

〈論 文〉

## 필렛을 갖는 변후부재의 균열에 대한 파괴역학적 연구

양원호\* · 최용식\*\* · 조명래\*\*\*

(1991년 1월 30일 접수)

### A Fracture Mechanics Analysis on the Crack in the Variable Thickness Plate Having Fillet

Won Ho Yang, Yong Shick Choy and Myoung Rae Cho

**Key Words :** Variable Thickness Plate(변후부재), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Width Ratio(판폭비), Thickness Ratio(두께비), Fillet Radius(필렛 곡률 반경)

#### Abstract

Crack tip stress intensity factors for the cracks in the variable thickness plates having fillet subjected to tensile(Mode I) loadings were obtained by three-dimensional finite element analysis. stress intensity factors were calculated by the crack opening displacement method proposed by Ingraffea and Manu. The correction factor of the stress intensity factor for the variable thickness plate having fillet was introduced as the form of  $F(\lambda, \beta, \omega, \rho)$ .

#### 기 호 설 명

$2a$	: 균열길이 (mm)
COD	: 균열개구변위
$E$	: 종탄성계수
$F$	: 응력확대계수의 수정계수
$K$	: 응력확대계수(S.I.F.)
$R$	: 필렛 곡률반경
$t, t_1, t_2$	: 시험편 두께
$w, w_1, w_2$	: 시험편 폭
$\beta$	: 두께비 ( $t_2/t$ )
$\lambda$	: 무차원 균열길이 ( $a/w_1$ )
$\rho$	: 무차원 필렛곡률반경 ( $R/t$ )
$\omega$	: 판폭비 ( $w_2/w_1$ )

에 필렛을 갖는 부재(이하 필렛을 갖는 변후부재라 한다)는 각종 기계 및 구조물에 다양하게 사용되고 있다. 이와 같은 기계 및 구조물들이 피로하중을 받고 있는 경우에는 설계에 필요한 자료로서 균열의 응력확대계수(stress intensity factor) 값이 정확히 제시되어야 하므로 변후경계 및 변후경계부근에서의 균열성장저항에 대한 파괴역학적인 연구가 큰 관심사로 대두되고 있다. 그러나 변후부재 및 이와 관련된 분야에 대한 체계적인 연구는 몇몇 연구자들에 의한 한정된 범위 내에서의 해석이 되어 있을 뿐이어서 아직 초보적인 단계라 할 수 있다.

Isida<sup>(1)</sup>는 두께와 탄성계수가 각각 다른 동일폭 이재 결합판재가 연속적으로 무한히 결합되고 그 한쪽 판재에 규칙적인 중앙관통균열(center through crack)이 존재하는 모델과 두께와 탄성계수가 다른 반무한 판재가 결합되고 그 한쪽 판재에 균열이 존재하는 모델에 대하여 Laurent 전개(expansion) 형의 복소응력함수를 써서 2차원 이론해석을 했으며, 양원호<sup>(2-4)</sup>는 유한폭 변후판재 내에 존재하는 모드 I (mode I) 중앙관통균열의 응력확대계수

#### 1. 서 론

단면의 두께가 변화하며, 두께가 변화하는 부분

\* 정회원, 성균관대학교 공과대학 기계설계학과  
 \*\* 정회원, 성균관대학교 공과대학 기계공학과  
 \*\*\* 정회원, 성균관대학교 대학원 기계공학과

(S.I.F.)  $K_I$ 를 2차원 이론해석 및 유한요소법으로 구하고, 이 해석결과를 실제의 변후시험편에 대한 피로시험결과에 적용하여 피로균열성장거동을 해석하였다. 이들 연구의 공통적인 결과는 두께가 얇은 부분에 존재하는 균열이 두께가 두꺼운 부분쪽으로 성장해 나가는 경우, 균열이 변후경계에 접근함에 따라 응력확대계수 및 균열성장속도는 감소하며 두께비가 클수록 그 감소도가 크게 나타나고 두께가 두꺼운 부분에 존재하는 균열이 얇은 부분쪽으로 성장해 나가는 경우에는 균열이 변후경계에 접근해 감에 따라 응력확대계수 및 균열성장속도는 급격히 증가하는 것으로 나타났다. 그러나 이러한 연구들은 모두 두께가 불연속적으로 변화하는 부재에 대한 연구들이어서 실제 구조물들에서 보다 보편적으로 사용되고 있는 필렛을 갖는 변후부재에 그 결과들을 적용하기에는 곤란한 면이 있다.

따라서 본 논문에서는 필렛을 갖는 유한폭 변후 판재 내의 모드 I 균열에 대하여 3차원 유한요소법으로 응력확대계수를 수치해석하였다.

2. 유한요소해석

2.1 유한요소해석 모델 및 해석방법

모드 I 균열의 응력확대계수(S.I.F.)  $K_I$ 를 3차원유한요소법에 의하여 구하기 위한 모델 형상은 Fig. 1과 같이 CCT형으로 했으며 두께가 얇은 판

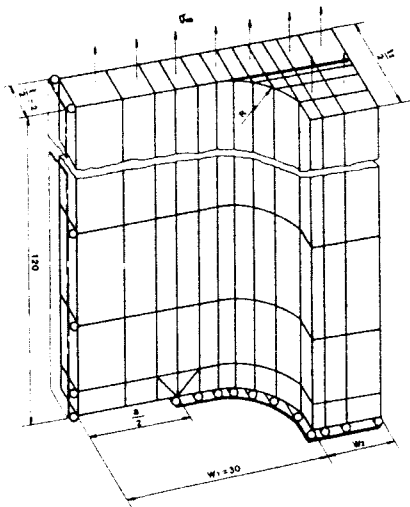


Fig. 1 Three dimensional mesh design for finite element analysis(CCT type)

재( $t=4\text{mm}$ ) 내에 존재하는 균열이 두께가  $t_2$ 인 두꺼운 판재 부분으로 성장해 나가는 S-L형(thin-to-thick type)으로 설정했다. 판폭비  $\omega=w_2/w_1$ 은 1/3(1.0 및 2.0으로 했으며 각각의 판폭비에 대응하는 두께비  $\beta=t_2/t$ 를 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 및 5.0으로, 그리고 무차원 필렛곡률반경  $\rho=R/t$ 는 0, 0.5, 1.0, 1.5 및 2.0으로 각각 변화시켜 갔다. 또한 각 코델은 길이 2a인 중앙관통균열을 가지며 모델의 상하면에는 균일인장응력  $\sigma_\infty=100\text{MPa}$ 이 작용하는 것으로 했다.

해석은 계(系)가 상하, 좌우 및 전후대칭이므로 해석 모델 앞쪽의 오른쪽 뒷부분인 1/8부분에 대하여만 행하였으며 각 모델의 무차원 균열길이  $\lambda=a/w_1$ 를 변화시켜 가면서 응력확대계수의 수정계수(S.I.F. correction factor) F값을 계산하였다. 이때 F는 무차원 균열길이  $\lambda$ , 두께비  $\beta$ , 판폭비  $\omega$  및 무차원 필렛곡률반경  $\rho$ 의 함수로서 응력확대계수  $K_I$ 은 다음과 같이 표시된다.

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \cdot F(\lambda, \beta, \omega, \rho) \tag{1}$$

$K_I$ 의 계산은 Ingraffea와 Manu<sup>(8)</sup>가 제안한 균열 개구변위(COD, crack opening displacement)법을 사용하였다.

2.2 해석 결과 및 고찰

Fig. 2~Fig. 4는 무차원 필렛곡률반경  $\rho=0$ 인 부재(즉, 변후경계에서 두께가 불연속적으로 변화하는 부재)에 대한 F값과  $\lambda$ 와의 관계를 도시한 것으로서, 균열선단이 변후경계에 접근해 감에 따라 균열선단의 F값은 급격히 감소(F값의 감소가 크면 응력확대계수도 감소)한다. 또한  $\beta$ 값이 클수록 그 감소도가 크며 두께비  $\beta$ 가 동일할 경우  $\omega$ 값이 클

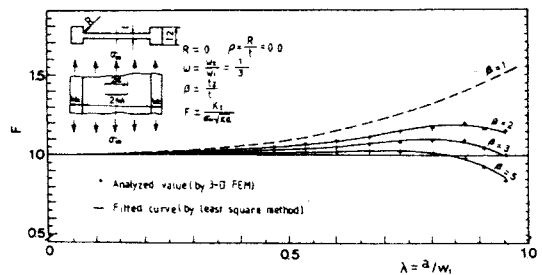


Fig. 2 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1/3, \rho=0$ )

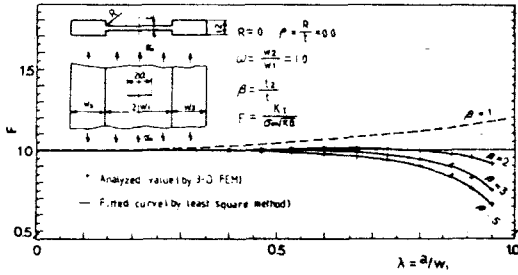


Fig. 3 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1.0, \rho=0.0$ )

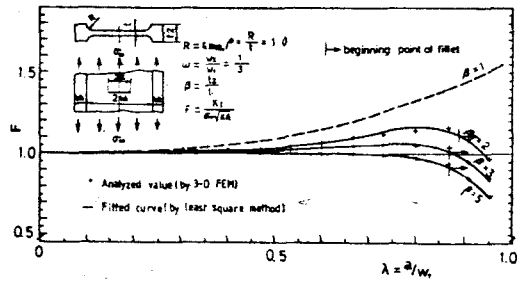


Fig. 5 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1/3, \rho=1.0$ )

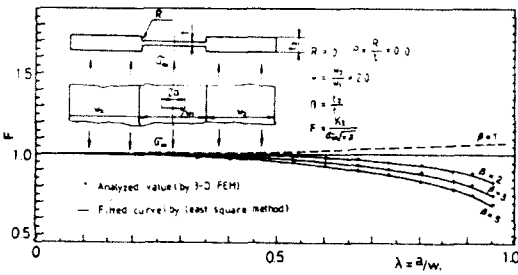


Fig. 4 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=2.0, \rho=0.0$ )

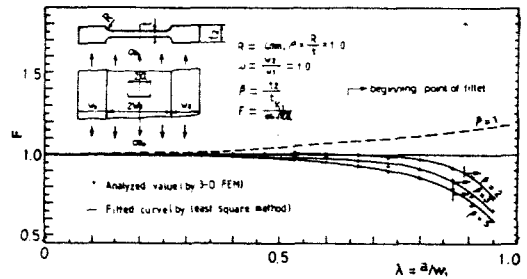


Fig. 6 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1.0, \rho=1.0$ )

수록 같은 균열길이에서 F값이 작게 나타나 두께비  $\beta$ 값이 클수록, 또한 판폭비  $\omega$ 값이 클수록 F값의 감소도가 크게 나타남을 알 수있다. 이러한 결과는 양원호 등<sup>(6,7)</sup>이 두께가 불연속적으로 변화하는 부재(thin-to-thick 형)에 대하여 2차원 이론해석 및 유한요소해석을 행한 결과와 대체로 일치한다.

Fig. 5~Fig. 7은  $\rho=1.0$ 인 경우 즉, 해석 모델이 변후경계에 필렛을 가지며 무차원 필렛곡률반경  $\rho$ 가 두께비  $\beta$ 에 비해서 상대적으로 작은 값을 가지는 경우이다. Fig. 2~Fig. 4(두께가 불연속적으로 변화하는 경우)에서와 마찬가지로 균열선단이 변후경계로 접근함에 따라 F값은 급격히 감소하며,  $\beta$ 값이 클수록 그 감소도가 크게 나타난다. 그러나 Fig. 2~Fig. 4와 비교했을 때 변후경계 가까이에서 응력확대계수가 더 작게 나타나는데 이는, 변후경계에 덧붙인 필렛의 영향 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 8은  $\rho=1.5$ 로 무차원 필렛곡률반경  $\rho$ 가 두께비  $\beta$ 에 비해서 비교적 큰 경우로서, 이때의

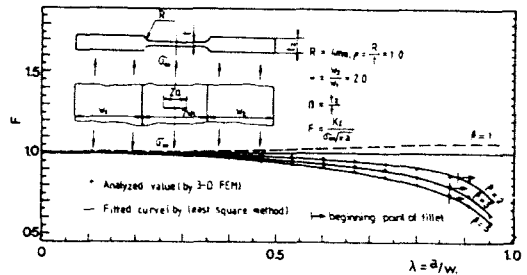


Fig. 7 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=2.0, \rho=1.0$ )

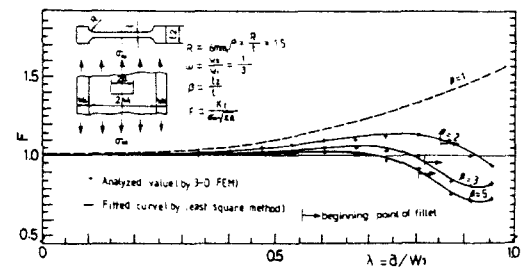


Fig. 8 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1/3, \rho=1.5$ )

판폭비는  $\omega=1/3$ 이다. 균열길이가 짧은 범위에서는 F값을 나타내는 곡선들이 Fig. 2~Fig. 4와 비슷한 형태를 보이나  $\beta$ 가 2에서  $\beta=3, 5$ 로 증가하면 균열선단이 필렛부분에 들어와 변후경계로 접근함에 따라 감소해 가던 F값이 오히려 다시 증가해 가는 현상을 보인다. 이러한 현상은 동일한 필렛곡률반경이라고 할지라도  $\beta=2$ 인 경우 보다  $\beta=3$ 과  $\beta=5$ 인 경우에는 필렛부분의 시작이 빨라져, 그만큼 필렛부분의 길이가 길어진다. 따라서 필렛의 시작부분에서는 두께가 두꺼운 부분의 영향을 받아 F값이 감소하다가, 균열이 변후경계에 거의 다다르면 필렛부분의 두께와 두꺼운 부분의 두께  $t_2$ 가 거의 같아져서, 마치 균열이 균후부재 내에서 성장해 가는 것과 유사한 거동을 나타내는 현상 때문인 것으로 생각된다.

그러나  $\beta=2$ 에서는 변후경계 가까이에서도 F값이 계속해서 감소추세로 나타나는데, 이는 필렛부분이 짧은 탓으로 변후경계 가까이에서 나타나는 균후부재내에서의 균열성장거동과 유사한 거동을 보이기 전에 균열선단이 이미 변후경계에 거의 도

달한 때문인 것으로 생각된다.

한편, Fig. 9( $\rho=1.5, \omega=1.0$ )와 Fig. 10( $\rho=1.5, \omega=2.0$ )과 같이 판폭비  $\omega$ 가 커지면 이와 같은 변후경계부근에서의 F값의 증가현상은 판폭비  $\omega$ 의 영향(즉, 두꺼운 부분의 영향이 커진다.)으로 인해 감소추세를 그대로 지속하고 있다.

변후경계근처에서의 F값의 증가현상은 무차원 필렛곡률반경  $\rho$ 를 크게 할수록(Fig. 11의 경우,  $\rho=2.0, \omega=1/3$ ) 더 확연하다. 즉, 앞에서 언급했듯이 무차원 필렛곡률반경  $\rho$ 의 증가에 따라 변후경계 가까이에서는 필렛부분의 두께와 두꺼운 부분의 두께  $t_2$ 가 거의 같아지고 필렛부분의 길이는 더욱 길어져서 변후경계부근에서는 균열이 마치 균후부재 내에서 성장해 나가는 것과 유사한 거동을 보이기 때문에 F값의 증가현상이 더 뚜렷한 것으로 생각된다. 그러나  $\rho=2.0$ 인 경우라도 Fig. 12( $\omega=1.0$ )와 Fig. 13( $\omega=2.0$ )과 같이 판폭비  $\omega$ 가 증가하면 두께가 두꺼운 부분의 영향이 커지므로 변후경계근처에서의 F값의 증가추세가 둔화되거나 감소추세를 그대로 유지하고 있다.

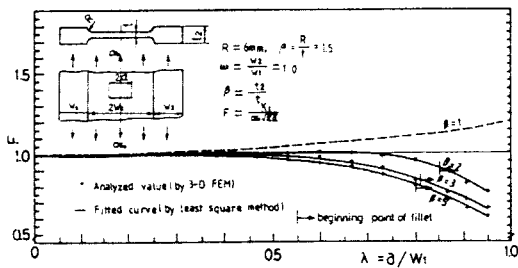


Fig. 9 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1.0, \rho=1.5$ )

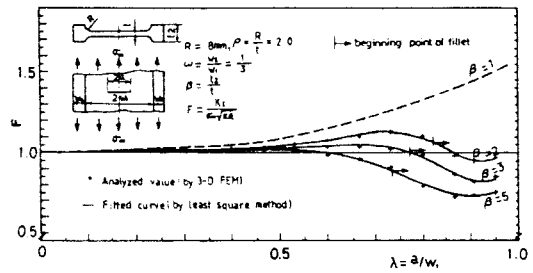


Fig. 11 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1/3, \rho=2.0$ )

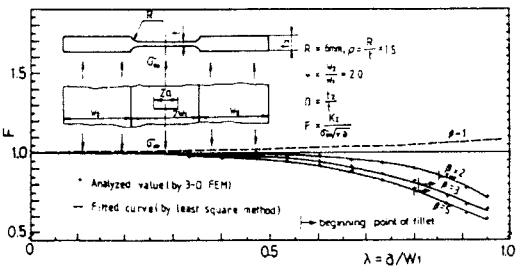


Fig. 10 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=2.0, \rho=1.5$ )

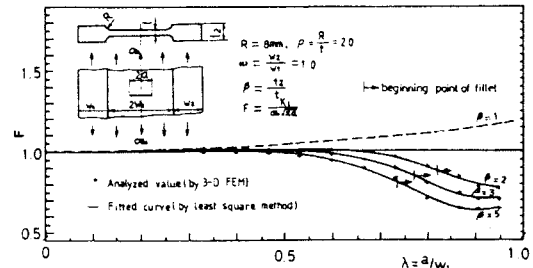


Fig. 12 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=1.0, \rho=2.0$ )

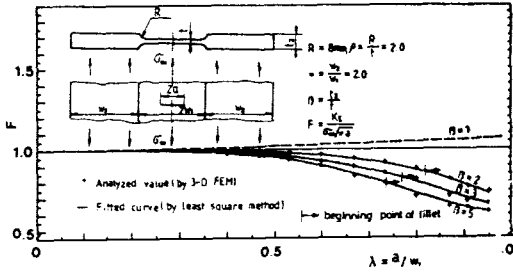


Fig. 13 S.I.F. correction factor values analyzed by 3-D F.E.M. and fitted curve( $\omega=2.0$ ,  $\rho=2.0$ )

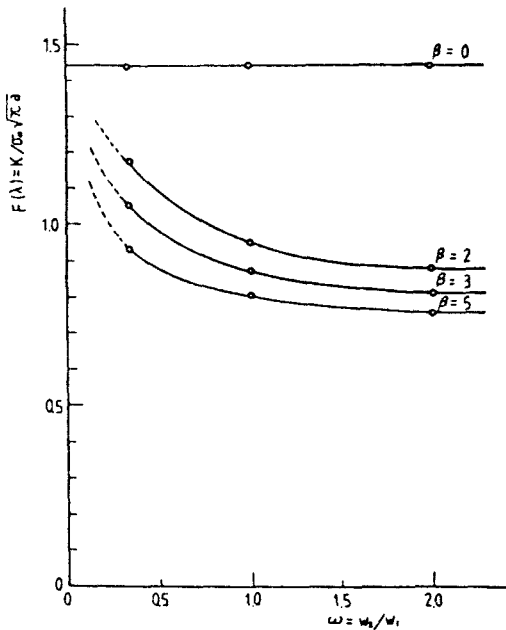


Fig. 14 F- $\lambda$  relationship for center cracked finite width variable thickness plates with fillet( $\lambda=0.9$ ,  $R=2.0\text{mm}$ )

Fig. 14에서는 무차원균열길이  $\lambda$  및 무차원 필렛 곡률반경  $\rho$ 가 일정할 때 판폭비  $\omega$ 의 변화에 따른 F값의 변화를 나타낸 것으로서,  $\omega$ 값이 대략 1.0이하의 범위에서는  $\omega$ 의 증가에 따라 F값은 급격히 감소하다가 그 보다 큰 범위에서는  $\omega$ 값이 증가해도 F값의 감소는 그다지 크지 않고 거의 일정하게 나타났다. 즉, 판폭비  $\omega$ 에 따른 변화는  $\omega$ 값이 증가할수록 F값이 감소하나,  $\omega$ 값이 상당히 큰 범위에서는  $\omega$ 값을 더 증가시켜도 응력확대계수에 미치는 영향은 미소한 것으로 볼 수 있다.

### 3. 결 론

필렛을 갖는 유한폭 변후판재 내의 모드 I 균열에 대한 응력확대계수(S.I.F.)  $K_I$ 을 3차원 유한요소법으로 수치해석하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 필렛을 갖는 변후부재의 응력확대계수(S.I.F.) 값은 두께비  $\beta=t_2/t$ , 무차원 필렛곡률반경  $\rho=R/t$ , 판폭비  $\omega=w_2/w_1$  및 무차원균열길이  $\lambda=a/w_1$ 의 함수이다.

(2) 필렛곡률반경 R이 두께비  $\beta$ 에 비하여 비교적 작은 경우, 균열이 변후경계에 접근함에 따라 응력확대계수의 수정계수 F값은 급격히 감소한다. 또한 R값이 증가함에 따라 F값의 감소도가 커진다.

(3) 필렛곡률반경 R이 두께비  $\beta$ 에 비하여 비교적 큰 경우, 균열길이 a가 작은 범위에서의 응력확대계수저동은 (2)의 경우와 유사하나 균열이 변후경계에 접근하면 R값의 증가와 함께 응력확대계수가 오히려 증가한다.

(4) 판폭비  $\omega$ 의 영향으로는, 일반적으로는 판폭비  $\omega$ 가 증가함에 따라 응력확대계수는 감소한다. 그러나 판폭비  $\omega$ 가 큰 범위에서는 판폭비  $\omega$ 를 변화시켜도 판폭비  $\omega$ 의 변화가 응력확대계수에 미치는 영향은 미소하다.

### 참 고 문 헌

- (1) Isida, M., 1970, "On the Determination of Stress Intensity Factors for Some Common Structural Problems," Engng F.M., Vol.2, pp. 61~79.
- (2) 양원호, 1977, "변후경계 부근에서의 피로균열의 성장거동에 관한 연구(2)", 성균관대학교 과학기술연구소, Vol.5, pp. 47~52.
- (3) 양원호, 1978, "변후경계 부근에서의 피로균열의 성장거동에 관한 연구(3)", 성균관대학교 과학기술연구소, Vol.6, pp. 27~34.
- (4) 양원호, 1978, "변후경계 및 이재결합경계 근방에서의 Crack-tip Stress Intensity Factor(1)", 성균관대학교 과학기술연구소, Vol.8, pp. 77~85.
- (5) Yang, W.H., Houssny-Emam, H. and Bassim, M. N., 1984, "An Experimental K-Analysis on the Fatigue Crack Near the Interface where Plate Thickness Varies Discontinuously," Engng F.M., Vol.19, No.2, pp. 295~503.

- (6) 양원호, 1987, “두께가 불연속적으로 변화하는 유한요소 판재 내의 균열에 대한 파괴역학적 연구”, 숭실대학교 석사학위논문.
- (7) 김광일, 1988, “CT형 변후판재 내에서의 피로균열 성장거동에 관한 연구”, 성균관대학교 석사학위논문.
- (8) Ingraffea, A.R., Manu, C., 1980, “Stress Intensity Factor Computation in Three Dimensions with Quarter-point Elements,” Int. J. Numerical Methods in Engng Vol.15, pp. 1427~1445.