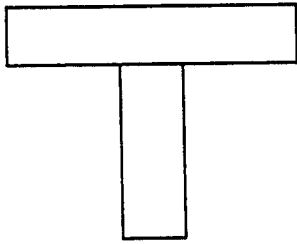
그래서, Fig. 12(b)에서와 같이 점 A에 강체 팔 (rigid arm)이 붙어 있는 경우를 생각한다. 그러면, 강체 팔의 끝단 B점에 W_2' , W_1' 를 작용하였을 때 점 A에 W_2 만이 작용하여, 점 A에 W_2 를 직접 작용한 것과 동일한 효과를 볼 수 있다. 이러한 관점에서 보 요소의 도심이 절점의 위치와 일치하지

않는 경우의 보 요소인 편심 보 요소에 대하여 다음 절들에서 수식화한다.

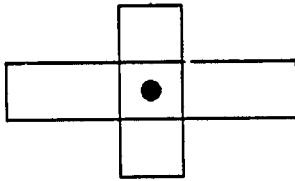
(2) 좌표 변환

(i) 좌표축의 이동⁽⁶⁾

Fig. 13에서와 같이 보 요소의 양 끝단인 점 A, B가 강체 팔에 의해 각각 절점 I, J에 연결되어 있는 경우에, $x_A y_A z_A$ 좌표계의 하중 벡터

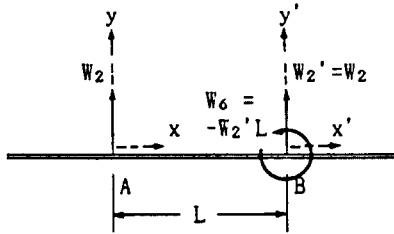


(a) Actual cross-section

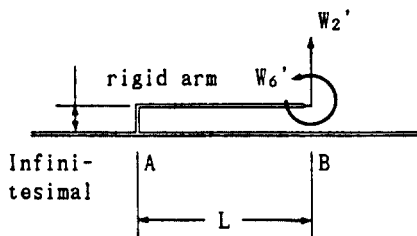


(b) Cross-section when stiffener is modeled to beam element

Fig. 11 Cross-section of T-beam



(a)



(b)

Fig. 12 Beam with different system

$$F_A^T = \{f_{xA}, f_{yA}, f_{zA}, m_{xA}, m_{yA}, m_{zA}\} \quad (5)$$

를, x_I, y_I, z_I 좌표계의 하중 벡터

$$F_I^T = \{f_{xI}, f_{yI}, f_{zI}, m_{xI}, m_{yI}, m_{zI}\} \quad (6)$$

와, 정력학적으로 동일하게 만들면 점 A에 하중

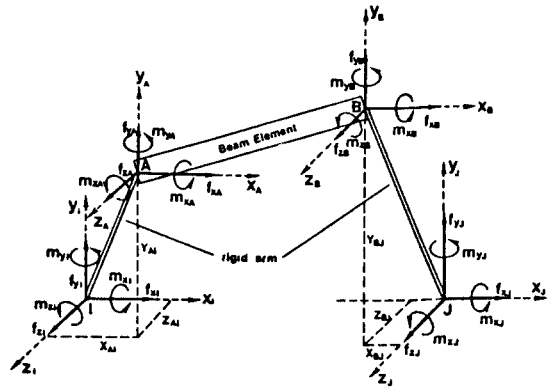


Fig. 13 Translation of axes

벡터 F_A 를 작용하는 것을, 절점 I에 하중 벡터 F_I 를 작용하는 것과 동일한 효과를 갖도록 할 수 있다. 이 두 좌표계 사이의 하중 벡터의 관계를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} f_{xA} \\ f_{yA} \\ f_{zA} \\ m_{xA} \\ m_{yA} \\ m_{zA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{AI} & -Y_{AI} & 1 & 0 & 0 \\ -Z_{AI} & 0 & X_{AI} & 0 & 1 & 0 \\ Y_{AI} & -X_{AI} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{xI} \\ f_{yI} \\ f_{zI} \\ m_{xI} \\ m_{yI} \\ m_{zI} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서,

$$T_{AI} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{AI} & -Y_{AI} \\ 0 & 1 & 0 & -Z_{AI} & 0 & X_{AI} \\ 0 & 0 & 1 & Y_{AI} & -X_{AI} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

라 하면, 식 (11)은 다음과 같다.

$$F_A = [T_{AI}^T]^{-1} F_I \quad (9)$$

점 B와 절점 J사이에서도 마찬가지로의 관계가 성립하므로, 식 (9)를 절점 I, J에 대하여 확장시키면 식 (10)과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{bmatrix} F_A \\ F_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{AI} & 0 \\ 0 & T_{BJ} \end{bmatrix}^{T^{-1}} \begin{bmatrix} F_I \\ F_J \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,

$$F_B^T = \{f_{xB}, f_{yB}, f_{zB}, m_{xB}, m_{yB}, m_{zB}\} \quad (11)$$

$$F_J^T = \{f_{xJ}, f_{yJ}, f_{zJ}, m_{xJ}, m_{yJ}, m_{zJ}\} \quad (12)$$

$$T_{BJ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{BJ} & -Y_{BJ} \\ 0 & 1 & 0 & -Z_{BJ} & 0 & X_{BJ} \\ 0 & 0 & 1 & Y_{BJ} & -X_{BJ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

이다.

그리고, $x_A y_A z_A$ 좌표계의 변위 벡터

$$U_A^T = \{u_{xA}, u_{yA}, u_{zA}, \theta_{xA}, \theta_{yA}, \theta_{zA}\} \quad (14)$$

와 $x_I y_I z_I$ 좌표계의 변위 벡터

$$U_I^T = \{u_{xI}, u_{yI}, u_{zI}, \theta_{xI}, \theta_{yI}, \theta_{zI}\} \quad (15)$$

의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{xA} &= u_{xI} + Z\theta_{yI} - Y\theta_{zI} \\ u_{yA} &= u_{yI} + X\theta_{zI} - Z\theta_{xI} \\ u_{zA} &= u_{zI} + Y\theta_{xI} - X\theta_{yI} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\theta_{xA} = \theta_{xI}, \theta_{yA} = \theta_{yI}, \theta_{zA} = \theta_{zI}$$

그러므로, 식 (8) 과 식 (14), (15)로부터 식 (16)의 행렬식은

$$U_A = T_{AI} U_I \quad (17)$$

와 같이 표현되고, 절점 J 에 대해서도 마찬가지로의 관계가 성립하므로 절점 I 와 J 에 대하여 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{AI} & 0 \\ 0 & T_{BJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_I \\ U_J \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서,

$$U_B^T = \{u_{xB}, u_{yB}, u_{zB}, \theta_{xB}, \theta_{yB}, \theta_{zB}\} \quad (19)$$

$$U_J^T = \{u_{xJ}, u_{yJ}, u_{zJ}, \theta_{xJ}, \theta_{yJ}, \theta_{zJ}\} \quad (20)$$

이다.

(ii) 좌표축의 회전⁽¹⁰⁾

Fig. 14에서와 같이 $x_A y_A z_A$ 좌표계에 대하여 방향

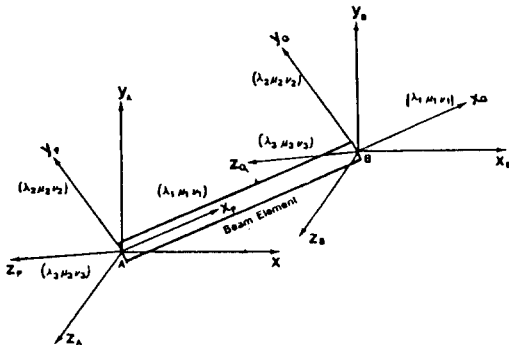


Fig. 14 Rotation of axes

여현 $(\lambda_1, \mu_1, \nu_1)$, $(\lambda_2, \mu_2, \nu_2)$, $(\lambda_3, \mu_3, \nu_3)$ 을 갖고 있는 $x_p y_p z_p$ 좌표계로 하중 벡터와 변위 벡터를 회전 변환시키면 $x_p y_p z_p$ 좌표계의 하중 벡터

$$F_p^T = \{f_{xp}, f_{yp}, f_{zp}, m_{xp}, m_{yp}, m_{zp}\} \quad (21)$$

와 $x_A y_A z_A$ 좌표계의 하중 벡터의 관계를 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$F_p = R F_A \quad (22)$$

여기서,

$$R = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mu_1 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & \mu_2 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_3 & \mu_3 & \nu_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & \mu_1 & \nu_1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & \mu_2 & \nu_2 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_3 & \mu_3 & \nu_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

이다. 마찬가지로 $x_p y_p z_p$ 좌표계의 변위 벡터

$$U_p^T = \{u_{xp}, u_{yp}, u_{zp}, \theta_{xp}, \theta_{yp}, \theta_{zp}\} \quad (24)$$

와 $x_A y_A z_A$ 좌표계 사이의 변위 벡터의 관계를 행렬식으로 표시하면 식 (25)와 같다.

$$U_p = R U_A \quad (25)$$

점 B 에서도 점 A 에서와 마찬가지로이므로, 점 A 와 B 에 대하여 변위 벡터간의 관계를 행렬식으로 나타내면

$$\begin{bmatrix} U_p \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & O \\ O & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} \quad (26)$$

의 형태가 되고, $R^T = R^{-1}$ 이므로 점 1과 2에 대하여 하중 벡터 간에는

$$\begin{bmatrix} F_p \\ F_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & O \\ O & R \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \end{bmatrix} \quad (27)$$

와 같은 관계를 갖는다. 그리고 식 (26)과 식 (27)에서

$$U_q^T = \{u_{yq}, u_{yq}, u_{zq}, \theta_{xq}, \theta_{yq}, \theta_{zq}\} \quad (28)$$

$$F_q^T = \{f_{xq}, f_{yq}, f_{zq}, m_{xq}, m_{yq}, m_{zq}\} \quad (29)$$

이다.

(iii) 좌표축의 회전과 이동

좌표축이 회전과 이동을 하게 되면, 식 (17)과 식 (25)로부터 최종적인 변위 벡터는

$$U_c = A U_N \quad (30)$$

와 같고, 여기서

$$U_c = \begin{bmatrix} U_p \\ U_q \end{bmatrix}, \quad U_N = \begin{bmatrix} U_I \\ U_J \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} R T_{AI} & O \\ O & R T_{BJ} \end{bmatrix}$$

이다.

마찬가지로, 식 (9)와 식 (22)로부터 최종적인 하중 벡터는

$$F_C = [A^T]^{-1} F_N \quad (31)$$

이고, 여기서

$$F_C = \begin{bmatrix} F_P \\ F_Q \end{bmatrix}, \quad F_N = \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} RT_{A1} & O \\ O & RT_{B1} \end{bmatrix}$$

이다.

(3) 편심 보 요소의 강성 행렬 방정식⁽¹⁶⁾

Fig. 15와 같은 3차원 12자유도 보 요소의 강성 행렬을 K_C 라 하면,

$$K_C = \begin{bmatrix} \alpha & & & & & & & & & & & \\ 0 & 12\beta & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 12\gamma & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \delta & & & & & & & & \\ 0 & 0 & -6L\gamma & 0 & 4L^2\gamma & & & & & & & \\ 0 & 6L\beta & 0 & 0 & 0 & 4L^2\beta & & & & & & \\ -\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & & & & \\ 0 & -12\beta & 0 & 0 & 0 & -6L\beta & 0 & 12\beta & & & & \\ 0 & 0 & -12\gamma & 0 & 6L\gamma & 0 & 0 & 0 & 12\gamma & & & \\ 0 & 0 & 0 & -\delta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta & \\ 0 & 0 & -6L\gamma & 0 & 2L^2\gamma & 0 & 0 & 0 & 6L\gamma & 0 & 4L^2\gamma & \\ 0 & 6L\beta & 0 & 0 & 0 & 2L^2\beta & 0 & -6L\beta & 0 & 0 & 0 & 4L^2\beta \end{bmatrix} \quad (32)$$

여기서, $\alpha = EA/L$ $\beta = EI_z/L^3$
 $\gamma = EI_y/L^3$ $\delta = GJ/L$

K_C 는 식 (32)와 같고, 변위 벡터와 하중 벡터의 관계는 다음과 같다.

$$F_C = K_C U_C \quad (33)$$

그리고, 식 (30)과 식 (31)을 식 (33)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$[A^T]^{-1} F_N = K_C A U_N \quad (34)$$

식 (34)의 양 변에 A^T 를 곱해주면

$$F_N = A^T K_C A U_N \quad (35)$$

식 (35)와 같은 형태가 되고, $K_N = A^T K_C A$ 라 놓으면 결국 식 (36)과 같은 결과를 갖는다.

$$F_N = K_N U_N \quad (36)$$

(4) 편심 보 요소의 요소 갯수에 따른 오차⁽⁷⁾

편심 보 요소를 수식화하는 과정에서 생기는 오차를 살펴보기 위하여, Fig. 16에서와 같이 판부를 요소 길이 ℓ 인 2차원 6자유도의 보 요소로, 강성 강화 부재를 요소 길이 ℓ 인 2차원 6자유도의 편심 보 요소로 모델링한 경우를 고려해본다. Fig. 16에

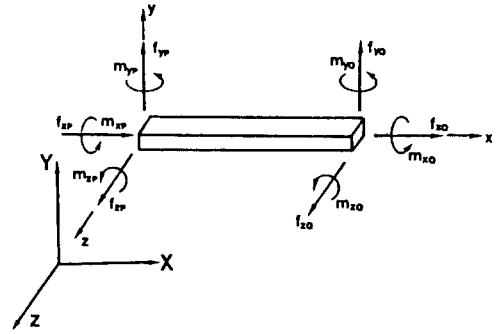


Fig. 15 3-dimensional 12 degree-of-freedom beam element

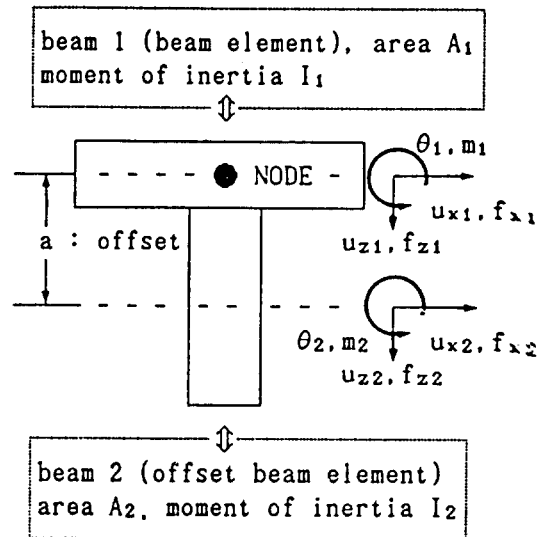


Fig. 16 The composite cross-section of T-beam

서 강성 강화 부재부의 자유도를 판부의 자유도로 흡수시키면서 동시에 전체 단면의 강성 및 도심의 위치를 실제와 같이 계산되게 하기 위해서, 강성 강화 부재에 대하여 필요한 변환을 취한 다음: 보 1(판부)과 보 2(강성 강화 부재부)를 서로 조합시켜 f_{x1} 을 0으로 하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{bmatrix} u_{z1} \\ \theta_{y1} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI^*} \begin{bmatrix} \frac{(1+C)\ell^2}{3} & \frac{\ell}{2} \\ \frac{\ell}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{z1} \\ m_{y1} \end{bmatrix} \quad (37)$$

여기서 u_{z1} 과 θ_{y1} 은 판부의 자유도이고, I^* 는 복합된 단면의 단면 2차 모멘트로서 다음과 같이 주어진다.

$$I^* = I_1 + I_2 + \frac{A_1 A_2 a^2}{A_1 + A_2} \quad (38)$$

그리고,

$$C = \frac{A_1 A_2 a^2}{4(A_1 + A_2)(I_1 + I_2)} \quad (39)$$

이고, 식 (37)에서 C 가 0이 되면 이론해와 같아지므로 여기서 C 를 오차 항이라 할 수 있다. Fig. 16의 보를 해석하는데 있어서, 식 (37)에서는 단지 하나의 요소를 사용했는데 이 보를 n 개의 요소로 나누어 자유단에서의 처짐을 구하면

$$u_z = \frac{f_z(n\ell)^3}{3EI^*} \left(1 + \frac{C}{n^2}\right) \quad (40)$$

와 같다. 그리고 이론해⁽⁴⁾는

$$u_e = \frac{f_z(n\ell)^3}{3EI^*} \quad (41)$$

이므로 수치해와 이론해 사이의 오차 E (error)는

$$E = u_z - u_e = C/n^2 \quad (42)$$

이며 C/n^2 이 오차범을 나타냄을 알 수 있다.

윗 식의 양변에 \log 를 취하면

$$\log E = -2\log n + C' \quad (43)$$

로서 n 이 크면 클수록 오차는 완전히 사라짐을 알 수 있다. 그리고, 이와 같이 T -형보의 판부를 보 요소, 강성 강화 부재부를 편심 보 요소로 모델링 하였을 때 오차는 요소 갯수의 제곱에 비례하여 줄어듦을 알 수 있다.

3. 수치 해석 및 검토

본 장에서는 본론에서 정리한 편심 보강 유한 요소를 사용한 모델에 대한 수치 해석과 실험 해석을 통해서 강성 강화 부재로서의 편심 보강 유한 요소의 성능을 검토한다.

3.1 프로그램의 소개

본론에서 정리한 수식에 따라 계산을 수행하기 위해 작성한 프로그램은 판, 보 그리고 편심 보로 이루어진 3차원 구조물의 정적 해석을 할 수 있도록 되어 있으며 판 요소⁽¹³⁾는 삼각형 막 요소와 굽힘 요소를 결합한 3차원 판 요소를 적용하였다.

그리고, 편심 보강 유한 요소의 성능을 검토하기 위하여 비교 프로그램으로 PC에서 운용되는 범용 패키지의 하나인 ANSYS-PC/LINEAR 4.3⁽⁹⁾ 프로그램을 채택하여 사용하였다. 사용한 요소의 종류는 3종으로 셸 요소(4절점 2자유도), 3차원 보 요소(2절점 12자유도), 그리고 3차원 편심 보 요소(2절점 12자유도)이다.

3.2 실험 및 실험 결과

실험은 Fig. 17에서 보이고 있는 단면 모양이 T -형인 외팔보에 대하여, 판부의 폭에 대한 강성 강화 부재의 높이의 비(H/L)가 0.2, 0.3, 0.7인 세 가지 모델에 대하여 실행한다. 하중은 외팔보의 자유단 중앙에 5kgf까지 단계적으로 부가한다. 본 연구에서는 Fig. 17의 모델들에 대해 변위 및 응력을 측정하며, Table 2와 같은 측정 장치를 사용한다. 변위는 사용이 비교적 용이한 비접촉 측정 기구인 LDS(laser displacement sensor)로 측정한다. 그리고, 실험 모델로 사용한 재료인 알루미늄 7039의 물성치는 Table 3과 같다.

3.3 유한 요소 해석

편심 보강 유한 요소의 성능을 검토하기 위하여, Fig. 17과 같이 집중 하중을 받고 단면이 T -형인 외팔보에 대하여 $H/L=0.2, 0.3, 0.7$ 인 세 가지 경우에 대하여 수치 해석을 한다.

Fig. 17의 판부 및 강성 강화 부재부로서 판 요소, 보 요소 그리고 편심 보 요소를 사용하여 Table 4와 같은 다음의 네 가지 조합에 대하여 해석을 각각 수행한다.

그리고, 유한 요소 해석 모델은 각 CASE에 대해, 판부를 보 요소로 모델링하였을 때는 N 개, 셸 요소로 모델링하였을 때에는 Fig. 18과 같이 Present 프로그램의 경우에는 $8N$ 개의 삼각형 요소로, 그리고 ANSYS 프로그램의 경우에는 $2N$ 개의 사각형 요소로 분할하였다. 또한, 강성 강화 부재부를 편심 보 요소로 모델링한 경우에는 N 개의 요소로 분할하였고 셸 요소로 모델링한 경우에는

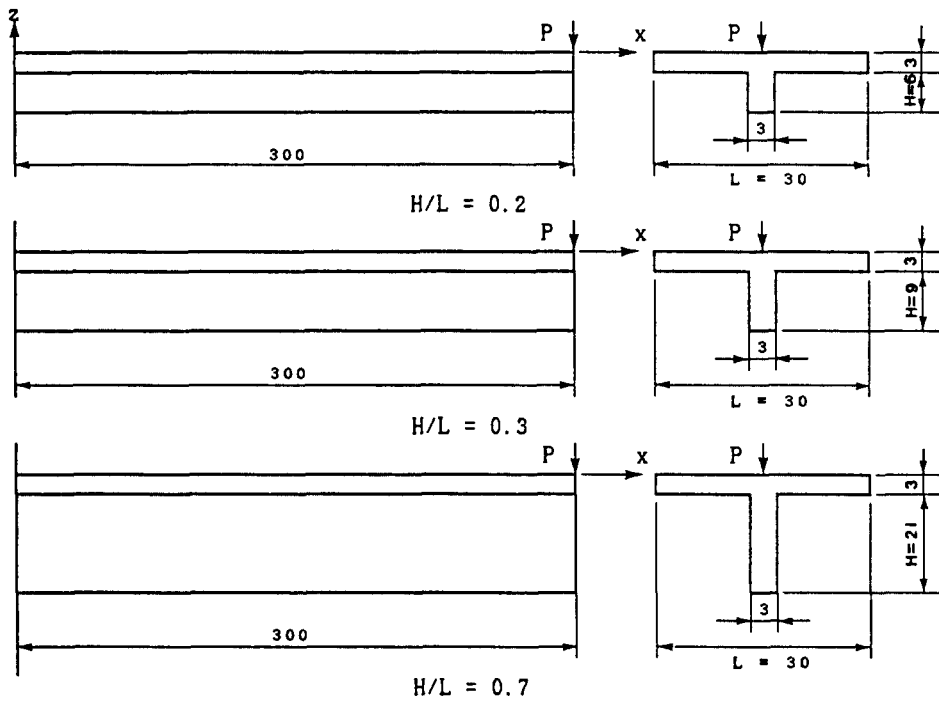
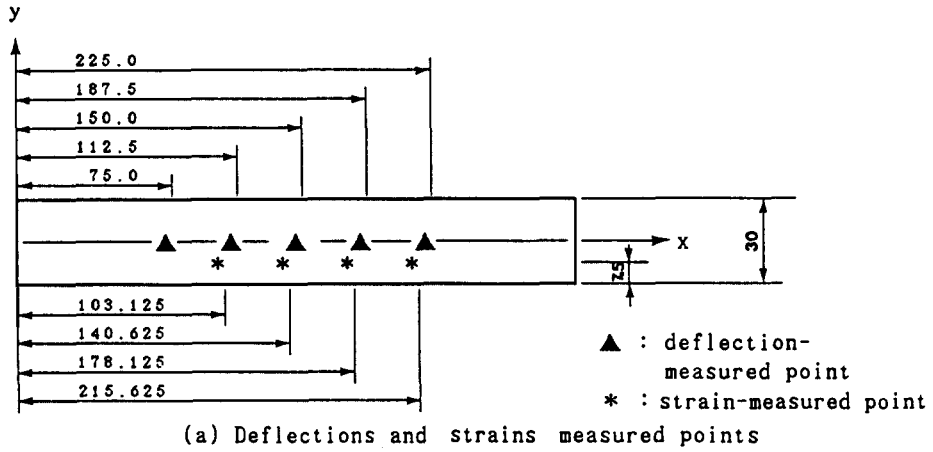


Fig. 17 Cantilever beam with T cross-section under concentrated load P at center of free edge

Table 2 Measuring device and instrument

Measuring device	Measuring quantity	Accuracy (mm)	Remarks
Laser displacement sensor	Displacement	0.0001	Maximum light spot diameter = 0.05mm
Strain gauge	Strain		[10], [11]

Table 3 Material properties of the beam

Properties	Value	Unit
E (Young's modulus)	0.739E5	N/mm ²
G (Shear modulus)	0.276E4	N/mm ²
ν (Poisson's ratio)	0.34	

Table 4 Combinations of elements

	Plate part	Stiffener part
CASE 1	Beam element	o.b. element
CASE 2	Shell element	o.b. element
CASE 3	Shell element	Shell element 1
CASE 4	Shell element	Shell element 2

where,

“Shell element 1” is

a unmodified shell element.

“Shell element 2” is

a modified shell element.

“o.b. element” is a offset beam element.

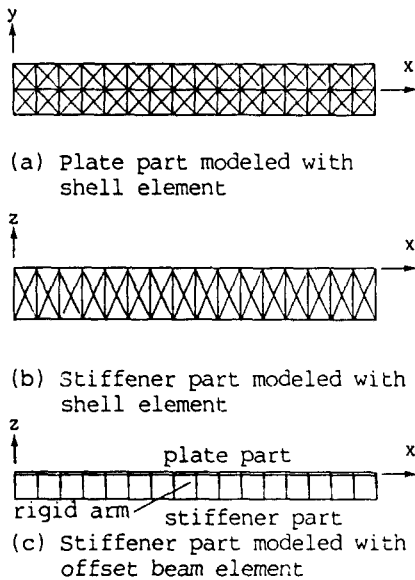


Fig. 18 Finite element discretization

Present 프로그램의 경우에는 $4N$ 개의 삼각형 요소로, 그리고 ANSYS 프로그램의 경우에는 N 개의 사각형 요소로 분할하였다.

해석 모델의 물성치는 Table 3에 표시하였고, 하중은 외팔보의 오른쪽 자유단에 5kgf 의 집중 하중을 작용하였다. 고정단에서의 경계 조건은 $x=0$ 에 위치한 절점의 모든 자유도를 0으로 구속하였다.

보 이론⁽⁸⁾으로부터 구한 z 방향의 변위 u_z 는

$$u_z = \frac{P}{6EI_z} (3x^3Len - x^3) \quad (44)$$

이고, x 방향의 응력 σ_x 는

$$\sigma_x = \frac{-P(Len-x)z}{EI_z} \quad (45)$$

이며, 여기서 Len 은 보의 길이이고, P 는 하중, E 는 탄성 계수, 그리고 I_z 는 보의 단면 2차 모멘트이며 z 는 도심으로부터의 거리이다.

(1) 요소의 개수에 따른 수렴성

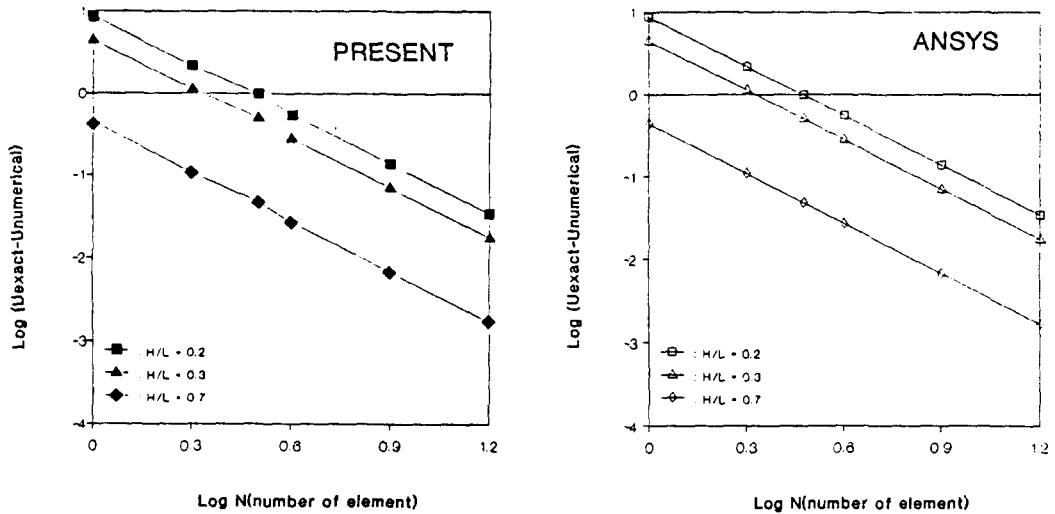
요소의 수가 증가함에 따른 처짐의 수렴성을 살펴봄으로써 오차에 대한 정량적인 예측을 하기 위하여 $N=1, 2, 3, 4, 8, 16$ 으로 증가시키면서 수치 해석을 수행하였다. 일반적으로 요소수에 따른 수치해의 오차는 강성 강화 부재를 어떤 요소로 사용하는가에 따라 그 경향이 다르기 때문에 이를 위하여 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 경우와 셸 요소로 모델링한 경우로 나누어 수렴성을 살펴본다.

(i) 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 경우(CASE 1과 CASE 2)

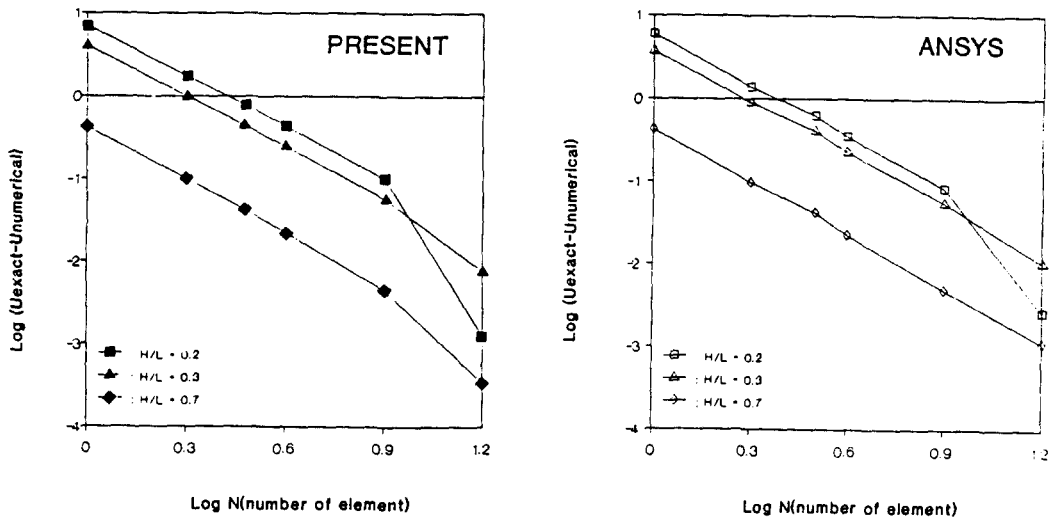
판부를 보 요소로 모델링한 Case 1의 경우에는 Fig. 19의 (a)에서 볼 수 있듯이 오차가 요소의 수에 비례하여 줄어듦을 알 수 있고, 이는 2.2절(4)의 식 (47)의 결과와 일치한다. 그리고, 판부를 셸 요소로 모델링한 CASE 2에서도 비슷한 경향을 나타내고 있으나 요소의 수 N 를 8개에서 16개로 증가시켰을 때 약간의 변동이 있다.

(ii) 강성 강화 부재를 셸 요소로 모델링한 경우(CASE 3와 CASE 4)

강성 강화 부재부를 셸 요소로 모델링한 CASE 3와 CASE 4의 경우에는 요소의 수의 증가에 따른 처짐의 수렴 값이 셸 요소의 보정 여부에 따라 다름을 Fig. 20에서 알 수 있다. 즉, 기존의 셸 요소(CASE 3)의 경우 이론해보다 상당히 큰 처짐값으로 수렴하나 보정한 셸 요소(CASE 4)의 경우에는 이론해에 가까이 수렴하고 있음을 알 수 있다. 그리고, 동일한 방법으로 셸 요소를 보정한 ANSYS 프로그램에 의한 수치해는 $N=16, 32$ 일 때 이론값에 거의 수렴을 하고 있는 반면, Present 프로그램의 경우 수렴이 아직까지 되지 않았음을 알 수 있는데 이는 Present 프로그램에서 사용하는 삼각형 셸 요소의 수렴 속도가 ANSYS 프로그램의 사각형 셸 요소의 수렴 속도보다 늦기 때문이다. 따라서 보정한 셸 요소(CASE 4)는 기존의 셸 요소(CASE 3)보다 정확한 수치해를 주나, 이의 수렴 속도는 판부의 요소의 종류에 따라 많은 영향을 받



(a) CASE 1



(b) CASE 2

Fig. 19 Convergences of deflections in case stiffeners are modeled by offset beam element(CASE 1 and CASE 2) when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7

음을 알 수 있다.

(2) 수치해(처짐)의 정확성

유한 요소법에 의한 처짐의 정확성을 살펴보기 위하여 N 을 16으로 하였을 때 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 경우와 셀 요소로 모델링한 두 가지 경우에 대하여 이론해 및 실험 결과와

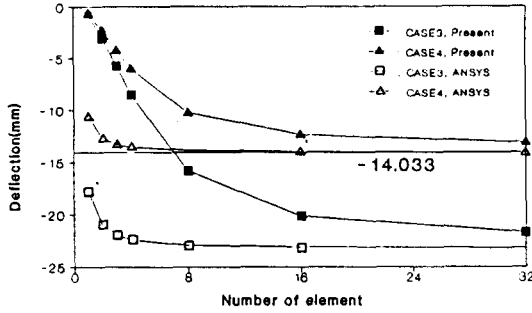
비교, 검토한다.

(i) 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 경우(CASE 1과 CASE 2)

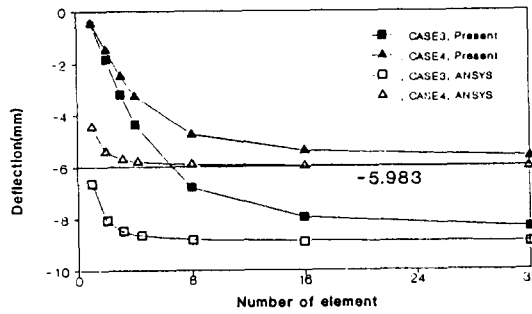
강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 경우에 Fig. 21에서와 같이 H/L 의 값에 상관 없이 수치해가 이론해와 거의 일치하는 경향을 보이고 있

다. 그러나, $H/L=0.7$ 일 때, Fig. 21의 (c)에서 보는 바와 같이 실험 값은 $H/L=0.2, 0.3$ 의 경우에 비해 수치해 및 이론해와 많은 차이를 보이고 있다. 여기서 유의할 것은 이론값과 수치해는 여건

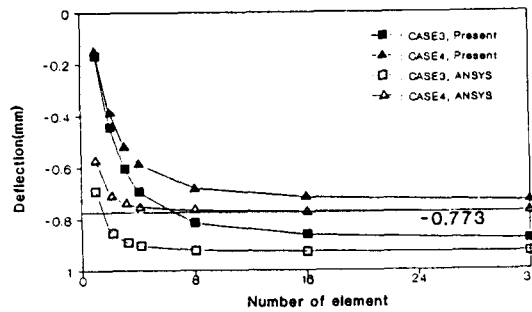
히 잘 일치하고 있다는 점이다. 그러므로 실험 결과와의 차이는, 실험값의 처짐이 H/L 이 증가할수록 보 이론에 의한 값보다 더 크게 처지는 것으로 보아, 보 이론으로는 설명이 되지 않는 부분으로



(a) $H/L = 0.2$

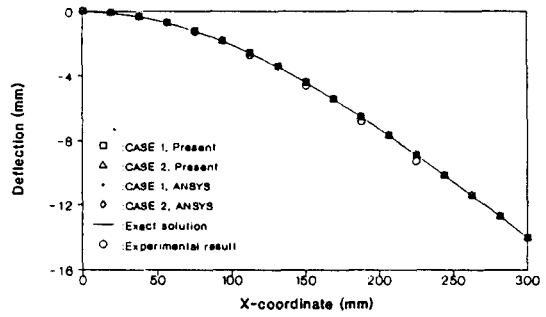


(b) $H/L = 0.3$

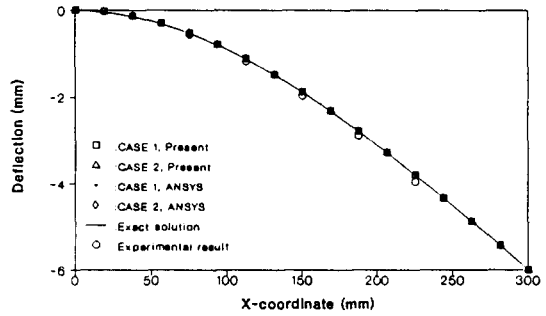


(c) $H/L = 0.7$

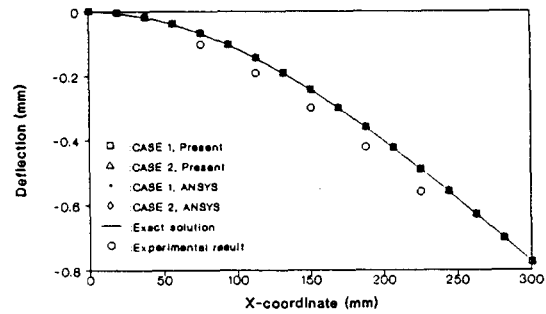
Fig. 20 Convergences of deflections in case stiffeners are modeled by shell element (CASE 3 and CASE 4) when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7



(a) $H/L = 0.2$



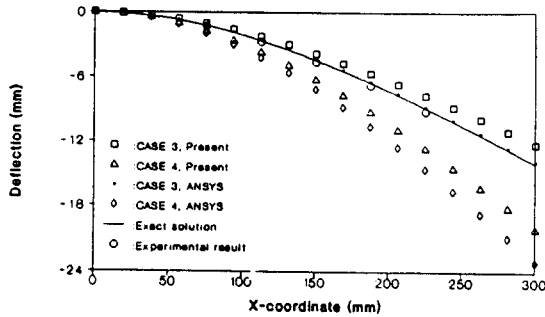
(b) $H/L = 0.3$



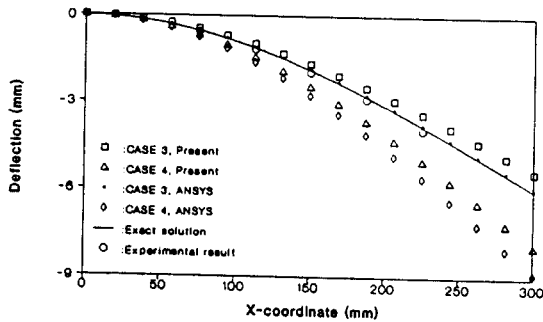
(c) $H/L = 0.7$

Fig. 21 Comparison of computed values(deflections) of present theory and ANSYS with exact solution and experimental result in case stiffeners are modeled by offset beam element when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7 ($N=16$)

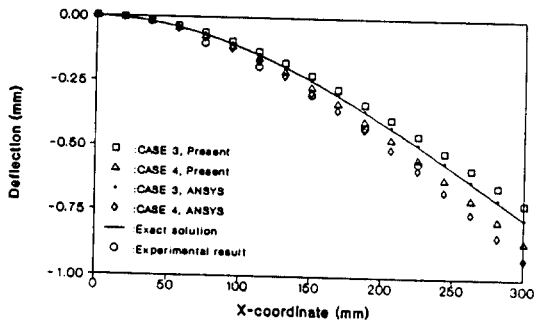
생각된다. 그러나 일반적으로 강성 강화 부재는 H/L 의 값이 작은 경우가 대부분이므로, H/L 이 매우 크지 않는한 실용상 정확한 값을 준다고 말할 수 있다.



(a) $H/L = 0.2$



(b) $H/L = 0.3$



(c) $H/L = 0.7$

Fig. 22 Comparison of computed values(deflections) of present theory and ANSYS with exact solution and experimental result in case stiffeners are modeled by shell element when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7 ($N=16$)

(ii) 강성 강화 부재를 셸 요소로 모델링한 경우 (CASE 3과 CASE 4)

보정하지 않은 셸 요소(SHELL 1)로 강성 강화 부재를 모델링한 CASE 3의 결과는 Fig. 22에 도시한 바와 같이 이론해와 많은 차이를 보이고 있다. 그러나 보정한 셸요소를 강성 강화 부재로 사용한 CASE 4의 경우에는 그 오차가 많이 줄어들어 이론해에 접근하여 있다.

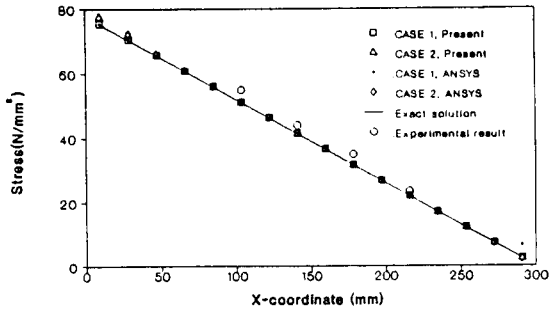
이 두 경우 모두 H/L 에 따라 이론해와 수치해의 비에 차이가 생기는데 요소 수의 증가에 따라 거의 수렴이 된 ANSYS 프로그램에 의한 결과는 2.1절(3)의 $I/I(\text{exact})$ 에 따르고 있고 그 결과를 Table 5에 나타내었다. 이는 처짐이 강성과 직접 반비례 관계에 있음을 고려할 때 요소수에 따른 오차가 거의 없다면, 즉 완전히 수렴이 되었다면 2.1절(3)에서 예측한 강성의 차이만큼의 오차를 갖게 된다는 관점에서 당연한 결과라 할 수 있다.

또, Fig. 22에서 ANSYS 프로그램에 의한 결과가 Present 프로그램의 결과와 약간의 차이를 보이고 있는데, 이는 Fig. 20에서 보인 바와 같은 수렴 속도의 차이에서 비롯된 것으로 판단된다. 또한, H/L 이 커질수록 Table 6에서 보이는 바와 같이 백분율 오차가 감소하고 있다.

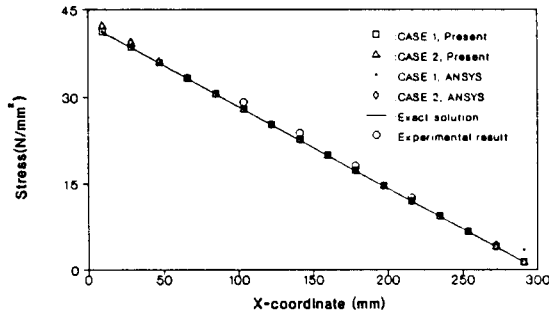
이상에서와 같이 Table 4의 각 CASE에 대해 수치해(처짐)를 살펴본 결과 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링했을 때 H/L 에 관계 없이 이론해와 거의 일치하고 있다. 또한 강성 강화 부재로 모델링할 경우 기존의 셸 요소(CASE 3) 대신 보

Table 5 Ratios of computed deflections(D) by ANSYS program to exact deflections(D_{exact}) and ratios of computed inertia of moments (I) to exact inertia of moments(I_{exact}) in case of CASE 3 and CASE 4 when $N=16$

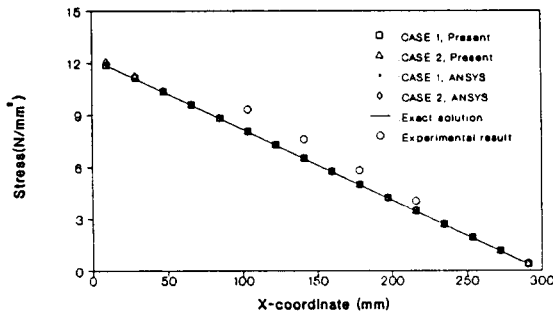
$\frac{H}{L}$	CASE	$\frac{I}{I_{\text{exact}}}$	$\frac{D_{\text{exact}}}{D}$
0.2	CASE 3	0.6032	0.6080
	CASE 4	1.0020	1.0080
0.3	CASE 3	0.6720	0.6751
	CASE 4	1.0026	1.0058
0.7	CASE 3	0.8380	0.8338
	CASE 4	1.0101	1.0037



(a) $H/L = 0.2$



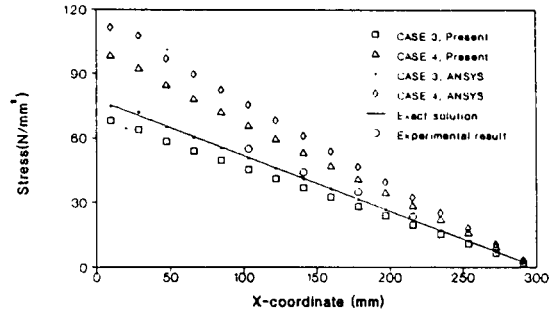
(b) $H/L = 0.3$



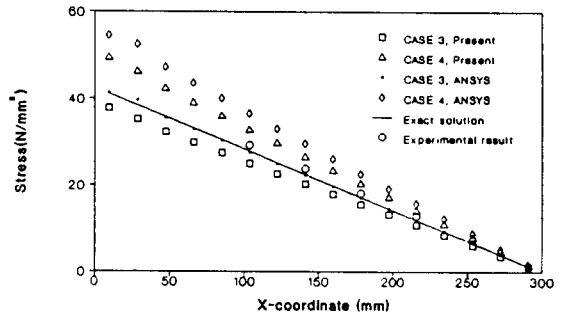
(c) $H/L = 0.7$

Fig. 23 Comparison of computed values (stresses) of present theory and ANSYS with exact solution and experimental result in case stiffeners are modeled by offset beam element when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7 ($N=16$)

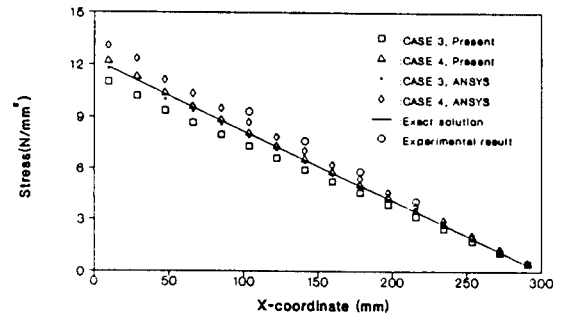
정한 셸 요소(CASE 4)를 사용함으로써 H/L 에 상관 없이 향상된 수치를 얻을 수 있었다. 이 때의 처짐의 백분율 오차는, Table 5에 정리한 바와 같이 요소 갯수에 따른 오차가 없을 때, 강성의 백분



(a) $H/L = 0.2$



(b) $H/L = 0.3$



(c) $H/L = 0.7$

Fig. 24 Comparison of computed values (stresses) of present theory and ANSYS with exact solution and experimental result in case stiffeners are modeled by shell element when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7 ($N=16$)

율 오차에 반비례한다.

(3) 수치해(응력)의 정확성

유한 요소법에 의해 구한 응력의 정확성을 살펴 보기 위하여 처짐의 경우와 마찬가지로 N 을 16으

Table 6 Numerical results(deflections) when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7 at $x=300.0\text{mm}$
N.E. = (Numerical solution/Exact solution)

$\frac{H}{L}$	Exact deflection (mm)	CASE 1		CASE 2		CASE 3		CASE 4	
		Present	ANSYS	Present	ANSYS	Present	ANSYS	Present	ANSYS
0.2	-14.033	-14.067	-14.067	-14.034	-14.036	-20.113	-23.079	-12.324	-13.921
	N.E.	1.002	1.002	1.000	1.000	1.433	1.645	0.878	0.992
0.3	-5.983	-6.000	-6.000	-5.991	-5.993	-7.944	-8.863	-5.381	-5.948
	N.E.	1.003	1.003	1.001	1.002	1.328	1.481	0.899	0.994
0.7	-0.773	-0.775	-0.775	-0.773	-0.774	-0.861	-0.927	-0.716	0.770
	N.E.	1.003	1.003	1.000	1.001	1.114	1.199	0.926	0.996

Table 7 Numerical results(stresses) when $H/L=0.2, 0.3$ and 0.7 at $x=140.1\text{mm}$
N.E. = (Numerical solution/Exact solution)

$\frac{H}{L}$	Exact stress (N/mm ²)	CASE 1		CASE 2		CASE 3		CASE 4	
		Present	ANSYS	Present	ANSYS	Present	ANSYS	Present	ANSYS
0.2	41.320	41.320	41.320	41.317	41.319	53.000	60.882	36.485	40.848
	N.E.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.283	1.473	0.883	0.989
0.3	22.585	22.585	22.585	22.584	22.585	26.505	29.571	20.217	22.341
	N.E.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.174	1.309	0.895	0.989
0.7	6.516	6.516	6.516	6.516	6.516	7.031	6.533	5.892	6.332
	N.E.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.003	1.079	0.904	0.972

로 하였을 때 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링 한 경우와 셸 요소로 모델링한 두 가지 경우에 대하여 이론해 및 실험 결과와 비교, 검토한다.

(i) 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 요소(CASE 1과 CASE 2)

강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링한 경우에는 처짐과 마찬가지로 Fig. 23에서와 같이 H/L 에 상관 없이 수치해가 이론해와 거의 일치하는 경향을 보이고 있다.

그리고, 처짐에서와 같이 $H/L=0.7$ 일 때 실험 결과가 $H/L=0.2, 0.3$ 의 경우보다 수치해 및 이론해와 많은 차이를 보이고 있다. 여기서 유의할 것은 이론값과 수치해는 여전히 잘 일치하고 있다는 점이다. 그러므로 실험 결과와의 차이는, 실험 값의 응력이 H/L 이 증가할수록 보 이론에 의한 응력값보다 약간 큰 값을 주고 있어, 이 부분 역시

처짐과 마찬가지로 보 이론으로는 설명이 되지 않는 부분으로 생각된다. 그러나 일반적으로 강성 강화 부재는 H/L 의 값이 작은 경우가 대부분이고 또한 수치해(응력)는 실험값보다 약간 커서 설계적인 측면에서 안전측에 속하므로, H/L 이 매우 크지 않는한 실용상 비교적 정확한 값을 준다고 말할 수 있다.

(ii) 강성 강화 부재를 셸 요소로 모델링한 경우(CASE 3과 CASE 4)

보정하지 않은 셸 요소로 강성 강화 부재를 모델링한 CASE 3의 결과는 Fig. 24에서와 같이 이론해와 많은 차이가 나고 있음을 알 수 있다. 그러나 보정한 셸 요소를 강성 강화 부재로 사용한 CASE 3의 경우에는 그 오차가 많이 줄어들어 이론해에 접근하고 있다.

역시 Fig. 24에서 ANSYS 프로그램에 의한 결과

와 Present 프로그램의 결과에 약간의 차이를 보이고 있는데, 그 이유도 처짐에서와 마찬가지로 Fig. 20에서 보인 바와 같이 아직까지 ($N=16$) 수렴이 안되었기 때문이다.

처짐에서와 마찬가지로 각 CASE에 대해 수치해(응력)를 살펴본 결과, 강성 강화 부재를 편심 보 요소로 모델링했을 때 H/L 에 관계없이 이론해와 거의 일치하고 있다. 그리고 강성 강화 부재를 보정하지 않은 셀 요소로 사용한 CASE 3의 경우에는 이론해와 많은 차이를 보이고 있고, 강성 강화 부재를 보정한 셀 요소로 모델링한 CASE 4의 경우에는 오차가 많이 줄어들었다. 이 두 경우 모두 Table 7에 정리한 바와 같이 H/L 에 따라 이론해와 수치해의 비에 차이가 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 편심 강성 강화 부재로 사용할 수 있는 편심 보 요소를 수식화하고, 편심 보 요소의 성능을 검토하기 위하여 이론해가 있는 T -형 외팔보에 적용하였다. 또한, 동일 모델에 대해 셀 요소 및 보 요소를 사용하여 강성 강화 부재를 모델링했을 때 어느 요소가 가장 강성의 효과에 의한 변위 및 응력을 근사히 계산하는가를 검토하여 기존의 셀 요소로 보정하여 사용하는 방법을 제시하였다.

본 논문의 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 2절점 12자유도를 갖는 편심 보 요소를 강성 강화 부재로 사용함으로써 강성 강화 부재의 높이와 판의 길이의 비에 상관 없이 가장 근사하게 강성 강화 부재의 효과를 표시할 수 있었다.

(2) H/L (강성 강화 부재의 높이 대 판의 폭)이 작을 때에는 강성 강화 부재의 높이에 판부의 두께의 반을 더하여 보정한 셀 요소를 사용하여 강성을 구하면 비교적 근사한 강성 강화 부재의 효과를 나타낼 수 있었다.

(3) 보 요소로 강성 강화 부재를 모델링할 경우 강성 강화 부재에 관한 입력 데이터만을 이용하여 보정하는 수 밖에 없으므로 H/L 가 매우 작거나

전체 단면의 중립면이 판부에 위치하는 경우에만 별 무리 없이 사용할 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Deb, A. and Booton, M., 1988, "Finite Element Models for Stiffened Plates under Transverse Loading", Computers & Structures, Vol. 28, No. 3, pp. 361~372.
- (2) Boot, J.C. and Moore, D.B., 1988, "Stiffened Plates Subject to Transverse Loading", Int. J. Solids Structures, Vol. 24, No. 1, pp. 89~104.
- (3) Vörös, G.M., 1988, "A Special Purpose Element for Shell-Beam Systems", Computers & Structures, Vol. 29, No. 2, pp. 301~308.
- (4) Min, O.K., Kim, Y.W. and Park, G.S., 1990, "A Discussion on Stiffener Element of Eccentrically Stiffened Plate/Shell", Journal of the Engineering Research Institute, Yonsei University, Vol. 22, No. 1 (32), pp. 35~43.
- (5) Hall, A.S. and Woodhead, R.W., 1967, Frame Analysis, Second Edition, John Wiley & Sons.
- (6) Przemieniecki, J.S., 1968, Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, New York.
- (7) Gupta, A.K. and Ma, P.S., 1977, "Error in Eccentric Beam Formulation", Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 11, pp. 1473~1477.
- (8) Crandall, S.T., Dahl, T.J. and Lardner, T.J., 1978, An Introduction to the Mechanics of Solids, Second edition, McGraw-Hill Kogakusha.
- (9) Kohnke, P.C., 1986, ANSYS Engineering Analysis System Theoretical Manual, Swanson Analysis Systems.
- (10) Rao, S.S., 1982, The Finite Element Method in Engineering, First Edition, Pergamon Press.
- (11) Dally, J.W. and Riley, W.F., 1978, Experimental Stress Analysis, Second Edition, McGraw-Hill.
- (12) Crites, N.A., 1961, For Stress Analysis Brittle-Coating Methods, Magnaflux Corporation.
- (13) 김성일, 1989(후기), 보-판 구조물의 변위 및 응력의 유한 요소 해석, 연세대학교 대학원, 석사 학위논문.