

(論文)

준 3차원 모델에 의한 주유동에 분사되는 난류제트 유동 해석

맹 주 성* · 이 종 신**

(1990년 7월 30일 접수)

Prediction of Turbulent Jet in a Crossflow by a Quasi Three Dimensional Model

Joo Sung Maeng and Jong Shin Lee

Key Words : Turbulent jet(난류제트), Crossflow(주유동), Quasi Three Dimensional Model(준 3차원 모델), Partially Parabolic(부분 포물형), Finite Analytic Method(유한 해석법)

Abstract

Turbulent jet in a crossflow on the symmetric plane is predicted by a quasi 3-dimensional mathematical model. The governing equations are solved by finite analytic method and partially parabolic procedure. A low Reynolds number model is used to solve the turbulent closure problem. In the case of the velocity ratio $M=0.1$ there are considered to describe the downstream development from the hole and found to be in good agreement with the published experimental results by other author. The quasi 3-dimensional mathematical model has been found to be quite economical and efficient.

———— 기 호 설 명 ————
 $a_d, a_u, etc.$: 압력과 압력 보정 방정식 해석을 위한 유한 해석 계수
 B_ϕ, D_ϕ, E_ϕ : $\phi(= \bar{U}, V, a, K, \epsilon)$ 에 대한 전송방정식에서의 대류상수
 b_i : b' 의 i 방향 성분
 C_P, C_{NC}, C_{SC} : 전송 방정식 해석을 위한 유한 해석 계수
 C_μ, C_{e1}, C_{e2} : 난류 모델 계수
 D : 분사 구멍 직경
 G : 난류 생성항
 g : 전송 방정식에서의 생성함수
 g_{ij} : 곡선 좌표계에서의 매트릭 텐서
 g_{ij} : 곡선 좌표계에서의 콘주개이트 매트릭 텐서
 J : 자코비안

K : (1) 유한 해석 요소의 격자 크기
 (2) 난류 운동 에너지
 M : 분사 속도비 $(\rho_j U_j) / (\rho_\infty U_\infty)$
 P : 무차원화된 압력
 Re : 레이놀즈 수
 Re_{eff} : 유효 레이놀즈 수
 S_ϕ : 전송량에 대한 생성항
 U, V : 무차원화된 속도 성분
 U^*, V^* : 가정된 압력장으로 부터 계산된 속도성분
 $\bar{U}\bar{V}$: 가상 속도
 $\overline{uu}, \overline{vv}, \overline{uv}$: 무차원화된 레이놀즈 응력
 δ : 경계층 두께
 ϵ : 난류 에너지 소산률
 v : 동 점성 계수
 ν_t : 와류 점성 계수
 (ξ, η) : 변환된 좌표계
 $\sigma_k, \sigma_\epsilon$: 난류 모델 계수
 τ : 시간 증분치

* 정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

** 정회원, 한양대학교 대학원

ϕ : 전송량(U, V, K, η 에 대한 1차 미분값)
 ξ, η : ξ, η 에 대한 2차 미분값
 ∞ : 주유동 값

참 자

$n, n-1$: n 번째, $n-1$ 번째 시간 과정

1. 서 론

주 유동에 분사되는 난류제트 문제는 그 응용 범위의 광범위함과 다양성으로 인하여 최근 10여년간 많은 관심의 대상이 되어왔으며 현재에도 활발한 연구가 진행되어왔다. 이러한 유동은 고온 고압의 연소 가스로부터 가스터빈 날개의 손상 방지를 위한 냉각문제, 수직 이착륙기의 엔진에서 분사되는 제트에 의한 유동문제, 가스 터빈 엔진의 연소실에서 2차 공기가 분사되는 유동, 공장굴뚝에서 분출되는 대기오염물의 확산문제 등과 같은 실제적인 공학문제에 응용되고 있다.

주 유동에 분사되는 난류제트에 대한 연구는 많은 실험 및 수치해석이 이루어져왔다. Keffer⁽¹⁾과 Ramsey등⁽²⁾은 단일 제트가 분사될 때 속도와 온도를 측정하였다. Moussa⁽³⁾와 Andropoulos⁽⁴⁾은 분사구멍 부근에서의 속도장, 레이놀즈응력등을 세밀하게 측정하였고 Kamotani등⁽⁵⁾은 주유동에 분사되는 난류 제트에 대해서 평균속도 난류성분과 온도 분포를 측정하였다.

이론적인 연구로 Chien등⁽⁶⁾은 운동량 방정식에서 압력항을 소거하는 와도 방정식을 사용하며 3차원 유동장을 해석하였다. Tatchel⁽⁷⁾은 유동정보가 하류쪽으로만 전달된다고 가정하여 포물형 방정식으로 해석하였으나 실험치와는 잘 맞지 않았다. Bergeles등⁽⁸⁻¹⁰⁾은 부분 포물형 방정식을 사용하여 분사속도비가 작은 경우 막냉각 문제를 해석하였다. Patankar등⁽¹¹⁾과 Johnes등⁽¹²⁾은 완전 타원형 방정식을 사용하여 3차원 유동장을 해석하였으나 모든 유동변수가 3차원배열을 가지므로 상대적으로 영성한 격자계(15×15×10)를 사용하였다. Rodi등⁽¹³⁾과 Demuren등⁽¹⁴⁾은 국소 타원형 방정식을 사용하여 평판위의 주유동에 분사되는 제트유동에 대하여 계산하였다.

분사 제트 주위에서는 아주 큰 압력구배가 존재하며 제트와 주유동의 경계면을 따라 주유동이 가속되고 이 경계면에서 von Karman Benard street

가 형성되며 주유동의 속도구배에 의해서 기울어지고 신장된다. 따라서 이러한 유동은 대단히 복잡한 3차원 난류유동을 나타낸다.

주유동에 분사되는 난류 제트에 관한 문제는 대칭 단면에서 2차원으로 이상화하는 경우, 분사구멍 부근에서 대칭단면으로부터 유체가 횡방향(Z방향)으로 횡방향 속도구배가 존재하므로 2차원 유동으로 해석하면 연속방정식에 문제가 발생된다.

본 연구에서는 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 횡 방향으로 속도구배를 나타내는 $a = \partial W / \partial z$ 에 대한 방정식을 3차원 운동량 방정식으로 부터 유도한 준 3차원 수학적 모델⁽¹⁵⁾을 설정하여 해석하였다. 또한 수치 해석을 위하여 Chen⁽¹⁶⁾에 의하여 고안된 유한 해석법과 2-방정식 저 레이놀즈 $k-\epsilon$ 난류모델, 그리고 Maeng⁽¹⁷⁾에 의해 제시된 경계 고정 좌표계를 사용하였다. 그리고 프로그램의 검증을 위하여 G. Bergeles⁽¹⁰⁾가 수행한 실험치와 비교하여 그 타당성을 입증하였다.

2. 이론적 해석

2.1 연구 모델

본 연구에서 해석하고자하는 문제의 기하학적 형상은 Fig. 1과 같다.

2.2 지배방정식 및 경계조건

(1) 물리적 영역에서의 지배방정식

물리적 영역에서 비정상, 비압축성 3차원 유동에 대한 무차원화된 연속 방정식과 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \\ = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 U \\ - \left(\frac{\partial \overline{uu}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right) \end{aligned} \tag{2}$$

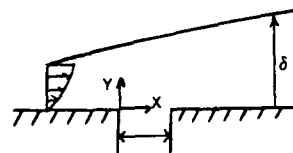


Fig. 1 Flow geometry

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \\ &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 V \\ & - \left(\frac{\partial \overline{v u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v w}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \\ &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 V \\ & - \left(\frac{\partial \overline{w u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w w}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

본 연구에서 대칭단면에서의 2차원 막냉각 문제 해석을 위한 준 3차원 수학적 모델을 설정하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다.

(i) 대칭성에 의해서 $W=0, \partial V/\partial z=0, \partial V/\partial z=0, \partial^2 W/\partial z^2=0$

일반적으로 대칭 단면이라도 $\partial W/\partial z$ 는 0이 아니다.

(ii) z방향에 대한 구배는, x, y방향의 구배와 비교해서 무시할 수 있을 정도로 작다

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \ll \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{또는} \quad \frac{\partial}{\partial y}, \\ & \frac{\partial^2}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \text{또는} \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{aligned}$$

(iii) 대칭 단면에서의 압력구배 $\partial p/\partial z$ 의 값은

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{W} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} \text{로 근사하였다.}$$

위 가정에 의거 식 (4)를 z에 대해 편미분하여 지배방정식을 단순화시키면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \alpha = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 V \\ & - \left(\frac{\partial \overline{u u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u v}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 V \\ & - \left(\frac{\partial \overline{u v}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v v}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \alpha}{\partial t} + U \frac{\partial \alpha}{\partial x} + V \frac{\partial \alpha}{\partial y} \\ &= \bar{U} \frac{\partial \bar{W z}}{\partial x} + \bar{W z}^2 - \alpha^2 + \frac{1}{Re} \nabla^2 \alpha \\ & - \left(\frac{\partial^2 \overline{u w}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \overline{v w}}{\partial y \partial z} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\alpha = \frac{\partial W}{\partial z}$ 이다.

그리고 난류에너지(K) 방정식과 난류소산률(ϵ)

방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial K}{\partial t} + U \frac{\partial K}{\partial x} + V \frac{\partial K}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sigma_k R_{eff,k}} \frac{\partial K}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma_k R_{eff,k}} \frac{\partial K}{\partial y} \right) + G - \epsilon \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sigma_\epsilon R_{eff,\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma_\epsilon R_{eff,\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + C_{\epsilon 1} f_1 \frac{\epsilon}{K} G \\ & - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{K} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 난류 생성항(turbulence generation term)은

$$G = \nu_t \{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \}$$

이고

$$f_0 = [1 - \exp(-0.016 R_y)]^2 (1 + \frac{19.5}{R_r})$$

$$f_1 = 1 + (0.06/f_0)^3, \quad f_2 = 1 - \exp(-R_r^2)$$

$$R_r = \frac{K^2}{\nu \epsilon} - \frac{\nu_t}{\nu}, \quad R_y = \frac{\sqrt{K} y}{\nu} \text{이다.}$$

지배방정식을 일반적인 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi = & [(A_\phi U - B_\phi \nu_{t,x}) \phi_x \\ & + (A_\phi V - C_\phi \nu_{t,y}) \phi_y + D_\phi \phi_t] + s_\phi \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 ϕ 는 U, V, α , K, ϵ 가 되고 하첨자 x, y, t는 미분을 의미한다.

또한 U, V, α , K, ϵ 에 대한 생성함수(source function)는

$$s_u = R_{eff} [P_x + \frac{2}{3} K_x - \nu_{t,y} V_x]$$

$$s_v = R_{eff} [P_y + \frac{2}{3} M_y - \nu_{t,x} V_y]$$

$$s_\alpha = R_{eff} (\alpha^2 - \bar{U} \alpha_x - \alpha^2 - U \alpha_x - \alpha^2)$$

$$s_k = -\sigma_k R_{eff} (G - \epsilon)$$

$$s_\epsilon = -\sigma_\epsilon R_{eff} (C_{\epsilon 1} f_1 \frac{\epsilon}{K} G - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{K}) \text{이다.}$$

난류모델 상수들은 Launder와 Spalding⁽¹⁸⁾이 제시한 Table 1의 값들을 사용하였다.

(1) 변환된 좌표계에서의 지배방정식

본 연구에서는 종속변수(U, V, α , K, ϵ)를 제외한 독립변수 즉 좌표성분(x, y)만을 경계고정좌표계로 변환하는 부분 변환법을 사용하였다.

Table 1 Value of K- ϵ Turbulence Model Coefficients.

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.47	0.92	1.0	1.3

물리적 영역에서의 지배방정식(11)과 (12)를 gradient, divergence, Laplacian에 대한 일반표현식을 사용하여 경계고정좌표계 (ξ, η) 로 변환하면 다음과 같다.

$$(b_1^1 U + b_2^1 V) \xi + (b_1^2 U + b_2^2 V) \eta + \alpha = 0 \quad (13)$$

$$g^{11} \phi_{\xi\xi} + g^{22} \phi_{\eta\eta} = D_\phi \phi_\xi + 2B_\phi \phi_\eta + E_\phi \phi_\xi + S_\phi \quad (14)$$

여기서

$$D_\phi = \frac{R_{eff}}{f} (b_1^1 a_\phi^1 + b_2^1 a_\phi^2) - f^1$$

$$2B_\phi = \frac{R_{eff}}{f} ((b_1^1 a_\phi^1 + b_2^1 a_\phi^2) - f^2)$$

$$E_\phi = a_\phi R_{eff}$$

$$S_\phi = S_\phi - 2g^{12} \phi_{\xi\eta}$$

가 된다.

기하학적 계수는

$$b_j^i = h_m h_n \left(\frac{\partial X^m}{\partial \xi^i} \frac{\partial X^n}{\partial \xi^j} - \frac{\partial X^n}{\partial \xi^i} \frac{\partial X^m}{\partial \xi^j} \right)$$

$$g_{ij} = \sum_{k=1}^3 h_k^2 \frac{\partial X^k}{\partial \xi^i} \frac{\partial X^k}{\partial \xi^j}$$

$$g^{ij} = \frac{1}{g} (g_{mi} g_{jn} - g_{mn} g_{ji})$$

$$J = \sqrt{g} = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \text{이다.}$$

여기서 h_i 는 scale factor이다.

타원형 방정식 (14)에서 주 유동방향으로의 확산 항 $\phi_{\xi\xi}$ 를 무시하면

$$g^{22} \phi_{\eta\eta} = D_\phi \phi_\xi + E_\phi \phi_\xi + T_\phi \quad (15)$$

과 같은 부분 포물형 방정식이 된다.

(3) 경계 조건

(i) 입구조건

본 연구에서는 Bergers의 실험값을 입구조건으로 채택하였으며 K 와 ϵ 은 난류 생성(turbulent production)과 난류에너지(turbulent energy)의 평형 조건으로부터 구하였다.

(ii) 출구조건

U, V, a, K, ϵ	not required
P	$P_{\xi\xi} = 0$

(iii) 제트출구에서의 조건

제트출구에서 조건을 주는 방법은 일정한 분사속도, 일정한 압력 및 실험 조건을 주는 3가지 방법이 있다. 본 연구에서는 일정한 소공의 분사속도를 사용하였다.

$$U = V_j \cos a, \quad V = V_e \sin a$$

출구에서 난류 운동에너지와 난류 소산률은 Andropolous⁽⁴⁾가 제시한 $K_e = 0.001 V_j^2$, $\epsilon_j =$

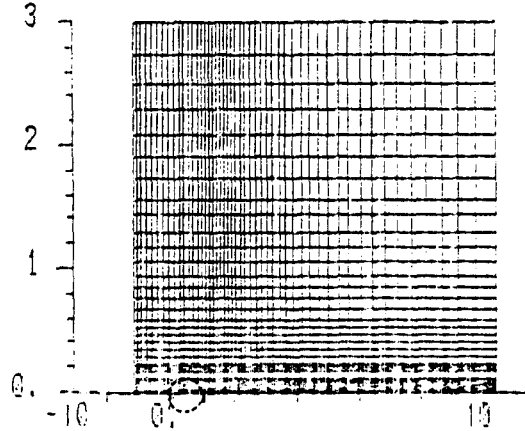


Fig. 2 Illustration of numerical grid

$Ke^{1.5}/0.5D$ 를 사용하였다.

2.3 수치 해석

(1) 수치적 격자 생성법

주 유동에 분사되는 난류제트는 분사구멍주위에 서 복잡한 3차원 유동 형태를 나타내므로 이 유동장을 해석하기 위하여 분사구멍부근과 벽면 근처에 격자를 밀집시키는 경계고정좌표계를 사용하였다. 2차원 영역에 대한 일반적인 프와송방정식은 물리적 영역에서의 직교 좌표계를 (x, y) , 계산영역에서의 곡선좌표계를 (ξ, η) 로 두면 다음과 같다.

$$\nabla^2 \zeta^i = f^i \quad (i=1, 2) \quad (16)$$

여기서 $\zeta_i = \xi$, $\zeta^2 = \eta$, ∇^2 은 직교좌표계의 Laplacian이고 비제차항(nonhomogeneous term) f^i 은 경계면에서 격자의 밀집을 조절하여주는 역할을 하는 제어함수(control function)이다. 본 연구에서는 물리적 영역에서의 직교좌표계 (x, y) 가 종속변수가 되게하고 계산영역에서의 곡선좌표계 (ξ, η) 가 독립변수가 되도록, 종속변수와 독립변수를 서로 교환한 역변환식을 사용하였고 기하학적 형상에 대한 경계조건을 규정하고 물면 Fig. 2와 같은 수치적 격자를 얻을 수 있다.

(2) 유한해석법의 적용

유한해석법은 상미분방정식 혹은 편미분방정식의 수치해를 구하는데 있어서 국부적인 해석해를 사용하여 대수방정식(algebraic equations)을 얻는 것으로, 면적소의 크기가 작고 기하학적 모양과 경계 조건들이 단순할 때 해석적인 해를 구하기가 용이하다. 따라서 본 연구에서는 경계고정좌표계를 사

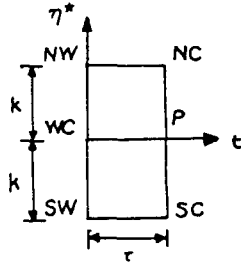


Fig. 3 One-time step local element for finite analytic formulations

용하여 등간격 격자로 변환된 계산영역에서 국부적인 해석해를 구하였다.

Fig. 3은 국부적인 해석해를 구하기 위한 미소면적소를 나타내는 그림이며 면적소 ($\Delta\xi = \Delta\eta = 1$)에 대해 부분 포물형 지배방정식(15)을 점 P에서 국부적으로 선형화하면 다음과 같다.

$$g^{22}\phi_{\eta\eta} = 2B\phi_{\eta} + A\phi_{\xi} + S_{\phi} \quad (17)$$

식 (17)에 좌표확장함수 $\eta^* = \eta/\sqrt{g^{22}}$ 을 도입하면 다음과 같은 표준 1차원 대류 전송방식으로 변환된다.

$$\phi\eta^*\eta^* = 2B\phi\eta^* + g \quad (18)$$

여기서

$$\Delta\xi = 1, \quad \Delta\eta = \frac{1}{\sqrt{g^{22}}}$$

$$B = \frac{(B_{\phi})_P}{\sqrt{g^{22}}}$$

$$g = (A_{\phi})_P(\phi_P - \phi_u) + \frac{(E_{\phi})_P}{\Delta t}(\phi_P - \phi_P^{n-1}) + S_{\phi}$$

식(18)의 해석적인 해는 다음과 같은 형태로 얻어진다.

$$\phi_P = \frac{1}{1 + C_P \left\{ (D_{\phi})_P + \frac{(E_{\phi})_P}{\tau} \right\}} \left[C_{NC}\phi_{NC} + C_{SC}\phi_{SC} + C_P \right] \times \left\{ (D_{\phi})_P\phi_P + \frac{(E_{\phi})_P}{\sigma}\phi_P^{n-1} - (S_{\phi})_P \right\} \quad (19)$$

여기서, 유한해석 계수는

$$C_{NC} = \frac{e^{BK}}{e^{BK} + e^{-BK}}$$

$$C_{SC} = \frac{e^{-BK}}{e^{BK} + e^{-BK}}$$

$$C_P = \frac{\tanh BK}{2BK} K^2 \text{이다.}$$

(3) 계산 방법 및 알고리즘

운동량 방정식을 풀기 위해서는 먼저 압력장을 알

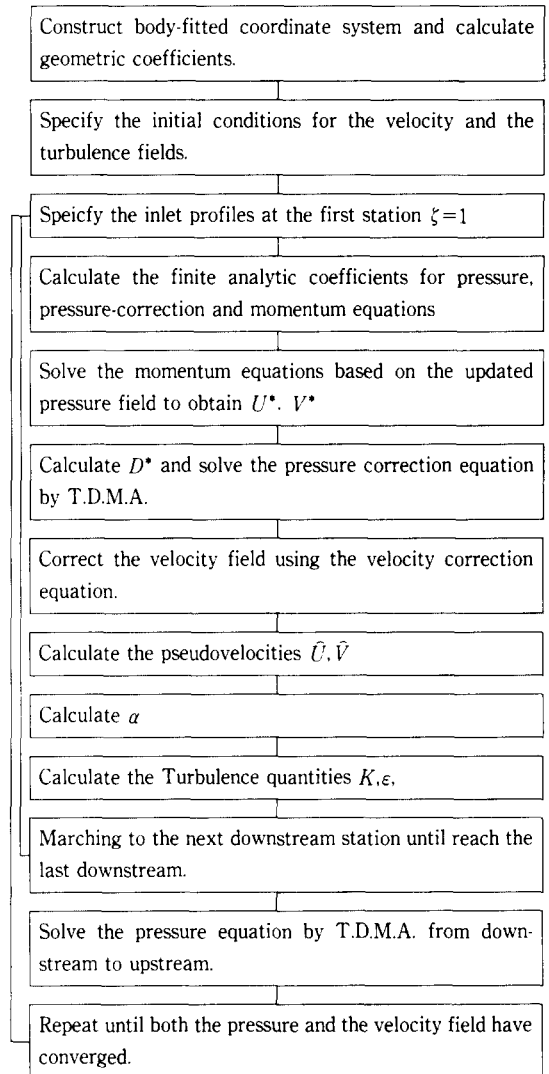
고 있어야 한다.

이를 위해 본 연구에서는 SIMPLER방법을 수정하여 사용하였다.

본 연구에서 제시한 준 3차원 수학적 모델에서 먼저 U, V 는 2차원 난류유동과 같이 해석한 다음 α 방정식에서 α 의 값을 결정한다. 이 α 의 값을 연속방정식에서 유도된 압력보정방정식에 도입하여 새로운 압력장을 결정한다. 이 새로운 압력장을 사용하여 U, V 를 보정할 수 있다.

속도장 (U, V, α), 난류량 (K, ϵ)은 상류에서 하류로 진행하면서 계산하고 압력만은 하류에서 상류로

Table 2 Flow chart



계산하여 하류의 영향이 상류로 즉시 전파되는 전체적 압력 반복법을 사용하였다. 이 방법에서는 속도 및 난류량들을 구하기 위하여 전체적 진행(global marching)을 하는 동안 운동량 방정식을 이전의 압력장을 사용하여 풀고 전체적 진행이 끝난후 압력장을 몇번의 전체적 반복에 의해 계산하며, 이 반복계산은 출구 압력 영향이 입구까지 전파될 수 있도록 하류에서 상류로 수행되어지며 기존의 방법에 비해 수렴이 잘되며 계산시간이 절약된다는 잇점이 있다. 주유동 방향으로 전진하며 반복계산할 경우의 해법은 Table 2와 같다. 수렴 조건은 계산영역의 모든 점에서 무차원화된 U, V, α 의 변화량이 0.01%이하이고 압력 수정이 0.05%이하 일때로 하였다.

3. 해석 결과 및 고찰

본 연구는 수직으로 주 유동에 분사되는 3차원 난류제트 문제를 3차원 특성을 나타내고 유동변수를 2차원으로 이상화 시킬 수 있는 준 3차원 모델을 설정하여 저 레이놀즈 $K-\epsilon$ 난류모델과 유한 해석법을 사용하여 해석하였다. 본연구에서 2차원 부분 포물형 방정식과 준 3차원 모델로 해석시 격자계를 비균일하게 $54 \times 40(x,y)$ 로 설정하였고 3차원 부분 포물형 방정식으로 해석할 경우는 $28 \times 20 \times 15(x,y,z)$ 로 격자를 생성하였다. AT 386으로 계산을 수행하였으며 2차원 부분 포물형 방정식, 준 3차원 모델과 3차원 부분 포물형 방정식으로 각각 해석할 경우 완전히 수렴하는데 40분, 50분, 420분 소요되었다.

상류경계조건은 분사구멍의 선단에서 1.17D되는 지점에서 경계층 두께가 0.36D이고 $Re_D=33210$, 분사속도비는 0.1인 경우이다.

Fig. 4는 $M=0.1$ 인 경우 2차원, 3차원 부분 포물형 방정식과 준 3차원 모델을 사용하여 해석한 결과를 $X/D=3.28$ 에서 실험치와 비교한 그림이다. 2차원 부분 포물형 방정식을 사용하여 해석한 결과는 대칭단면에서 유체가 횡방향으로 빠져나가는 유량을 고려하지 못하므로 연속방정식에 문제가 생겨 계산된 속도량이 실험치 보다 최고 18.5% 크게 나타났으며 질량보존 법칙을 만족시키지 못했다. 반면 준 3차원 모델로 α 방정식을 풀고 그 결과를 연속 방정식에 도입하여 해석한 결과 실험치와 최고 9.1%의 오차로 비교적 잘 일치하였다. 3

차원 부분 포물형 방정식으로 해석한 경우 최대 6.2%의 오차를 나타내었다.

Fig. 5는 $M=0.1$ 인 경우에 벽면 압력을 유동 방

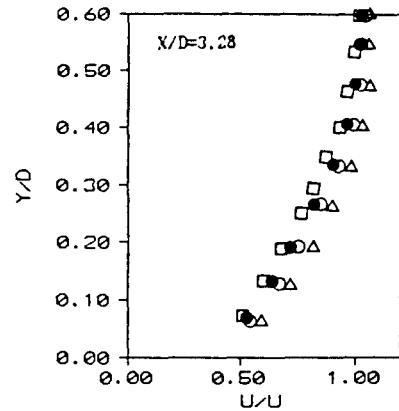


Fig. 4 Comparison of prediction and experiment
 □ Experiment by G. Bergeles⁽¹⁰⁾
 △ Present prediction by 2-D equation
 ● Present prediction by 3-D equation
 ○ Present prediction by semi 3-D equation

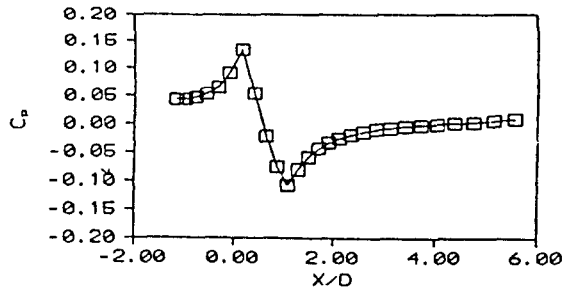


Fig. 5 Wall static pressure variation

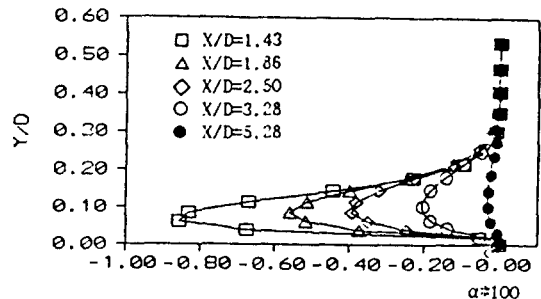


Fig. 6 Estimation of α

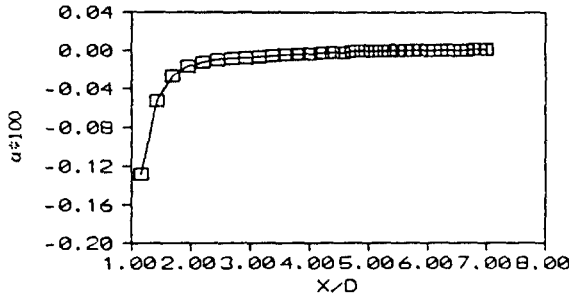


Fig. 7 Longitudinal evolution of α at $Y/D=0.038$

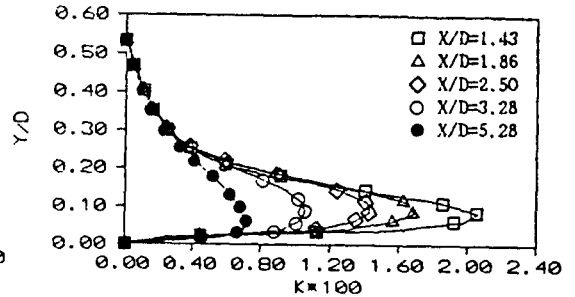


Fig. 9 Turbulent kinetic energy variation

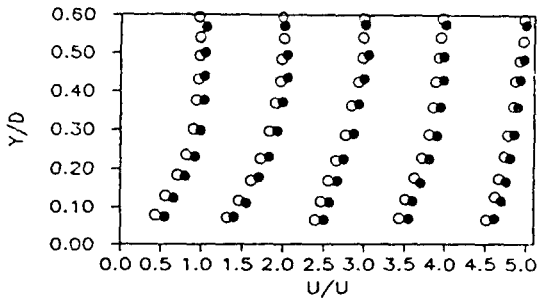


Fig. 8 Mean velocity profiles
 ○ Experiment by G. Bergeles⁽¹⁰⁾
 ● Present prediction

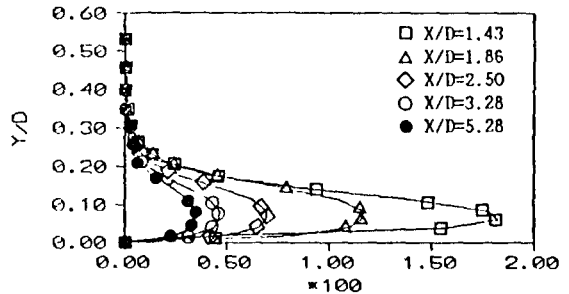


Fig. 10 Turbulent energy dissipation variation

항에 따라 나타낸 그림으로 제트가 주유동중에 놓인 장애물과 같은 효과를 보여주므로 제트상류에서 압력이 최고 0.15 까지 상승하고 제트 선단에서 강하하기 시작하여 분사 구멍의 끝 부분에서 최소 -0.12까지 급격히 떨어지는 아주 큰 압력 구배가 존재한다. 그 이후부터 분사구멍 주위 $X/D=2.0$ 되는 곳까지는 급격한 압력 상승을 보이다가 서서히 상승하게 되는 회복영역을 형성한다.

Fig. 6, 7은 대칭 단면을 빠져 나가는 유동의 세기 α 의 수직방향과 주유동 방향에 따른 변화를 각각 나타낸 그림이다. 분사 유동 주위의 압력 구배 영향 때문에 벽면 근처에서 큰 값을 나타내고 $X/D=1.43$ 에서 최대크기는 분사 속도의 8.7%이고 자유 유동 방향으로 진행됨에 점차 감소된다. 이는 벽면 근처에서 유동의 3차원 특성이 크게 작용되고 자유 유동 방향으로 진행됨에 따라 영향이 작아진다는 것을 나타낸다. 분사 구멍에서 하류 방향으로 진행됨에 따라 α 의 값은 점차 감소되어 $X/D=$

5.28에서 0의 값을 나타낸다. 이는 $X/D=5.28$ 부터 3차원 특성이 거의 나타나지 않는 것을 의미하는 것이다.

Fig. 8은 주 유동 방향 속도를 나타낸 그림으로 Bergeles⁽¹⁰⁾의 실험치와 잘 일치하고 있다. 그림에서 $X/D=2.0$ 까지는 Fig. 5에서 고찰한 바와 같이 분사구멍 주위에서 분사 제트에 의한 급격한 압력 변화의 영향으로 유동장이 불안정하게돼 운동량이 결손되어 유체속도는 감소되고 $X/D=2.0$ 이후에서는 유동장이 안정화되는 회복 영역이므로 벽면 근처 유체 속도는 점진적으로 가속되고 평판 유동으로 회복된다.

Fig. 9, 10은 난류 운동에너지와 난류에너지 소산율을 주 유동 방향에 따라 나타낸 그림이며 벽면부근에서 주유동방향 속도구배가 크므로 벽면부근에서 큰 값을 나타내고 점차 감소된다. 하류로 진행됨에 따라 평판 유동으로 회복되므로 서서히 감소한다. $X/D=1.43$ 지점에서 최대 K, ϵ 의 비는 0.89이고

$X/D=5.28$ 에서는 0.55이므로 앞으로 난류 계수들에 대한 고찰이 있어야 한다.

4. 결 론

주 유동에 분사되는 3차원 난류제트 문제를 3차원 운동량 방정식으로 부터 유도한 준 3차원 모델을 설정하여 유한해석법과 저 레이놀즈 난류 모델, 경계고정 좌표계를 사용하여 해석한 결과는 다음과 같다.

(1) 준 3차원 모델을 설정하여 해석한 결과 기준의 실험치와 비교적 잘 일치하므로 $\frac{\partial}{\partial z} \ll \frac{\partial}{\partial x}$ or $\frac{\partial}{\partial y}$ 인 유동장에 본 모델을 적용시킬 수 있다.

(2) 벽근처에서 α 의 값이 분사 속도의 8.7%의 큰 값을 갖는 3차원 특성이 나타나 2차원 해석시 연속 방정식에 문제가 생기므로 준 3차원 모델을 사용하는 것이 타당하다.

(3) 유동 변수를 2차원으로 배열하는 준 3차원 모델로 해석할 경우 전자계산기의 CPU 시간을 3차원 모델보다 1/10정도 줄일 수 있고 2차원 모델과 비슷하므로 매우 경제적인 방법이다.

(4) 주 유동에 분사되는 난류제트는 장애물과 같은 작용을 하여 제트상류에서는 압력이 상승하고 제트주위에서는 압력이 급격히 강하하는 압력구배가 존재하여 큰 운동량 손실이 발생한다.

(5) 다열 분사인 경우에 열과 열의 간격을 $X/D=5.28$ 이상으로 하여야 한다.

추후 가스 터빈 날개 보호를 위한 막냉각 문제에 본 모델을 적용하여 온도장을 해석 하고자 한다.

후 기

본 연구는 학술진흥재단의 자유공모과제 연구의 일환으로 이루어졌으며 이에 관계자 여러분께 감사 드리는 바입니다.

참 고 문 헌

- (1) Keffer, J.F. Baines, W.D. 1963, "The Round Turbulent Jet in a Cross Wind", J.F.M., Vol.15, Part 4.
- (2) Ramsey, J.W. Goldstein, R.J., 1971, "Introduction of a Heated Jet with a Deflecting Stream", J.Heat Transfer.
- (3) Moussa, J.W.Trischka, S.Eskinazi, 1977, "The Near Field in the Mixing of a Round Jet with a Cross Stream", J.F.M., Vol.80, Part 1.
- (4) Andropoulos, J., 1982, "Measurement in a Jet-Pipe Flow Issuing Perpendicularly Into a Cross Stream", Journal of a Fluids Eng., Vol.104.
- (5) Kamotani,K., 1975, "Effect of Mainsteam Variables on Heated and Unheated Jet Issuing From a Row of Inclined Holes", Ph. D. Thesis, Univ. of Minnesota, Minneapolis, Mn.
- (6) Chien,J.C. and Schetz, J.A., 1975, "Numerical Solution of the three-dimensional Navier-Stokes Equations with Approaches to Channel Flows and a Buoyant Jet in a Cross Flow", Journal of Applied Mechanics, Trans.of the ASME, Vol.42, pp. 575~579.
- (7) Tatchel,D.G., 1975, "Convection Processes in Confined Three-Dimensional Boundary Layers", Ph.D. Thesis, Univ.London.
- (8) Bergeles,G., Gosman,A.D., Launder, B.E.,1976, "The Prediction of Three-Dimensional Discrete-Hole Cooling Processes-Part 1; Laminar Flow", ASME Journal of Heat Transfer, Vol.98, p.379.
- (9) Bergeles,G., Gosman,A.D., Launder, B.E.,1981. "The Prediction of Three-Dimensional Discrete-Hole Cooling Processes-Part 2; Turbulent Flow", ASME Journal of Heat Transfer, Vol.103, p.141.
- (10) G.Bergeles, and A.D.Gosman and B.E.Launder, 1978, "The Turbulent Jet in a Cross Stream at Low Injection Rates; a Three-Dimensional Numerical Treatment", Numerical Heat Transfer, Vol.1, pp. 217~242.
- (11) Patantar, S.V., Basu,D.K., and Alpay,S.A., 1977, "Prediction of the Three-Dimensional Velocity Field of a Deflected Turbulent Jet", ASME, J.Eluids Eng., Vol.99, pp.758~762.
- (12) W.P.Johnes and J.J.McGuirk., "Computation of a Round Turbulent Jet Discharging into a Confined Cross-Flow", pp.233~245.
- (13) Rodi, W., and Srivatsa,S.K., 1980, "A Locally Elliptic Calculation Procedure for Three-Dimensional Flows and Its Application to Jet in a Cross Flow", Comt.Meth.Appl.Mech.Eng. Vol.23, pp.67~83.
- (14) Demuren, A. O., and Rodi, W., 1983, "Three-Dimensional Calculation of Film Cooling by a Row of Jets", Proc.5th Gamm Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics, Rome.
- (15) Sen-Ming Chang, 1984, "Prediction of turbulent Internal Recirculating Flows with k-ε Models.",

University of Iowa, pp. 97~116.

- (16) Chen, H.C., and Patel, V.S., 1985, "Calculation of the Trailing-Edge and Wake Flow by a Time Marching Solution of the Partialy-Parabolic Equations", IHR Report No.285, Univ. of Iowa.
- (17) 맹주성, 신중권, 1988, "근사 직교 경계고정 좌표계를 사용한 수치적 격자생성", 대한기계학회논문집, 제12권, 제13호.
- (18) B.E.Launder & D.B.Spalding, 1973, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", comp. Meth. for App.Mech.Eng., Vol.3.