

〈論 文〉

구 조화 근사법에 의한 정사각형 밀폐공간내의 자연대류-복사열전달 해석

차상명* · 김창기* · 박희용**

(1991년 2월 21일 접수)

Analysis of Natural Convection and Radiation Heat Transfer in a Square Enclosure by Spherical Harmonics Approximation

Sang Myung Cha, Chang Kee Kim and Hi Yong Pak

Key Words : Spherical Harmonics Approximation(구 조화 근사법), Enclosure(밀폐공간),
Natural Convection-Radiation(자연대류-복사)

Abstract

A numerical study of natural convection of a radiating gray gas in a square enclosure was performed by using $P-1$ and $P-3$ approximation with no scattering effects considered. The effects of optical thickness, Plank number and wall emissivity on the characteristics of flow and temperature fields were investigated. Numerical results using $P-3$ approximation, which has been hardly attempt to analyze the problems as the present physical situation, were compared with existing data and found to be in good agreement. In addition, the accuracy of $P-1$ approximation could be estimated by comparing to $P-3$ approximation.

기 호 설 명	
B : 무차원 방사력, $(T/T_0)^4$	Pl : Plank 수, $(k/L)/4\sigma T_0^4$
g : 중력가속도	Pr : 플란틀 수, ν/α
Gr : Grashof 수, $g\beta(T_h - T_c)L^3/\nu^2$	q : 고온벽의 평균 열유속
i, j : X, Y 방향의 단위벡터	Q_R : 무차원 복사 열유속, $q_R/4\sigma T_0^4$
I : 무차원 복사강도, $I^*/4\sigma T_0^4$	Q_T : 무차원 총열유속, $q_T/[k(T_h - T_c)/L]$
I_0 : 무차원 입사력, $I_0^*/4\sigma T_0^4$	Ra : Rayleigh 수, $Gr \cdot Pr$
$I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{12}$: 무차원 복사강도의 2차 모멘트, $I_{ij}^*/4\sigma T_0^4$	T : 온도
k : 열전도계수	T_0 : 기준온도, $(T_h + T_c)/2$
l : 방향코사인	U, V : X, Y 방향의 무차원속도, $u/(\nu/L), v/(\nu/L)$
L : 밀폐공간의 폭 및 높이	X, Y : 무차원 좌표, $x/L, y/L$
Nu : 누셀트수, $qL/k(T_h - T_c)$	α : 열확산 계수
P : 무차원 압력, $P^*/\sigma_0(\nu/L)^2$	β : 열팽창 계수
	ϵ : 방사율
	κ : 흡수 계수
	μ, ξ : X, Y 방향의 방향 코사인

* 정회원, 한양대학교 대학원

** 정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

ν	: 동점성 계수
ρ_0	: 기준밀도
σ	: Stefan-Boltzmann 상수
τ	: 광학두께, $\kappa-L$
ϕ	: 무차원 온도, $(T - T_0)/(T_h - T_c)$
ϕ_0	: 기준온도비, $T_0/(T_h - T_c)$
Ω	: 입체각

하첨자

c	: 저온벽
g	: 매질
h	: 고온벽
w	: 벽면

1. 서론

복사와 대류열전달의 상호작용은 핵반응로의 안전문제, 연소장치 및 태양열 집적장치 등에 관련되어 매우 중요한 문제이다. 강제대류에서 보다는 온도장과 유동장의 상호작용이 큰 자연대류에서 복사의 영향은 특히 크게 작용한다. 그러나 비선형 미적분방정식의 형태인 복사전달방정식의 해를 구하는데서 오는 어려움으로 인하여 다른 열전달 형태와 복사의 동시해는 많은 제한을 받아 왔다. 따라서 복사전달방정식의 근사해법이 많은 연구의 대상이 되어왔고 이러한 방법들중에 미분형 근사법인 구조화 근사법(spherical harmonics approximation)과 구분좌표법(discrete ordinate method) 등^(1,2)이 최근 많이 연구되고 있다.

이 연구에서는 구조화 근사법을 사용하였기 때문에 이에 대해서만 논의 하겠다. 구조화 근사법은 $P-N$ 근사법이라고도 불리며 N 의 차수에 따라 $P-1$ 혹은 $P-3$ 근사법 등으로 구분된다. $P-1$ 근사법을 이용하여 복사열전달을 해석한 연구는 다수 찾아볼 수 있다⁽³⁻⁵⁾. $P-3$ 근사법은 Ratzel 등⁽⁶⁾과 Mengüç⁽⁷⁾ 등에 의하여 연구되었다. Ratzel 등은 2차원 밀폐공간내에서 흡수 및 방사하는 회유체의 복사열전달을 $P-1$ 및 $P-3$ 근사법을 적용하여 계산하였고 $P-1$ 근사법은 광학두께가 작은 경우에 오차가 커짐을 지적하였다. Mengüç는 흡수, 방사 및 비등방산란을 포함하는 매질내의 복사열전달을 3차원 직교좌표계와 축대칭 원통좌표계에 대해서 $P-3$ 근사식을 유도하고 계산결과를 다른 연구결과들과 비교 함으로써 그 타당성을 입증하였다.

최근 $P-N$ 근사법을 복사-대류열전달의 상호작

용이 존재하는 밀폐공간내의 열전달해석에 적용한 연구가 많이 수행되고 있다. 김기훈등⁽⁸⁾은 2차원 사각형 밀폐공간내에서 회유체의 자연대류-복사열전달을 $P-1$ 근사법을 이용하여 연구하여 Stark 수, 광학두께 및 벽방사율이 유동장 및 열전달에 미치는 영향을 규명하였다. 또한 $P-1$ 근사법의 적용범위를 연구하였는데 Stark 수에서 광학두께의 영향을 배제한 수정된 Stark를 사용하고 수정된 Stark 수가 1일때 광학두께에 따른 계산을 수행하여 광학두께가 1보다 작은 경우에도 $P-1$ 근사법이 잘 맞음을 보였다. Yücel 등⁽⁹⁾의 연구에 따르면 김기훈 등의 연구에서 사용한 수정된 Stark 수와 유사하게 정의되는 Plank 수를 0.02로 두고 $P-1$ 근사해의 정확도를 보다 정확한 방법으로 알려진 S-4의 해와 비교하여 검증한 결과 광학두께가 1일 때 총열유속과 복사열유속에서의 오차가 13.5% 내지 16.4% 있음을 보였다. 또한 Fucegi 등⁽¹⁰⁾은 2차원 사각형 밀폐공간내에서 흡수 및 방사하는 매질의 자연대류-복사열전달을 Boltzmann 수가 30 내지 90 사이의 값에 대해서 $P-1$ 근사법을 이용하여 연구하였다. 이러한 Boltzmann 수의 범위는 Plank 수로 0.013 내지 0.1에 해당하며 이 경우 광학두께가 5 이하일때 회유체로 가정한 $P-1$ 근사해의 결과는 많은 오차가 있음을 보였고 $P-3$ 와 같은 높은 차수의 근사해법이 이러한 오차를 줄일 수 있는 것으로 추천하였다.

이 연구에서는 2차원 정사각형 밀폐공간내에서 흡수 및 방사하는 회기체에 대한 자연대류-복사 열전달을 $P-1$ 및 $P-3$ 근사법을 이용하고 수치해석을 통하여 유동 및 열전달 특성을 연구하였고 Plank 수, 광학두께 및 벽방사율의 영향을 조사하였다. 또한 $P-3$ 근사해와 비교함으로써 $P-1$ 근사해의 적용범위를 고찰하였다.

2. 이론

2.1 지배방정식

이 연구에서 채택한 계산모델과 좌표설정은 Fig. 1과 같다. 흡수 및 방사하는 회기체가 들어 있는 정사각형 밀폐공간으로서 좌우벽면은 등온으로 유지되고 천정과 바닥은 단열되어 자연대류와 복사열전달이 복합적으로 일어나는 경우이다. 관련된 인자의 수를 제한하기 위하여 밀도를 제외한 모든 물성치는 일정한 것으로 하였고 유동은 2차원 층류유

동으로 제한하였다.

가정을 기초로한 연속방정식, 운동량방정식 그리고 에너지방정식은 무차원형태로 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \nabla^2 U \quad (2)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \nabla^2 V + \frac{Ra}{Pr} \phi \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \nabla^2 \phi - \frac{\phi_o}{Pl \cdot Pr} \nabla \cdot \mathbf{Q}_R \quad (4)$$

여기서 부력항에 대해서는 Boussinesq 근사를 적용하였다. 에너지 방정식에 나타나는 복사열유속은 복사전달방정식의 해로부터 구하여진다. 해석을 위하여 유체가 미립자(particles)를 포함하지 않는 기체라고 가정하면 산란효과는 무시할 수 있다⁽⁹⁾. 그러면 열복사를 흡수 및 방사하는 회유체에 대한 복사전달방정식은 다음과 같다.

$$\mu \frac{\partial I}{\partial X} + \xi \frac{\partial I}{\partial Y} + \tau I = \frac{\tau}{4\pi} B \quad (5)$$

여기서 I 는 무차원복사강도이고 B 는 방사력으로서 다음과 같이 주어진다.

$$B = \left(1 + \frac{\phi}{\phi_o}\right)^4 \quad (6)$$

식 (5)에 $P-1$ 및 $P-3$ 근사법을 적용하면 다음식으로 변환될 수 있다⁽⁷⁾.

$P-1$ 근사식

$$\frac{\partial^2 I_o}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 I_o}{\partial Y^2} = -3\tau^2(B - I_o) \quad (7)$$

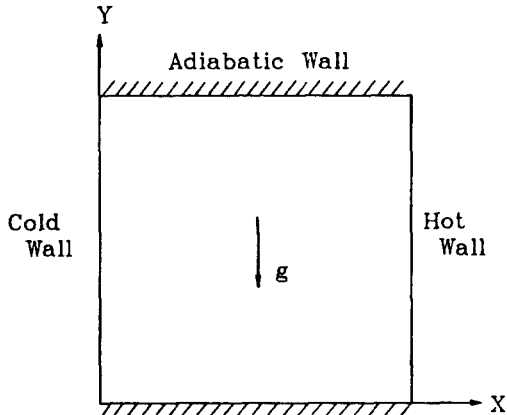


Fig. 1 Geometry and coordinates of the physical system

$P-3$ 근사식

$$27 \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial X^2} + 4 \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial Y^2} - 35\tau^2 I_{11} - 3 \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial X^2} + 4 \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial Y^2} - 3 \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial Y^2} + 30 \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial X \partial Y} + \frac{35}{3} \tau^2 B = 0 \quad (8)$$

$$4 \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial X^2} + 27 \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial Y^2} - 35\tau^2 I_{22} + 4 \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial X^2} - 3 \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial X^2} - 3 \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial Y^2} + 30 \frac{\partial^2 I_{12}}{\partial X \partial Y} + \frac{35}{3} \tau^2 B = 0 \quad (9)$$

$$4 \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial X^2} + 4 \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial Y^2} - 35\tau^2 I_{33} + 4 \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial X^2} + 4 \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial Y^2} + 10 \frac{\partial^2 I_{12}}{\partial X \partial Y} + \frac{35}{3} \tau^2 B = 0 \quad (10)$$

$$15 \frac{\partial^2 I_{12}}{\partial X^2} + 15 \frac{\partial^2 I_{12}}{\partial Y^2} - 35\tau^2 I_{12} + 8 \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial X \partial Y} + 8 \frac{\partial^2 I_{22}}{\partial X \partial Y} - 2 \frac{\partial^2 I_{33}}{\partial X \partial Y} = 0 \quad (11)$$

여기서 I_o 는 입사력이고 I_{11} , I_{22} , I_{33} 및 I_{12} 는 복사강도의 2차 모멘트로 다음식으로 정의 된다.

$$I_o = \int_{4\pi} I d\Omega \quad (12)$$

$$I_{ij} = \int_{4\pi} I i_j d\Omega \quad (13)$$

여기서 i, j 는 각각 1, 2 및 3의 값을 가질 수 있고 1은 X 방향 2는 Y 방향 3은 Z 방향을 나타낸다.

$P-3$ 근사식에서 나타나는 2차 모멘트와 입사력 사이에는 다음과 같은 관계식이 만족된다.

$$I_o = I_{11} + I_{22} + I_{33} \quad (14)$$

복사전달방정식의 해로부터 입사력, I_o 가 구해지면 에너지방정식에 나타나는 복사열유속항은 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{Q}_R = \tau(B - I_o) \quad (15)$$

2.2 경계조건

속도 및 온도경계조건은 다음과 같다.

$$X=0, 1 \text{ 그리고 } Y=0, 1 \text{에서 } U=V=0$$

$$Y=0, 1 \text{에서 } \mathbf{Q}_T \cdot \mathbf{j} = (-\nabla \phi + \frac{\phi_o}{Pl} \mathbf{Q}_R) \cdot \mathbf{j} = 0$$

$$X=0 \text{에서 } \phi = -0.5 \quad (16)$$

$$X=1 \text{에서 } \phi = 0.5$$

$P-1$ 및 $P-3$ 근사식의 경계조건은 Marshak 경계조건으로 다음과 같이 주어진다⁽⁷⁾.

$P-1$ 근사식

$$I_o \pm \frac{2}{3}(1 + \lambda_w) \frac{\partial I_o}{\partial x_i} = B, \quad x_i = X, Y \quad (17)$$

여기서 x_i 는 벽면에 수직한 좌표방향이고 (+) 부호는 벽면에 수직한 단위 벡터가 좌표방향과 반대

인 경우이며 (-) 부호는 그 반대이다. 또한 λ_w 는 벽면의 방사율에 대한 반사율의 비로 다음과 같다.

$$\lambda_w = \frac{1 - \epsilon_w}{\epsilon_w} \quad (18)$$

P-3 근사식

$$3I_o \pm 15I_{ii} \pm (-16)(1 + 2\lambda_w)I_i = 8B \quad (19)$$

$$-(2 + 5\lambda_w)I_o \pm (-16)\lambda_w I_i + 15(2 + \lambda_w)I_{ii} \pm (-32)(1 + \lambda_w)I_{ij} = 8B \quad (20)$$

$$5I_{ij} \pm (-8)I_{iij} = 0$$

$$(8 + 5\lambda_w)I_o \pm (-16)\lambda_w I_i \pm (-64)(1 + \lambda_w)I_{ij} + 10(1 + \lambda_w)(I_{jj} - I_{kk}) - 15\lambda_w I_{ii} = 8B \quad (21)$$

식 (18)에서 식 (21)까지 나타나는 복사강도의 1차 모멘트와 3차 모멘트는 2차모멘트의 항으로 다음과 같이 주어진다.

$$I_i = -\frac{\partial I_{ji}}{\tau \partial x_j} \quad (22)$$

$$I_{iii} = \frac{3}{35} \frac{\partial I_o}{\tau \partial x_i} - \frac{3}{7} \frac{\partial I_{ii}}{\tau \partial x_i} - \frac{3}{7} \left[\frac{\partial I_{ji}}{\tau \partial x_j} \right]_j \quad (23)$$

$$I_{ij} = \frac{1}{35} \frac{\partial I_o}{\tau \partial x_i} - \frac{1}{7} \left[\frac{\partial I_{ji}}{\tau \partial x_j} \right]_j - \frac{1}{7} \frac{\partial I_{jj}}{\tau \partial x_i} - \frac{2}{7} \frac{\partial I_{ij}}{\tau \partial x_j} \quad (24)$$

여기서 i 는 1(=X), 2(=Y), 3(=Z)의 값을 가질 수 있으며 기호 ()_j는 j 에 대한 합을 나타낸다.

2.3 수치해석

방정식을 이산화 시키기 위하여 32×32의 격자계를 구성하고 검사체적법⁽¹²⁾(control volume method)을 적용하였다. 운동량방정식에 나타나는 압력 항은 SIMPLER 알고리즘으로 처리하였고 이산화된 방정식의 해는 선순법으로 반복계산하여 구하였다. P-N 근사식의 경계조건을 처리하기 위하여 전방차분(forward differencing) 및 후방차분(backward differencing)을 적용하였고 해의 수렴을 촉진시키기 위하여 벽면을 단열된 것으로 취급하고 경계조건으로부터 얻을 수 있는 복사강도모멘트의 플럭스를 이용하여 벽면에 인접한 검사체적에 생성항으로 부가하였고 이를 위하여 벽면에 인접한 검사체적을 벽면전체길이의 1/100이 되도록 얇게 설정하였다. 해의 수렴조건은 전체적인 열평형을 고려하여

$$R = \int_{Y=0}^1 [(\mathbf{Q}_r \cdot \mathbf{i})_{x=1} - (\mathbf{Q}_r \cdot \mathbf{j})_{x=0}] dY = 0 \quad (25)$$

가 만족하도록 설정하였는데 반복계산중 R 이 10^{-5} 이하가 되면 수렴한 것으로 간주하였다. 계산시 적

절한 하향이완(under-relaxation)을 시켜 수렴을 향상시켰다. 이때 속도 및 압력에 대한 이완계수로는 각각 0.45와 0.7을 사용하였고, 온도와 복사강도모멘트에 대하여서는 모두 0.85를 사용하였다. 수렴된 해를 얻기위한 반복계산수는 계산조건에 따라 달라지지만 P-1 근사법으로 계산할 경우 최고 4000회 정도가 필요하였으며 P-3 근사법으로 계산 시에는 P-1의 해를 초기치로 사용하였을 경우 반복회수는 약 1/4이 필요하였다. 그러나 P-3 근사식의 방정식 수가 많기 때문에 전체 계산시간은 비슷하게 소요되었다.

2.4 P-N 근사해의 검증

이 연구에서 사용한 복사모델과 수치해법의 타당성을 확인하기 위하여 자연대류와 복사열전달이 복합된 경우를 계산하기에 앞서 복사열전달만이 존재하는 경우에 대해서 예비적인 계산을 실시하였다. 계산을 위한 문제로는 Fig. 1과 같은 형태를 갖고 벽면의 방사력이 0인 흑체벽을 갖는 2차원 정사각형 밀폐공간내에 흡수 및 방사하는 균일한 온도의 회유체가 들어있는 경우이다. 이것은 참고문헌(11)에 해석적인 해가 주어지므로 수치해석결과를 검증할 수 있다. 계산은 광학두께가 1.0과 10.0인 경우에 대하여 행하였고 계산결과 중 벽면에서의 복사열유속의 크기를 무차원형태로 구하여 정확해와 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. 광학두께가 10.0인 경우 정확해에 비하여 P-1 근사해는 다소

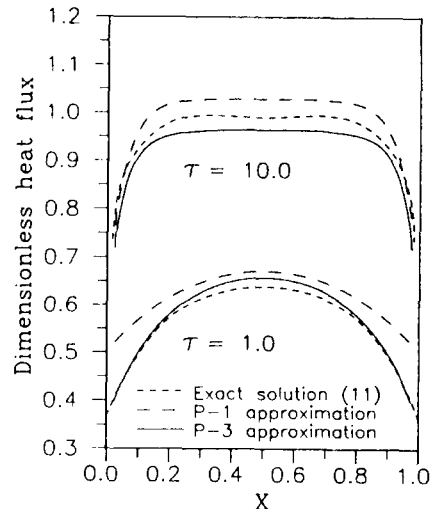


Fig. 2 Dimensionless wall heat flux, $q_w/\sigma T_g^4$ at different optical thickness

크게, $P-3$ 근사해는 조금 작게 예측되었지만 대체적으로 잘 근사되고 있다. 그러나 광학두께가 1.0인 경우에는 $P-3$ 근사해는 중앙부를 제외하고는 정확해와 잘 일치하고 있지만 $P-1$ 근사해의 결과는 양 벽면 부근에서 특히 오차가 심하게 나타나고 있다. 이러한 계산결과는 Ratzel 등⁽⁶⁾의 수치계산 결과와도 경향이 일치하고 있어 이 연구의 해석 방법이 타당하다고 판단하였다.

3. 결과 및 토의

이 연구에서의 계산은 참고문헌 (9)에서와 같은 조건인 플란틀수를 5×10^6 , 플란틀 수를 0.72 그리고 기준온도비 ϕ_0 를 1.5로 두고 행하여 계산 결과를 직접 비교할 수 있도록 하였다. 특별한 설명이 없는 모든 계산결과는 $P-3$ 근사해로 계산한 것이다.

Fig. 3은 자연대류만을 고려한 경우의 등온선 및

유선을 나타낸 것이다. 온도분포 및 유동형태는 중심에 대하여 대칭인 모양을 나타내고 있고 등온 벽면부근의 큰 구배는 경계층이 형성되고 있음을 부여주고 있다. 이러한 결과를 Yücel 등⁽⁹⁾의 결과와 비교하여 볼때 온도분포와 유동형태가 거의 일치하고 있어 계산결과의 타당성을 확인할 수 있었다.

Fig. 4는 복사를 고려하였을때, 대표적으로 Plank 수가 0.02 광학두께가 0.2인 경우에 대해서 $P-1$ 및 $P-3$ 근사해로 계산한 결과를 각각 도시한 것이다. $P-3$ 근사해의 결과는 $S-4$ 로 계산한 Yücel의 결과와 거의 일치하였으나 그림에서 보듯이 $P-1$ 근사해의 결과는 온도분포에서 매우 큰 오차를 나타내었고 유동의 크기를 실제보다 크게 예측하였는데 그 오차는 내부영역에서 더 크게 나타나고 있다.

광학두께의 영향을 알아보기 위하여 Plank 수가 0.02이고 흑체벽을 가정했을 경우 속도 및 온도분포를 $Y=0.5$ 의 위치에서 여러 광학두께에 대하여

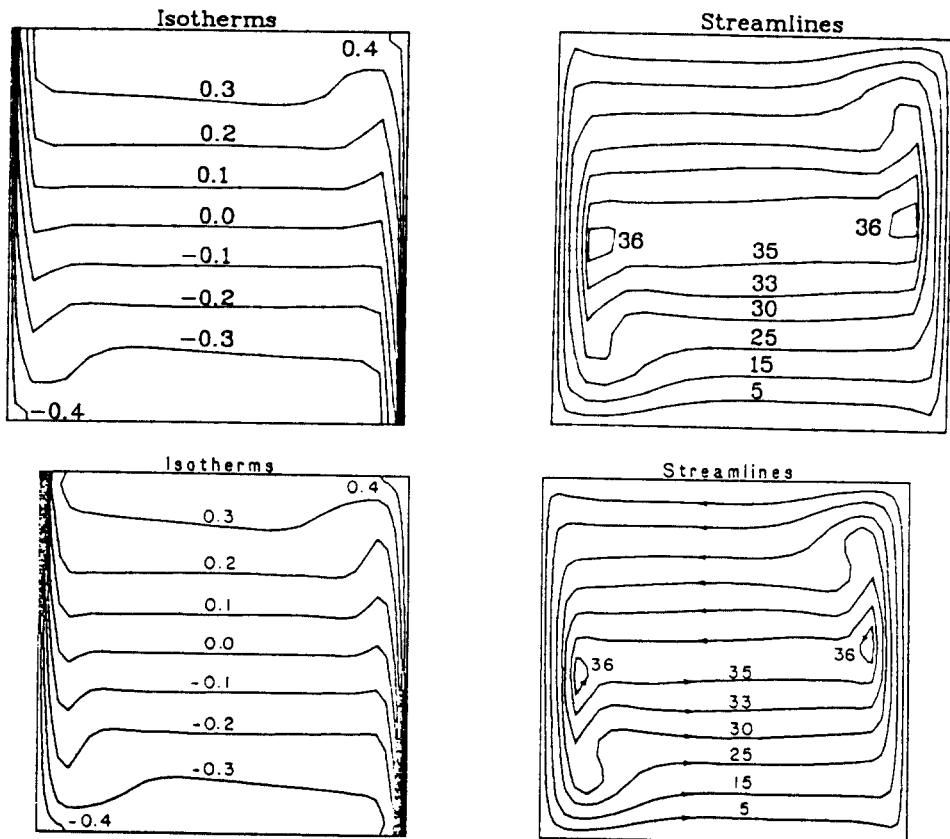
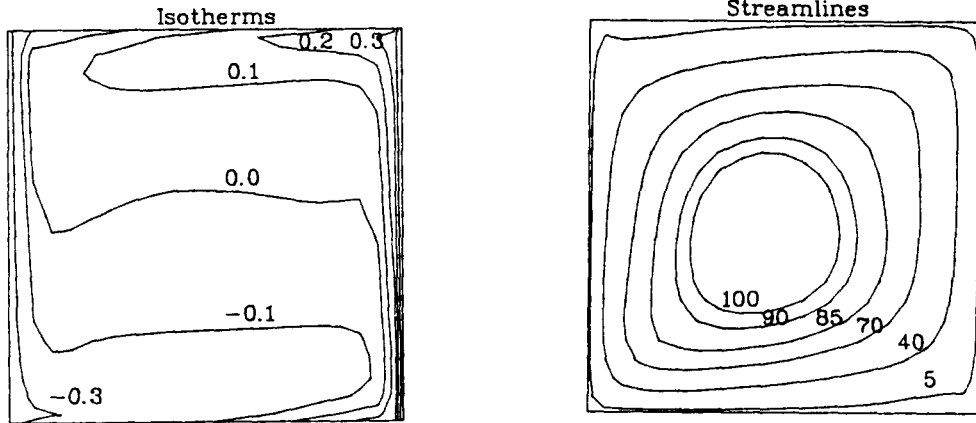
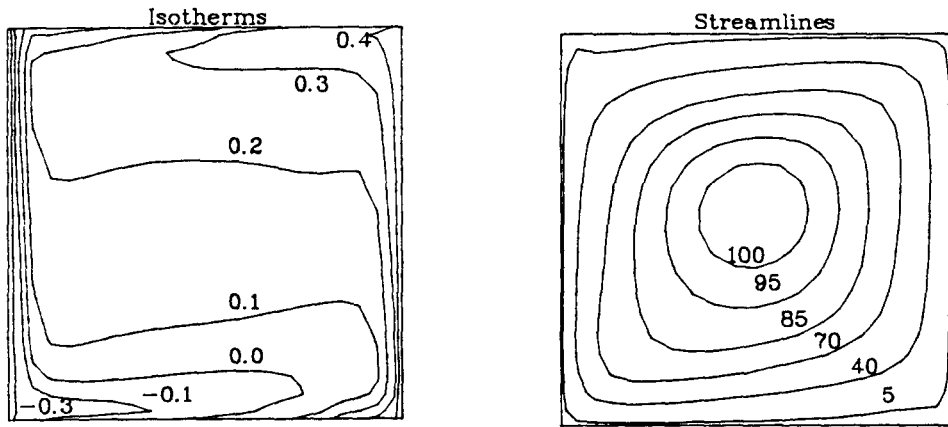


Fig. 3 Isotherms and streamlines for non radiating fluid at $Ra=5 \times 10^6$

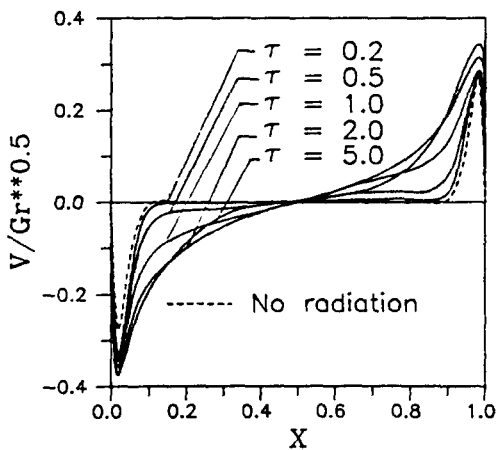


(a) P-1 approximation

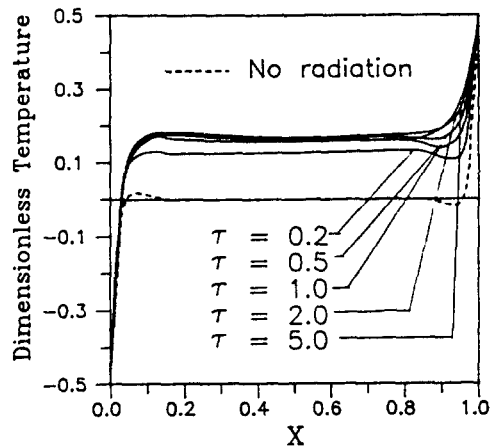


(b) P-3 approximation

Fig. 4 Isotherms and streamlines for radiating fluid at $Ra=5 \times 10^6$, $Pl=0.02$ and $\tau=0.2$



(a) Vertical velocity profile



(b) Temperature profile

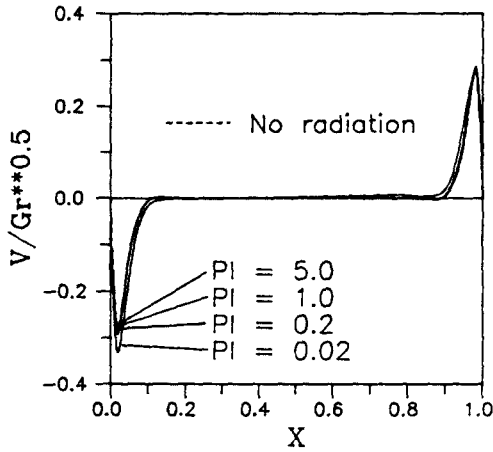
Fig. 5 Effect of optical thickness on the velocity and temperature profile along the $Y=0.5$ midplane of the enclosure ($Ra=5 \times 10^6$, $Pl=0.02$, $\epsilon_w=1.0$)

Fig. 5에 나타내었다. 복사는 속도의 크기를 증가시켰는데 광학두께가 커질수록 유동의 크기는 점차로 커지고 있다. 특히 내부영역에서는 복사가 없는 경우 속도가 거의 없는 것에 반하여 복사가 있는 경우 속도변화가 크게 나타났고, 복사가 없는 경우에 유동의 형태가 중심에 대하여 대칭으로 나타나고 있으나 복사의 영향이 커질수록 저온벽에서의 유동속도가 더욱 크게 증가하면서 대칭모양이 사라짐을 알 수 있다. 광학두께가 0.2보다 작게 되면 유동의 형태는 거의 복사가 없는 경우와 비슷하게 나타남을 볼 수 있다. Fig. 5(b)에서 볼 수 있듯이

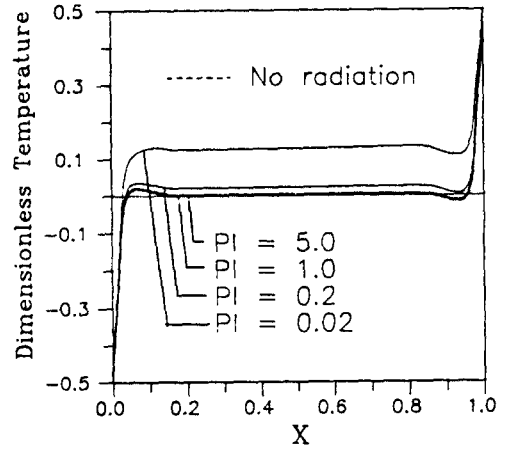
복사는 온도크기를 전체적으로 상승시키며 내부쪽으로 갈수록 그 폭이 커지고 있다. 광학두께가 0.2 일때도 속도와는 달리 복사가 없는 경우와 비교하여 온도차이가 크게 나타나고 있다.

Fig. 6은 Plank 수의 영향을 보여준다. Plank 수가 1 이상에서는 속도와 온도분포 모두 복사가 없는 경우에 비하여 별 변화가 없는 것으로 나타나 이 경우 복사의 영향은 무시할만하다.

Fig. 7은 벽방사율의 영향을 나타낸 것이다. 벽방사율이 작아질수록 복사의 영향은 점차로 감소되고 있다.

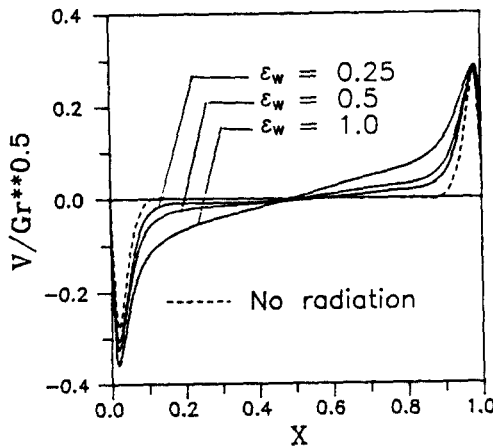


(a) Vertical velocity profile

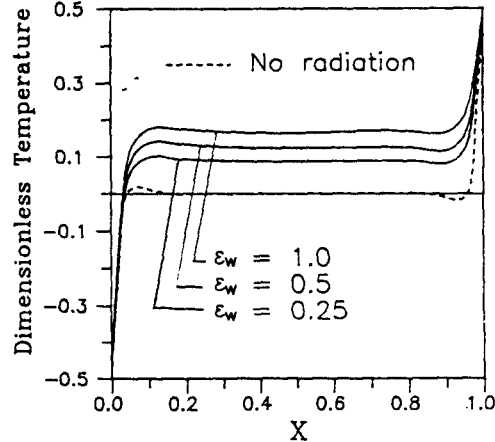


(b) Temperature profile

Fig. 6 Effect of Plank number on the velocity and the enclosure ($Ra=5 \times 10^6$, $\tau=0.2$, $\epsilon_w=1.0$)



(a) Vertical velocity profile



(b) Temperature profile

Fig. 7 Effect of the wall emissivity on the velocity and temperature profile along the $Y=0.5$ temperature profile along $Y=0.5$ midplane of midplane of the enclosure ($Ra=5 \times 10^6$, $Pl=0.02$, $\tau=1.0$)

열전달특성과 $P-1$ 근사해법의 적용범위를 고찰하기 위하여 $P-1$ 근사해의 결과를 $P-3$ 근사해의 결과와 비교하여 Table 1에서 Table 3까지 나타내었다. 비교한 값은 고온벽에서의 평균 누셀트수로 다음과 같이 정의된다.

$$Nu = \frac{\bar{q}L}{k(T_h - T_c)} \quad (26)$$

여기서 \bar{q} 는 벽면의 평균 열유속이며 이와같이 정의된 누셀트수는 식(16)에 주어진 총열유속, Q_T 의 평균치와 같게된다.

Table 1은 Plank수가 0.02인 경우에 평균 누셀트수의 광학두께에 따른 변화를 Yücel⁽⁹⁾의 계산결과와 함께 비교한 것이다. 복사로 인하여 누셀트수는 전체적으로 크게 증가하였으며 그 크기는 광학두께가 작아질수록 커진다. $P-3$ 근사해의 결과는 모든 광학두께의 범위에서 Yücel의 결과와 잘 일치하고 있지만 $P-1$ 근사해의 결과는 항상 누셀트수를 더 크게 예측하였고 그 오차는 광학두께가 작은 경우에 더욱 커졌다. 광학두께가 0.2 일때 오차는 약 30%에 이르고 있다.

Table 1 Changes in average Nusselt number at hot wall with optical thickness
($Ra=5 \times 10^6$, $Pl=0.02$, $\epsilon_w=1.0$)

	$\tau=0.2$	$\tau=0.5$	$\tau=1.0$	$\tau=2.0$	$\tau=5.0$
$P-1$	60.4	55.38	44.75	38.09	34.54
$P-3$	46.35	43.97	39.89	36.26	31.96
$S-4^{(9)}$	46.65		39.75		32.38

Table 2 Changes in average Nusselt number at hot wall with Plank number
($Ra=5 \times 10^6$, $\tau=0.2$, $\epsilon_w=1.0$)

	$Pl=0.02$	$Pl=0.2$	$Pl=1.0$	$Pl=5.0$
$P-1$	60.4	19.71	16.62	16.13
$P-3$	46.35	18.16	16.34	16.06

Table 3 Changes in average Nusselt number at hot wall with wall emissivity
($Ra=5 \times 10^6$, $Pl=0.02$, $\tau=1.0$)

	$\epsilon_w=1.0$	$\epsilon_w=0.5$	$\epsilon_w=0.25$
$P-1$	44.75	28.12	20.75
$P-3$	39.89	26.88	20.83

Table 2는 Plank수의 영향을 알아보기 위하여 $\tau=0.2$, $\epsilon_w=1.0$ 일때 Plank 수를 0.02에서 5.0까지 변화시키면서 계산한 결과이다. Plank 수가 작아질수록 복사의 상대적인 영향이 증가하면서 평균 누셀트수는 비선형적으로 증가하였다. Plank 수가 1보다 큰 경우에는 복사의 영향이 크지 않는 것을 볼 수 있고 따라서 총열전달에 대한 $P-1$ 근사해의 오차는 상대적으로 작게 나타나고 있다.

Table 3은 벽방사율의 영향을 나타낸 것이다. 방사율이 작아질수록 평균 누셀트수의 크기는 줄어들었으며 $P-1$ 근사해의 오차도 감소되고 있다.

4. 결 론

정사각형 밀폐공간내의 자연대류-복사 열전달에 $P-1$ 근사법을 적용하고 수치적으로 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) $P-3$ 근사법을 적용하여 계산한 결과를 다른 복사모델을 사용한 기존의 연구결과와 비교하여 볼 때 모든 광학두께의 범위에서 잘 일치되는 결과를 얻을 수 있었다.

(2) 광학두께가 0.2인 경우 Plank 수가 1.0 이상에서는 복사효과를 무시할 수 있었다.

(3) $P-1$ 근사해는 전반적으로 속도 및 열전달의 크기를 $P-3$ 근사해보다 크게 예측하였고 그 오차는 광학두께가 작아질수록 증가하였다. 그러나 Plank 수가 0.2 이상이 되면 작은 광학두께에서도 $P-1$ 근사해의 결과가 비교적 잘 맞는 것으로 나타났다. 최고오차는 Plank 수가 0.02이고 광학두께가 0.2일때 나타났으며 총열유속에서 $P-3$ 근사해의 결과와 약 30%의 오차를 보였다.

참 고 문 헌

- (1) Fiveland, W.A. 1984, "Discrete Ordinate Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures", J. of Heat Transfer, Vol. 106, pp.699~706.
- (2) Kim, T.K. and Lee, H. 1987, "Two-Dimensional in Mie-Anisotropic Scattering Media : S-N Discrete Ordinate Solution", Heat Transfer Syst. at Univ. of Ill., Urbana-Champaign, Ill.,
- (3) Deissler, R.G., 1968, "Diffusion Approximation for Thermal Radiative in Gases with Jump Boundary Condition", J. of Heat Transfer, Vol. 86, pp.919~933.

- (4) Cheng, P., 1972, "Exact Solution and Differential Approximation for Multi-Dimensional Radiative Transfer in Cartesian Coordinate Configurations", *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 31, pp.269~308.
- (5) Hungenyi, J. and Bayazitoghi, Y., 1980, "Differential Approximation of Radiative Heat Transfer in a Gray Medium", *J. of Heat Transfer*, Vol. 102, pp.719~723.
- (6) Ratzel, A.C. and Howell, J.R., 1983, "Two-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting Media Using the P-N Approximation", *J. of Heat Transfer*, Vol. 105, pp.333~340.
- (7) Mengüç, M.P., 1985, "Modeling of Radiative Heat Transfer in Multi-Dimensional Enclosure Using Spherical Harmonics Approximation", Ph. D. Thesis, Purdue University.
- (8) 김기훈, 이택식, 이준식, 1987, "직사각형 밀폐 공간에서의 복사 및 자연대류 열전달", 대한 기계학회 논문집, 제 11권, 제 2호, pp.331~344.
- (9) Yücel, A., Acharya, S. and Willians, M.L., 1989, "Natural Convection and Radiation in a Square Enclosure", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 15, pp.261~278.
- (10) Fusegi, T. and Farouk, B., 1989, "Laminar and Turbulent Natural Convection-Radiation Interactions in a Square Enclosure Filled with a Nongray Gases", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 15, pp.303~322.
- (11) Shah, N., 1979, "New Method of Computation of Radiation Heat Transfer in Combustion Chamber", Ph.D. Dissertation, Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of London.
- (12) Patankar, S.V., 1984, *Numerical Heat Transfer and Flow*, McGrawHill Book Company.