

(論 文)

## 초소성 박판 성형 공정의 유한 요소 압력 제어 해석

허 훈\* · 한수식\*\* · 양동열\* · 이종수\*\*\*

(1990년 11월 23일 접수)

### Finite Element Simulation of a Superplastic Sheet Metal Forming Process with a Pressure Cycle Control Algorithm

Hoon Huh, Soo Sik Han, Dong-Yol Yang and Jong Soo Lee

**Key Words:** Superplasticity(초소성), Pressure Cycle Control(압력 제어), F.E.M(유한 요소법), Sheet Metal Forming(박판 성형), Free Bulging(자유 벌징), Visco-Plastic Model(점소성 모델)

#### Abstract

The superplastic blow-forming process of a diaphragm has been analyzed by a finite element method with a pressure cycle control algorithm. The finite element formulation is derived from the equilibrium equations by the principle of virtual work in the form of an approximated, updated Lagrangian formulation for incremental analysis. The formulation is approximated to the finite dimensional space with the use of isoparametric continuum elements. The large inelastic behavior of the superplastic material is described as incompressible, non-linear, viscous flow. The pressure cycle control algorithm is added to the finite element formulation for optimization of the forming time, which is indispensable to shorten the relatively long forming time. The algorithm deals with the maximization of the strain rate sensitivity, the protection of thickness reduction by localized deformation, and the consistency of the desired strain rate. Numerical simulation includes the optimal pressure versus time curve, the pole height versus time, the deformed shape with the variation of time, and the distribution of the thickness.

#### 기 호 설 명

: 결정립 크기  
 : 변형률 속도 텐서  
 : updated Lagrangian 변형률 속도 텐서  
 : 단위 압력에 대한 외력  
 : 형상 함수  
 : 재료 상수  
 : 변형률 속도 구속 함수  
 : 변형률 속도 민감 계수

$\Delta p$  : 압력 증분  
 $S_0$  : 속도 경계면  
 $S_T$  : Traction 경계면  
 $V_a$  : 절점 속도  
 $\Delta v$  : 속도 증분  
 $x_a$  : 절점 좌표  
 $\bar{I}$  : Penalty 상수  
 $\mu$  : 점성 계수  
 $\sigma$  : 상당 응력  
 $\sigma_C$  : Cauchy 응력  
 $\sigma'_C$  : 편차 응력  
 $\bar{\epsilon}$  : 상당 변형률 속도

정회원, 한국과학기술원 생산공학과  
 한국과학기술원 생산공학과  
 정회원, 국방과학연구소

$\bar{\epsilon}_0$  : 목표 상당 변형률 속도  
 $\dot{\epsilon}_{sk}$  : 체적 변형률 속도  
 $\Omega'$  : 현재 형상

1. 서 론

초소성 성형은 초소성 재료를 이용한 특수 가공 공정으로서 최근 들어 항공, 우주 산업등에 이용도가 높아짐에 따라 연구가 활발히 진행되고 있으며, 박판(sheet) 성형과 벌크(bulk) 성형에 대한 해석 예들이 발표되고 있다. 초소성 성형은 200% 이상의 높은 연신률과 낮은 유동 응력을 이용하여 성형하는 공정으로 용융 온도의 1/2 이상에서 성형한다. 따라서 성형 온도나 소재의 결정립 크기등에 따라 소재의 물성이 크게 변하나 구성 방정식을 통하여 단순화할 수 있다. 초소성 성형에서의 중요한 영향 인자로는 하중 압력 함수와 소재의 변형률 속도 민감 계수, 기공 민감 계수등의 물성치이다. 초소성 성형을 이용하여 박판 부품을 제조하기 위해서는 성형 압력 함수와 제품 형상, 두께 분포등의 관계를 예측 규명하는 것이 우선 되어야 한다. 또한, 설계에 의한 최종 제품의 두께 분포를 얻기 위해서 박판의 초기 두께 분포를 제시해야 하는 것도 필요하다.

Fig. 1은 상용 초소성 재료인 Supral 100의 각 온도에 대한 변형률 속도 민감 계수와 변형률 속도와의 관계를 나타낸 것이다. 성형 온도 482°C의 경우를 예로 들면 성형 속도가  $\bar{\epsilon}_0$  을 넘게되면 극부 변형 집중이 일어나서 높은 연신률이라는 초소성 성형의 장점을 유지할 수 없게 된다. 그리고 이를 방지하기 위해서 성형 속도를  $\bar{\epsilon}_0$  이하의 낮은 속도에서 행하게 되면 성형 시간이 너무 길어지는 문제가 발생한다. 이 두 가지 문제를 해결하기 위해서는 최대 변형률 속도를  $\bar{\epsilon}_0$ 으로 유지하여 성형하는 것이 필요하다.

이상과 같은 조건을 만족하는 성형 공정 기준을 확립하기 위해서는 많은 실험을 하여야 하나 성형 공정을 효과적으로 운영하기 위해서는 수치 해석에 의하여 시행 오차를 최소화하여야 하며 수치 해석에 의하여 제반공정 인자들의 영향을 knowledge base화 하여야 한다. 박판의 초소성 성형은 대변형, 대변형률, 변형 주축의 대회전등에 의한 기하학적 비선형과 대변형에 따르는 물성적 비선형, 그리고 변형 의존 경계 조건등 수치 해석적으로 매우

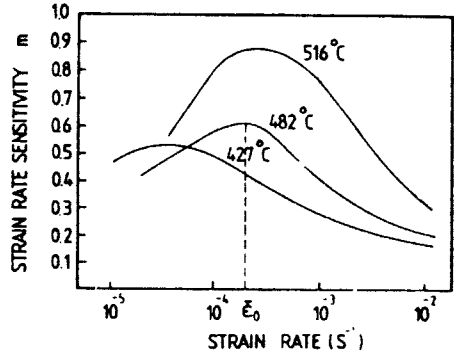


Fig. 1 Material characteristic curves of a superplastic material with the variation of temperatures(Supral 100)

복잡한 인자들을 포함하고 있다. 또한 초소성 성형은 대변형 문제이므로 필연적으로 증분 해석을 하여야 한다. 증분 구간의 크기 결정이 해의 수렴 여부와 정확도등에 연관되어 매우 중요한 인자가 된다. 초소성 재료는 점소성 재료로 간주할 수 있으므로 응력이 변형률 속도의 함수로 표시될 수 있으며 대변형 고체 역학의 문제로서 변형률 속도 적분을 통하여 재료의 거동을 해석할 수 있다.

Zienkiewicz<sup>(1)</sup>등은 재료의 거동을 비압축성, 점성, 비뉴우튼 유동성을 갖는 Mises형의 점소성 거동으로 간주하여 딥 드로잉(deep drawing)과 스트레칭(stretching)에 대하여 해석하였다. Argyris와 Doltsinis는<sup>(2)</sup> 비전통적인 자연 수식화를 통하여 변형률 속도에 민감한 초소성 재료의 축대칭 성형 문제들을 해석하였다. 이들 중 흥미있는 것은 최종 형상의 두께가 원하는 값을 갖게 하기위해서 초기 성형 재료의 두께를 다르게 하여 해석한것이다. Zhou와 Lian은<sup>(3)</sup> 기공 민감 재료의 정수압 벌징을 강점소성 유한 요소법으로 해석하였으며, 기공 성장 문제와 파단 문제를 함께 고려하였다. Park 등은<sup>(4)</sup> Hill의 이방성 재료의 스트레칭과 벌징 문제를 강점소성 유한 요소법을 이용하여 해석하였으며 변형률 속도가 일정하게 하중 압력 선도를 구하였다. Chandra는<sup>(5)</sup> 재료를 비압축성, 비선형 점성 유동 재료로 간주하고 Hill의 범함수로부터 상당 응력으로 표시되는 범함수 형태를 만들어 평면 변형과 축대칭 문제를 해석하였다. Bonet등은<sup>(6)</sup> 점성 유동 재료의 성형 압력을 제어하기 위한 기법을 제안하였으며 여러 가지 형상의 평면 변형 문제에

대하여 최적 압력 선도를 구하였다. Wood등은<sup>(7)</sup> 초소성 성형에서 직육면체 성형과 다상자 성형에 대한 문제를 예제로 최종 두께에 대한 해석과 확산 접착 효과에 대한 해석을 하였으며, Bellet와 Chenot는<sup>(8)</sup> 축대칭 문제와 3차원 문제, 3점의 박판이 평면 변형할 때의 확산 접착 문제를 막막(membrane) 유한 요소로 해석하여 최적 압력 선도와 성형 후의 두께 분포를 구하였다. 한편 Brandon 등은<sup>(9)</sup> 점성 박판의 벌징 문제를 셸 이론(shell theory)를 이용하여 해석하여 실험과 비교하였다. 초소성 성형을 위한 재료 거동의 실험으로서 Al-Naib와 Duncan은<sup>(10)</sup> Tin-Lead 합금과 Zinc-Aluminium 합금에 대하여 응력-변형률 속도 선도와 변형률 속도-변형률 속도 민감 계수 선도를 구하고 복잡한 형상의 성형 실험을 하였으며, Ghosh와 Hamilton이<sup>(11)</sup> Ti-6Al-4V 합금에 대하여 입자 크기에 따른 응력-변형률 속도 선도와 가공 경화에 따른 하중 함수의 변화등을 실험으로 구하였다. Kuperfarb 등은<sup>(12)</sup> Ti-6Al-4V 합금 박판의 상자형 성형에 대하여 실험 하였다.

본 논문에서는 가상일 원리로부터 유한 요소 수식화를 updated-Lagrangian 형태로 유도하였으며, 유도된 수식화를 연속체 유한 요소로 유한 근사화 하였다. 이때 초소성 재료의 거동은 비압축성, 비선형 점성 유동으로 묘사하였다. 유한 요소 프로그램은 성형 기구 해석과 하중 압력을 제어하는 기법으로 구성되어 있으며 하중 압력의 제어는 성형 시간이 최소가 되게 하기 위하여 변형률 속도 민감 계수가 최대가 되고, 국부 변형에 의한 두께 감소를 방지하며 변형률 속도는 일정하게 유지되면서 성형이 될 수 있도록 하였다. 즉 하중 압력 제어는 상당 변형률 속도가 최대가 되게하여 성형 시간을 최소화하게 구성하였다. 개발된 유한 요소 프로그램은 정수압 벌징 가공에 적용하였으며 최적 압력 시간 선도, 성형 형상, 두께 및 두께 변형률 분포, 상당 변형률 분포 등을 구하였다.

## 2. 지배 방정식과 유한 요소 수식화

### 2.1 초소성 재료의 특성과 구성 방정식

초소성 변형은 기본적으로 작은 유동 응력하에서 매우 큰 비탄성 변형이 넥킹(necking)없이 진행되는 것으로 특징 지을 수 있다. 초소성 재료의 대표적인 것으로는 티타늄 기저 합금(Ti-6Al-4V)과

알루미늄 기저 합금(Al7475, Al-Li)등으로 적절한 열-기계적 처리에 의해 초소성을 가지게할 수 있다. 이러한 재료들의 역학적 거동을 규명하기 위하여 단순 인장 시험을 하여 보면 유동응력  $\sigma$ 는 주로 비탄성 변형률 속도  $\dot{\epsilon}$ 의 함수이며 변형률  $\epsilon$ 과 결정립 크기  $D$ 에 의한 영향은 크지 않음을 알 수 있다. 응력과 변형의 관계를 구성 관계식으로 표현하면

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, D) \quad (1)$$

또는

$$\sigma = K_0 \dot{\epsilon}^m \epsilon^n D^p \quad (2)$$

로 가정 할 수 있고, 상당량으로 표시하면  $\bar{\sigma} = K_0 \bar{\epsilon}^m \dot{\epsilon}^n D^p$ 와 같다. 식(2)에서 응력  $\sigma$ 에 대한 변형률  $\epsilon$ 과 결정립 크기  $D$ 의 영향은 변형률 속도  $\dot{\epsilon}$ 에 비해서 매우 작으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^m \quad (3)$$

$$K = K_0 \dot{\epsilon}^n D^p \quad (4)$$

이때 재료 상수  $K$  값은  $\epsilon$ 과  $D$ 의 영향을 무시하면 상수로 간주할 수 있으나,  $\epsilon$ 과  $D$ 의 영향을 고려하여 변형중에  $K$ 값을 수정하여 가공 경화량과 결정립 크기의 변화량을 고려할 수 있으며,  $m$ 은 변형률 속도 민감 계수로서 실험에 의해서 구한다. 식(3)은 점소성 재료의 구성 방정식과같은 형태로서 멱법칙에 의하여 직접 점성 전단 변형 모델과 연계시킬 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{1}{2\mu} \sigma'_v \quad (5)$$

$$\mu = \frac{1}{3} K \bar{\epsilon}^{m-1} \quad (6)$$

이때, 점성 계수  $\mu$ 와 재료 상수  $K$  값은 필요에 따라 각 인자 변수를 고려하여 재료의 거동을 보다 정확하게 묘사할 수 있다. 따라서  $\mu$ 와  $K$ 에 대한 일반적인 함수는

$$\mu = \mu(\sigma_v, \dot{\epsilon}_v, \epsilon_v, D) \quad (7)$$

$$K = K(\sigma_v, \dot{\epsilon}_v, \epsilon_v, D) \quad (8)$$

와 같이 가정할 수 있다.

## 2.2 유한 요소 수식화

하중을 받아 변형된 평형 상태에 있는 물체의 현재 형상  $\Omega'$ 에서의 경계면을  $S$ , 체적을  $V$ 라 할 때 물체 내부의 임의의 점에서의 평형 방정식은 다음과 같이 주어 진다.

$$\sigma_{ji,j} + f_i = 0 \quad (9)$$

이때  $\sigma_{ij}$ 는 Cauchy 응력 텐서이고,  $f_i$ 는 체적력이며 변분 원리에 의하여 이식의 양변에 가상 속도 증분  $\delta v_i$ 를 곱하고 전체 체적에 대하여 적분하면

$$\int_V (\sigma_{ji,j} + f_i) \delta v_i dV = 0, \quad \forall \delta v_i \quad (10)$$

와 같이 된다. 이 식에 부분 적분과 발산 정리를 적용하여 각 항에 대한 적분식으로 나타내면 아래와 같은 가상일의 원리를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \int_V \sigma_{ji} \delta D_{ij} dV + \int_V f_i \delta v_i dV \\ & + \int_S \sigma_{ji} \delta v_i n_j dS = 0, \quad \forall \delta v_i \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $n_j$ 는 경계면  $S$ 의 외향 수직 벡터의  $j$ 성분을 의미한다. 그리고  $D_{ij}$ 는 변형률 속도 텐서로써

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (12)$$

로 표시된다. 여기서  $v_i$ 는 속도 벡터의 각 성분을 의미한다.  $D_{ij}$ 는 updated Lagrangian 변형률 속도  $\dot{E}_{ij}$ 와 구별되는데 그것은  $\dot{E}_{ij}$ 는 수정된 기준 형상  $\Omega_0$ 에 대해서 계산된 것이고  $D_{ij}$ 는 변형된 현재 형상  $\Omega'$ 에 대해서 계산된 것이기 때문이다. 그러나 하중의 증분이 작아 변형량이 매우 작을 경우 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{E}_{ij} = D_{ij} \quad (13)$$

식(11)에서 체적력  $f_i$ 를 무시하고 경계면  $S_T$ 에서의 표면력을  $\hat{i}_i = \sigma_{ij} n_j$ , 경계면  $S_U$ 에서의 속도를  $v$ 라 하면 식(11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \dot{E}_{ij} dV - \int_S \hat{i}_i \delta v_i dS = 0 \quad (14)$$

그리고 응력 텐서는 다음과 같이 쓸 수 있는데

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \frac{\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} = \sigma'_{ij} - p \delta_{ij} \quad (15)$$

여기서  $\sigma'_{ij}$ 는 편차 응력 텐서의 각 성분을 나타내며  $p$ 는 정수압이다. 식(5)의 비선형 점소성 모델의 구성 방정식은 다음과 같이 변형시킬 수 있다.

$$\bar{\sigma} = 3\mu \bar{\epsilon} \quad (16)$$

여기서  $\bar{\sigma}$ 는 상당 응력이고,  $\bar{\epsilon}$ 는 상당 변형률 속도이다. 식(15)를 식(14)에 대입하면

$$\begin{aligned} & \int_V \sigma'_{ij} \delta \dot{E}_{ij} dV - \int_V p \delta \dot{\epsilon}_{kk} dV \\ & - \int_S \hat{i}_i \delta v_i dS = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

이고 식(15), (16)으로부터

$$\sigma'_{ij} \delta \dot{E}_{ij} = 3\mu \bar{\epsilon} \delta \bar{\epsilon} \quad (18)$$

이다. 이 식을 다시 식(17)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_V 3\mu \bar{\epsilon} \delta \bar{\epsilon} dV - \int_V p \delta \dot{\epsilon}_{kk} dV \\ & - \int_S \hat{i}_i \delta v_i dS = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

그리고 비압축성 조건  $\dot{\epsilon}_{kk} = 0$ 을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_V \dot{\epsilon}_{kk} \delta v_i dV = 0 \quad (20)$$

만약 식(19)와 식(20)을 동시에 계산할 경우  $p$ 는 라그랑지 상수(Lagrangian multiplier)로서의 역할을 하게 된다. 이 경우 각 절점의 자유도 증가를 의미하며 계산량의 증가를 가져온다. 그러나 페널티(penalty)방법을 사용하여  $p = -\bar{\Lambda} \dot{\epsilon}_{kk}$ 로 근사화시킬 수 있으며 여기서  $\bar{\Lambda}$ 는 페널티상수이다. 페널티방법을 이용하여 비압축성 구속 조건을 갖는

유한 요소수식화를 구하면 다음과 같다.

$$\int_V 3\mu \bar{\epsilon} \delta \bar{\epsilon} dV + \bar{\Lambda} \int_V \dot{\epsilon}_{\alpha\alpha} \delta \dot{\epsilon}_{\alpha\alpha} dV - \int_S \bar{t}_i \delta v_i dS = 0, \quad \forall \delta v_i \quad (21)$$

### 2.3 유한 차원 근사화

유한 요소 내에서의 형상 좌표와 속도 벡터  $x_i, v_i$ 는 형상 함수  $h_a$ 를 이용하여

$$x_i = \sum_{a=1}^N h_a^i x_a \quad v_i = \sum_{a=1}^N h_a^i v_a \quad (22)$$

로 표시할 수 있다. 여기서  $x_a, v_a$ 는 요소 절점에서의 형상 좌표와 속도이다. 축대칭의 경우 각각의 변형률 속도를 등매개 변수법을 이용하여 유한 차원 근사화된 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} \\ \dot{\epsilon}_{yy} \\ \sqrt{2} \dot{\epsilon}_{xy} \\ \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & h_{2,1} & 0 & \dots & h_{N,1} & 0 \\ 0 & h_{1,2} & 0 & h_{2,2} & \dots & 0 & h_{N,2} \\ \frac{h_{1,2}}{\sqrt{2}} & \frac{h_{1,1}}{\sqrt{2}} & \frac{h_{2,2}}{\sqrt{2}} & \frac{h_{2,1}}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{h_{N,2}}{\sqrt{2}} & \frac{h_{N,1}}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1}{\bar{x}} & 0 & \frac{h_2}{\bar{x}} & 0 & \dots & \frac{h_N}{\bar{x}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{Nx} \\ v_{Ny} \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서  $h$ 는 형상 함수를 나타내며,  $v_{Nx}$ 는 요소의 각 절점에서의 속도 벡터를 나타내고,  $\bar{x}$ 는 적분점의 반경을 나타낸다. 상당 변형률 속도를 유한 차원 근사화된 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_a B_a v_b B_b \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} v_a S_{ab} v_b \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $S_{ab} \equiv B_a B_b$ 이다. 일반 좌표계에 대해서  $\bar{\epsilon}$ 의 변분을 취하면

$$\delta \bar{\epsilon} = \frac{2}{3} \frac{v_a S_{ab}}{\bar{\epsilon}} \delta v_b \quad (25)$$

으로 표시된다. 만약  $\dot{\epsilon}_{\alpha\alpha}$ 를 체적 변형률이라 하면

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{\alpha\alpha} &= \dot{\epsilon}_v = [A]^T \{\dot{\epsilon}\} = [A]^T [B] \{V\} \\ &= [E] \{V\} \end{aligned} \quad (26)$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} [A]^T &= (1 \ 1 \ 0 \ 1) \\ [E] &= [A]^T [B] \end{aligned} \quad (27)$$

식(25), (26)들을 식(21)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \int_{V_m} 3\mu \bar{\epsilon} \left( \frac{2}{3} \frac{S_{ab} v_a}{\bar{\epsilon}} \right) \delta v_b dV \\ + \bar{\Lambda} \int_{V_m} E_a E_b v_a \delta v_b dV \\ - \int_{A_m} \bar{t}_i h_i \delta v_i dA = 0, \quad \forall \delta v_i \end{aligned} \quad (28)$$

이다.  $\delta v_i$ 는 임의의 수이므로 유한 차원 근사화된 유한 요소식은 최종적으로

$$\begin{aligned} \left[ \int_{V_m} 2\mu S_{ab} dV + \bar{\Lambda} \int_{V_m} E_a E_b dV \right] v_a \\ - \int_{A_m} \bar{t}_i h_i dA = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

이 된다.

### 3. 성형 압력 제어 기법

성형 압력 제어 기법은 여러 사람에 의해서 제안된 바 있으나, 최근 Bonet 등<sup>(20)</sup>이 최적 성형 압력을 제어하기 위한 체계적인 기법을 제안하였다. 정수압 벌징의 경우 경계면에 작용하는 표면력은 압력  $p$ 만의 함수이므로 압력 함수  $p(t)$ 는 하중 벡터항의 계수로 간주하여 식(29)을 간단히 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$T(v, x) = p(t) F(v, x) \quad (30)$$

여기서  $F$ 는 단위 압력에 대한 외력이다. 식(30)으로 부터  $v, x, p$ 를 구할 수 있으며 상당 변형률

속도를 원하는 값으로 유지하기 위해서 변형률에 대한 구속 방정식을 다음과 같이 추가한다.

$$L(v, x) = \bar{\epsilon}_0 \quad (31)$$

이때  $L$ 은 상당 변형률 속도에 가중치를 부과하는 해석 과정의 계통 함수로 정의한다. 그리고  $\epsilon_0$ 는 목표하는 상당 변형률 속도이다. 그런데 형상 좌표  $x$ 는 속도  $v$ 의 함수이므로 식(30)과 식(31)을 속도만의 함수로 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} T(v) &= pF(v) \\ L(v) &= \bar{\epsilon}_0 \end{aligned} \quad (32)$$

이 식들에 대해서 일차 테일러(Taylor)급수 전개를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T(v) + \left[ \frac{DT}{Dv} \right] \Delta v &= pF(v) \\ + \Delta p F(v) + p \left[ \frac{DF}{Dv} \right] \Delta v & \\ L(v) + \left[ \frac{DL}{Dv} \right]^T \Delta v &= \bar{\epsilon}_0 \end{aligned} \quad (33)$$

이 식은 뉴턴 랩슨(Newton-Raphson) 법의 기본 되는 것으로 다시 정리하여 쓰면

$$\begin{bmatrix} K_t & F \\ L^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ s \end{Bmatrix} \quad (34)$$

이다.

여기서  $K_t$ 는 강성 행렬:  $K_t = \left[ \frac{DT}{Dv} \right] - p \left[ \frac{DF}{Dv} \right]$

$R$ 은 잔류 하중 벡터:  $R = pF(v) - T(v)$

$L$ 은 구속 방정식의 구배 벡터:  $L = \frac{DL}{Dv}$

$s$ 는 변형률 오차:  $s = \bar{\epsilon}_0 - L(v)$

이다. 위의 식(33)을 풀면 속도 증분은

$$\Delta v = K_t^{-1} (R + \Delta p F) \quad (35)$$

압력 증분은

$$\Delta p = \frac{s - L^T K_t^{-1} R}{L^T K_t^{-1} F} \quad (36)$$

로 표시된다. 속도 벡터와 압력은 다음과 같이 수정된다.

$$v^{*+1} = v^* + \Delta v, \quad p^{*+1} = p^* + \Delta p \quad (37)$$

식(34)는 초기에 적당한 값의 속도벡터  $v$ 와 압력  $p$ 를 가정하므로써 풀 수 있는 비선형 문제이다. 그리고 변형률 속도를 구속하기 위한 압력  $p$ 의 계산을 용이하게 하기 위해서 다음과 같은 두 매개 벡터

$$\Psi_1 = K_t^{-1} R, \quad \Psi_2 = K_t^{-1} F \quad (38)$$

를 도입하므로써 식(37)에서의 압력 증분과 속도 증분은 다음과같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \Delta p^* &= \{s^* - (L^*)^T \Psi_1^*\} / (L^*)^T \Psi_2^* \\ \Delta v^* &= \Psi_1^* + \Delta p^* \Psi_2^* \end{aligned} \quad (39)$$

위의 압력 제어 기법을 이용하여 매증분 단계에서 증분 시간에 대한 최적 압력 증분과 속도 증분을 계산하여 상당 변형률 속도를 최대화 함으로서 하중 압력을 최적화한다.

#### 4. 수치 해석 결과 및 고찰

유도된 유한요소 수식화와 성형 압력 제어 기법으로부터 초소성 성형을 위한 압력제어 유한 요소 프로그램을 개발하였으며 초소성 축대칭 자유 벌징 문제에 적용하여 해석하였다. 이때 성형 온도는 일정한 것으로 가정하였고 재료의 거동은 정해진 성형 온도에서 일정한 것으로 간주하여 구성 방정식을 적용하였다.

자유 벌징 문제는 성형 압력을 제어하는 가장 기본적인 문제이며, 수치 해석의 유용성과 타당성을 쉽게 검토할 수 있는 예제이다. 축대칭 벌징 문제로부터 최적 성형 압력, 압력과 시간에 따른 변형 형상, 두께 분포등을 구할 수 있으며, 실험을 통하여 구한 단순 인장 시험에서의 연신률과 축대칭 벌징에서의 연신률을 비교하여 최대 성형 한계와 necking 또는 파괴 조건을 수치 해석을 위하여 설정할 수 있다. 또한 초소성 성형중의 재료의 두께 변화는 성형 압력과 밀접한 관계가 있으므로 수치 해석으로부터 이에 대한 결과를 얻을 수 있다.

수치 해석에 사용된 소재는 1990년 이동녕등<sup>(13)</sup>

이 개발한 알루미늄 기저합금 SS 7475를 사용하였다. 성형 온도 516°C에서 이 소재의 재료 상수  $K = 430 \text{sec}^m \text{MPa}$ , 와 변형률 속도 민감 계수  $m = 0.72$ 이다. 수치 계산에 사용된 소재의 치수는 두께 1.3mm, 2.0mm, 직경 60mm이다.

Fig. 2는 SS 7475의 각 온도에 따른 재료의 특성 곡선이다. 수치 해석에서는 성형 시간을 최소화 하기 위하여 최적 압력을 각 증분 단계에서 결정하여 성형을 제어하였다. 성형 시간을 최소화하기 위해서는 변형률 속도 민감 계수를 최대가 되게 하여야 하며, 이때의 상당 변형률 속도는 소재에 대한 자료로부터  $1.15 \times 10^{-3} \text{sec}^{-1}$ 를 유지하여야 한다. 따라서, 상당 변형률 속도를 주어진 값으로 유지하기 위해서는 매 증분 성형 단계에서 압력을 적절히 조절하여야 한다.

Fig. 3은 최대 상당 변형률 속도를 일정하게 유지하였을 때 시간에 대한 성형 압력의 변화를 나타낸 것이다. 여기서 성형 압력은 초기에는 비교적 빠른 속도로 증가하여 소재가 반경의 약 50%의 높이로 벌징될 때까지 증가한다. 그후, 성형이 진행됨에 따라, 성형 압력은 느린 속도로 감소해 감을 알 수 있는데 이것은 성형이 진행 됨에 따라 소재의 전체적 두께 감소가 일어나고 특히 극점에서 현저한 두께의 감소가 발생하여 이 부분의 변형률 속도가 성형 압력에 비해 커져서 목적하는 값을 유지하기 위해서 보다 낮은 성형 압력이 요구 되었기 때문이다.

Fig. 4는 시간에 따른 소재 극점의 높이 변화를 유한 요소 해석 결과를 박막 이론에 의한 결과와

비교하여 나타낸 그림이다. 성형 초기에는 유한 요소 해석 결과와 박막 이론 결과가 비교적 잘 일치하나 성형이 어느정도 진행된 후에는 약간의 차이를 보여주고 있는데 이는 박막 이론은 성형이 항상 구의 일부분의 형태로 성형된다는 가정하에서 계산된 결과인데 유한 요소 해석 결과를 보면 성형이 어느 정도 진행된 후에는 측면 벌징이 심하게 일어나 구의 형태에서 많이 벗어난 타원의 형태를 보여 줌을 알 수 있는데 이로 인해서 일어난 결과이다. 유한 요소 해석 결과를 보면 두께가 서로 다른 두 가지 경우에 대해서도 계산 결과가 거의 일치함을 보여주고 있는데 이는 최대 상당 변형률 속도가 일정하게 유지되도록 성형 압력을 제어하여 주었기

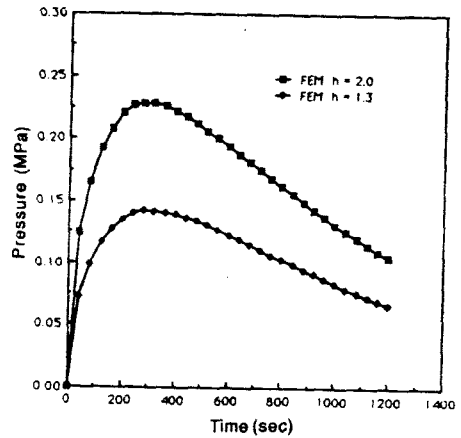


Fig. 3 Optimal forming pressure versus forming time diagram in free bulging process

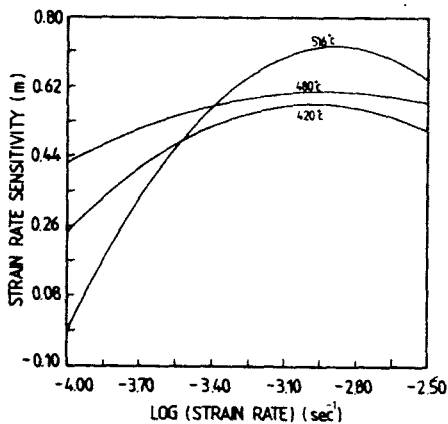


Fig. 2 Material characteristic curves of SS 7475 with the variation of temperatures

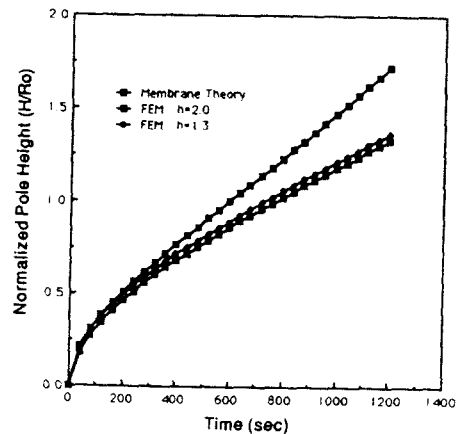


Fig. 4 Variation of the normalized pole height versus forming time in free bulging process

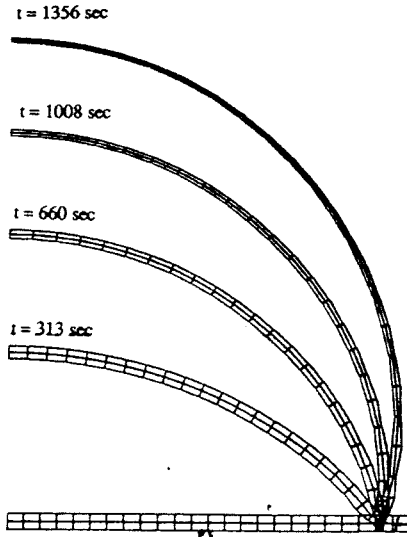


Fig. 5 Shapes of deformed finite element grids with the variation of forming times in free bulging process

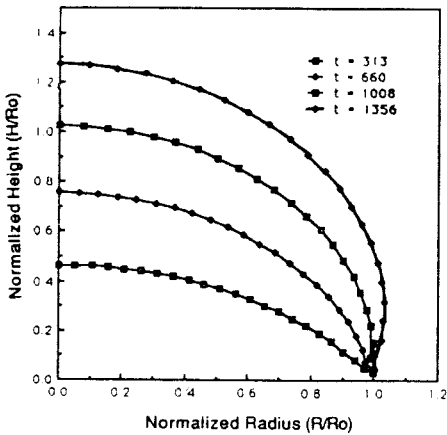


Fig. 6 Schematic diagram of deformed shapes versus normalized radius with the variation of forming times in free bulging process

때문에 일어난 당연한 계산 결과라 하겠다.

Fig. 5와 Fig. 6는 시간에 따른 소재의 성형된 형상을 나타낸 것이다. Fig. 5는 주어진 성형 압력 선도에 따라 성형된 형상을 유한 요소 격자로 도시한 그림이며, Fig. 6는 이것을 도식화하여 정리한 것이다. 이 성형된 형상을 보면 성형이 점점 진행됨에 따라 측면 벌징이 일어나는 현상이 현저하게 나타나며 소재 극점에서의 높이가 반경크기 정도에

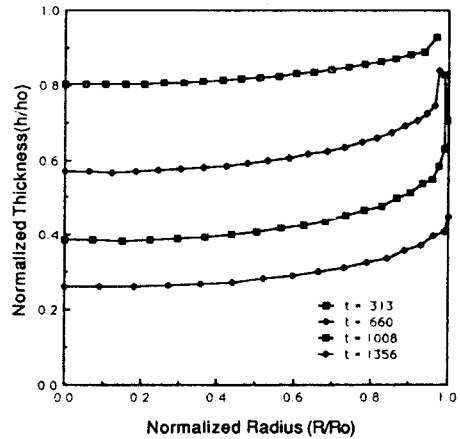


Fig. 7 Distribution of normalized thickness versus normalized radius with the variation of forming times in free bulging process

도달한 이후에는 정상 벌징보다 측면 벌징이 커지는 현상을 보이고 있다. 이 현상은 Fig. 6를 통하여 쉽게 파악할 수 있으며 성형 시간 단계마다 소재 극점 높이 증가율이 점점 감소하여  $H/R_o$ 가 1 이상이 되면 측면으로의 변형이 현저해 짐을 알 수 있다.

Fig. 7은 각 시간에서의 반경 방향에 대한 두께의 분포를 나타낸 것이다. 이 결과로부터 성형 시간에 따른 두께 감소 추세를 알 수 있으며, 두께의 감소는 고정 끝단 부분을 제외하고는 비교적 균일하게 성형되는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 일반 재료에서와는 다른 특이한 현상이다. 고정 끝단 부분에서의 두께 감소가 균일하지 않은 것은 수치 해석에서의 경계조건 문제와 변형 현상이 심하기 때문이나, 이는 고정 끝단에 접촉 조건을 부과하여 경계 조건을 완화하면 해결될 수 있다. 본 논문에는 제시하지 않았으나 수치 결과의 극점 높이와 두께 변화등은 실험 결과와 대체적으로 잘 일치하고 있다. 또한 수치 결과에서 제시된 압력 선도에 따른 소재 가공이 잘 진행되고 있다. 본 수치 결과에서 제시된 압력 선도가 최적인지는 실험적으로 증명하기는 대단히 어려웠으나, 경향은 일치함을 알 수 있었다.

### 5. 결 론

초소성 가공은 복잡한 형상을 용이하게 성형할



수 있는 경제적인 이점이 있으나 성형 시간이 길다는 단점이 있어, 이의 보완을 위하여는 수치 해석을 통하여 성형 공정을 모의해석(simulation)해야 하는 것이 필수적이다.

본 논문에서는 초소성 성형의 수치 해석을 통하여 성형공정에서의 시행 착오를 최소화하기 위한 기법을 개발하였다.

결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 초소성 재료를 비선형, 비압축성, 점성 재료로 가정하여 유한 요소 수식화를 유도하였다.

(2) 유도된 유한 요소 수식화에 성형 압력 제어 기법을 도입하여 유한 요소 프로그램을 개발하였다.

(3) 개발된 유한 요소 압력 제어 프로그램을 축대칭 정수압 자유 벌징 문제에 적용하여 수치 해석을 수행하였다.

(4) 수행한 수치 해석으로 부터 성형 압력-시간, 성형 형상, 두께 분포 등의 결과를 유출하였다.

위의 결과로 부터 본 논문에서 개발된 유한 요소 프로그램의 타당성을 검증 하였다. 개발된 수치 해석 프로그램으로 부터 초소성 성형 공정의 최적화와 그로 인한 경비 절감 및 우수 제품이 개발이 기대된다.

#### 참고문헌

- (1) Zienkiewicz, O.C., Jain P.C. and Onate, E., 1978, "Flow of Solids during Forming and Extrusion : some Aspects of Numerical Solutions," Int. J. Solids Struct., Vol. 14, pp.15~38.
- (2) Argyris, J.H. and Doltsinis, J.S.L., 1984, "A Primer on Superplasticity in Natural Formulation," Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 45, pp. 83~131.
- (3) Zhou, D.J. and Lian, J., 1987, "Numerical Analysis of Superplastic Bulging for Cavity-sensitive Materials," Int. J. Mech. Sci., Vol.29, No.8, pp.565~576.
- (4) Park, J.J., Oh, S.I. and Altan, T., 1987, "Analysis of Axisymmetric Sheet Forming Processes by Rigid-Viscoplastic Finite Element Method," J. of Eng. for Indust., November, Vol.109, pp.347~354.
- (5) Chandra, N., 1987, "Analysis of Superplastic Metal Forming by a Finite Element Method," Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol.26, pp.1925~1944.
- (6) Bonet, J., Wargadipura, A.H.S. and Wood, R. D., 1989, "A Pressure Cycle Control Algorithm for Superplastic Forming," Comm. in Appl. Num. Methods, Vol.5, pp.121~128.
- (7) Bonet, J., Wargadipura, A.H.S. and Wood, R. D., 1989, "Simulation of the Superplastic Forming of Thin Sheet Components using the Finite Element Method," Numiform 89, pp.58~93.
- (8) Bellet, M. and Chenot, J.L., 1989, "Numerical Modelling of Thin Sheet Superplastic Forming," Numiform 89, pp.401~406.
- (9) Brandon, J.F., Lecoanet, H. and Oytana, C., 1979, "A New Formulation for the Bulging of Viscous Sheet Metal," Int. J. Mech. Sci., Vol.21, pp.379~354.
- (10) Al-Naib, T.Y.M. and Duncan, J.L., 1970, "Superplastic Metal Forming," Int. J. Mech. sci., Vol.12, pp.463~477.
- (11) Ghosh, A.K. and Hamilton, C.H., 1979, "Mechanical Behavior and Hardening Characteristics of a Superplastic Ti-6Al-4V Alloy," Metallurgical. Trans.A, Vol.10A, pp.699~706.
- (12) Kuperfarb, G., Germain, Y. and Abouaf, M., 1987, "A Mechanical Study of Superplastic Forming of Ti-6Al-4V Sheet," J. of Mech. Work. Tech., Vol.14, pp.159~172.
- (13) 이동녕, 허 훈, 홍순형, 1990, "초소성 성형 연구", 국방과학연구소 보고서.